

УДК 539.3:534.1:629.7.02

В.С. Кривцов, С.А. Халилов, В.Б. Минтюк

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИЛОВОГО КЕССОНА КРЫЛА МЕТОДОМ ИДЕНТИФИКАЦИИ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ

Дано решение развиваемым авторами методом весьма важной для самолетостроения достаточно сложной задачи устойчивости тонкостенной пространственной системы, моделирующей силовой кессон крыла. Идея метода четко прослежена благодаря последовательному выполнению трех его основных этапов. Показано, что нарушение или закругление действительных краевых условий элементов системы может привести к значительным ошибкам в определении критического параметра нагрузки. Эффективность метода обоснована путем сравнения с данными, полученными по методу конечных элементов.

силовой кессон крыла, краевые условия, метод конечных элементов

Введение

В механике деформируемого твердого тела проблема устойчивости и колебаний наиболее остро стоит при изучении поведения под нагрузкой разветвленных тонкостенных пространственных систем, к которым относятся, прежде всего, конструкции аэрокосмических техники, особенно большегрузных самолетов, в создании которых Украине принадлежит ведущее положение в мире.

К настоящему времени в рамках двух исторически сложившихся направлений исследования в этой области [1, 2], отличающихся как строгостью и теоретической обоснованностью, так и своими приверженцами, данная проблема далека от своего разрешения.

Даже ретроспективный взгляд на историю науки позволяет обнаружить сочетание непрерывного и скачкообразного ее развития. Причем, непрерывность относится к установлению основ научного направления, а скачкообразность – к его методам. По крайней мере, так обстояло и обстоит с наукой о деформировании. Примером тому могут служить метод конечно-

го элемента (МКЭ) и метод граничных интегральных уравнений (МГИУ) в различных его модификациях. На становление этих методов потребовалось более полувека, хотя история науки о деформировании берет свое начало от О. Коши и С. Пуассона.

В задачах механики деформируемого твердого тела наибольшее признание получил МКЭ, благодаря его алгоритмической простоте, что важно для инженеров, и глубокой теоретической проработке усилиями выдающихся математиков современности. Однако МКЭ присущ каскад общеизвестных недостатков, наиболее остро ощущаемых в задачах устойчивости и колебаний. Приложение же МГИУ в отмеченных задачах наталкивается на принципиальные трудности.

Метод идентификации краевых условий (МИКУ), которому посвящена настоящая работа, в отличие от других методов, используемых для расчетов составных конструкций, позволяет исследование совокупности краевых задач для отдельных элементов с внутренними краевыми условиями (условиями перехода, "склейки") заменить исследованием одной краевой задачи для выделенного по произволу элемента (блока) с полным учетом условий упруго взаимодействия со всей системой. Иными словами, выделенный по произволу элемент погружается в некую упругую среду, свойства которой необходимо выяснить (идентифицировать).

Метод впервые был применен в 1991 году при решении практически важной проблемы, возникшей в АНТК "Антонов" при проектировании новой авиационной техники.

Основные положения метода были обозначены в работах [3, 4], идея метода с достаточной полнотой прослежена в работе [1]. Сегодня с уверенностью можно сказать, что метод прошел стадию обоснования, впереди – этап формализации, становления и развития метода как "вглубь", так и "вширь".

1. Основные положения метода и этапы его реализации

Укрупнено основные положения метода таковы:

1. Согласно общей теории системного анализа, изучение свойств и эволюции сколь угодно сложной системы принципиально возможно проводить поблочно (поэлементно).

2. На смежных границах блоков (элементов) системы имеют место условия сопряжения (перехода, "склейки"): кинематические и статические, ответственные за условия непрерывности и равновесия соответственно. Между граничными функциями обобщенных перемещений и обобщенных сил существует взаимнооднозначное соответствие.

3. Коль скоро указанное соответствие установлено, задача исследования всей системы редуцируется к задаче исследования выбранного ее блока.

4. Поскольку неважно, какие граничные факторы принять за независимые (перемещения или силы), то становится возможным для выбранного блока ставить задачу как в перемещениях, так и в напряжениях, что, в свою очередь, дает принципиальную возможность получения двусторонних оценок критических параметров.

Применительно к задачам упругой устойчивости метод реализуется в три этапа:

1. Определение исходного состояния, испытываемого в дальнейшем на устойчивость.

2. Постановка и решение промежуточных краевых задач с целью идентификации краевых условий для выбранного блока системы.

3. Постановка и решение собственно задачи устойчивости уже выделенного блока. Определенный здесь параметр устойчивости является параметром устойчивости всей системы.

2. Исследование устойчивости силового кессона крыла

Ниже приводится решение не тривиальной задачи устойчивости отсека кессона крыла крупнофюзеляжного самолета (рис. 1).

Пусть исследуемым блоком, который необходимо рассмотреть наиболее скрупулезно, будет нервюра. Она описывается следующими моделями теории упругости: пластина Кирхгофа (напряженно-деформированное состояние (НДС) и устойчивость стенки), балка малой кривизны (НДС и устойчивость поясов нервюры), стержень и балка (НДС стоек и устойчивость соответственно). К "отбрасываемой" части системы относятся панели, компенсаторы и (или) кницы, описываемые, хотя и упрощенными, но достаточно адекватными реальным элементам конструкции, моделями

пластины и балки переменного сечения. Граничные условия всей рассчитываемой конструкции формулируются из следующих, наиболее приближенных к действительности, предположений: выделенный отсек является одним периодом бесконечной системы, а стенки лонжеронов обладают абсолютной жесткостью в своей плоскости и абсолютной податливостью из нее.

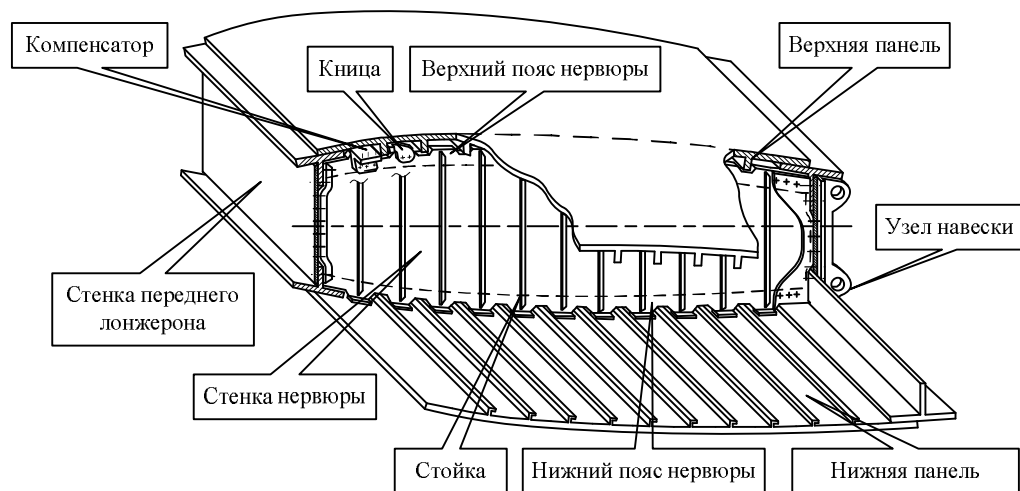


Рис. 1. Отсек кессона крыла крупнофюзеляжного самолета

Первый этап метода

Как уже было отмечено, первый этап реализации МИКУ – определение исходного НДС, – имеющий самостоятельное значение (определение прочности конструкции), характерен для всех бифуркационных задач. Определение НДС панелей тривиально – панели находятся в состоянии однородного растяжения-сжатия.

Более точное сугубо неоднородное внутреннее исходное НДС при заданном внешнем¹ (вид нагрузок может быть самым произвольным) выделяемого блока определено в работе [5].

В виду того, что неоднородность исходного поля напряжений значительно влияет на параметр устойчивости, определению этого поля уделено значительное место. Энергетическим методом определено исходное на-

¹ Внутреннее, внешнее НДС – установившаяся терминология МИКУ.

пряженное состояние для трех типов условий на прямолинейной части границы при дискретном расположении подкрепляющих элементов в области. В случае применимости конструктивно-ортотропной модели, исходное состояние определено методом разделения переменных в области в сочетании с методом ортогонализации по криволинейной границе.

На рис. 2 показаны поля нормированных к внешней нагрузке погонных усилий, неоднородность которых здесь обусловлена только видом граничных условий по линии стыковки стенки нервюры и стенки лонжеронов в соответствии с оговоренной выше моделью (сжимающая нагрузка равномерная, пояса прямолинейные, работа стоек учтена конструктивно-ортотропной моделью).

Принятые на рисунке обозначения таковы: N_x , N_y – нормальные усилия на площадках стенки нервюры, перпендикулярных оси Ox и Oy соответственно, N_{xy} – касательные усилия на тех же площадках. Остальные обозначения приведены в подрисуночной надписи.

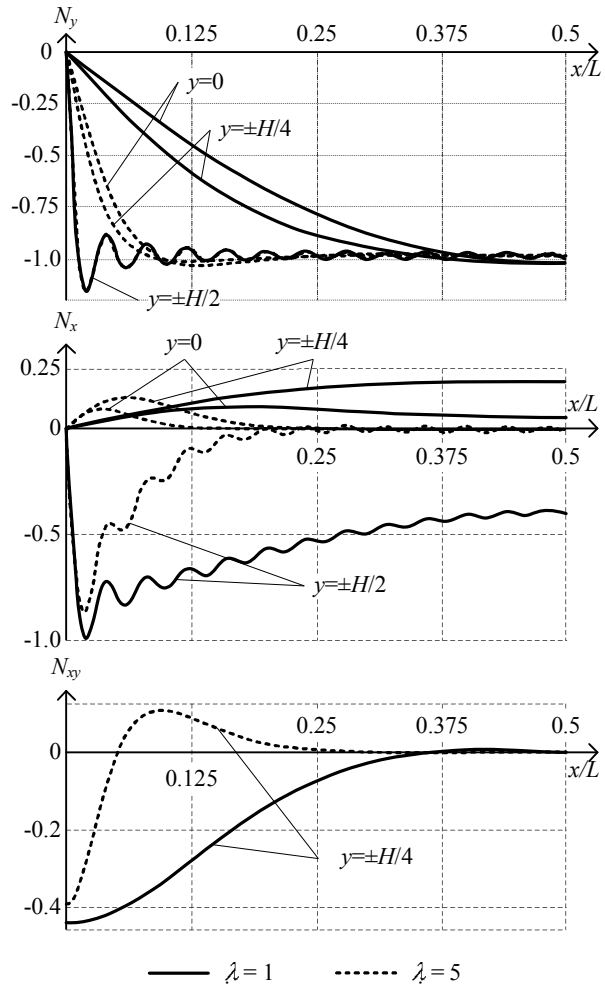


Рис. 2. Неоднородные поля погонных усилий (N_x , N_y , N_{xy}) в равномерно сжатой стенке нервюры (H – высота, L – длина, $\lambda = L/H$ – удлинение) с прямолинейными поясами

Как видно из рисунка исходное поле является сугубо неоднородным, и все погонные усилия соизмеримы. При классических граничных условиях N_x и N_{xy} отсутствуют, а $N_y = 1$. Такое распределение N_y здесь достигается только на границе $y = \pm H/2$ (при $x = 0$ и $x = L$ имеет место известное из теории тригонометрических рядов явление Гиббса). Пренебрежение неоднородностью исходного состояния может привести и приводит к большим погрешностям: при $\lambda = 1$, например, эта погрешность составляет более 20% в сторону занижения. Погрешность значительно увеличивается, если учесть неоднородность, вызванную произволом нагрузок, дискретным расположением стоек, наличием подкрепленной криволинейной границы.

Второй этап метода

Центральный этап МИКУ – определение жесткости (податливости) границы выделенного из системы блока, рассмотрен в работах [1, 6, 7], где в зависимости от условий взаимодействия нервюры и панелей построены коэффициенты жесткости с учетом преднапряженного состояния конструкции, в составе которой работает нервюра. Это взаимодействие может происходить как посредством упругих элементов (компенсаторов, книц), так и непосредственно (нервюра жестко соединена с панелями).

В первом случае решение задачи сводится к определению коэффициентов жесткости C_θ , C_w , $C_{\theta w}$, C_{kp} в соотношениях:

$$Q_k = C_\theta w_k - C_{\theta w} \varphi_k; \quad M_k = C_w \varphi_k - C_{\theta w} w_k; \quad M_{k,kp} = C_{kp} \theta_{kp}, \quad (1)$$

где Q_k , M_k , $M_{k,kp}$ – поперечная сила, изгибающий и крутящий моменты, действующие в точке соединения k -того компенсатора с нервюрой; w_k , φ_k , θ_{kp} – прогиб, угол поворота и угол закручивания стенки нервюры в этой же точке. Коэффициенты жесткости C_w , $C_{\theta w}$ и C_θ имеют следующую структуру:

$$C_w = \delta_{11} / \Delta; \quad C_{\theta w} = \delta_{12} / \Delta; \quad C_\theta = \delta_{22} / \Delta,$$

где $\Delta = \overline{\varphi_0} (\overline{w_Q} + a^2 \overline{\varphi_M} - 2a \overline{\varphi_Q}) + (\overline{w_Q} \overline{\varphi_M} + \overline{\varphi_Q}^2)$; $\delta_{11} = \overline{w_Q} + a^2 \overline{\varphi_0}$; $\delta_{22} = \overline{\varphi_M} + \overline{\varphi_0}$; $\delta_{12} = \overline{w_M} + a \overline{\varphi_0} = \overline{\varphi_Q} + a \overline{\varphi_0}$; $\overline{w_Q}$, $\overline{\varphi_Q}$ и $\overline{w_M}$, $\overline{\varphi_M}$ – прогиб и угол поворота концевое сечения компенсатора при действии

$Q_1 = 1$ и $M_1 = 1$ соответственно; $\overline{\varphi_0}$ – угол поворота панели в точке крепления компенсатора при действии единичного момента; a – длина компенсатора. Он рассматривается как одномерный упругий элемент наделенный переменными жесткостями на изгиб из плоскости нервюры, сдвиг и кручение. Параметры $\overline{\varphi_M}$, $\overline{\varphi_Q} = \overline{w_M}$, $\overline{w_Q}$, $C_{кр}$ определяются методом сил и представляются [2] квадратурными формулами.

Угол поворота панели в точке крепления компенсатора ($\overline{\varphi_0}$) при действии единичного момента определен в работе [1]. Коэффициенты жесткости панелей, которые связывают действующий момент и угол поворота $M_i = C_i \theta|_{x=\pm \frac{H}{2}}$ ($i = 1$ для верхней панели, $i = 2$ – для нижней), задаются соотношениями (в обозначениях работы [1]):

$$\begin{aligned} C_1 l &= -4D_1 \operatorname{actg} \alpha; \quad C_2 l = 4D_2 \beta \operatorname{ctg} \beta; \quad l = 2l_1; \quad \alpha^2 = Pl_1^2 / D_1; \\ \beta^2 &= kPl_1^2 / D_2 = k\alpha^2 / \mu; \quad D_i = (EI)_i; \quad i = 1 \dots 5; \quad \mu = D_2 / D_1. \end{aligned} \quad (2)$$

В работе [6] это решение получено для задачи, не допускающей точного анализа (E_i и I_i переменны по длине).

Непосредственное взаимодействие нервюры и панелей происходит по линии. Связь между функциями моментов и углов поворотов определена в работе [7] и в обозначениях этой работы имеет вид:

$$M_{xi}(y) = \sum_{n=1}^{\infty} M_{in} \sin n\pi y = (-1)^i \sum_{n=1}^{\infty} C_{in}^{\theta} \theta_{in} \sin n\pi y, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} C_{1n}^{\theta} &= \begin{cases} \frac{4D_1(\delta_n^2 - \gamma_n^2)}{a(\gamma_n \operatorname{tg} \gamma_n - \delta_n \operatorname{tg} \delta_n)}, & \text{если } \alpha > n^2; \\ \frac{4D_1 \lambda \pi n (\cos(n\pi \lambda) + 1)}{a(\sin(n\pi \lambda) + n\pi \lambda)}, & \text{если } \alpha = n^2; \\ \frac{8D_1 \varphi_n \psi (\cos 2\psi + \operatorname{ch} 2\varphi_n)}{a(\varphi_n \sin 2\psi + \psi \operatorname{sh} 2\varphi_n)}, & \text{если } \alpha < n^2; \end{cases} \\ C_{2n}^{\theta} &= \frac{4D_2(\xi_n^2 - \zeta_n^2)}{a(\zeta_n \operatorname{th} \zeta_n - \xi_n \operatorname{th} \xi_n)}; \end{aligned} \quad (4)$$

Отметим, что в предельном случае, когда ширина панелей бесконечно велика, то первая формула в выражении C_{1n} и формула для C_{2n} (4) переходят в соответствующие формулы одномерной модели (2).

Принципиально важно, что подлежащий определению в дальнейшем параметр устойчивости входит в выражения коэффициентов жесткости: именно посредством связей типа (1) учитывается совместная работа элементов системы.

Теперь остается рассмотреть лишь устойчивость выбранного блока (здесь – нервюры), а это стандартная задача собственно устойчивости. Полученный при этом параметр устойчивости будет общим для всей системы.

2.3. Третий этап метода

Собственно задача устойчивости всего отсека, сведенная к задаче устойчивости только одной нервюры, решена энергетическим методом Ритца в работе [8].

В качестве примера можно привести расчеты устойчивости нервюры, близкой по своим геометрическим и жесткостным параметрам к нервюре самолета типа АН. Конфигурация и схема нагружения приведены на рис. 3. Верхняя панель сжата, нижняя растянута равномерными усилиями.

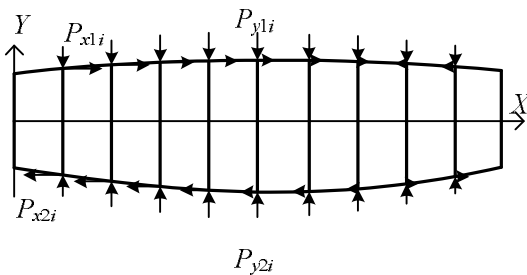


Рис. 3. Конфигурация и схема нагружения нервюры

Ниже под параметром устойчивости понимается коэффициент, пропорционально которому изменяется внешняя нагрузка, что общепринято. Для данного конкретного случая нагружения нервюры приведем значения этого параметра для четырех моделей системы "панели + компенсаторы":

1. Система "панели + компенсаторы" обладают бесконечно большой мембранной жесткостью и исчезающе малой изгибной. Параметр устойчивости $\kappa = 2,00$.

Нижний пояс нервюры крепится непосредственно к нижней панели, а верхний – крепится посредством девяти компенсаторов.

Ниже под параметром устойчивости понимается коэффициент, пропорционально которому изменяется внешняя нагрузка, что общепринято. Для данного конкретного случая нагружения нервюры приведем значения этого параметра для четырех моделей системы "панели + компенсаторы":

2. Панели и компенсаторы наделены бесконечными изгибными и мембранными жесткостями. Параметр устойчивости $\kappa = 5,93$.

3. Панели не нагружены, но имеют вместе с компенсаторами конечные жесткости, соответствующие данным АНТК "Антонов". Здесь $\kappa = 3,34$.

4. И, наконец, если учитывать все факторы (в отличие от случая 3 панели нагружены), то $\kappa = 1,74$.

Таким образом, параметр устойчивости нервюры, работающей в составе преднапряженной конструкции, оказывается ниже, чем параметр устойчивости свободно опертой нервюры. В данной конструкции потерю устойчивости "провоцирует" сжатая верхняя панель, которая и задает основную форму потери устойчивости нервюры (рис. 4).

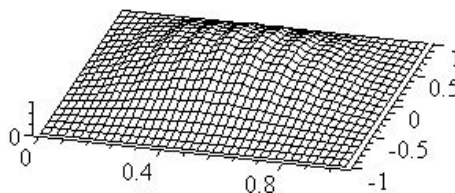


Рис. 4. Форма потери устойчивости нервюры

Заметим, что при нахождении параметра устойчивости приближенно решаются задачи об определении исходного НДС и устойчивости нервюры, все остальные решения получены в замкнутом виде, причем, даже указанные приближенные решения получены или полуаналитическими методами, или классическими вариационными методами с использованием базисов, обеспечивающих быструю сходимость. Возможность комбинировать различные виды решений для отдельных элементов с целью "балансировки" между точностью, сходимостью и адекватностью является одним из достоинств МИКУ. Так, при решении указанных задач независимо от условий опирания для получения критических параметров устойчивости понадобилось введения в задаче устойчивости 99 неизвестных (11 функций – по длине нервюры и 9 функций по высоте). Параметр устойчивости, рассчитанный по МКЭ без учета компенсаторов и панелей (свободное опирание поясов нервюры) с введением 2880 неизвестных, составил 2,18 (в сравнении с 2,00). Этот результат убедительно свидетельствует о несравнимо высокой точности данного метода, чем МКЭ.

Заключение

1. Поставлена и решена методом идентификации краевых условий задача об устойчивости силового кессона крыла. Задача об устойчивости тонкостенной пространственной системы редуцирована к задаче устойчивости выделенного ее блока – нервюры, моделируемой подкрепленной в области и на криволинейной границе пластиной Кирхгофа.

2. Дано решение задачи о внутреннем НДС выделенного блока при произвольном внешнем НДС (нагрузка), описываемом обобщенными функциями.

3. Идентификация краевых условий для рассмотренного варианта взаимодействия силовых панелей и лонжеронов выполнена точно: для коэффициентов жесткости, учитывающих действительный характер взаимодействия панелей и нервюры, получены замкнутые выражения.

4. Показано, что замена по произволу действительных условий взаимодействия блоков сложной системы приводит к значительной погрешности в определении критических усилий.

5. Эффективность МИКУ (точность, сходимость приближенных решений и оперативность) обоснована путем сравнения необходимого числа вводимых неизвестных и точности искомых параметров с данными МКЭ.

6. Метод позволяет установить блок (элемент) системы, наиболее ответственный за ее потерю устойчивости. В рассматриваемом случае таким блоком оказалась сжатая панель кессона, хотя при иных сочетаниях геометрических и жесткостных параметров элементов системы, а также действующих нагрузок блоком-"провокатором" потери устойчивости может оказаться нервюра.

7. Полученные результаты позволяют обобщения на другие силовые агрегаты планера самолета.

8. Основными задачами дальнейшего исследования являются:

- теоретическое обоснование положений метода;
- развитие метода "вглубь" и "вширь";
- постановка и решение промежуточных краевых задач теории ребристых пластин, оболочек и состоящих из них пространственных систем с учетом преднапряженного состояния;

- получение двусторонних оценок критических параметров;
- разработка математического обеспечения.

Литература

1. Халилов С.А. Метод идентификации краевых условий в задачах упругой устойчивости. Идея метода // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – Х.: Нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ". – 2003. – Вип. 1 (36). – С. 15 –21.
2. Теоретические основы математического моделирования устойчивости несущих конструкций авиа космической техники: Отчет о НИР, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «ХАИ» – № ГР 0100U003434. – Х., 2003. – 140 с.
3. Халилов С.А. Проблема исследования устойчивости несущей конструкции большегрузных самолетов // *Авиационно-космическая техника и технология*. Труды ХАИ 1993 года. – Х.: ХАИ. – 1994. – С. 358 – 369.
4. Халилов С.А. Развитие альтернативного подхода к решению проблемы устойчивости силовых элементов конструкции самолета. // *Авиационно-космическая техника и технология*. Труды ХАИ 1994 года. – Х.: ХАИ. – 1995. – С. 223 – 227.
5. Минтюк В.Б. Устойчивость типовой нервюры с криволинейными поясами. Определение исходного состояния. // *Авиационно-космическая техника и технология*. – Х.: Труды Харьковского авиационного института им. Н.Е.Жуковского за 1997 г. – 1998. – С.339 – 345.
6. Халилов С.А., Минтюк В.Б. Исследование устойчивости отсека крыла методом идентификации краевых условий на основе упрощенной модели // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – Х.: Нац. аерокосмічний ун-т "ХАІ". – 2003. – Вип. 2 (37). – С. 6 – 10.
7. Халилов С.А., Минтюк В.Б. Исследование устойчивости отсека крыла методом идентификации краевых условий на основе двумерной упрощенной модели // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – Х.: Нац. аерокосмічний ун-т «ХАІ». – 2004. – Вип. 1 (40). – С. 12 – 16.
8. Минтюк В.Б. Исследование устойчивости нервюры с криволинейными поясами при произвольных нагрузках с учетом влияние панелей посредством компенсаторов. // *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов*. Темат. сб. науч. тр. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ». – 2000. – Вып. 19 (2). – С. 82 – 88.

Поступила в редакцию 28.03.2005