

УДК 533.6.01

**Ю.А. КРАШАНИЦА, В.В. ТЮРЕВ, В.А. ГРИЩЕНКО**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина*

## **МЕТОДИКА РАСЧЁТА ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА**

Предложена методика расчёта обтекания тел гиперзвуковым потоком газа. Рассмотрены модельные задачи, имеющие известное решение. Данная методика применима при проектировании аэрокосмических летательных аппаратов.

**аэрокосмический летательный аппарат, гиперзвуковым потоком газа, аэродинамические характеристики**

### **Введение**

Развитие авиации и ракетной техники привело к резкому увеличению скоростей летательных аппаратов. Течения газа со скоростью, значительно превышающей скорость звука, обладают рядом отличительных особенностей.

Рассмотрение области, в которой возможен длительный полёт, расположенной между зоной полёта современных самолётов и областью полёта спутников, показывает, что полёт с большими сверхзвуковыми скоростями может быть осуществлён только на больших высотах.

Действительно, как следует из результатов исследований, при данной высоте полёта скорость, с одной стороны, должна быть достаточно большой для того, чтобы создать требуемую подъёмную силу, но, с другой стороны, достаточно малой для того, чтобы не возникли чрезвычайно высокие температуры.

С увеличением высоты полёта изменяется молекулярная структура атмосферного воздуха, возрастает средний путь свободного пробега молекул воздуха между последовательными столкновениями. В связи с этим при решении ряда аэродинамических задач приходится отказаться от основной гипотезы, которая используется в других разделах аэродинамики – гипотезы сплошности среды, и при расчётах учитывать молекулярную структуру газа.

Теория течений разреженного газа привлекает внимание исследователей уже в течение длительного времени благодаря бурному развитию авиации и ракетостроения, а также в связи с требованиями вакуумной техники. Известно большое и всё увеличивающееся количество работ по кинетической теории газов и статистической физике. В последние годы решён ряд практически важных задач в области аэродинамики разреженных газов. Несмотря на полученные достижения, рассматриваемая область аэродинамики ни в теоретическом, ни в экспериментальном аспекте не может считаться завершённой и является предметом весьма интенсивных исследований.

### **Расчёт параметров газа в изэнтропическом гиперзвуковом потоке**

Течения газа со скоростью, значительно превышающей скорость звука, обладают рядом отличительных особенностей, которые существенно влияют на структуру течения и требуют особых подходов к изучению таких течений.

Для проведения дальнейших исследований необходимо выразить в явном виде влияние изменения скорости течения на основные параметры газа.

В единичной струйке газа при отсутствии потерь и внешней работы, согласно уравнению Бернулли в дифференциальной форме, можно записать

$$dp = -\rho V dV . \quad (1)$$

При гиперзвуковых скоростях ( $M \gg 1$ ) даже небольшое изменение скорости течения ведёт к заметному изменению состояния газа и числа Маха.

При  $M \gg 1$  после соответствующих упрощений текущие значения параметров состояния газа  $p, T, a, \rho, V$  выражаются через их начальные значения  $p_H, T_H, a_H, \rho_H, V_H$  по известным формулам (см. напр. [1]). При движении газа с очень большой сверхзвуковой скоростью около выпуклого угла  $\delta$  – в гиперзвуковом течении Прандтля – Майера параметры газа определяются по изэнтропическим формулам [1].

Расчёты показывают, что все полученные формулы точны при  $M_H \gg 5$ .

Предельный угол отклонения потока  $\delta_{np}$  соответствует расширению газа до полного вакуума ( $p = 0$ ). Тогда имеем

$$\delta_{np} = -\frac{2}{(k-1)M_H}. \quad (2)$$

В проведенных расчетах положительными считаются углы, которые показывают вращение против часовой стрелки. В соответствии с данным правилом отсчёта углов при отклонении потока по часовой стрелке угол считается отрицательным ( $\delta < 0$ ).

Анализ записанных формул показывает, что произведение угла отклонения потока на начальное значение числа Маха  $M_H \delta$ , которое входит во все расчётные формулы как слитная величина, является основным параметром подобия, определяющим данное течение.

Если ограничиться случаем малого отклонения потока около выпуклого тупого угла, то получатся следующие соотношения между скоростями возмущений и полной скоростью потока:

$$\frac{v_x}{V_H} = -\delta^2 \left( \frac{1}{\delta M_H} + \frac{k+1}{4} \right), v_y = V_H \cdot \delta. \quad (3)$$

При использовании данных формул необходимо учитывать, что в рассматриваемом случае угол  $\delta$  считается отрицательным.

Анализ полученных формул показывает, что в гиперзвуковом течении около выпуклого угла поперечное возмущение скорости имеет порядок величины  $\delta$ , а продольное возмущение – порядок  $\delta^2$ . Следовательно, поперечное возмущение скорости потока, по крайней мере, на порядок превосходит продольное возмущение  $v_x \gg v_y$ . Это означает, что в рассматриваемом течении происходит как бы смещение частиц по нормали к направлению невозмущённого потока, величина же продольной скорости практически не изменяется.

Соотношения, характеризующие плоский косой скачок уплотнения, который возникает при обтекании вогнутого тупого угла с гиперзвуковой скоростью (такой угол называют также внутренним углом), имеют следующий вид:

$$\frac{v_x}{V_H} = -\frac{2}{k+1} \sin^2 \beta, \quad \frac{v_y}{V_H} = \frac{2}{k+1} \sin \beta \cos \beta, \quad (4)$$

$$\frac{p}{p_H} = \frac{2k}{k+1} M_H^2 \sin^2 \beta, \quad \frac{\rho}{\rho_H} = \frac{k+1}{k-1}, \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\frac{2}{k+1} \sin \beta \cos \beta}{1 - \frac{2}{k+1} \sin^2 \beta}. \quad (6)$$

### Аэродинамические характеристики летательного аппарата в изэнтропическом гиперзвуковом потоке газа

Таким образом, при больших гиперзвуковых скоростях в области за интенсивными скачками уплотнения наблюдается некоторое предельное состояние газового течения, при котором характеризующие его безразмерные параметры и аэродинамические коэффициенты не зависят от значения числа  $M_H$ . Аналогичные особенности газового течения наблюдаются при очень малых дозвуковых скоростях ( $M_H \rightarrow 0$ ), когда свойства потока также не зависят от значения числа  $M_H$  (несжимаемая жидкость).

Таким образом, по числам Маха существует два режима автомодельности: при малых дозвуковых скоростях и при больших сверхзвуковых скоростях.

Опыты показывают, что автомодельность при больших сверхзвуковых скоростях (при  $M_H \rightarrow \infty$ ) практически достигается при сравнительно умеренных значениях числа  $M_H$ .

В случае гиперзвукового течения скорость возмущений газа на скачке при малом угле поворота потока пренебрежимо мала по сравнению со скоростью невозмущенного потока. Следовательно, скорость на скачке почти не изменяется ( $V \approx V_H$ ). Тогда получается следующая формула:

$$\frac{M_H^2}{M^2} \approx \left[ \frac{2k}{k+1} M_H^2 \beta^2 - \frac{k-1}{k+1} \right] \left[ \frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M_H^2 \beta^2} \right]. \quad (7)$$

В предельном случае, когда  $M_H^2 \rightarrow \infty$ , можно записать:  $M \rightarrow \frac{k+1}{\beta} \sqrt{\frac{1}{2k(k-1)}}$ .

При  $M_H$ , стремящемся к бесконечности, угол наклона скачка уплотнения определяется по следующей формуле:  $\beta = \delta \frac{k+1}{2}$ .

Поэтому число Маха  $M$  стремится к пределу

$$M \rightarrow \frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{2}{k(k-1)}}.$$

Иначе говоря, в случае  $M_H^2 \rightarrow \infty$  при малых углах наклона скачка  $\beta$  число Маха за скачком будет большим. Если скачок имеет небольшую интенсивность, то числа Маха перед скачком и за ним при гиперзвуковой скорости имеют значения одного и того же порядка.

Для вычисления сил, действующих на тело в гиперзвуковом потоке газа, необходимо знать распределение давления по поверхности обтекаемого тела. Для сильных возмущений ( $M_H \delta \rightarrow \infty$ ) формула для изменения давления имеет такой вид:

$$\frac{p}{p_H} = 1 + \frac{k(k+1)}{2} (M_H \delta)^2. \quad (8)$$

Из записанных зависимостей следует, что при гиперзвуковых скоростях в плоском скачке уплотнения изменение параметров определяется (как и в течении Прандтля – Майера) одним критерием  $M_H \delta$  – произведением числа Маха на угол отклонения потока.

Формулы для коэффициента нормальной силы пластины, обтекаемой газовым потоком с гиперзвуковой скоростью при малом угле атаки, имеет следующий вид:

$$C_y = \left\{ \frac{k+1}{2} + \sqrt{\frac{(k+1)^2}{2} + \frac{1}{M_\infty^2 \delta^2}} + \frac{2}{k M_\infty^2 \delta^2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{k-1}{2} \delta M_\infty \right)^{\frac{2k}{k-1}} \right] \right\} \delta^2. \quad (9)$$

Если угол наклона пластины  $\varpi$  равен или больше предельного угла поворота потока в течении Прандтля – Майера, то на верхней стороне пластины устанавливается полный вакуум. В этом случае величина, стоящая в квадратных скобках выражения для коэффициента нормальной силы, равна нулю.

При малых углах атаки коэффициенты подъемной силы  $C_{ya}$  и лобового сопротивления  $C_{xa}$  связаны с коэффициентом нормальной силы следующим образом:

$$C_{ya} = C_y \cos \varpi \approx C_y,$$

$$C_{xa} = C_y \sin \varpi \approx C_y \varpi \approx C_{ya} \varpi. \quad (10)$$

При бесконечном увеличении числа Маха ( $M_\infty \rightarrow \infty$ ) имеем

$$C_{ya} = (k+1) \varpi^2, \quad C_{xa} = (k+1) \varpi^3. \quad (11)$$

Как видим, аэродинамические коэффициенты при очень больших значениях числа  $M_\infty$  и при малых углах атаки весьма малы и, кроме того, не зависят от величины  $M_\infty$ .

Для расчёта тепловых потоков температура стенки  $T_{cm}$  определяется из соотношения

$$\alpha (T_{cm} - T_r) = \varepsilon \sigma T_{cm}^4, \quad (12)$$

где  $T_r$  – температура воздуха у стенки;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $\varepsilon$  – степень черноты тела;  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана.

Накопленный опыт показывает, что для расчёта сопротивления тела при гиперзвуковом обтекании можно использовать закон сопротивления Ньютона, в математической модели которого полагалось, что движущаяся жидкость состоит из одинаковых частиц, заполняющих равномерно пространство и не взаимодействующих друг с другом. При столкновении с телом частицы газа теряют нормальную к поверхности тела составляющую количества движения (происходит неупругий удар), вследствие чего появляется сила давления потока на тело.

Коэффициент давления  $C_p$  определяется по формуле:

$$C_p = (p - p_\infty) / \left( \frac{\rho V_\infty^2}{2} \right) = 2 \sin^2 \varpi. \quad (13)$$

В условиях разреженных газов гипотеза сплошности среды, широко применяемая при исследовании достаточно плотных газов, непригодна. Течение разреженных газов в зависимости от чисел Рейнольдса и Маха условно разделяется на следующие режимы:

$$\frac{M}{Re} < 0,01 \text{ – течение сплошной среды;}$$

$$0,01 \leq \frac{M}{\sqrt{Re}} < 0,1 \text{ – течение со скольжением;}$$

$$0,1 \leq \frac{M}{\sqrt{Re}}; \frac{M}{Re} < 3 \text{ – переходный режим;}$$

$$\frac{M}{Re} \geq 3 \text{ – свободно-молекулярное течение.}$$

Максимальная радиационная температура определяется по формуле [2]:

$$T_w = \sqrt[4]{\frac{\rho V_\infty^3}{2\varepsilon\sigma}}. \quad (14)$$

В теории свободно-молекулярного течения вначале обычно рассматривают два предельных вида взаимодействия молекул газа со стенкой: так называемые «зеркальное отражение» и «диффузное

отражение», принимая, что истинное взаимодействие приближенно можно представить некоторой комбинацией двух указанных выше видов отражения.

Обычно чисто зеркального или чисто диффузного отражений не бывает, а реализуется отражение более общего вида, при котором используют осредненные параметры: коэффициент аккомодации

$$\alpha = \frac{E_i - E_r}{E_i - E_w}; \text{ коэффициент нормального отражения}$$

$$\sigma' = \frac{p_i - p_r}{p_i - p_w}; \text{ коэффициент касательного отражения}$$

$$\sigma_\tau = \frac{\tau_i - \tau_r}{\tau_i - \tau_w}. \text{ Здесь } E \text{ – энергия, а индекс } w \text{ соответствует термодинамическим равновесным условиям при температуре стенки. Следовательно, } \tau_w = 0.$$

Помимо перечисленных коэффициентов вводится в рассмотрение коэффициент аккомодации  $\sigma$ , который представляет собой долю диффузно отражённых молекул. В этом случае доля зеркально отражённых молекул равна  $1 - \sigma$ . Для зеркального отражения  $\alpha = \sigma_\tau = \sigma' = \sigma = 0$ . Для диффузного  $\alpha = \sigma_\tau = \sigma' = \sigma = 1$ .

Параметр  $p_w$  рассчитывается по формуле

$$p_w = \frac{\rho V_\infty^2}{2} \frac{\cos^2(\vec{V}_\infty, \vec{n})}{2\alpha_i^2} \sqrt{\pi \frac{T_w}{T_\infty}} \Psi(\alpha_i), \quad (15)$$

где функцию  $\Psi(\alpha_i)$  можно приближенно посчитать по формулам:

$$\Psi(\alpha_i) = 0,6 + 1,25\alpha_i, \quad \alpha_i < 0,8;$$

$$\Psi(\alpha_i) = 2\alpha_i, \quad \alpha_i \geq 0,8.$$

Коэффициент суммарного давления  $p$ , действующего на лобовую часть элементарной площадки в свободно-молекулярном потоке, определяется по формуле

$$\frac{k}{2} C_p = \frac{1}{M_\infty^2} \left\{ \left( \frac{2 - \sigma}{\sqrt{\pi}} \alpha_i + \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}} \right) e^{-\alpha_i^2} + \left[ \left( \frac{1}{2} + \alpha_i^2 \right) (2 - \sigma) + \frac{\sigma \sqrt{\pi}}{2} \alpha_i \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}} \right] [1 + erf(\alpha_i)] \right\}. \quad (16)$$

Коэффициент касательного напряжения определяется по следующей формуле:

$$\frac{C_{\tau}}{\sqrt{2}} = \frac{\sigma \sin(\vec{V}_{\infty}, \hat{n})}{\sqrt{k} M_{\infty}} \left\{ \frac{e^{-\alpha_i^2}}{\sqrt{\pi}} + \alpha_i [1 + \operatorname{erf}(\alpha_i)] \right\}. \quad (17)$$

Здесь  $\alpha_i = \sqrt{\frac{k}{2}} M_n$ ,  $k = \frac{C_p}{C_v}$ ,  $M_n$  – число Маха, посчитанное по нормальной к поверхности составляющей скорости  $V_{\infty}$ . В приведенных выражениях  $\operatorname{erf}(\alpha_i)$  – интеграл вероятности.

Для задней стороны тела ( $\alpha_i < 0$ ) предыдущие формулы нужно записать в следующем виде:

$$C_{Pz} = \frac{2}{k M_{\infty}^2} \left\{ \left( -\frac{2-\sigma}{\sqrt{\pi}} \alpha_i + \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{T_w}{T_{\infty}}} \right) e^{-\alpha_i^2} + \left[ \left( \frac{1}{2} + \alpha_i^2 \right) (2-\sigma) - \frac{\sigma \sqrt{\pi}}{2} \alpha_i \sqrt{\frac{T_w}{T_{\infty}}} \right] [1 - \operatorname{erf}(\alpha_i)] \right\}. \quad (18)$$

Коэффициент касательного напряжения определяется по следующей формуле:

$$C_{\tau z} = \frac{\sqrt{2} \sigma \sin(\vec{V}_{\infty}, \hat{n})}{\sqrt{k} M_{\infty}} \left\{ \frac{e^{-\alpha_i^2}}{\sqrt{\pi}} - \alpha_i [1 - \operatorname{erf}(\alpha_i)] \right\}. \quad (19)$$

В результате проведенных исследований созданы математические модели обтекания различных тел вращения с механизацией в гиперзвуковых потоках (рис. 1). Разработаны компьютерные программы расчета.

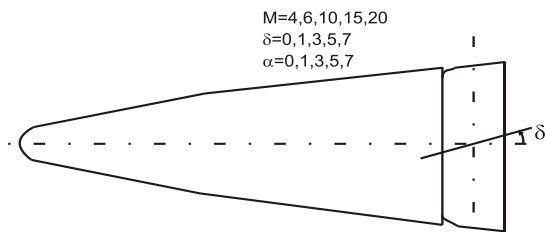


Рис. 1. Расчетная схема одной из моделей

Были проведены расчеты для различных скоростей, высот полета и других параметров (рис. 2, 3). Определены аэродинамические силы, действующие на тело, и интегральные коэффициенты.

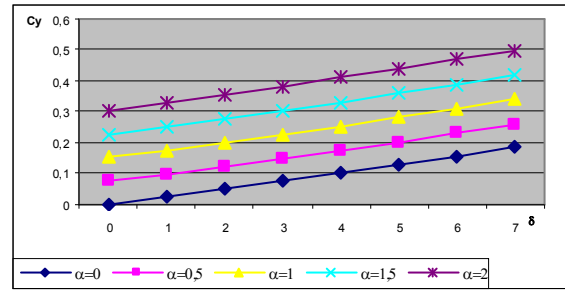


Рис. 2. Результаты расчетов  $C_y$  для  $H = 1$  км,  $V = 1345,72$  м/с,  $t = 8,5^\circ \text{C}$

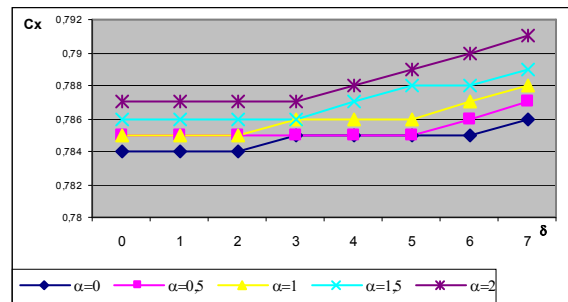


Рис. 3. Результаты расчетов  $C_x$  для  $H = 20$  км,  $V = 1475,35$  м/с,  $t = -56,5^\circ \text{C}$

### Выводы

Проведенные исследования позволяют расширить возможности применения методов численного моделирования различных объектов гиперзвуковыми потоками. Создание новой методики расчета таких задач, а также разработка специализированного программного обеспечения позволяет проводить расчеты с любой заданной точностью и значительно ускоряет проведение математического моделирования и вычислительных экспериментов в этой области.

### Литература

1. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1973. – 824 с.
2. Газовая динамика / Х.А. Рахматулин, А.Я. Сагомоян, А.И. Бунимович, И.Н. Зверев – М.: Высш. шк., 1973. – 723 с.

Поступила в редакцию 30.01.2006

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.В. Бетин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.