

УДК 624.048

Я.С. КАРПОВ, В.Г. СТАВИЧЕНКО

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ СПОСОБОВ УДОВЛЕТВОРЕНИЯ КРИТЕРИЯМ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА**

Рассмотрены два подхода к оценке прочности слоистого композиционного материала: послойный и для пакета в целом, на основании критерия Мизеса – Хилла. Проведены численные исследования и анализ способов удовлетворения критериям прочности слоистых композиционных материалов в условиях сложного нагружения.

композиционный материал, критерий прочности, монослой, пакет, предельная поверхность**Введение**

Для оценки несущей способности конструкций из слоистых композиционных материалов (КМ) применяются многочисленные критерии прочности [1], в результате чего становится невозможным сопоставление результатов. По этой причине ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского в утвержденных руководящих технических материалах рекомендует использовать критерий Мизеса – Хилла, причем на этапе проектирования в записи для монослоя, для которого известны физико-механические характеристики, а на этапе поверочного расчета на прочность – для пакета слоев в целом с использованием экспериментально найденных упругих и прочностных свойств пакета КМ [4].

В связи со сказанным актуальным является исследование результатов оценки прочности по этим двум способам удовлетворения критериям. Для монослоя принимаются паспортные данные о его свойствах, а для пакета пределы прочности вычисляются аналитически по методике [2], базирующейся на постулате о том, что пределом прочности является такая величина напряжений, при которой критерий прочности выполняется для всех слоев.

Принимается также, что теоретический предел прочности определяется на основе критерия, по которому впоследствии будет оцениваться несущая способность пакета КМ.

1. Способы оценки прочности слоистых композиционных материалов

Согласно первому подходу критерии прочности применяются к каждому слою и записываются через напряжения в местной системе координат. Критерий прочности Мизеса – Хилла для монослоя имеет вид

$$\frac{\sigma_{1i}^2}{F_{1i}^2} - \frac{\sigma_{1i}\sigma_{2i}}{F_{1i}F_{2i}} + \frac{\sigma_{2i}^2}{F_{2i}^2} + \frac{\tau_{12i}^2}{F_{12i}^2} \leq 1, \quad (1)$$

где $\sigma_{1i}, \sigma_{2i}, \tau_{12i}$ – напряжения в местной системе координат; F_{1i}, F_{2i}, F_{12i} – пределы прочности по осям ортотропии слоев 1, 2 на растяжение (сжатие) и на сдвиг; i – номер слоя (рис. 1).

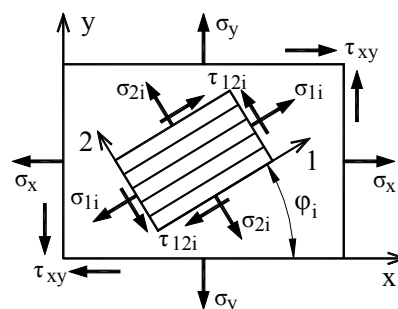


Рис. 1. Модель КМ

Согласно второму подходу критерий прочности применяется ко всему пакету слоев, который рассматривается как однородный анизотропный материал и записывается через средние напряжения в пакете.

$$\frac{\sigma_x^2}{F_x^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{F_x F_y} + \frac{\sigma_y^2}{F_y^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{F_{xy}^2} \leq 1. \quad (2)$$

Здесь $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – напряжения в глобальной системе координат, F_x, F_y, F_{xy} – пределы прочности пакета по соответствующим направлениям.

Пределы прочности F_x, F_y, F_{xy} находятся по следующему алгоритму [2]:

– из физического закона для пакета определяют средние деформации пакета

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} - \mu_{yx} \frac{\sigma_y}{E_y} + \eta_{xy,x} \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}, \\ \varepsilon_y &= -\mu_{xy} \frac{\sigma_x}{E_x} + \frac{\sigma_y}{E_y} + \eta_{xy,y} \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}, \\ \gamma_{xy} &= \eta_{x,xy} \frac{\sigma_x}{E_x} + \eta_{y,xy} \frac{\sigma_y}{E_y} + \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}; \end{aligned} \quad (3)$$

– из условия совместности деформаций находятся деформации всех слоев в местной системе координат (см. рис. 1)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1i} &= \varepsilon_x \cos^2 \varphi_i + \varepsilon_y \sin^2 \varphi_i + \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i, \\ \varepsilon_{2i} &= \varepsilon_x \sin^2 \varphi_i + \varepsilon_y \cos^2 \varphi_i - \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i, \\ \gamma_{12i} &= (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin 2\varphi_i + \gamma_{xy} \cos 2\varphi_i; \end{aligned} \quad (4)$$

– из физического закона для слоев определяются напряжения

$$\begin{aligned} \sigma_{1i} &= \bar{E}_{1i} (\varepsilon_{1i} + \mu_{21i} \varepsilon_{2i}), \\ \sigma_{2i} &= \bar{E}_{2i} (\varepsilon_{2i} + \mu_{12i} \varepsilon_{1i}), \\ \tau_{12i} &= G_{12i} \gamma_{12i}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{E}_{1i} &= \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, \\ \bar{E}_{2i} &= \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}. \end{aligned} \quad (6)$$

После подстановки формул (3) в (4), а полученного результата в выражения (5) зависимости для напряжений в местной системе координат можно представить в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{1i} &= Y_{1,1}^i \sigma_x + Y_{1,2}^i \sigma_y + Y_{1,3}^i \tau_{xy}, \\ \sigma_{2i} &= Y_{2,1}^i \sigma_x + Y_{2,2}^i \sigma_y + Y_{2,3}^i \tau_{xy}, \\ \tau_{12i} &= Y_{3,1}^i \sigma_x + Y_{3,2}^i \sigma_y + Y_{3,3}^i \tau_{xy}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для определения пределов прочности, например F_x , в последних формулах принимается $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$, и напряжения в местной системе координат подставляются в критерий прочности для отдельных слоев. При определении предела прочности на растяжение принимается:

$$F_{1i} = \begin{cases} F_{1ip} & \text{при } Y_{1,1}^{<i>} > 0, \\ F_{1ic} & \text{при } Y_{1,1}^{<i>} < 0; \end{cases} \quad (8)$$

$$F_{2i} = \begin{cases} F_{2ip} & \text{при } Y_{2,1}^{<i>} > 0, \\ F_{2ic} & \text{при } Y_{2,1}^{<i>} < 0, \end{cases}$$

а при определении предела прочности на сжатие

$$F_{1i} = \begin{cases} F_{1ip} & \text{при } Y_{1,1}^{<i>} < 0, \\ F_{1ic} & \text{при } Y_{1,1}^{<i>} > 0; \end{cases} \quad (9)$$

$$F_{2i} = \begin{cases} F_{2ip} & \text{при } Y_{2,1}^{<i>} < 0, \\ F_{2ic} & \text{при } Y_{2,1}^{<i>} > 0. \end{cases}$$

Из полученных систем уравнений выражаются напряжения σ_x , и предел прочности определяется как минимальное из полученных значений.

Аналогично определяются и другие пределы прочности.

2. Анализ способов удовлетворения условиям прочности слоистых композиционных материалов

Критерии прочности как для отдельных слоев, так и для пакета в целом представляют собой некоторые замкнутые области в координатах

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy},$$

внутри которых обеспечивается прочность материала.

Пусть $\tau_{xy} = const$. Тогда для заданного σ_x можно определить интервал напряжений σ_y , в котором будет обеспечиваться прочность КМ (рис. 2).

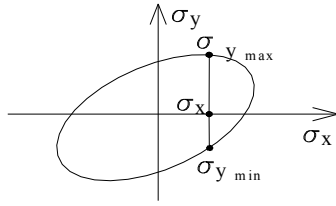


Рис. 2. К определению предельных напряжений

Напряжения $\sigma_{y \max}$ и $\sigma_{y \min}$ определяются из уравнения

$$\frac{\sigma_x^2}{F_x^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{F_x F_y} + \frac{\sigma_y^2}{F_y^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{F_{xy}^2} = 1 \quad (10)$$

с учетом следующих условий:

$$F_x = \begin{cases} F_{xp} & \text{при } \sigma_x > 0, \\ F_{xc} & \text{при } \sigma_x < 0; \end{cases} \quad (11)$$

$$F_y = \begin{cases} F_{yp} & \text{при } \sigma_y > 0, \\ F_{yc} & \text{при } \sigma_y < 0. \end{cases}$$

Выразив напряжения в слоях через напряжения в пакете и подставив в соответствующий критерий прочности, получим уравнения

$$A_{1,1}^i \sigma_x^2 + A_{2,2}^i \sigma_y^2 + A_{3,3}^i \tau_{xy}^2 + 2A_{1,2}^i \sigma_x \sigma_y + 2A_{1,3}^i \sigma_x \tau_{xy} + 2A_{2,3}^i \sigma_y \tau_{xy} \leq 1, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (12)$$

из которых, учитывая, что

$$F_{1i} = \begin{cases} F_{1ip} & \text{при } \sigma_{1i} > 0, \\ F_{1ic} & \text{при } \sigma_{1i} < 0; \end{cases} \quad (13)$$

$$F_{2i} = \begin{cases} F_{2ip} & \text{при } \sigma_{2i} > 0, \\ F_{2ic} & \text{при } \sigma_{2i} < 0, \end{cases}$$

находятся точки, лежащие на границе линии уровня «предельной» поверхности для послойного критерия прочности.

Аналогичным образом следует поступать при $\sigma_x = const$.

По разработанной методике проведены численные исследования для двух материалов, характеристики которых приведены ниже.

1. Углепластик однонаправленный:

$$E_1 = 100 \text{ ГПа};$$

$$E_2 = 10 \text{ ГПа};$$

$$G_{12} = 6 \text{ ГПа};$$

$$\mu_{12} = 0,35;$$

$$F_{1P} = 900 \text{ МПа};$$

$$F_{1C} = 700 \text{ МПа};$$

$$F_{2P} = 50 \text{ МПа};$$

$$F_{2C} = 120 \text{ МПа};$$

$$F_{12} = 75 \text{ МПа}.$$

2. Углепластик тканый:

$$E_1 = 60 \text{ ГПа};$$

$$E_2 = 60 \text{ ГПа};$$

$$G_{12} = 6 \text{ ГПа};$$

$$\mu_{12} = 0,28;$$

$$F_{1P} = 400 \text{ МПа};$$

$$F_{1C} = 400 \text{ МПа};$$

$$F_{2P} = 400 \text{ МПа};$$

$$F_{2C} = 400 \text{ МПа};$$

$$F_{12} = 50 \text{ МПа}.$$

Линии уровня предельных поверхностей в координатах σ_x, σ_y при $\tau_{xy} = 0$ для структуры $[0^\circ, 90^\circ]$ представлены на рис. 3. Для тканого материала линии уровня для слоев и для пакета совпадают.

На рис. 4 представлены линии уровня предельных поверхностей в координатах σ_x, σ_y при $\tau_{xy} = 0$ для структуры $[\pm\phi]$.

Линии уровня предельных поверхностей в координатах σ_x, σ_y при $\tau_{xy} \neq 0$ представлены на рис. 5 для структуры $[\pm\phi]$.

На рис. 6 и 7 представлены линии уровня предельных поверхностей в координатах τ_{xy}, σ_y при $\sigma_x = 0$ для структуры $[0^\circ, 90^\circ]$ и $[\pm 45^\circ]$ соответственно.

На рис. 8 представлены линии уровня предельных поверхностей в координатах σ_x, σ_y при $\tau_{xy} = 0$ для структуры $[0^\circ, 90^\circ, \pm 45^\circ]$.

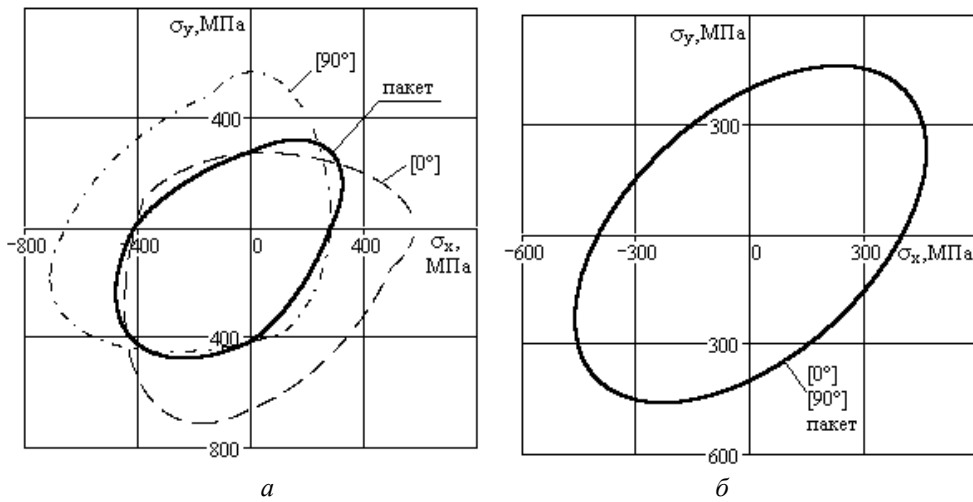


Рис. 3. Линии уровня предельных поверхностей для структуры $[0^\circ, 90^\circ]$:
 а – углепластик однонаправленный; б – углепластик тканый

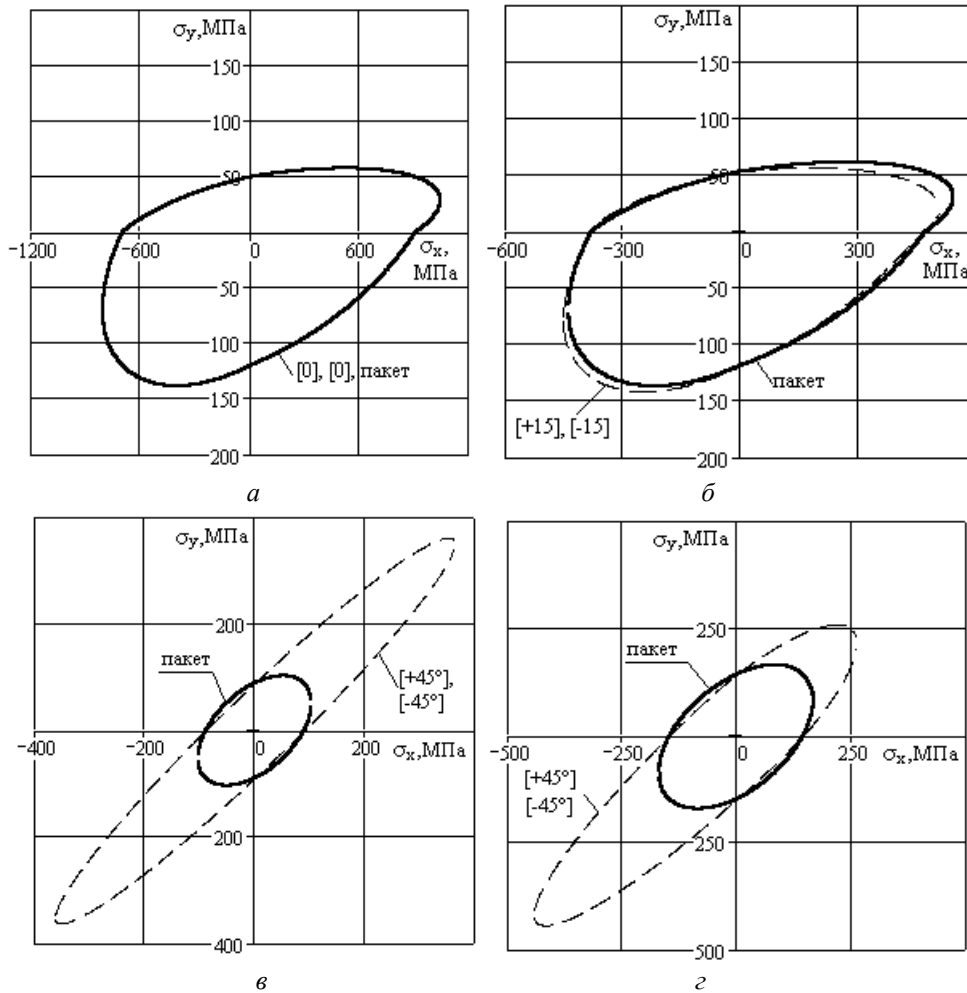


Рис. 4. Линии уровня предельных поверхностей для однонаправленного углепластика, структура $[\pm\varphi]$: а – $[0^\circ]$; б – $[\pm 15^\circ]$; в – $[\pm 30^\circ]$; з – $[\pm 45^\circ]$

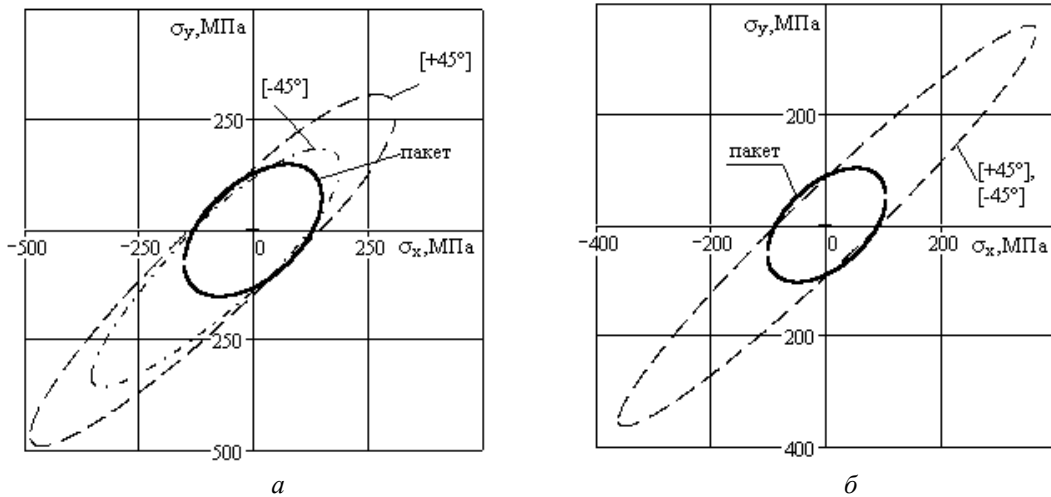


Рис. 5. Линии уровня предельных поверхностей для структуры $[\pm 45^\circ]$ при $\tau_{xy} = 100$ МПа :
 а – углепластик однонаправленный; б – углепластик тканый

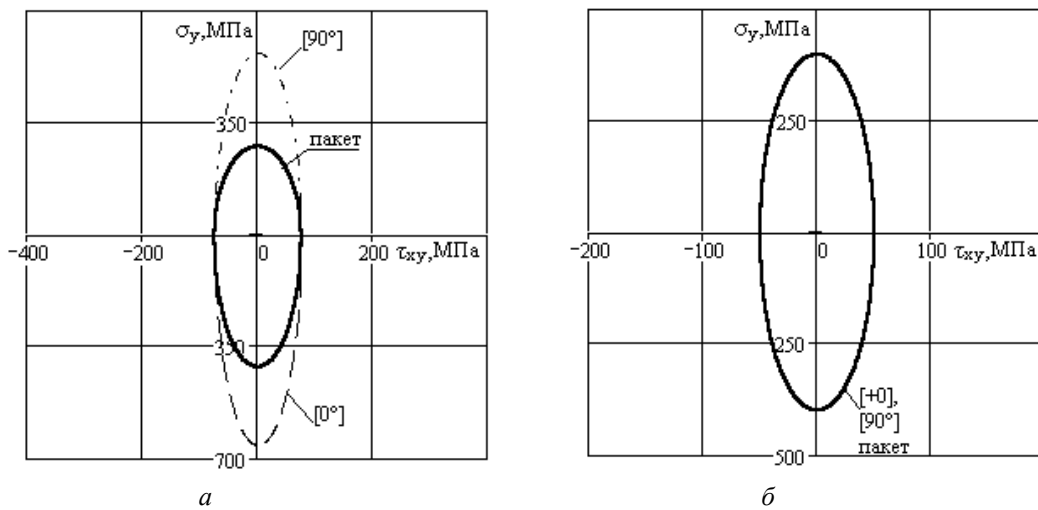


Рис. 6. Линии уровня предельных поверхностей для структуры $[0^\circ, 90^\circ]$ при $\sigma_x = 0$:
 а – углепластик однонаправленный; б – углепластик тканый

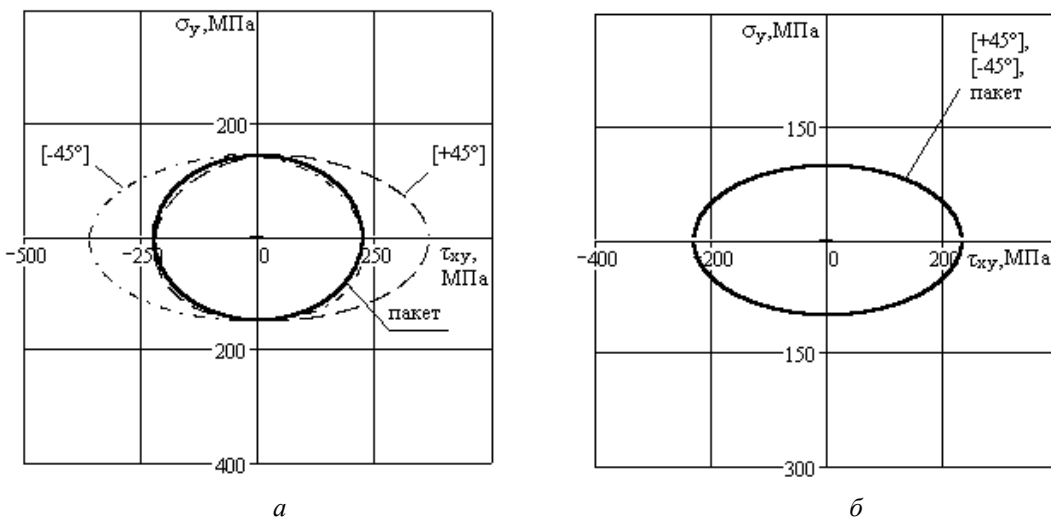


Рис. 7. Линии уровня предельных поверхностей для структуры $[\pm 45^\circ]$ при $\sigma_x = 0$:
 а – углепластик однонаправленный; б – углепластик тканый

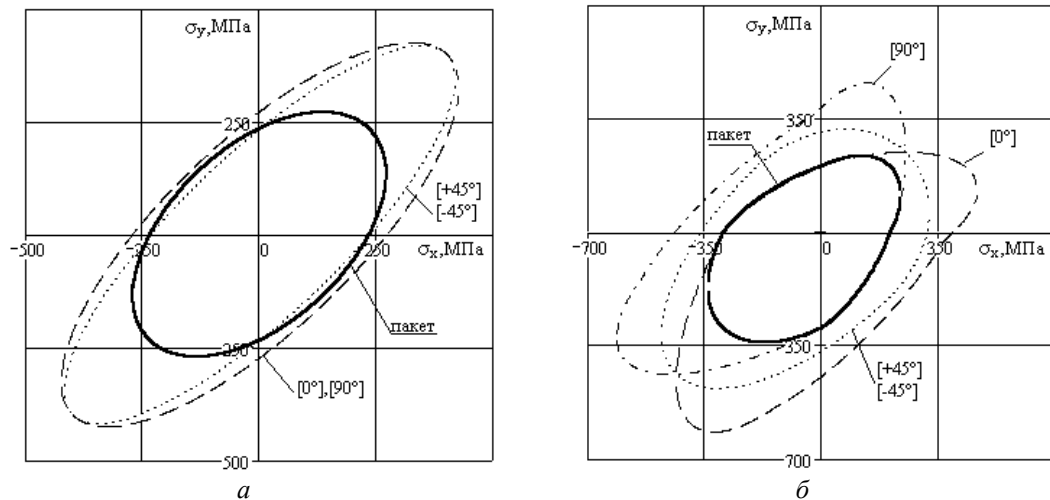


Рис. 8. Линии уровня предельных поверхностей для структуры $[0^\circ, 90^\circ, \pm 45^\circ]$ при $\tau_{xy} = 0$:
 a – углепластик однонаправленный; b – углепластик тканый

Заключение

Анализ численных экспериментов позволяет сделать следующие выводы:

- так как при послойной оценке прочности предельная поверхность определяется внутренней огибающей предельных поверхностей всех слоев пакета, то очевидно, что это будет не гладкая поверхность, тем более, что во всех октантах эллипсоиды (1) имеют различные величины полуосей, а для пакета в целом поверхность является гладкой, по крайней мере в пределах одного октанта;

- наличие зон, в которых не соблюдается или критерий прочности пакета для отдельных слоев, или критерий прочности слоя для пакета в целом, что предварительно можно объяснить неучетом взаимного влияния компонентов напряжений при теоретическом определении пределов прочности пакета;

- применение различных подходов к оценке несущей способности конструкций из слоистых КМ на стадиях проектирования и поверочного расчета на прочность нуждается в дополнительном обосновании, потому что даже проверка прочности слоев по экспериментальным значениям пределов прочности пакета обязательно покажет несоблюдение условий прочности какого-либо слоя.

Таким образом, обнаруженное явление ставит разработчиков конструкций из КМ перед дилеммой: каким способом формировать заключение о прочности, тем более, что к аналогичным результатам приводит использование других распространенных критериев прочности (максимальных напряжений, максимальных деформаций и др.).

Литература

1. Гольденблат И.И., Копнов В.А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. – М.: Машиностроение, 1971. – 312 с.
2. Карпов Я.С. Механика композиционных материалов: Учеб. пособие. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2001. – 122 с.
3. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
4. Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. Оптимальное армирование оболочек вращения их композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.

Поступила в редакцию 12.03.04

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков