УДК 621.45.01+533.9.07

Г.К. БАХМЕТ, А.В. ЛОЯН

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского “ХАИ”, Украина

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ КОЛЕБАНИЙ НА РАБОТУ ТЯГОМЕРА СПД МАЛЫХ ТЯГ

Рассмотрена модель поведения тягомера маятникового типа под действием приложенной малой тяги СПД и наличием внешних колебаний. Приведен анализ влияния внешних колебаний на характеристики тягомера. Отмечено, что рост частоты и амплитуды внешних колебаний приводит к росту основной амплитуды колебания тягомера.

тяга СПД, сила трения, момент трения, внешние колебания, круговая частота, амплитуда колебаний, амплитуда гармоник, угол отклонения рычага, уравнение движения, затухающие колебания

Введение

Измерение малых величин тяги СПД в значительной мере зависит от возможных при этом погрешностей. Внешние условия, связанные с работой системы обеспечивающей вакуум, характеризуются наличием определенного спектра механических колебаний, передаваемых на конструкцию тягомера. Определение связи внешних колебаний с характеристиками тягомера, позволяет оценить влияния их на точность измерения величины тяги СПД.

Постановка задачи. К тягомеру маятникового типа с учетом сил трения в опоре приложена постоянная тяга F и внешние колебания вида $a_o \cdot sin(\omega t)$. Необходимо определить угол отклонения рычага тягомера под действием этих факторов.

Основные допущения приведены ниже.

1. Считаем, что общая масса тягомера приложена в одной точке.

2. Рычаг тягомера представляет собой жесткую нить.

3. Сила тяги двигателя направлена все время перпендикулярно рычагу.

4. Рассматривается статическая система, когда двигатель находится в равновесии под действием силы тяги, реакции рычага, своего веса и момента трения опоры А.

5. Сила трения рассматривается как сила трения зависящая от реакции опоры. В этом случае

$$M_A = \delta \cdot Y_A$$

или $\delta \cdot Y_A = F_{Tp} \cdot L$, следовательно, $F_{Tp} = \frac{\delta \cdot G}{L}$. При этом расчеты показали, что изменение сил трения должно быть связано с изменением угла отклонения рычага во время движения груза. Поэтому для силы трения можно предложить зависимость вида

$$F_{Tp} = \frac{\delta \cdot G}{L} \cdot \dot{\varphi},$$

где $\dot{\varphi}$ – скорость изменения угла подвесы.

Модель тягомера

Для записи модели тягомера были приняты следующие обозначения: L – длина рычага; M – масса системы; G – вес системы; δ – коэффициент трения качения; F – тяга двигателя; a_o – амплитуда; ω – круговая частота; S – путь, пройденный двигателем; F_{Tp} – сила трения; φ – угол отклонения маятника.

За массу системы принимали суммарную массу двигателя, магнита рычага (трубка). Уравнение движения в этом случае запишется в виде

$$M \cdot \frac{d^2 S}{dt^2} = -F_{Tp} + F - G \cdot \sin\varphi$$

Учитывая небольшие углы отклонения системы уравнение движения можно представить в виде

$$M \cdot L \cdot \ddot{\varphi} - M \cdot \varpi^2 \cdot a_o \cdot \sin(\varpi t) = -\frac{\delta \cdot G}{L} \cdot \dot{\varphi} + F - G \cdot \varphi .$$

Принимая: $\frac{\delta \cdot g}{L^2} = k^2$, $\frac{1}{M \cdot L} = \lambda$, $\frac{g}{L} = \mu$, получим:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \cdot \dot{\varphi} + \mu \cdot \varphi = F \cdot \lambda + \varpi^2 \cdot M \cdot \lambda \cdot a_o \cdot \sin(\varpi t).$$

Решение соответствующего однородного дифференциального уравнения для заданного уравнения можно записать в виде

$$\varphi_o = e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}} \left(C_1 \cdot \cos\sqrt{\mu} t + C_2 \cdot \sin\sqrt{\mu} t \right).$$

Частные решения неоднородного уравнения будут иметь вид правой части $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$, где:

$$f_1(t) = F \cdot \lambda; \; f_2(t) = \varpi^2 \cdot M \cdot \lambda \cdot a_o \cdot \sin(\varpi t).$$

Если $\varphi_1(t) = \frac{F \cdot \lambda}{\mu}$, $\varphi_2(t) = A \cdot \cos(\varpi t) + B \cdot \sin(\varpi t)$ (методом неопределенных коэффициентов было определено, что $A \approx \frac{a_o \cdot \delta \cdot g}{L^3 \cdot \varpi}$, $B \approx -\frac{a_o}{L}$), то решение

$$\varphi = e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}} \left(C_1 \cdot \cos\sqrt{\mu} t + C_2 \cdot \sin\sqrt{\mu} t \right) +$$

$$+ \frac{F \cdot \lambda}{\mu} + \frac{a_o \cdot \delta \cdot g}{L^3 \cdot \varpi} \cdot \cos(\varpi \cdot t) - \frac{a_o}{L} \sin(\varpi \cdot t).$$

В качестве начальных условий было принято:

$$\varphi(0) = 0; \qquad \dot{\varphi}(0) = 0,$$

что позволило определить постоянные как:

$$C_1 = -\frac{F \cdot \lambda}{\mu}; \; C_2 \cdot = \frac{a_o}{L \cdot \sqrt{\mu}} \cdot \varpi$$

Следовательно, решение приведенного уравнения имело вид

$$\varphi = e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}} \left(-\frac{F \cdot \lambda}{\mu} \cdot \cos\sqrt{\mu} t + \frac{a_o}{L \cdot \sqrt{\mu}} \cdot \varpi \cdot \sin\sqrt{\mu} t \right) +$$

$$+ \frac{F \cdot \lambda}{\mu} + \frac{a_o \cdot \delta \cdot g}{L^3 \cdot \varpi} \cdot \cos(\varpi \cdot t) - \frac{a_o}{L} \sin(\varpi \cdot t).$$

Анализ полученной зависимости

Для δ = 0,001; M = 0,5; L = 2; F = 0,002; a_0 = 0,001; ω = 200 оценочные значения равны:

$$e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}} \cdot \frac{F \cdot \lambda}{\mu} = 4{,}08 \cdot 10^{-4}; \; e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}} \cdot \frac{a_o \cdot \varpi}{L \cdot \sqrt{\mu}} = 4{,}50 \cdot 10^{-2};$$

$$\frac{a_o \cdot \delta \cdot g}{L^3 \cdot \varpi} \cdot \cos(\varpi \cdot t) = 6{,}12 \cdot 10^{-9}; \; \frac{a_o}{L} = 5{,}00 \cdot 10^{-4}.$$

Следовательно, решение можно представить как

$$\varphi = -e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}} \cdot \frac{F \cdot \lambda}{\mu} \cdot \cos\sqrt{\mu} t + e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}} \cdot \frac{a_o \cdot \varpi}{L \cdot \sqrt{\mu}} \cdot \sin\sqrt{\mu} t +$$

$$+ \frac{F \cdot \lambda}{\mu} - \frac{a_o}{L} \sin(\varpi \cdot t).$$

Оценка слагаемых угла раскачивания маятника позволяет представить этот угол через несколько основных слагаемых, где слагаемое вида:

$- e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}} \cdot \frac{a_o \cdot \varpi}{L \cdot \sqrt{\mu}} \cdot \sin\sqrt{\mu} t$ обеспечивает: основную частоту колебаний маятника (параметр $\sqrt{\mu}$); основную амплитуду колебаний (параметр $\frac{a_o \cdot \varpi}{L \cdot \sqrt{\mu}}$); затухание колебаний (параметр $e^{-\frac{k^2 \cdot t}{2}}$) маятника;

$-\frac{a_o}{L} \sin(\varpi \cdot t)$ обеспечивает: частоту накладываемых гармоник на основные колебания (параметр ϖ); амплитуду этих гармоник (параметр $-\frac{a_o}{L}$).

Соотношение амплитуды основных колебаний $\frac{a_o \cdot \varpi}{L \cdot \sqrt{\mu}}$ и внешних колебаний $\frac{a_o}{L}$, равно $\varpi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$.

Приведенные выводы подтверждаются графиками полученной зависимости. Так, например, на рис. 1 показано как частота внешних колебаний ω и амплитуда a_0 увеличивают амплитуду колебаний рычага тягомера. Увеличение параметра $\frac{\delta \cdot g}{L^2} = k^2$ приводит к росту скорости затухания колебаний (рис. 2). Если рассматривать зависимость амплитуды колебаний от тяги двигателя (рис. 3), то увеличение тяги двигателя приводит к смещению колебаний маятника вверх и вправо и увеличивает амплитуду колебания маятника. Увеличение длины маятника (рис. 4) приводит к увеличению длины дуги очерчиваемой маятником ($L \cdot \varphi$).

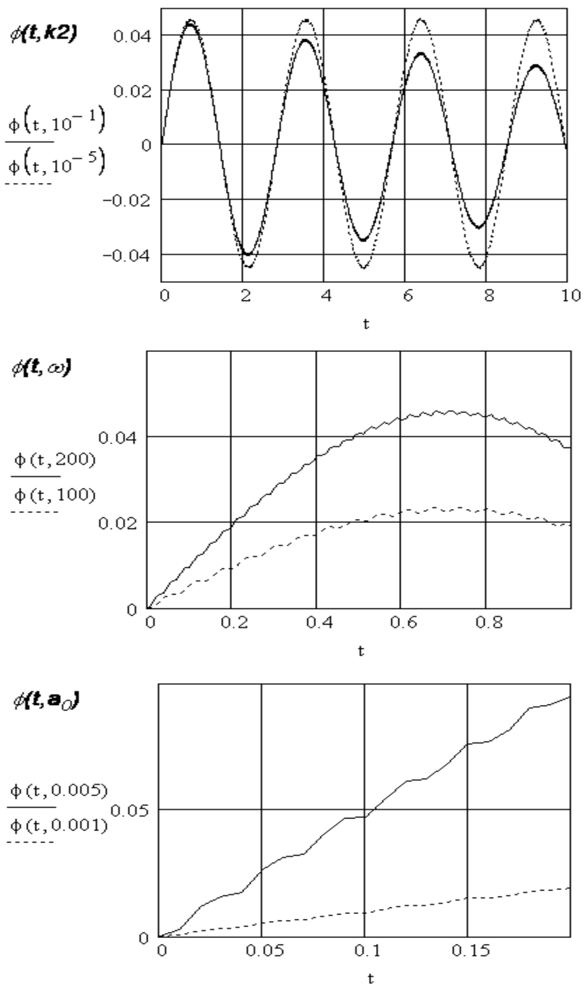

Рис.1. Анализ амплитуды колебаний рычага тягомера

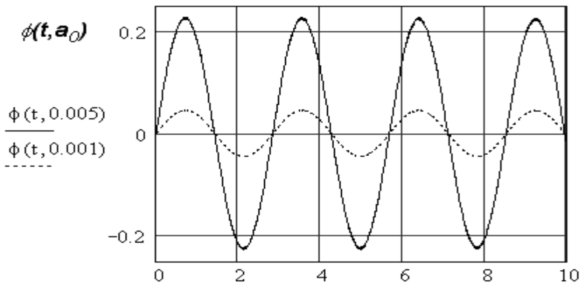

Рис. 2. Рост скорости затухания колебаний

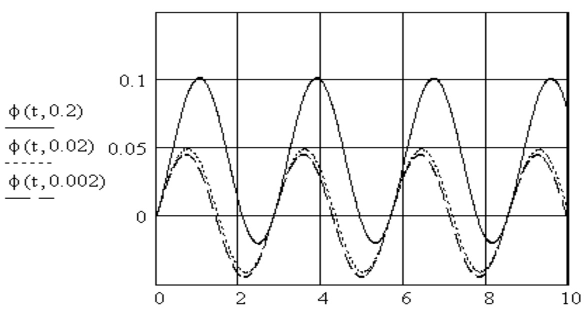

Рис. 3. Зависимость амплитуды колебаний от тяги двигателя

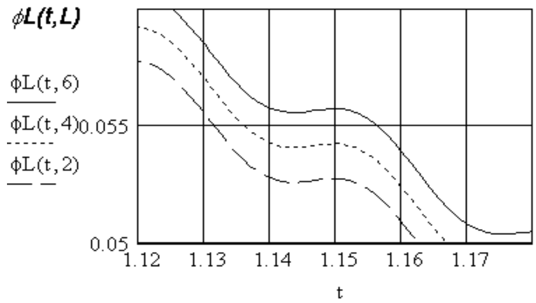

Рис. 4. Увеличение длины маятника

Изменение массы маятника (рис. 5) незначительно изменяет угол раскачивания маятника.

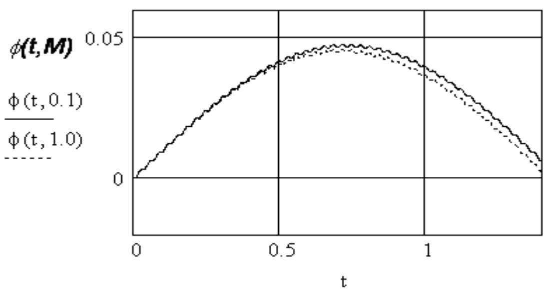

Рис. 5. Изменение массы маятника

Выводы

1. Внешние колебания, передаваемые на тягомер, приводят к возникновению гармоник. Соотношение амплитуд основных колебаний и внешних равно $\varpi \cdot \sqrt{L/g}$.

2. Рост частоты и амплитуды внешних колебаний приводит к росту основной амплитуды колебания тягомера.

3. Рост коэффициента трения приводит к увеличению скорости затухания колебаний.

Литература

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с.

2. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч. 2. Динамика. – М.: Высш. шк., 1984. – 423 с.

Поступила в редакцию 25.05.2005

Рецензент: канд. физ.-мат.наук. А.В.Головченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.