УДК 621.45.01:621.45.02 **doi: 10.32620/aktt.2020.7.13**

С. В. ЕПИФАНОВ, Р. Л. ЗЕЛЕНСКИЙ, А. В. БОНДАРЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВУХВАЛЬНОГО ТРДД ОТ РЕЖИМА РАБОТЫ

Математические модели являются важным инструментом проектирования двигателей и их систем автоматического управления (САУ). Основными областями использования моделей являются имитационное моделирование объекта управления при анализе, синтезе и полунатурном моделировании, а также создание основанных на моделях алгоритмов управления двигателями. При этом используется комплекс математических моделей, которые получаются из исходной (базовой) поузловой термогазодинамической модели рабочего процесса, которая обычно формируется и сопровождается разработчиком двигателя. Однако она не удовлетворяет требованию обеспечения реального масштаба времени вычислений при полунатурном моделировании, когда модель воспроизводит динамические свойства объекта при работе с реальным электронным блоком. Лишенная перечисленных недостатков динамическая модель двигателя формируется как комбинация упрощенных статической и динамической моделей. При этом динамическая модель имеет линейную структуру и описывает динамические связи в окрестности статической характеристики двигателя, представленной статической моделью. Эта динамическая модель может быть получена путем линеаризации базовой термогазодинамической модели. Базовая модель составлена на основе характеристик узлов, построенных по результатам экспериментов с использованием кусочно-линейной интерполяции. Из-за кусочно-линейной интерполяции характеристик параметры двигателя терпят изломы, что является причиной погрешностей расчетов, выполненных с использованием данной модели, и не соответствует реальным процессам, происходящим в двигателе. Радикальным способом устранения этой проблемы является усовершенствование нелинейной модели путем сглаживания характеристик узлов. Однако это приведет к рассогласованию между моделью, которую использует разработчик САУ, и базовой моделью, которую использует разработчик двигателя. В данной работе рассмотрена методика аппроксимации коэффициентов динамической модели, полученных с помощью поэлементной термогазодинамической математической модели, использующей кусочно-линейную интерполяцию характеристик узлов. Исследование направлено на усовершенствование применяемых линейных динамических моделей в пространстве состояний и автоматизацию их формирования для повышения качества и ускорения процесса синтеза систем автоматического управления.

***Ключевые слова**: газотурбинный двигатель; автоматическое управление; динамическая модель; аппроксимация.*

Введение

Математические модели являются важным инструментом проектирования двигателей и их систем, в первую очередь – системы автоматического управления (САУ) и диагностирования. Традиционной областью использования моделей является имитационное моделирование объекта управления при анализе, синтезе и полунатурном моделировании САУ [1]. В настоящее время активно развивается направление, связанное с использованием математических моделей в алгоритмах управления двигателями (Model-based Control) [2]. Известно, что решить все проблемы проектирования САУ с помощью одной модели не представляется возможным, поэтому используется комплекс математических моделей [3], которые получаются из исходной (базовой) математической модели.

В качестве базовой используется поузловая термогазодинамическая модель рабочего процесса, которая обычно формируется и сопровождается разработчиком двигателя. Однако она не удовлетворяет требованию обеспечения реального масштаба времени вычислений при полунатурном моделировании, когда модель воспроизводит динамические свойства объекта при работе с реальным электронным блоком. Существенными недостатками термогазодинамической модели являются также итеративный характер алгоритма решения системы уравнений, отражающих условия совместной работы узлов двигателя, а также необходимость контролировать сходимость процедуры решения этих уравнений.

Лишенная перечисленных недостатков динамическая модель двигателя должна быть сформиро-

ISSN 1727-7337 (print)
ISSN 2663-2217 (online)

вана как комбинация статической и динамической моделей, представленная на рис. 1. При этом динамическая модель имеет линейную структуру и описывает динамические связи в окрестности статической характеристики двигателя, представленной статической моделью. Эта динамическая модель может быть получена путем линеаризации базовой термогазодинамической модели [4]. Базовая модель составлена на основе характеристик узлов (компрессоров, турбин, входного устройства, сопел и т.д.), построенных по результатам экспериментов. Из-за использования кусочно-линейной интерполяции характеристик для поиска рабочих точек параметры двигателя терпят изломы, что является причиной погрешностей расчетов, выполненных с использованием данной модели, и не соответствует реальным процессам, происходящим в двигателе. Радикальным способом устранения этой проблемы является усовершенствование нелинейной модели. Это можно сделать с использованием аналитических методов задания характеристик узлов и решения соответствующих систем алгебраических и дифференциальных уравнений, однако в настоящее время не существует математического аппарата, способного решить столь сложную задачу. Доступный для практического использования метод основан на уменьшении уровня дискретизации характеристик узлов (например, путем их аппроксимации аналитическими функциями). Однако это приведет к рассогласованию между моделью, которую использует разработчик САУ, и базовой моделью, которую использует разработчик двигателя. Элементарной помехой может стать также отсутствие опыта аппроксимации характеристик узлов.

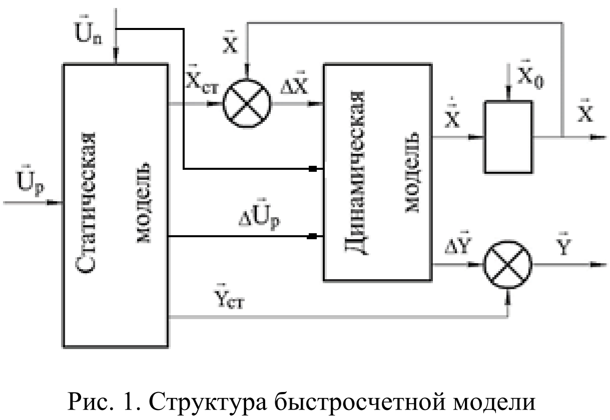

Рис. 1. Структура быстросчетной модели

Таким образом, корректировать базовую термогазодинамическую модель нежелательно, и сглаживание зависимостей параметров двигателя от условий его работы необходимо выполнять на уровне быстросчетной (упрощенной) динамической модели.

В данной работе рассмотрена методика аппроксимации коэффициентов динамической модели, полученных с помощью поэлементной термогазодинамической математической модели, использующей кусочно-линейную интерполяцию характеристик узлов. Исследование направлено на усовершенствование применяемых линейных моделей в пространстве состояний и автоматизацию их формирования для повышения качества и ускорения процесса синтеза систем автоматического управления.

1. Постановка задачи

Представленная на рис. 1 быстросчетная модель содержит статическую и динамическую составляющие (модели). Статическая модель представляет зависимости параметров двигателя от режима работы и полетных условий. По существу, это комбинация дроссельных, высотно-скоростных и климатических характеристик, которая может быть представлена в форме таблиц или аналитических функций, аппроксимирующих расчетные или экспериментальные данные.

Динамическая модель представляет в отклонениях систему дифференциальных и алгебраических уравнений, которые обычно описывают динамику объекта в пространстве состояний:

$$\dot{\vec{X}} = A \cdot \Delta\vec{X} + B \cdot \Delta\vec{U}\,; \tag{1}$$

$$\Delta\vec{Y} = C \cdot \Delta\vec{X} + D \cdot \Delta\vec{U}, \tag{2}$$

где $\vec{X}$ – вектор состояния (обычно в него входят частоты вращения роторов);

$\vec{Y}$ – вектор остальных параметров двигателя (температура, давление, тяга и др.);

$\vec{U}$ – вектор управляющих воздействий (в простейшем случае – расход топлива);

Δ – отклонение от значения, соответствующего статической модели.

Газотурбинный двигатель является нелинейным объектом, в основном вследствие нелинейности уравнений термодинамики и нелинейности характеристик узлов. Поэтому данная динамическая модель линейна по структуре, а нелинейность объекта отражается в том, что ее коэффициенты (элементы матриц A, B, C и D) зависят от режима работы двигателя. Именно эти зависимости содержат в себе информацию о нелинейности. В области работы двигателя, которая характеризуется постоянной геометрией проточной части, или же монотонным и плавным изменением регулируемых элементов (например, поворотных направляющих аппаратов компрессора), зависимости коэффициентов динамической модели от режима работы двигателя также должны иметь плавный характер.

К сожалению, при получении коэффициентов линейной динамической модели (ЛДМ) из базовой термогазодинамической модели методами, описанными в работах [3, 4], это условие не всегда выполняется. На рис. 2-5 представлены значения коэффициентов ЛДМ двухвального ТРДД, полученные на различных режимах.

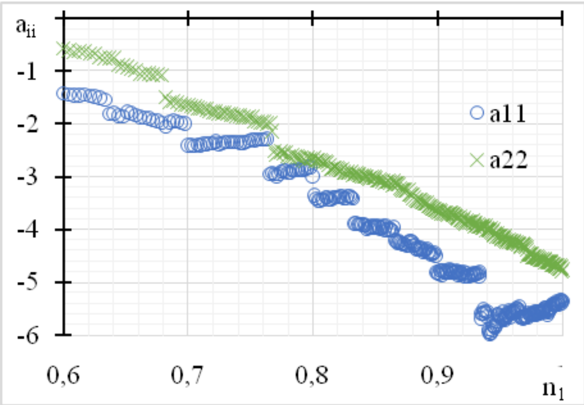

Рис. 2. Коэффициенты a_{11} и a_{22}

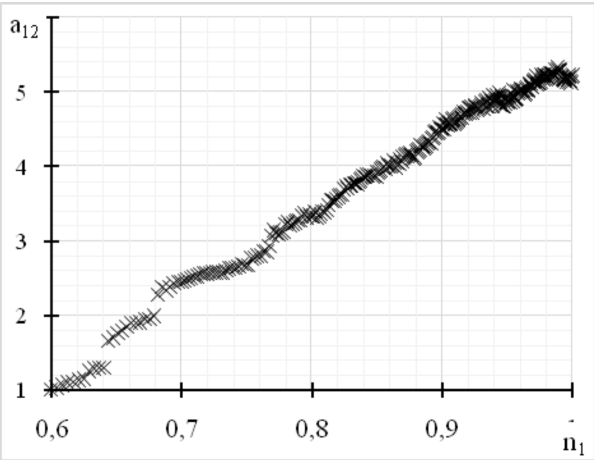

Рис. 3. Коэффициент a_{12}

Исследования показали, что причиной наблюдаемого на представленных рисунках изменения коэффициентов является линейная интерполяция характеристик узлов двигателя, в частности, характеристики компрессора. Скачки соответствуют переходу линии рабочих режимов или расчетных точек при численном дифференцировании из одной линейной области характеристики в другую.

Самым простым и очевидным способом устранения этих скачков, не обусловленных физическими причинами, является аппроксимация зависимости коэффициентов ЛДМ от режима работы гладкими функциями. Однако при этом не гарантировано предотвращение обнаруженной в работе [5] неустойчивости динамической модели, связанной с зависимостью ее коэффициентов от режима.

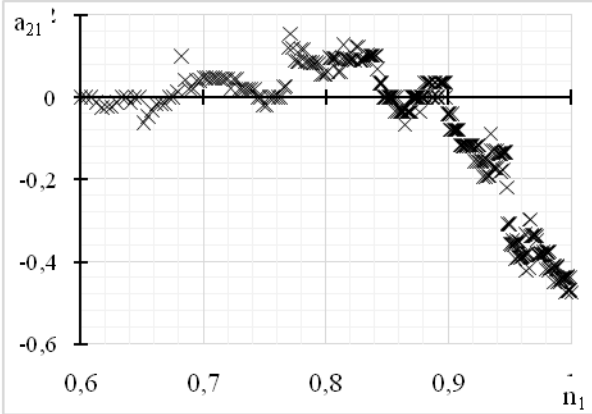

Рис. 4. Коэффициент a_{21}

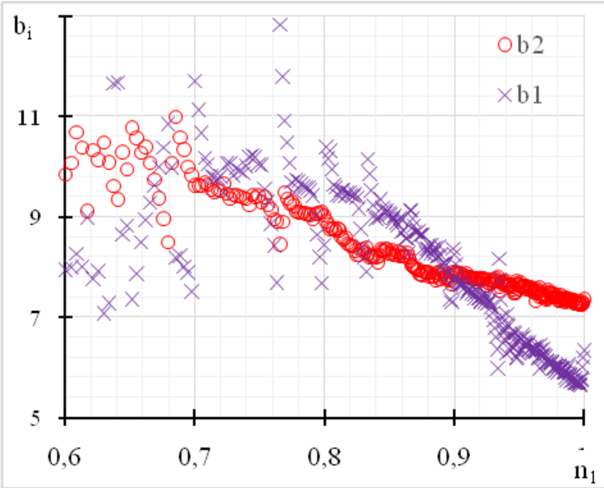

Рис. 5. Коэффициенты вектора B

Чтобы исключить возможность появления недопустимых сочетаний коэффициентов модели, предлагается использовать следующую априорную информацию о модели:

- зависимости коэффициентов от режима – монотонные и гладкие (это условие уже упомянуто выше);

-соответствие между коэффициентами усиления ЛДМ, представленной передаточными функциями, и производными от статической характеристики;

- уменьшение значений постоянных времени роторов двигателя с увеличением режима работы;

- усиление газодинамических связей между роторами с увеличением режима работы.

Как видно, большинство из перечисленных видов информации относятся не к модели в пространстве состояний, а к коэффициентам модели, представленной в форме передаточных функций. Поэтому сформулированную выше проблему обеспечения гладкости зависимостей коэффициентов динамической модели от режима работы двигателя необходимо решать, используя параметры передаточных функций.

 ISSN 1727-7337 (print)
ISSN 2663-2217 (online)

2.Определение динамических параметров двигателя

Перепишем систему уравнений (1) для двухвального двигателя в виде

$$\begin{cases} \dot{n}_1 = a_{11}\,\Delta n_1 + a_{12}\,\Delta n_2 + b_1\,\Delta G_T; \\ \dot{n}_2 = a_{21}\,\Delta n_1 + a_{22}\,\Delta n_2 + b_2\,\Delta G_T. \end{cases} \quad (3)$$

После преобразования получим:

$$\begin{cases} -\dfrac{1}{a_{11}}\dot{n}_1 + \Delta n_1 = -\dfrac{a_{12}}{a_{11}}\Delta n_2 - \dfrac{b_1}{a_{11}}\Delta G_T; \\ -\dfrac{1}{a_{22}}\dot{n}_2 + \Delta n_2 = -\dfrac{a_{21}}{a_{22}}\Delta n_1 - \dfrac{b_2}{a_{22}}\Delta G_T. \end{cases} \quad (4)$$

Введем обозначения:

$$T_1 = -\frac{1}{a_{11}}; T_2 = -\frac{1}{a_{22}}; K_{n_{12}} = -\frac{a_{12}}{a_{11}}; K_{n_{21}} = -\frac{a_{21}}{a_{11}};$$
$$K_{G_1} = -\frac{b_1}{a_{11}}; K_{G_2} = -\frac{b_2}{a_{22}}.$$

Тогда (4) преобразуется к виду

$$\begin{cases} T_1\dot{n}_1 + \Delta n_1 = K_{n12}\Delta n_2 + K_{G1}\,\Delta G_T; \\ T_2\dot{n}_2 + \Delta n_2 = K_{n21}\,\Delta n_1 + K_{G2}\,\Delta G_T, \end{cases} \quad (5)$$

где T_1 и T_2 – постоянные времени роторов низкого и высокого давления соответственно;

K_G – коэффициенты усиления по расходу топлива i-го ротора (1 – низкого давления, 2 – высокого давления);

G_T – изменение расхода топлива в основной камере сгорания,

Δn_i – изменение частоты вращения i-го ротора;

K_{nij} – коэффициенты влияния j-го ротора на i-й ротор.

Выполнив преобразования уравнений (5), получим дифференциальные уравнения для каждого ротора:

$$\begin{cases} \dfrac{T_1T_2}{1-K_{n12}K_{n21}}\ddot{n}_2 + \dfrac{T_1+T_2}{1-K_{n12}K_{n21}}\dot{n}_2 + \Delta n_2 = \\ = \dfrac{K_{G2}+K_{G1}\,K_{n21}}{1-K_{n12}K_{n21}}\left[\dfrac{T_1K_{G2}}{K_{G2}+K_{G1}\,K_{n21}}\dot{G}_T + \Delta G_T\right]; \\ \dfrac{T_1T_2}{1-K_{n12}K_{n21}}\ddot{n}_1 + \dfrac{T_1+T_2}{1-K_{n12}K_{n21}}\dot{n}_1 + \Delta n_1 = \\ = \dfrac{K_{G1}+K_{G2}\,K_{n12}}{1-K_{n12}K_{n21}}\left[\dfrac{T_2K_{G1}}{K_{G1}+K_{G2}\,K_{n12}}\dot{G}_T + \Delta G_T\right]. \end{cases} \quad (6)$$

Введем обозначения:

$$\pi = \frac{T_1T_2}{1-K_{n12}K_{n21}}; \sigma = \frac{T_1+T_2}{1-K_{n12}K_{n21}};$$

$$K_G^{n_2} = \frac{K_{G2}+K_{G1}\,K_{n21}}{1-K_{n12}K_{n21}}; K_G^{n_1} = \frac{K_{G1}+K_{G2}\,K_{n12}}{1-K_{n12}K_{n21}};$$

$$k_G^{n_2} = \frac{T_1K_{G2}}{K_{G2}+K_{G1}\,K_{n21}}; k_G^{n_1} = \frac{T_2K_{G1}}{K_{G1}+K_{G2}\,K_{n12}};$$

$$\begin{cases} \tau_1\tau_2 = \pi; \\ \tau_1 + \tau_2 = \sigma. \end{cases} \quad (7)$$

Для определения значений постоянных времени роторов τ_1 и τ_2 необходимо решить систему уравнений (7):

$$\tau_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{\sqrt{\sigma^2 - 4\pi}}{2}.$$

В отличие от T_1 и T_2, эти постоянные времени учитывают взаимное влияние роторов, обусловленное газодинамическими связями. Обратим внимание на то, что коэффициенты τ_1 и τ_2 не всегда являются вещественными числами; в этом случае система – колебательная. Чтобы корректно отразить колебательные свойства реального объекта, предложено аппроксимировать действительную и мнимую части раздельно.

Коэффициенты усиления $K_G^{n_1}$ и $K_G^{n_2}$ могут быть найдены непосредственно из дроссельной характеристики, предварительно аппроксимированной гладкой функцией. С учетом всех обозначений можем окончательно записать модель (6) как

$$\begin{cases} \pi\ddot{n}_2 + \sigma\dot{n}_2 + \Delta n_2 = K_G^{n_2}\left[k_G^{n_2}\dot{G}_T + \Delta G_T\right]; \\ \pi\ddot{n}_1 + \sigma\dot{n}_1 + \Delta n_1 = K_G^{n_1}\left[k_G^{n_1}\dot{G}_T + \Delta G_T\right]. \end{cases} \quad (8)$$

Дополним систему уравнений состояния (3) уравнением наблюдения

$$\Delta Y_i = c_{i1}\,\Delta n_1 + c_{i2}\,\Delta n_2 + d_i\,\Delta G_T, \quad (9)$$

где c_{ij} – коэффициенты влияния изменения частоты вращения j-го ротора на отклонение i-го параметра;

d_i – коэффициенты влияния изменения расхода топлива на отклонение i-го параметра.

Проведя преобразования, подобные тем, которые были сделаны для уравнений состояния (3) при получении уравнений (8) и (9), получим уравнение для *i*-го параметра в форме передаточных функций:

$$\pi\ddot{Y}_i + \sigma\dot{Y}_i + \Delta Y_i = K_G^{Yi}\left[k_{2G}^{Yi}\ddot{G}_T + k_{1G}^{Yi}\dot{G}_T + \Delta G_T\right]. \quad (10)$$

Анализируя уравнения (8), (10), можно выделить следующие комплексы параметров динамической модели:

$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \sigma^2 - 4\pi \end{Bmatrix}$ – значения, отражающие собственные динамические свойства двигателя;

$\begin{Bmatrix} K_G^{n_1} \\ K_G^{n_2} \end{Bmatrix}$, $\begin{Bmatrix} K_G^{Y_1} \\ \vdots \\ K_G^{Yi} \end{Bmatrix}$ – значения, отражающие статические свойства двигателя;

$\begin{Bmatrix} k_G^{n_1} \\ k_G^{n_2} \end{Bmatrix}$, $\begin{Bmatrix} k_{2G}^{Y_1} \\ \vdots \\ k_{2G}^{Yi} \end{Bmatrix}$ и $\begin{Bmatrix} k_{1G}^{Y_1} \\ \vdots \\ k_{1G}^{Yi} \end{Bmatrix}$ – значения, отражающие динамику по воздействиям.

Именно эти параметры, физический смысл которых и характер зависимости от режима работы двигателя хорошо известны, будем аппроксимировать в зависимости от приведенной частоты вращения ротора низкого давления.

2. Способ и порядок аппроксимации коэффициентов

Будем использовать для аппроксимации полиномы вида $f(\bar{n}_1) = a_k\bar{n}_1^{\,k} + a_{k-1}\bar{n}_1^{\,k-1} + \ldots + a_0$, где $\bar{n}_1 = n_1 / n_{1max}$. Полученные методом наименьших квадратов зависимости представлены на рис. 6-9.

Используя аппроксимированные (сглаженные) значения параметров σ и $\left(\sigma^2 - 4\pi\right)$, обозначенные индексом «sm», найдем аппроксимированный коэффициент π:

$$\pi = \frac{\sigma_{sm}^2 - \left(\sigma^2 - 4\pi\right)_{sm}^2}{4}.$$

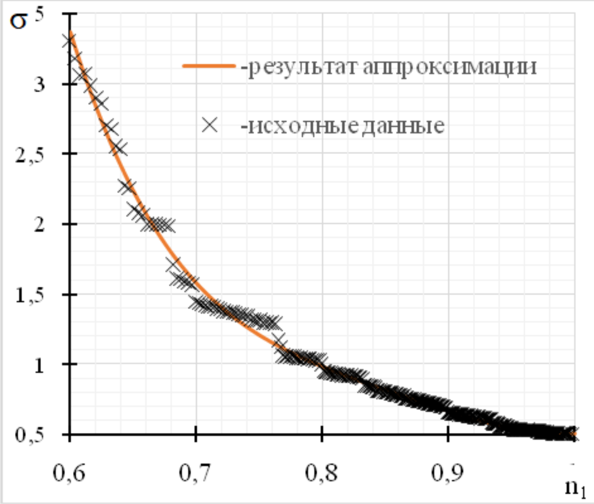

Рис. 6. Зависимость для коэффициента σ

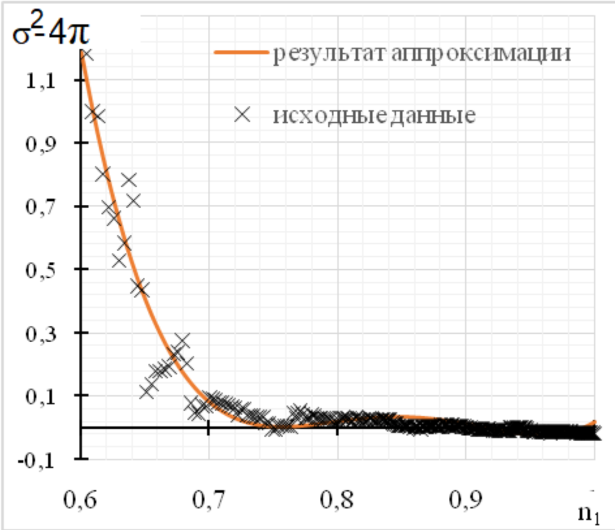

Рис. 7. Зависимость для параметра ($\sigma^2 - 4\pi$)

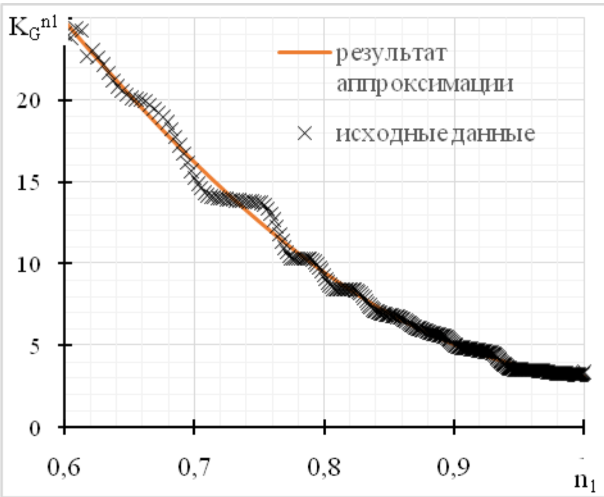

Рис. 8. Зависимость для коэффициента $K_G^{n_1}$

ISSN 1727-7337 (print)
ISSN 2663-2217 (online)

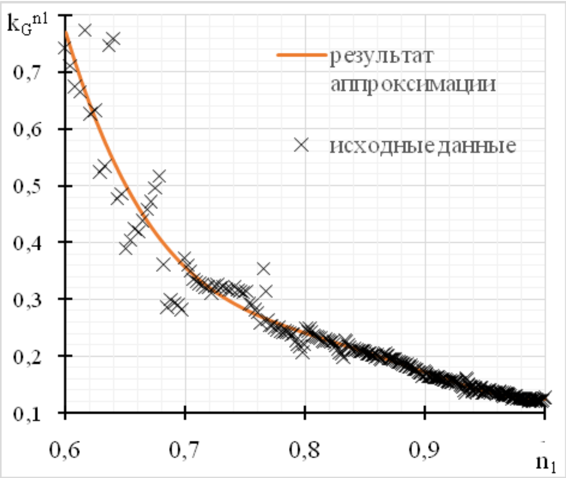

Рис. 9. Зависимость для коэффициента $k_G^{n_1}$

Зависимость этого параметра от режима представлена на рис. 10. Эта зависимость соответствует априорным представлениям о характере данной зависимости, что является косвенным подтверждением корректности предложенной методики.

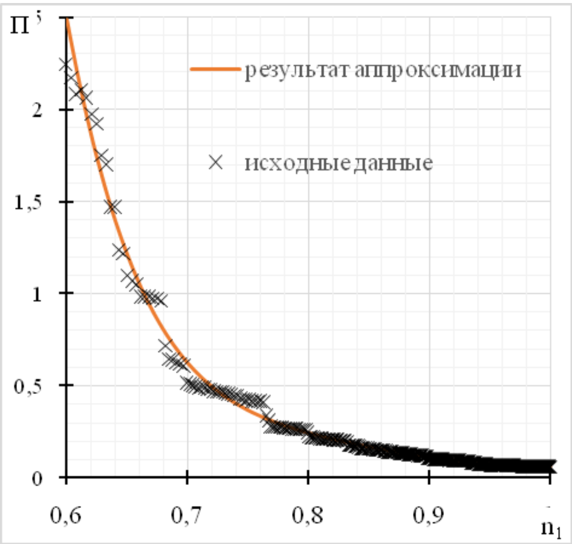

Рис. 10. Зависимость для коэффициента П

3. Восстановление коэффициентов модели в пространстве состояний

Необходимо по аппроксимированым значениям найти элементы матриц A, B, C, D.

Для этого воспользуемся системой уравнений (8). Запишем эти уравнения в виде передаточной функции отдельно для каждого ротора:

$$W_i(s) = \frac{n_i(s)}{G_T(s)} = \frac{K_G^{n_i} k_G^{n_i} s + K_G^{n_i}}{\pi s^2 + \sigma s + 1}. \qquad (11)$$

Представим выражение (11) в следующем виде:

$$\frac{n_i(s)}{K_G^{n_i} k_G^{n_i} s + K_G^{n_i}} = \frac{G_T(s)}{\pi s^2 + \sigma s + 1} = Z(s),$$

где $Z(s)$ -отображение по Лапласу абстрактной переменной $Z(t)$.

Используя эту переменную, перепишем каждое уравнение системы (8) в виде двух уравнений:

$$n_i(t) = K_G^{n_i} k_G^{n_i} \dot{Z}(t) + K_G^{n_i} Z(t); \qquad (12)$$

$$G_T(t) = \pi \ddot{Z}(t) + \sigma \dot{Z}(t) + Z(t). \qquad (13)$$

Введем обозначение $Z_i(t) = \dot{Z}_{i-1}(t)$, тогда

$$\dot{Z}(t) = Z_2(t) = \dot{Z}_1(t); \; \ddot{Z}(t) = Z_3(t) = \dot{Z}_2(t).$$

Перепишем уравнение (13) с учетом этих обозначений:

$$G_T(t) = \pi \dot{Z}_2(t) + \sigma \dot{Z}_1(t) + Z_1(t). \qquad (14)$$

Отсюда

$$\pi \dot{Z}_2(t) = -\sigma \dot{Z}_1(t) - Z_1(t) + G_T(t). \qquad (15)$$

Заметим, что вектор производных $\dot{\vec{Z}}$ будет иметь вид

$$\begin{aligned} &\dot{Z}_1(t) = 0 \cdot Z_1(t) + Z_2(t) + 0 \cdot G_T(t); \\ &\Pi \cdot \dot{Z}_2(t) = -Z_1(t) - \Sigma \cdot Z_2(t) + G_T(t), \end{aligned} \qquad (16)$$

или $$\begin{bmatrix} \dot{Z}_1(t) \\ \dot{Z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{\pi} & -\frac{\sigma}{\pi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{bmatrix} + \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\pi} \end{bmatrix} G_T(t),$$

$$\dot{\vec{Z}}(t) = T_Z \vec{Z}(t) + R_Z G_T(t). \qquad (17)$$

Запишем уравнения (12) для двух роторов в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_G^{n_1} & K_G^{n_1} k_G^{n_1} \\ K_G^{n_2} & K_G^{n_2} k_G^{n_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} G_T(t), \qquad (18)$$

или

$$\vec{n}(t) = K_Z \vec{Z}(t). \qquad (19)$$

Из (19) следует, что

$$\vec{Z}(t)=\left(K_Z\right)^{-1}\vec{n}(t)\,; \tag{20}$$

тогда

$$\dot{\vec{Z}}(t)=\left(K_Z\right)^{-1}\dot{\vec{n}}(t)\,. \tag{21}$$

Подставим (21) в (17):

$$\dot{\vec{n}}(t)=K_Z T_Z\left(K_Z\right)^{-1}\vec{n}(t)+K_Z R_Z G_T(t)\,. \tag{22}$$

Сравнение выражений (22) и (3) дает возможность получить формулы для определения элементов матриц A и B:

$$A=K_Z T_Z\left(K_Z\right)^{-1};\ B=K_Z R_Z\,. \tag{23}$$

Для восстановления коэффициентов матриц C и D воспользуемся уравнениями (10). Рассмотрим уравнение для одного параметра. Запишем его в виде передаточной функции:

$$W_i(s)=\frac{Y_i(s)}{G_T(s)}=\frac{K_G^{Yi}k_{2G}^{Yi}s^2+K_G^{Yi}k_{1G}^{Yi}s+K_G^{Yi}}{\pi s^2+\sigma s+1}\,,$$

откуда

$$\frac{Y_i(s)}{K_G^{Yi}k_{2G}^{Yi}s^2+K_G^{Yi}k_{1G}^{Yi}s+K_G^{Yi}}=\frac{G_T(s)}{\pi s^2+\sigma s+1}=Z(s)\,.$$

Уравнение (9) перепишем в виде двух уравнений:

$$Y_i(t)=K_G^{Yi}k_{2G}^{Yi}\ddot{Z}(t)+K_G^{Yi}k_{1G}^{Yi}\dot{Z}(t)+K_G^{Yi}Z(t)\,;$$
$$G_T(t)=\pi\ddot{Z}(t)+\sigma\dot{Z}(t)+Z(t)\,.$$

Проведя преобразования, аналогичные выполненным ранее для уравнений движения роторов, получим:

$$\begin{bmatrix}Y_1(t)\\ \vdots\\ Y_i(t)\end{bmatrix}=\frac{1}{\pi}\begin{bmatrix}K_G^{Y_1}-K_G^{Y_1}k_{2G}^{Y_1}\frac{1}{\pi} & K_G^{Y_1}k_{1G}^{Y_1}-K_G^{Y_1}k_{2G}^{Y_1}\frac{\sigma}{\pi}\\ \vdots & \vdots\\ K_G^{Yi}-K_G^{Yi}k_{2G}^{Yi}\frac{1}{\pi} & K_G^{Yi}k_{1G}^{Yi}-K_G^{Yi}k_{2G}^{Yi}\frac{\sigma}{\pi}\end{bmatrix}\cdot;$$

$$\cdot\begin{bmatrix}Z_1(t)\\ Z_2(t)\end{bmatrix}+\frac{1}{\pi}\begin{bmatrix}K_G^{Y_1}k_{2G}^{Y_1}\\ \vdots\\ K_G^{Yi}k_{2G}^{Yi}\end{bmatrix}G_T(t);$$

$$\vec{Y}(t)=T_Y\vec{Z}(t)+R_Y G_T(t)\,. \tag{24}$$

Подстановка (20) в (24) дает:

$$\vec{Y}(t)=T_Y\left(K_Z\right)^{-1}\vec{n}(t)+R_Y G_T(t)\,. \tag{25}$$

Сопоставляя (25) с (9), получим формулы для определения элементов матриц C и D:

$$C=T_Y\left(K_Z\right)^{-1};\ D=R_Y\,. \tag{26}$$

На рис. 10-12 представлены результаты расчета коэффициентов по формулам (23), (26).

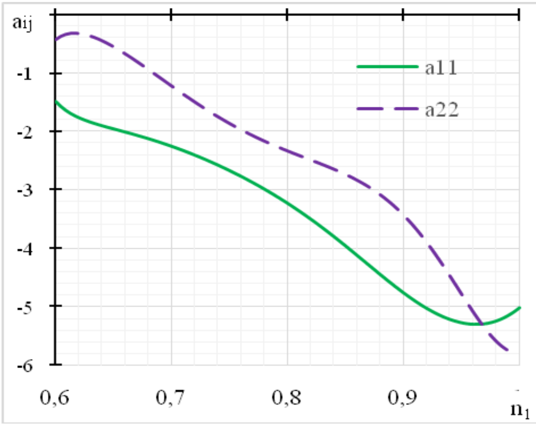

Рис. 10. Зависимости для коэффициентов a_{11} и a_{22}

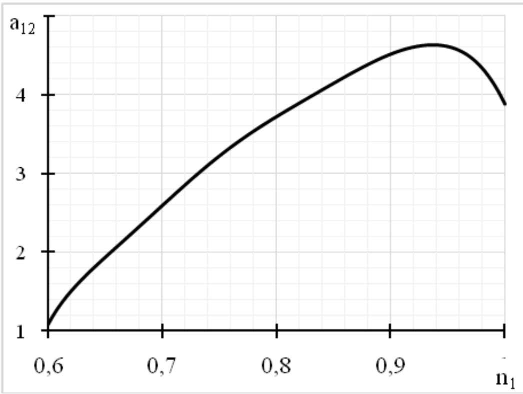

Рис. 11. Зависимость для коэффициента a_{12}

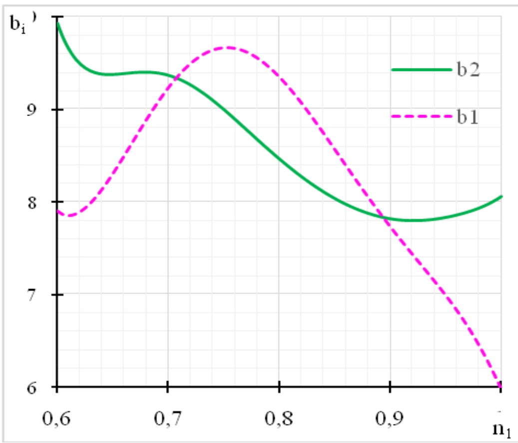

Рис. 12. Зависимости для коэффициентов матрицы B

ISSN 1727-7337 (print)
ISSN 2663-2217 (online)

Заключение

Предложен метод формирования многорежимных динамических моделей газотурбинных двигателей, основанный на уточнении линеаризованной нелинейной динамической модели с помощью аппроксимации зависимости ее коэффициентов от режима работы двигателя. Для обеспечения необходимого качества модели предложено использовать, дополнительно к традиционным критериям аппроксимации, априорную информацию о статических и динамических свойствах двигателя как динамического объекта. Более полное привлечение данной информации обеспечено путем того, что указанная аппроксимация выполняется не для коэффициентов модели в пространстве состояний, а для параметров, характеризующих передаточные функции и имеющих более явный физических смысл. Благодаря использованию этих параметров, обеспечена возможность раздельного формирования статических параметров (коэффициентов усиления) и динамических параметров модели.

Приведены необходимые преобразования коэффициентов для двухвального турбореактивного двухконтурного двигателя.

Полученные в результате сглаженные зависимости динамических параметров от режима работы имеют гладкий характер и соответствуют априорным физическим представлениям о характеристиках двигателя.

Практическое применение данной методики позволяет повысить адекватность используемых при проектировании САУ динамических моделей.

Литература

1. Jaw, L. C. Aircraft engine controls: design, system analysis, and health monitoring [Text] / L. C. Jaw, J. D. Mattingly. – American institute of Aeronautics and Astronautics, Ink., Reston, Virginia, USA, 2009. – 385 p.

2. Richter, H. Advanced controls of turbofan engines [Text] / H. Richter. – Springer, 2011. – 281 p.

3. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей [Текст] / С. В. Епифанов, Б. И. Кузнецов и др. – К. : Техника, 1998. – 312 с.

4. Куликов, Г. Г. Метод определения динамических параметров ГТД в САПР-Д [Текст] / Г. Г. Куликов, И. М. Горюнов, М. А. Романов // Испытание авиационных двигателей : межвуз. научн. сб. – Уфа : УАИ, 1986. – № 14. – С. 39-46.

5. Волков, Д. И. Сопряжение диапазонов задания параметров квазилинейной динамической модели ГТД при её кусочно-линейном представлении [Текст] / Д. И. Волков, С. В. Епифанов // Вестник двигателестроения. – 2005. – № 2. – С. 67-71.

References

1. Jaw, L. C., Mattingly, J. D. *Aircraft engine controls: design, system analysis, and health monitoring*. Reston, Virginia, USA, American institute of Aeronautics and Astronautics Ink. Publ., 2009. 385 p.

2. Richter, H. *Advanced controls of turbofan engines*. Springer Publ., 2011. 281 p.

3. Yepifanov, S. V., Kuznetsov, B. I. et al. *Sintez sistem upravleniya i diagnostirovaniya gazoturbinnykh dvigateley* [Synthesis of turbine engine automatic control and diagnostic systems]. Kiev, Tekhnika Publ., 1998. 312 p.

4. Kulikov, G. G., Goryunov, I. M., Romanov,M. A. Metod opredeleniya dinamicheskikh parametrov GTD v SAPR-D [Dynamic parameters determining GTD in Engine CAD]. *Ispytaniye aviatsionnykh dvigateley : mezhvuz. nauchn. sb. – Testing of aircraft engines: interuniversity. scientific. sat.*, Ufa, 1986, no. 14, pp. 39-46.

5. Volkov, D. I., Yepifanov, S. V. Sopryazheniye diapazonov zadaniya parametrov kvazilineynoy dinamicheskoy modeli GTD pri yeyo kusochno-lineynom predstavlenii [Ranges coordination of turbine engine peace-linear dynamic model parameters setting]. *Vestnik dvigatelestroyeniya – Engine Herald*, 2005, no. 2, pp. 67-71.

Поступила в редакцию 12.06.2020, рассмотрена на редколлегии 15.08.2020

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОБЛЕМИ ФОРМУВАННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ПАРАМЕТРІВ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ДВОВАЛЬНОГО ТРДД ВІД РЕЖИМУ РОБОТИ

С. В. Єпіфанов, Р. Л. Зеленський, О. В. Бондаренко

Математичні моделі є важливим засобом проектування двигунів та їх систем автоматичного керування (САК). Основними галузями використання моделей є імітаційне моделювання об’єкту керування під час аналізу, синтезу та напівнатурного моделювання, а також створення основаних на моделях алгоритмів керування двигунами. Для цього використовується комплекс математичних моделей, які визначаються на основі вихідної (базової) повузлової термогазодинамічної моделі робочого процесу, яка зазвичай формується та супроводжується розробником двигуна. Однак вона не задовольняє вимогу забезпечення реального масштабу часу обчислень під час напівнатурного моделювання, коли модель відтворює динамічні властивості об’єкту під час роботи з реальним електронним блоком. Позбавлена перелічених недоліків динамічна модель двигуна формується як комбінація спрощених статичної та динамічної моделей. При цьому динамічна модель має лінійну структуру та описує динамічні зв'язки в околиці статичної характеристики двигуна, представленої статичною моделлю. Ця динамічна модель може бути отримана шляхом лінеаризації базової термогазодинамічної моделі. Базова модель складена на основі характеристик вузлів, побудованих за результатами експериментів з використанням кусково-лінійної інтерполяції. Внаслідок кусково-лінійної інтерполяції характеристик параметри двигуна мають злами, що спричиняє похибки розрахунків, виконаних із використанням даної моделі, і не відповідає реальним процесам, які відбуваються в двигуні. Радикальним способом усунення цієї проблеми є удосконалення нелінійної моделі шляхом згладжування характеристик вузлів. Однак це приведе до розузгодження між моделлю, яку використовує розробник САК, і базовою моделлю, яку використовує розробник двигуна. В роботі розглянуто методику апроксимації коефіцієнтів динамічної моделі, визначених за допомогою поелементної термогазодинамічної математичної моделі, яка використовує кусково-лінійну інтерполяцію характеристик вузлів. Дослідження спрямовано на удосконалення лінійних динамічних моделей в просторі станів і автоматизацію їх формування для підвищення якості та прискорення процесу синтезу систем автоматичного керування.

Ключові слова: газотурбінний двигун; автоматичне керування; динамічна модель; апроксимація.

RESEARCHING OF RELATIONS FORMING BETWEEN PARAMETERS OF TWO-SPOOL TURBOFAN DYNAMIC MODEL AND OPERATION MODE

S. Yepifanov, R. Zelenskii, O. Bondarenko

Mathematical models are an efficient instrument of engines and their automatic control systems designing. The main areas of the model application are simulation modeling of the controlled object at analysis, synthesis, and semi-natural simulation, and also model-based engine controlling algorithms designing. In this case, a set of mathematical models is used that is derived from the initial (base) thermo-gas-dynamic model of the working process, which is usually designed and supported by the engine designer. However, it not satisfies the requirement of real-time calculations when the model simulates the engine dynamics at operation with the real electronic hardware. Lacking the above-listed shortcomings dynamic model of the engine is formed as a combination of simplified static and dynamic models. In this case, the dynamic model has a linear structure and characterizes dynamic relations in a local area close to the engine static characteristics that are represented as the static model. This dynamic model can be determined by the linearization of the base thermo-gas-dynamic model. The base model is grounded on characteristics of the engine components, which are built using experimental results and a peace-linear interpolation. Due to the peace-linear interpolation of the characteristics, relations between the engine parameters have breaks, which cause errors in calculations, which are done using the model, and not correspond to real processes in the engine. The drastic method to overcome this problem is the perfection of the thermo-gas-dynamic model by smoothing the characteristics of components. However, this will mismatch the model, which is used by the ASC designer, and the base model of the engine designer. This paper considers the approximation of the dynamic model coefficients, which are determined using the component-based thermo-gas-dynamic model with the peace-linear interpolation of the components' characteristics. The research is aimed at the improvement of the used linear dynamic models in state space and automation of their forming for the engine automatic control systems quality increasing and synthesis acceleration.

Keywords: gas turbine engine; automatic control; dynamic model; approximation.

Епифанов Сергей Валериевич – д-р техн. наук, проф., зав. каф. конструкции авиационных двигателей, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Зеленский Роман Леонидович – канд. техн. наук, доцент кафедры конструкции авиационных двигателей, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Бондаренко Алексей Васильевич – аспирант, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Sergiy Yepifanov – Doctor of Technical Science, Professor, Head of Aircraft Engine Design Dept., National Aerospace University "Kharkov Aviation Institute", Kharkov, Ukraine,
e-mail: s.yepifanov@khai.edu, ORCID Author ID: 0000-0003-0533-9524.

Roman Zelenskyi – PhD, Associated professor Aircraft Engine Design Dept., National Aerospace University "Kharkov Aviation Institute", Kharkov, Ukraine,
e-mail: meercat_r@ukr.net, ORCID Author ID: 0000-0002-6178-0149.

Oleksii Bondarenko – PhD student, National Aerospace University "Kharkov Aviation Institute", Kharkov, Ukraine,
e-mail: bonaleksei@gmail.com, ORCID Author ID: 0000-0001-7943-8555.