

УДК 621.396:537.874.4

А.Д. АБРАМОВ, Т.А. ПЕТРУНИНА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛА ПО СОВОКУПНОСТИ ВЫБОРОК ДЛЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ КОНСТРУКЦИЙ БОРТОВЫХ УСТРОЙСТВ

В работе синтезирована технология обнаружения сигнала по совокупности выборок как решение задачи оптимизации в рамках метода максимального правдоподобия. Особенностью решения является применение в качестве критической статистики функции, зависящей от собственных значений ковариационной матрицы наблюдений. Синтезирован удобный в вычислительной реализации тест, который использует табулированную статистику и обеспечивает как оперативность получения результатов, так и возможность управления величиной вероятности ошибки первого рода. Показана эффективность использования полученных результатов и их практическая значимость.

Ключевые слова: метод максимального правдоподобия, собственные значения, собственный вектор, ошибка первого рода, вероятность правильного обнаружения.

Введение

Повышение надежности бортовых устройств космических аппаратов (КА) может быть достигнуто за счет обнаружения предвестников и своевременного устранения дальнейших причин отказов на основании анализа амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) откликов тестируемого блока и диагностических акустических сигналов [1, 2]. Поэтому разработка технологий диагностики, в частности, принципов синтеза эффективных алгоритмов обнаружения вибросигналов, включая гармонические, в резонансной зоне от заданного числа датчиков или при наличии разрывов в наблюдениях без разборки устройств актуальна.

Формулировка проблемы

Ограничения использования метода максимального правдоподобия (ММП) в традиционной форме для решения задач обнаружения сигналов-предвестников хорошо известны практикам: концепция идентичности в интервалах наблюдения интенсивности и начальной фазы не всегда может быть практически обоснована, а сокращение размера вектора входных данных (отсчетов наблюдений) каждой из реализаций приводит к существенному ухудшению качественных показателей обнаружения в целом.

Здесь применительно к вещественным процессам в рамках критерия отношения правдоподобия (КОП) приводится вычислительный тест для обнаружения в резонансной зоне с заданной вероят-

ностью ошибки первого рода гармонических вибросигналов с неизвестными: изменяющейся интенсивностью, начальной фазой и частотой. Критическая статистика для реализации теста формируется из наблюдений на L независимых отрезках времени.

Полагаем, что в качестве исходных данных на основании которых принимаются решения задана последовательность $U_l (l=1, L)$, состоящая из временных отсчетов аддитивной смеси сигнальной S_l и помеховой e_l компонент:

$$U_l = S_l + e_l; \quad l = \overline{1, L}. \quad (1)$$

Элемент S_{kl} ($k = \overline{1, K}$) составляющей

$$S_l^T = (S_{1l}, S_{2l}, \dots, S_{kl})$$

вектора

$$U_l^T = [U_{1l}, U_{2l}, \dots, U_{kl}]$$

(«Т» – знак транспонирования) определен как

$$S_{kl} = a_1 \cos \{2\pi f_0 (k-1)\Delta t\} + b_1 \sin \{2\pi f_0 (k-1)\Delta t\} = 0,5 \{ \dot{C}_1 \dot{\lambda}^{k-1} + \dot{C}_1^* (\dot{\lambda}^*)^{k-1} \}. \quad (2)$$

В равенствах (1) и (2):

$$\dot{C}_1 = C_1 e^{j\phi_1} = a_1 + j b_1;$$

$$C_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2};$$

$$\phi_1 = \arctg(b_1/a_1);$$

$$\dot{\lambda} = \exp(j2\pi f_0 \Delta t), \quad (3)$$

где a_1 и b_1 – составляющие комплексной интенсивности \dot{C}_1 , ϕ_1 – обобщенная начальная фаза; f_0 – частота сигнала из диапазона $f_0 \in 2F$, «*» – знак

комплексного сопряжения; $\Delta t = 1/2F$; $T_1 \geq (k-1)\Delta t$; $a_1 \in (a_{\min}, a_{\max})$; $b_1 \in (b_{\min}, b_{\max})$.

Непредсказуемость числового значения φ_1 из диапазона $\{-\pi, \pi\}$ обусловлена, в частности, неидентичностью выбора начала 1-го $T_1(1 = \overline{1, L})$ отрезка наблюдения.

Амплитудные множители a_1 и b_1 комплексной интенсивности \dot{S}_1 , обобщенную фазу φ_1 и параметр $\dot{\lambda}(\dot{\lambda}^*)$ считаем несущественными факторами $\alpha^T = (a_1, b_1, \varphi_1, \lambda, \lambda^*)$ с предполагаемым распределением $\rho(\alpha)$ из многомерной области Ψ .

Шумы измерителя $\varepsilon_1^T = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{21}, \dots, \varepsilon_{k1}]$ – гауссовский случайный процесс (независимый от сигнальной компоненты) с нулевым математическим ожиданием $\langle \varepsilon_1 \rangle = 0$ и корреляционной матрицей $R = \langle \varepsilon_1 \varepsilon_1^T \rangle = \sigma_0^2 I_k \delta(1-t)$, I_k – единичная (кЧк) – размерная матрица, $\delta(\cdot)$ – символ Кронекера, σ_0^2 – мощность шумовой компоненты.

Требуется при указанных исходных данных разработать процедуру обнаружения компоненты S_1 с неизвестной f_0 при отсутствии априорных сведений о мощности σ_0^2 шумов.

Решение проблемы

В технической литературе последних лет предложены эффективные правила обнаружения сигналов с быстрофлуктуирующей интенсивностью. Например, в работе [3], максимально правдоподобная идеология синтеза решающих правил для обнаружения упомянутых сигналов трансформирована в методику «подгонки» матрицы $S = \langle S_1 S_1^T \rangle + \sigma_0^2 I_k$ к выборочной W :

$$W = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L U_l U_l^T, \quad (4)$$

при проверке сложных гипотез H_n ($n=0, 1, 2, \dots$). Подобная трансформация позволила оценить количественную меру расхождения γ_n

$$\gamma_n = \ln \{P(U^L/S)/P(U^L/W)\}, \quad (5)$$

имеющихся в распоряжении исследователя выборочных данных $U^L = [U_1, U_2, \dots, U_L]$ с выдвинутой гипотезой H_n , в частности, с H_1 – сигнальная компонента присутствует. Альтернатива – H_0 (сигнальная компонента отсутствует).

Здесь $P(U^L/\vartheta)$ – плотность вероятности совокупности $U^L = [U_1, U_2, \dots, U_L]$ относительно обусловленного события $\vartheta \in (S, W)$.

Применение подобных правил для обнаружения вибросигналов вида (2) с изменяющейся по наблюдениям интенсивностью имеет основание. Для доказательства этого утверждения детализируем связь функции правдоподобия $P(U^L/R)$, записанной относительно $R = \sigma_0^2 I_k$ в условиях гипотезы H_1 , с условной плотностью $P(U^L/\alpha, R)$ и распределением $\rho(\alpha)$

$$P(U^L/R) = \int_{\Psi} P(U^L/\alpha, R) \rho(\alpha) d\alpha. \quad (6)$$

Здесь каждой точке множества Ψ возможных исходов случайного эксперимента сопоставляется конкретная реализация независимых случайных величин $a_1, b_1, \dot{\lambda}(\dot{\lambda}^*)$, а

$$P(U^L/\alpha, R) = 2\pi^{-\frac{Lk}{2}} |R|^{-\frac{L}{2}} \times \exp \left\{ -\sum_{l=1}^L (U_l - S_l)^T R^{-1} (U_l - S_l) \right\}. \quad (7)$$

Матрица R положительно определена, для ее детерминанта использовано обозначение – $|R|$. Без потери общности повествования при записи соотношения (6) использовано понятие объемного интеграла по области определения Ψ , отражающего факт последовательного интегрирования, кратность которого определена мерностью соответствующей плотности.

Очевидно, что норма $\|U_l - S_l\|$ не изменится при ортогональном преобразовании вектора $\Psi_l = U_l - S_l$.

Следовательно, если D – ортогональная (кЧк) матрица, $DD^T = I_k$, то при $R = \sigma_0^2 \cdot I$ невязка $\Theta^2 = \sum_{l=1}^L (U_l - S_l)^T R^{-1} (U_l - S_l)$ будет равна

$$\Theta^2 = \sum_{l=1}^L [D(U_l - S_l)]^T R^{-1} [D(U_l - S_l)]. \quad (8)$$

Последнее равенство при $L \gg 1$ на основании разложения Такаги [4] тривиально приводится к виду

$$\Theta^2 = \text{LSp} \left\{ R^{-1} (\Phi - Y) \right\} = \text{LSp} \left\{ [R_1^{-1} (\Phi_1 - Y_1)] + [R_{k-1}^{-1} v_{k-1}] \right\}. \quad (9)$$

Здесь $\text{Sp} T$ – след матрицы T ;

$$\Phi = DWD^T = \text{diag}(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k); \Phi_i (i=\overline{1, k}) > 0;$$

$$Y = DSD^T = \text{diag}(Y_1, Y_2, \dots, Y_k);$$

$Y_i \geq 0$, Φ_i и Y_i - i -ое собственное число матриц

W и $S = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L S_l S_l^T$ соответственно, $R_1 = \sigma_0^2$,

$$R_{k-1} = \sigma_0^2 I_{k-1}, \nu_{k-1} = \text{diag}(\Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_k).$$

Приведенные соотношения позволяют правую часть равенства (7) записать в виде произведения двух сомножителей

$$P(\dots) = P(U^L / R_{k-1}, \nu_{k-1}) P(U^L / R_1, (\Phi_1 - Y_1)). \quad (10)$$

При выполнении гипотезы H_1 первый сомножитель $P(U^L / R_{k-1}, \nu_{k-1})$

$$P(U^L / R_{k-1}, \nu_{k-1}) = 2\pi^{-0,5L(k-1)} |R_{k-1}|^{-0,5L} \times \exp(-L \text{Sp} R_{k-1}^{-1} \nu_{k-1}), \quad (11)$$

в отличии от $P(U^L / R_1, (\Phi_1 - Y_1))$

$$P(U^L / R_{k-1}, (\Phi_1 - Y_1)) = 2\pi^{-0,5L} |R_1|^{-0,5L} \times \exp(-L \text{Sp} R_1^{-1} (\Phi_1 - Y_1)). \quad (12)$$

Не зависит от вариации амплитуды гармоники на интервалах наблюдения, во втором $\text{Sp} R_1^{-1} (\Phi_1 - Y_1)$ фактически определяет величину относительной невязки между Y_0^2 и $(\Phi_1 - Y_1)$.

С учетом (10) при выполнении H_1 мера расхождения γ_1 факторизуется

$$\gamma_{H1} = T_{k-1}(U^L, \sigma_0^2, \nu_{k-1}) + T_1(U^L, \sigma_0^2, (\Phi_1 - Y_1)). \quad (13)$$

Здесь

$$T_{k-1}(\cdot) = \ln \frac{P(U^L / \nu_{k-1})}{P(U^L / \nu_{k-1} = R_{k-1})}; \quad (14)$$

$$T_1(\cdot) = \ln \int_{\Psi} \frac{P(U^L / (\Phi_1 - Y_1))}{P(U^L / \sigma_0^2 = \Phi_1 - Y_1)} d\alpha, \quad (15)$$

причем $(\Phi_1 - Y_1)$ является функцией от α .

Из приведенной факторизации вытекает, что правило принятия решения о наличии в наблюдениях вибросигнала будет оптимальны в рамках КОП тогда, когда оно обеспечит минимум по R_{k-1} и $R_1 = \sigma_0^2$ статистики (13).

Очевидно, что относительная независимость вклада составляющих (15) в достижение минимума цитируемой статистики позволяет говорить о возможности использования каждого из них для формирования соответствующего правила обнаружения.

В частности: посредством адаптационной минимизации $T_{k-1}(\cdot)$ при неизвестной σ_0^2 , как функ-

ции инвариантной к изменениям интенсивности сигнальной компоненты на интервалах наблюдения.

Базируясь на подходе, ориентированном на минимизацию первого из слагаемых (13) и конкретизируя цитируемую методологию к настоящим исходным данным нетрудно показать, что адаптационная критическая статистика F_n в решаемой задаче приводит к виду:

$$F_{Hn} = (L-1) \times \left\{ (k-n) \ln \sum_{t=n+1}^k \Phi_t - \sum_{t=n+1}^k \ln \Phi_t - (k-n) \ln(k-n) \right\},$$

$n=0,1$, которая имеет асимптотически χ^2 -распределения с $t(n,k) = 0,5(k-n)(k-n+1) - 1$ степенями свободы [3].

В технологическом отношении обнаружение целесообразно свести к формированию по наблюдениям U^L матрицы межинтервальных корреляций W , вычислению ее собственных значений и числовой последовательности F_{H0} и F_{H1} для соответствующих гипотез, сравнению $F_{Hn} (n=0,1)$ с порогом $\chi_{\alpha, t(n,k)}^2$, который выбран из таблиц χ^2 -распределения по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $t(n,k)$

При условии $F_{H0} > \chi_{\alpha, t(0,k)}^2$ гипотеза H_0 об отсутствии в наблюдениях гармоники отвергается. Далее переходит к проверке H_1 . Если $F_{H1} < \chi_{\alpha, t(1,k)}^2$, то выносится решение: наблюдаемый процесс содержит виброгармонический сигнал. В вычислительном плане тест обнаружения вибросигнала может быть упрощен за счет анализа только одной статистики F_{H0} : если $F_{H0} > \chi_{\alpha, t(0,k)}^2$, то верна гипотеза H_1 .

Для подтверждения теоретических выводов приводим результаты исследований, полученные на уровне цифрового статистического эксперимента. Моделировалась обработка наблюдений, полученных на $L=9$ интервалах. В каждом $T_1(l=\overline{1, L})$ наблюдения представлялись в виде аддитивной смеси гармонического сигнала и гауссовского случайного процесса (шума) с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_0^2 .

Аналізу были подвергнуты две модельные ситуации:

- распределение интенсивности по интервалам подчиняется нормальному закону с математическим ожиданием $\langle |\dot{C}_1| \rangle = 0,5$ и дисперсией

$$\sigma_{|\dot{C}_1|}^2 = 0,25;$$

– распределение вероятности непрерывной величины $|\dot{C}_1|$ в диапазоне (от 0 до 1) подчиняется равномерному закону.

Кроме того, полагалось, что начальная фаза φ_1 ($1 \in \overline{1,9}$) на каждом T_1 распределена равномерно

$$P(\varphi_1) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{при } \varphi \in (0, 2\pi); \\ 0 & \text{при } \varphi \notin (0, 2\pi). \end{cases} \quad (16)$$

Было проведено 500 экспериментов, уровень значимости выбран равным $\alpha = 0,01$. Определялось количество правильных решений

$$F_{Н1} \leq \chi_{\alpha, t(1, k)}^2$$

об обнаружении «искаженной» гармоники при различных соотношениях сигнал/шум μ

$$\mu = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2}, \quad (17)$$

где σ_1^2 – мощность сигнальной компоненты на l -м интервале наблюдения для упомянутых позиций 1 и 2. Выборочная межинтервальная ковариация W оценивалась по $K=81$ временным отсчетам. На основании числового материала, полученного в результате аттестации теста, построены рабочие характеристики, рис. 1, иллюстрирующие зависимость вероятности $P_{пр}$ правильного обнаружения от соотношения сигнал/шум μ для ситуаций 1 и 2.

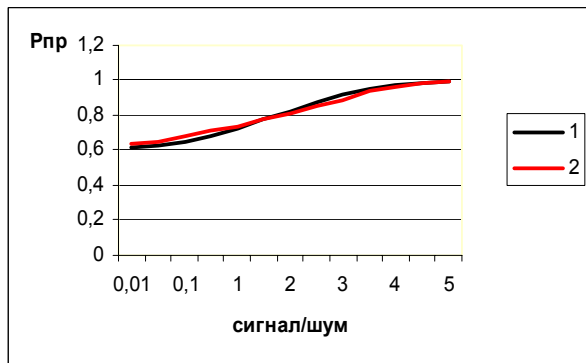


Рис. 1. Зависимость вероятности правильного обнаружения от соотношения сигнал/шум.

- 1 – равномерное распределение;
2 – нормальное распределение

Моделирование проводилось по упрощенной в вычислительном плане схеме: если числовое значение $F_{Н0}$ критической статистики $F_{Н0} > \chi_{\alpha, t(0, k)}^2$, то гипотеза H_1 принимается.

Для наглядности было проведено сравнение качественных показателей синтезированного теста обнаружения вещественного гармонического сигнала

с показателями традиционного, отвечающего критерию Неймана-Пирсона [5].

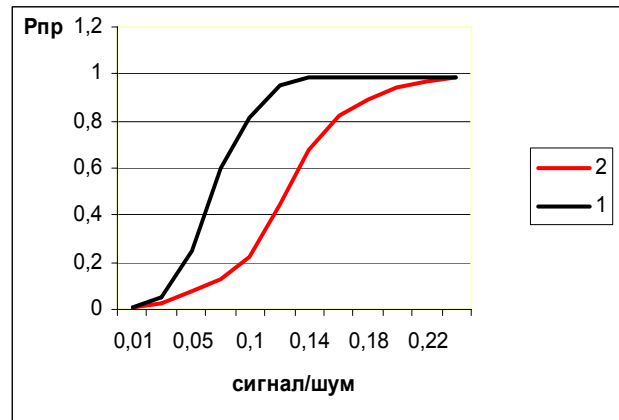


Рис. 2. Вероятность правильного обнаружения по критерию Неймана-Пирсона и синтезированного теста

Результаты моделирования – рабочие характеристики представлены на рис. 2. Линии ряда 1, соединяющие экспериментальные данные, дают возможность проследить за динамикой изменения вероятности правильного обнаружения $P_{пр}$ при изменении μ в условиях использования критической статистики $F_{Н0}$, кривая ряда 2 иллюстрирует результаты моделирования, полученные при использовании традиционного теста,

Заключение

Приведенные теоретические и экспериментальные результаты позволяют сделать следующие выводы:

– синтезированный тест принятия решения о наличии в резонансной зоне вибросигнала не зависит от характера изменения ее интенсивности на интервалах наблюдения;

– технология, реализующая тест. Проста в вычислительной реализации, использует табулированную статистику и позволяет управлять ошибкой первого рода.

Литература

1. Тумновский С.Р. Виброакустический контроль бортовой космической аппаратуры / С.Р. Тумновский, С.У. Увайсов, И.А. Иванов, Р.И. Увайсов // Мир измерений. – 2007. – № 12. – С. 4-7.
2. Шабаев В.М. Вибродиагностика подшипников качения при монтаже и сборке тяжелых роторных узлов. / В.М. Шабаев, А.С. Казануев, М.К. Леонтьев, И.В. Гаранин, В.А. Карасев // Контроль. Диагностика. – 2007. – № 11. – С. 18-25.

3. Абрамов А.Д. Определение числа шумовых пространственно-временных сигналов методом проверки сложных гипотез по критерию отношения правдоподобия / А.Д. Абрамов // *Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр.* – Х.: Харьковский авиационный ин-т им. Н.Е. Жуковского. – 1997. – С. 284-288.

4. Корн Г.П. Справочник по математик / Г.П. Корн., Г.Т. Корн. – М.: Наука, – 1973. – 832 с.

5. Теория обнаружения сигналов / П.С. Акимов, П.А. Бакут, В.А. Богданович и др.; Под ред. П.А. Бакута. – М.: Радио и связь, – 1984. – 440 с.

Поступила в редакцию 12.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры «Приема, передачи и обработки сигналов ЛА» В.В. Лукин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского, Харьков.

ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛУ ПО СУКУПНОСТІ ВИБІРОК ДЛЯ ВІБРОАКУСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЮ КОНСТРУКЦІЙ БОРТОВИХ ПРИСТРОЇВ

О.Д. Абрамов, Т.О. Петруніна

У роботі синтезована технологія виявлення сигналу по сукупності вибірок як рішення задачі оптимізації в рамках методу максимальної правдоподібності. Особливістю рішення є застосування у якості критичної статистики функції, залежної від власних значень коваріаційної матриці спостережень. Синтезований зручний в обчислювальній реалізації тест, який використовує табульовану статистику і забезпечує як оперативність отримання результатів, так і можливість управління величиною вірогідності помилки першого роду. Показана ефективність використання отриманих результатів і їх практична значущість.

Ключові слова: метод максимальної правдоподібності, власні значення, власний вектор, помилка першого роду, вірогідність правильного виявлення.

DETECTION OF THE SIGNAL BY USING TOTALLY SAMPLES FOR VIBROACOUSTIC CONTROL OF BOARD EQUIPMENT CONSTRUCTION

A.D. Abramov, T.A. Petrunina

The technology of detection of the signal by using totally samples as solution of the task of optimization within maximum likelihood method has been synthesized. The modified maximum probability methodology has been used for solving the above-mentioned task. The application of covariance matrix eigenvalues dependent function as critical statistics is peculiarity of this solution. The test convenient in calculation uses the tabulated statistics and provides efficiency in getting results and possibility of type 1 error value management has been synthesized. The efficiency of using obtained results and their practical concernment has been shown.

Key words: maximum likelihood method, own values, own vector, error of the first family, probability of correct discovery.

Абрамов Александр Дмитриевич – канд. техн. наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры «Проектирование радиоэлектронных систем летательных аппаратов», Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Петрунина Татьяна Александровна – аспирантка, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.