

УДК 531.781.2

doi: 10.32620/aktt.2020.8.12

Ю. А. ГУСЕВ

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина*

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ТЕНЗОРЕЗИСТОРОВ

Развитие газотурбинных двигателей (ГТД) неразрывно связано с повышением их основных характеристик. При этом возрастают параметры рабочего тела (в частности, температура газового потока) и интенсивность нагрузок на конструктивные элементы. Прочностная надежность высоко нагретых элементов ГТД является фактором, определяющим ресурс двигателя в целом. Наиболее часто встречающиеся случаи повреждения элементов ГТД обусловлены статическими и вибрационными напряжениями, и в основном относятся к лопаточному аппарату газовых турбин, работающих при температурах до 1200 °С. Вибрационные напряжения отдельных деталей ГТД можно определить только экспериментально при испытаниях и доводке ГТД. Их значения определяют в отдельных точках поверхностей деталей по величинам непосредственно измеряемых деформаций. В настоящее время основным средством определения вибрационных деформаций элементов ГТД являются тензометры сопротивления – тензорезисторы. В процессе испытания информация, формируема тензорезисторами, позволяет определить не только динамическую деформацию, а также статическую и динамическую температуру лопатки в месте установки тензорезистора.

Предложена методика параметрической идентификации высокотемпературного тензорезистора (ВТ), основанная на представлении исследуемого ВТ, как некоторой, в общем случае, нелинейной измерительной системы. Рассматриваются структурная и математическая модели ВТ, в которых с помощью одного чувствительного элемента одновременно измеряется и температура, и деформация. Предлагается оригинальная методика исследования достоверности результатов параметрической идентификации ВТ. Доказано, что эллипсоидный характер линий уровня функции невязки, а также отсутствие области экстремума и точечный характер минимума свидетельствуют о практической идентифицируемости тензометрической системы. Предложена методика, позволяющая количественно и качественно анализировать влияние шунтирования на точность показаний ВТ. Данная методика может быть использована также при создании новых видов изолирующих материалов, предназначенных для изоляторов-подложек ВТ. Рассматриваемая методика, позволяет в процессе экспериментального исследования напряжённо-деформированного состояния элемента конструкции проводить измерение его деформации и температуры с использованием одного датчика – тензометра с чувствительным элементом на основе платины.

Ключевые слова: тензорезистор; вибронпряжение; параметрическая идентификация; тензометрическая система; температур; оптимизация; математическая модель; платина; функция невязки.

Постановка задачи идентификации высокотемпературного тензорезистора

В основу параметрической идентификации тензометрической системы положено получение оптимальных оценок измеряемых его величин путем сравнения реальной физической ситуации – непосредственно измеряемых параметров тензорезистора с их значениями, рассчитываемыми по его математической модели [1 - 3].

Составление математической модели измерительной системы необходимо начинать с рассмотрения структурной модели последней, в которой должны быть, по крайней мере, качественно пред-

ставлены все физические явления, происходящие в процессе измерения.

Структурная модель тензометрической системы состоит из самого объекта – тензорезистора и блока измерений, который в нашем случае реализует измерения вибродеформации и температуры чувствительного элемента тензометра

При этом заключение тензорезистора в потенциометрическую измерительную схему [1 - 3] позволяет разделять квазистационарный сигнал тензорезистора, связанный с изменением его электросопротивления под действием температуры окружающей среды, и переменный (часто гармонический) сигнал тензорезистора, связанный с приложенной к тензорезистору вибродеформацией (рис. 1).

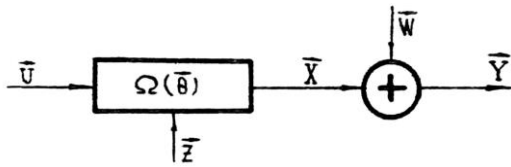


Рис. 1. Структурная модель тензорезистора

Так как значение коэффициента тензочувствительности в сильной мере зависит от температуры, это заставляет, с целью точного определения последней, либо применять дополнительный измерительный элемент-термопару, либо использовать чувствительный элемент с самого тензорезистора как термометр сопротивления. Температурный коэффициент сопротивления материала (платина или ее сплавы с другими металлами платиновой группы) чувствительного элемента тензорезистора должен позволить использовать второй способ измерения температуры. В связи с вышеизложенным, будем рассматривать структурную модель тензорезистора, в которой с помощью одного чувствительного элемента одновременно измеряется и температура при вибродеформации.

Математическая модель тензометрической измерительной системы

Будем считать, что математическая модель тензометрической измерительной системы (ТИС) характеризуется некоторым оператором $\Omega(\bar{\theta}_u, \bar{\theta})$, вектором состояния \bar{X} и вектором измерения \bar{Y} .

Составляющими вектора состояния \bar{X} являются сопротивление тензорезистора R и его приращение ΔR , связанное с воздействием деформации. Для составляющих вектора состояния в общем случае справедливы следующие зависимости от всех известных $\bar{\theta}_u$ и неизвестных $\bar{\theta}$ параметров тензорезистора

$$\begin{cases} X_1 = R = \Psi_1(R_0, K_0, \alpha, \gamma, T, \varepsilon) = \Psi_1(\bar{\theta}_u, \bar{\theta}); \\ X_2 = \Delta R = \Psi_2(R_0, K_0, \alpha, \gamma, T, \varepsilon) = \Psi_2(\bar{\theta}_u, \bar{\theta}). \end{cases} \quad (1)$$

где R и ΔR – статическое и динамическое сопротивление чувствительного элемента тензорезистора при значениях температуры T (постоянной или медленно меняющейся) и вибродеформации ε (быстроменяющейся), соответственно:

R_0 – сопротивление чувствительного элемента тензорезистора;

K_0 – коэффициент тензочувствительности;

α – т.к.с. материала чувствительного элемента тензорезистора;

γ – коэффициент, характеризующий изменение величины под действием температуры;

$\bar{\theta}_u = [R_0, K_0, \alpha, \gamma]^T$ – вектор известных параметров тензорезистора;

$\bar{\theta} = [T, \varepsilon] = [\theta_1, \theta_2]^T$ – вектор неизвестных (искомых) параметров тензорезистора.

В вектор искомых параметров $\bar{\theta}$ могут быть включены подлежащие определению параметры тензорезистора – температура T и вибродеформации ε , а при необходимости также и мешающие воздействия: шунтирование чувствительного элемента на тело, детали, частичная потеря тензочувствительности в связи с уменьшением упругих свойств материала изолирующей подложки и другие.

В векторной форме уравнение (1) можно записать в виде

$$\bar{X} = \bar{\Psi}(\bar{\theta}_u, \bar{\theta}). \quad \dots\dots \quad \dots\dots (2)$$

Соответствующее (2) уравнение измерения имеет вид

$$\bar{Y}_k = \bar{X} + \bar{W}_k = \bar{\Psi}(\bar{\theta}_u, \bar{\theta}) + \bar{W}_k, \quad (3)$$

где $\bar{W}_k = [W_{1k}, W_{2k}]^T$ – вектор случайных погрешностей;

$K = 1, 2, \dots, N$ – порядковый номер измерения.

Таким образом, вектор измерения \bar{Y}_k помимо полезной информации (величин X_1 и X_2) включает также случайные погрешности K -го измерения – W_{1k} и W_{2k} . Составляющими вектора измерений \bar{Y}_k в нашем случае является R и ΔR , содержащие шум \bar{W}_k .

Оператором $\Omega(\bar{\theta}_u, \bar{\theta})$ являются уравнения (1) или (2), связывающие между собой \bar{X} , $\bar{\theta}_u$ и $\bar{\theta}$.

Структурная схема принятой нами математической модели тензометрической системы приведена на рис. 1.

Для высокотемпературного тензорезистора (ВТ) модель тензометрической измерительной системы выражается системой алгебраических уравнений, описывающих характер изменения электросопротивлений R и ΔR чувствительного элемента тензорезистора под действием вибродеформации и температуры, а именно:

$$\begin{cases} X_{1k} = R_k = R_0 (1 + \alpha T) [1 - K_0 (1 - \gamma T)] \varepsilon, \\ X_{2k} = \Delta R = R_0 (1 + \alpha T) K_0 (1 - \gamma T) \varepsilon. \end{cases} \quad (4)$$

Уравнениями измерений служат следующие

$$\begin{aligned} Y_{1k} &= R_k + WR_k, \\ Y_{2k} &= \Delta R_k + W\Delta R_k. \end{aligned} \quad (5)$$

Вектор измерения Y_k предполагается известными, а требуется определить вектор искомых параметров $\bar{\theta}$.

Указанная задача может быть решена методами параметрической идентификации систем [2, 3], которые позволяют определить оптимальные оценки $\hat{\theta}$ вектора искомых параметров $\bar{\theta}$.

Алгоритмы параметрической идентификации

Ниже приводятся алгоритмы параметрической идентификации в предложении, что модель состояния системы типа (4) полностью отражает структуру оператора $\Omega(\bar{\theta}_u, \bar{\theta})$.

Метод наименьших квадратов (МНК)

Математическая модель типа (2) или (4) при известных параметрах R_o, α, K_o, γ , дает количественную зависимость между регистрируемыми с помехами деформацией и температурой, объединенными в вектор измерения $\tilde{Y}_k(\bar{\theta})$, и величинами T и ε , входящими в вектор искомых параметров $\bar{\theta}$.

Рассчитываемый по модели вектор $\hat{Y}_k(\bar{\theta})$ для каких-то значений $\hat{\theta}_k$ принято называть [4, 5] прогнозом вектора измерения $\hat{Y}_k(\bar{\theta})$.

Из непосредственно измеряемых значений вектора $\hat{Y}_k(\bar{\theta})$ можно сформулировать следующую квадратичную функцию невязки, аналогичную предложенной в работе [2].

$$\Phi(\bar{\theta}) = \sum_{k=1}^N \left[\hat{Y}_k - \tilde{Y}_k(\bar{\theta}) \right]^T \Gamma^{-1} \left[\hat{Y}_k - \tilde{Y}_k(\bar{\theta}) \right], \quad (6)$$

где Γ^{-1} – положительно-определенная симметричная матрица.

Оптимальные оценки вектора искомых параметров $\hat{\theta}$ находятся минимизацией функции невязки $\Phi(\bar{\theta})$ по вектору $\bar{\theta}$. Эта процедура является хорошо известно в теории идентификации [4, 5]. Если матрица Γ является диагональной, то $\Phi(\bar{\theta})$ соот-

ветствует процедуре взвешенного МНК, если же $\Gamma = \sigma^2 I$ – обыкновенного МИК, где I – единичная матрица.

В связи с нелинейным видом модели прогноза измерения (2), оценивание по МИК является нелинейным. Для минимизации функции невязки $\Phi(\bar{\theta})$ вида (6) при нелинейном оценивании по МНК можно воспользоваться условиями существования экстремума $\Phi(\bar{\theta})$ по $\bar{\theta}$:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} \Phi(\bar{\theta}), \quad (i = 1, 2) \quad (7)$$

и получить систему алгебраических уравнений да нахождения составляющих θ_i .

Если указанный путь из-за сложности исходных математических моделей реализовать не удается, тогда для минимизации (6) необходимо применять известные алгоритмы нелинейного программирования, такие, как метод максимального правдоподобия, наискорейшего спуска и другие [4].

В качестве достоинства метода оценивания параметров по МНК отметим, что он не требует априорного знания статистических характеристик шума \bar{W}_k в векторе измерения.

Достоинством МНК является также то, что всегда может быть получена ковариационная (2x2) матрица $P(\bar{\theta})$ ошибок оценок искомых параметров $\bar{\theta}$, диагональные элементы которой содержат дисперсии ошибок оценок, а остальные элементы входят в коэффициенты корреляции между компонентами вектора состояния [3].

Удобным представляется также применение алгоритмов оптимального (линейного) или субоптимального (нелинейного) фильтра Калмана, в частности его модификации, предложенной в работе Д. Ф. Симбирского и его сотрудников [3]. В данной работе применение алгоритма фильтра Калмана не рассматривается.

Достоверность результатов параметрической идентификации ВТ

Особенностью предложенных выше методов параметрической идентификации ВТ является то, что они всегда приводят к получению определенных значений $\hat{\theta}$ (оценок) искомых параметров, которые дают минимум функции невязки типа (6). Так как исходные модели ВТ (4) и (5) обычно являются нелинейными, а параметрическая идентификация относится к классу обратных задач, обладающих возможной некорректностью постановки [4], то достоверность конечных оценок искомых параметров

должна быть подвергнута анализу на предмет их устойчивости и близости к истинным значениям.

Для этой цели воспользуемся методами, предложенными в [3] и основанных на понятии идентифицируемости тензоизмерительной системы – возможности получения оптимальных оценок вектора искомых параметров $\bar{\theta} = [T \ \varepsilon]^T$. Система идентифицируема, если можно найти оценку $\hat{\theta}$, несмещенную и состоятельную.

При этом необходимо отметить, что оценка вектора $\hat{\theta}$ называется *несмещенной*, если ее математическое ожидание $E(\hat{\theta})$ равняется истинному значению $\bar{\theta}$, обозначаемому $\bar{\theta}_0$. *Состоятельность* оценки заключается в том, что по мере увеличения числа N измеренных \bar{Y} ($k=1, 2, \dots, N$) оценка должна все более приближаться к истинному значению.

Рассмотрим условие идентифицируемости нелинейной тензоизмерительной системы, модель прогноза измерений (4).

Как показано в [3, 4] условия идентифицируемости могут быть сформулированы следующим образом: система называется *локально идентифицируемой*, если ее квадратичная функция невязки (6) имеет минимум при $\hat{\theta} = \bar{\theta}_0$, если минимум является глобальным, то система называется *глобально идентифицируемой*. Если помимо глобального в этой области существуют еще и локальные минимумы, то тогда должен существовать практически реализуемый метод поиска глобального минимума при наличии локальных. Исходя из сказанного, можно сделать вывод о том, что изучение формы функции невязки $\Phi(\bar{\theta})$ в пространстве искомых параметров $\bar{\theta}$ является прямым путем анализа идентифицируемости соответствующей системы.

Заметим, что так как система описывается нелинейной математической моделью, то не исключено появление дополнительного решения (локального экстремума) при экспериментально-расчетном определении T и ε .

$$\begin{cases} R = \beta_1, & \beta_1 = \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha T_0} \\ \Delta R = \beta_1 \beta_2, & \beta_2 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \end{cases} \quad (8)$$

Представим математическую модель (4) в безразмерном виде, при условии независимости K от температуры (8).

Функция невязки (6) в этом случае принимает вид:

$$\Phi(\bar{\beta}) = (1 - \beta_1)^2 + (1 - \beta_1 \beta_2)^2, \quad (9)$$

где $\bar{\beta} = [\beta_1 \beta_2]^T$.

Поиск экстремальных значений выражения (9) проводим из условия (7), с помощью которого получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \beta_1} \Phi(\bar{\beta}) = -2(1 + \beta_2) + 2\beta_1(1 - \beta_2^2) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial \beta_2} \Phi(\bar{\beta}) = -2\beta_1 - 2\beta_1^2 \beta_2 = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Из (10) следует, что функция $\Phi(\bar{\beta})$ имеет минимальное (нулевое) значение при $\beta_1 = \beta_2 = 1$ (глобальный экстремум), рис. 2.

Дополнительные преобразования системы (10) позволяют получить новую систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \beta_1 = \frac{1 + \beta_2}{1 + \beta_2^2}, \\ \beta_1(\beta_1 \beta_2) - 1 = 0, \end{cases} \quad (11)$$

(которая позволяет сделать вывод о том, что при значениях $\beta_1 = 0$ и $\beta_2 = -1$ функция невязки

$\Phi(\bar{\beta}) = 2$ имеет перегиб (см. рис. 2).

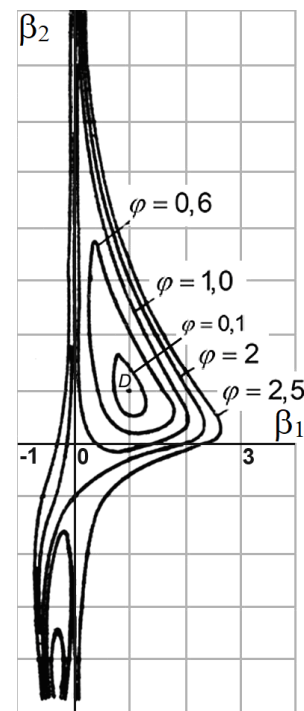


Рис. 2. Проекция линий уровня функции невязки безразмерной модели, высокотемпературного тензорезистора

Геометрически функцию $\Phi(\vec{\beta})$ можно представить как поверхность в пространстве искомых параметров β_1 и β_2 , задаваемую выражением (9) и изобразить на плоскости β_1, β_2 в виде линий уровня (см. рис.2) – $\Phi(\vec{\beta}) = \text{const}$. Анализ линий уровня позволяет сделать вывод о двухэкстремальном характере рассматриваемой функции качества $\Phi(\vec{\beta})$. Необходимо также получить представление о виде основной экстремальной точки, так как она в принципе может оказаться седловой, что привело бы к получению недостоверного решения.

Рассмотрим функцию вида $\Phi(\vec{\beta})$ вблизи точки $\vec{\beta}^T = [1, 1]$ с целью выяснения характера минимума (точечный, протяженный, седловая поверхность и т.п.). Алгоритм основан на разложении уравнения (9) в ряд Тейлора при равенстве нулю величины $\Phi(\vec{\beta})$ и ее первых производных в экстремальной точке и отбрасывании членов, содержащих третьи и более высокие производные. Для случая ТИС с двумя искомыми параметрами алгоритм будет иметь вид:

$$\Phi(\vec{\beta}) = \frac{1}{2} \left\{ \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta_1^2} \right|_{\vec{\beta} = \vec{\beta}_0} \times (\beta_1 - 1)^2 + \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta_2^2} \right|_{\vec{\beta} = \vec{\beta}_0} \times (\beta_2 - 1)^2 + 2 \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} \right|_{\vec{\beta} = \vec{\beta}_0} (\beta_1 - 1)(\beta_2 - 1) \right\}. \quad (12)$$

Входящие в уравнение (12) значения вторых производных при наличии аналитического выражения (4) легко вычисляются и имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial \beta_1^2} \Phi(\vec{\beta}) = (1 - \beta_2^2) = a_{11}; \\ \frac{\partial^2}{\partial \beta_2^2} \Phi(\vec{\beta}) = 2\beta_1^2 = a_{22}; \\ \frac{\partial^2}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} \Phi(\vec{\beta}) = -(1 + 2\beta_1\beta_2) = a_{12}. \end{cases} \quad (13)$$

Уравнение (12) можно записать в следующем, общем для кривых второго порядка, виде:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy - 2\Phi(\beta) = 0, \quad (14)$$

где $x^2 = (\beta_1 - 1)^2$, $y^2 = (\beta_2 - 1)^2$ – новые координаты.

Форму линий уровня функций невязки, описываемой уравнением (14), можно определить, зная следующие зависимости (инварианты) [5, 6]:

$$I = a_{11} + a_{22}, \quad (15)$$

$$D = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2, \quad (16)$$

$$A = -(a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2) \cdot 2\Phi(\vec{\beta}). \quad (17)$$

Так, при $D > 0$ и $\frac{A}{I} < 0$ линии уровня функции невязки представлены эллипсами, что свидетельствует о практической идентифицируемости измерительной системы. Если же функция качества вблизи своего экстремума представлена гиперболой ($D < 0$), то измерительная система не идентифицируема.

Анализ выражений (12), (15) – (17) показал эллипсоидный характер линий уровня функции невязки (14), а также отсутствие седловой точки и точечный характер минимума в точке $\vec{\beta}^T = [1, 1]$, что свидетельствует о практической идентифицируемости. Полезной особенностью является то, что вторая экстремальная точка лежит в области, не входящей в область действительных решений (отрицательное значение $(\beta - \varepsilon - \text{деформации})$).

Таким образом, функция качества $\Phi(\vec{\beta})$ для тензоизмерительной системы оказалась двухэкстремальной, но при этом необходимо отметить, что значение $\Phi(\beta_1\beta_2) = 2$ – велико и в практических измерениях соответствующее ему значения T и ε могут быть отброшены.

Параметрическая оптимизация ВТ

Ранее отмечалась возможность измерения деформации и температуры высокотемпературным тензорезистором при исследовании вибронпряженного состояния деталей и конструкций после или в процессе проведения эксперимента. Оценки точности определяемых ВТ величин T и ε , могут быть использованы и в процессе проектирования ВТ, так как оценки точности зависят от всех параметров ВТ: вида материала чувствительного элемента, геометрии последнего, свойств канала регистрации уровня помех, вида шунтирования ЧЭ через связующее.

Сравнительные исследования точности измерения температуры и деформации некоторыми типами тензорезисторов

Для сравнительного исследования были выбраны пленочные тензорезисторы с платиновыми и платинопалладиевыми (50x50) чувствительными элементами, разработанными в ХАИ им. Н. Е. Жуковского [5], и обычный высокотемпературный тен-

резистор с проволочным нихромовым чувствительным элементом.

Аналізу були підвргнуті функції невязки типу (6) трьох типів тензорезисторів. При цьому використовувалась математическая модель (4), не учитывая шунтирования, а функция $\Phi(T, \varepsilon)$ имела вид:

$$\Phi(T, \varepsilon) = (A - \hat{y}_1)^2 + (B - \hat{y}_2)^2, \quad (18)$$

где A и B – измерения R и ΔR соответственно, определяемые при истинных значениях температуры – T_0 и деформации – ε , по математической модели (x_1);

\hat{y}_1 и \hat{y}_2 – прогнозы измерения R и ΔR .

Подставляя в выражение (18) значения измерений A и B , а также прогнозы измерения \hat{y}_1 и \hat{y}_2 и проводя необходимые алгебраические преобразования, получим уравнение:

$$\begin{aligned} &\varepsilon^2 \kappa_0^2 (1 + \alpha T)(1 - \gamma T)(A^{-2} + B^{-2}) - \\ &- \varepsilon 2\kappa_0 (1 + \alpha T)(1 - \gamma T) \times \left[(A^{-1} + B^{-1}) - A^{-2}(1 + \alpha T) \right] + \\ &+ 2 - 2A^{-1}(1 + \alpha T) + (1 + \alpha T)^2 - \Phi(T, \varepsilon) = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

решение которого относительно ε при задаваемых значениях T и $\Phi(T, \varepsilon)$ позволяет построить в координатах T и ε линии уровня $\Phi(T, \varepsilon)$ (рис. 3).

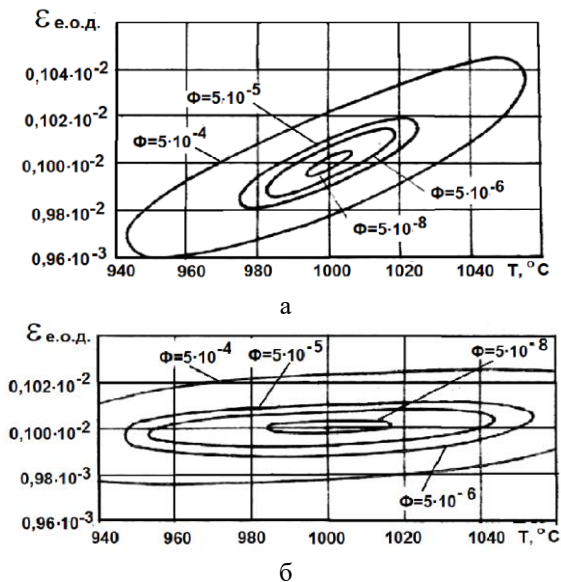


Рис. 3. Проекция линий уровня функции $\Phi(T, \varepsilon)$ на плоскости для различных типов тензорезисторов: а – платина-палладиевый ВПТ (50x50); б – нихромовый (проволочный) тензорезистор

Решение проводилось на ПЭВМ. Значения функции невязки выбирались для величин T и ε близким к их истинным значениям и составили $\Phi(T, \varepsilon) = 0,5 \cdot 10^{-5}$, $\Phi(T, \varepsilon) = 0,5 \cdot 10^{-4}$ и $\Phi(T, \varepsilon) = 0,5 \cdot 10^{-3}$. Кроме того, для определения измерений A и B задавались следующие истинные значения измеряемых параметров:

$$\begin{aligned} T_0 &= 1000 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \varepsilon_0 = 10^{-3} \text{ е.о.д.}, \quad T_0 = 500 \text{ }^\circ\text{C}, \\ \varepsilon_0 &= 10^{-3} \text{ е.о.д.}, \quad T_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \varepsilon_0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ е.о.д.} \end{aligned}$$

На рис. 4 приведена поверхность функции невязки платина-палладиевого тензорезистора вблизи истинных значений измеряемых параметров T и ε .

Проведен сравнительный анализ трех типов тензорезисторов при значении $\Phi(T, \varepsilon) = 0,5 \cdot 10^{-4}$ и при истинных значениях измеряемых параметров. С этой целью линии уровня одного значения функции невязки исследуемых тензорезисторов были совмещены на одном рисунке. Совмещенные функции невязки тензорезисторов при различных истинных значениях измеряемых параметров представлены на рис. 5.

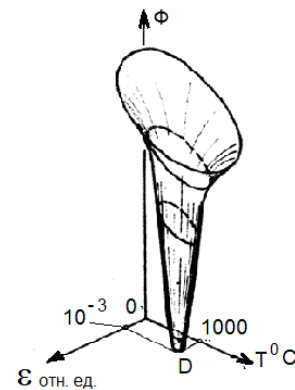


Рис. 4. Поверхность функции невязки платинового тензорезистора

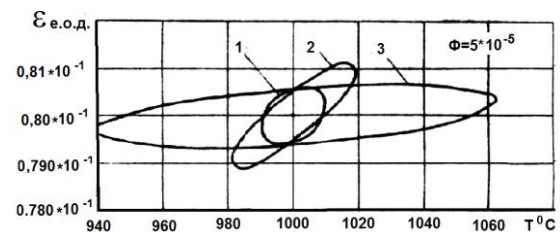


Рис. 5. Совмещенные функции невязки $\Phi(T, \varepsilon)$ тензорезисторов: 1 – платинового, 2 – платинопалладиевого (50x50) - пленочных; 3 – нихромового (проволочного). Истинные значения измеряемых параметров: $T = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$;

$$\varepsilon = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ е.о.д.}$$

Полуоси эллипсов линий уровня функции $\Phi(T, \epsilon)$ характеризуют доверительные интервалы в измерении T и ϵ тензорезисторами.

Из рисунка 5, можно сделать вывод о том, что лучшим тензорезистором (по своим физическим параметрам) при измерении T и ϵ , является ВТ с платиновым чувствительным элементом, так как он имеет меньшие доверительные интервалы в измерении T и ϵ . В то же время при измерении деформации при высоких температурах тензорезистором с нихромовым чувствительным элементом необходим дополнительный измеритель температуры (термопара), так как сам нихром будет давать значительную погрешность при ее измерении, что в свою очередь отразится на точности определения коэффициента тензочувствительности и сопротивление тензорезистора.

Влияние шунтирования

Математическая модель тензорезистора с учетом явления шунтирования представляется в виде системы уравнений, которые в отличие от (4) учитывают изменение сопротивления тензорезистора, связанное с токами утечки от чувствительного элемента на тело детали, и имеет вид:

$$R = y_{1к} = R_o (1 + \alpha T) \times \left(1 - \frac{1}{1 - R_{из}/R_o (1 + \alpha T)} \right) [1 + k_o (1 - \gamma T) \cdot \epsilon], \quad (20)$$

$$\Delta R = y_{2к} = R_o (1 + \alpha T) \times \left(1 - \frac{1}{1 - R_{из}/R_o (1 + \alpha T)} \right) k_o (1 - \gamma T) \cdot \epsilon,$$

где $R_{из} = \rho_T \frac{h}{l}$ – электросопротивление изолятора-подложки;

$\rho_T = \rho_o \cdot l^{-\alpha T}$ – удельное электросопротивление материала изолятора-подложки;

h – толщина изолятора;

l, T – длина и ширина чувствительного

При решении уравнения (20), были рассмотрены различные, близкие к реальным, случаи шунтирования тензорезисторов. На рис. 6 приведены результаты расчета точности определения T и ϵ ВТ с платиновым чувствительным элементом при разных уровнях шунтирования.

Анализируя форму функции невязки, приведенную на рис. 6 можно сделать вывод, о том, что шунтирование ВТ приводит к значительному увели-

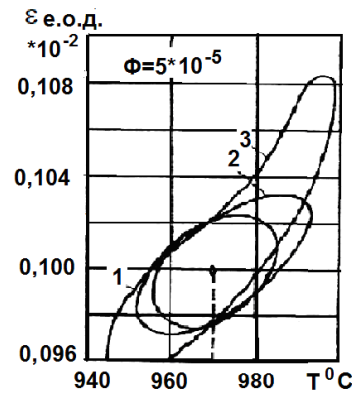


Рис. 6. Проекция линий $\rho_1 = 3,35 \cdot 10^{11}$ уровня функции невязки платинового ВТ при различных уровнях шунтирования ЧЭ: 1 – без шунтирования, удельное сопротивление изолятора подложки; 2-3 с шунтированием; $\rho_2 = 3,77 \cdot 10^{-3}$ и $\rho_3 = 8,74 \cdot 10^{-2}$ в Ом.см соответственно

чению доверительных интервалов, а, следовательно, и к уменьшению точности определения температуры T и относительной деформации ϵ .

Таким образом, в работе предложена методика, позволяющая количественно и качественно анализировать точность измерения – T и ϵ тензорезистором, в том числе и с учетом шунтирования его ЧЭ.

Литература

1. Steln, P. E. A new conceptual and mathematical transducer model application to impedance-based transducers, such as strain gauges [Text] / P. E. Steln // VDI-Ber. – No. 176. – P. 221-236. См. также: Математическая модель тензорезистора. Испытание приборы и стелды // Экспрес информация. – 1974. – Т. 3. – С. 19-23.
2. Симбирский, Д. Ф. Идентифицируемость теплоизмерительных систем [Текст] / Д. Ф. Симбирский // Экспериментальные методы термостойкости газотурбинных двигателей. – 1975. – Вып. 2. – С. 3-16.
3. Симбирский, Д. Ф. Температурная диагностика, пленочная термометрия и оптимальные оценки [Текст] / Д. Ф. Симбирский. – К. : Техника, 1976. – 208 с.
4. Химельблау, Д. Анализ процессов статистическими методами [Текст] / Д. Химельблау. – М. : Мир, 1973. – 975 с.
5. Пленочный тензорезистор для виброиспытаний лопаток турбин ГТД [Текст] / Ю. А. Гусев, Кахраи Камбиз, Д. Ф. Симбирский и др. // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 8 (95). – С. 169-172.

References

1. Steln, P. E. A new conceptual and mathematical transducer model application to impedance-based transducers, such as strain gauges. *VDI-Ber*, no. 176, pp. 221-236. See also: *Matematicheskaja model' tenzorezistora. Ispytanie pribory i stendy. [Mathematical model of a strain gauge. Testing, tools and stands]. Jekspress informacija*, 1974, vol. 3, pp. 19-23.
2. Simbirskij, D. F. Identificiruemost' teploizmeritel'nyh system [Identifiability heat measuring system]. *Jekspperimental'nye metody termoprochnosti gazoturbinnih dvigatelej [Experimental methods of thermal strength in gas turbine engines]*, 1975, vol. 2, pp. 3-16.
3. Simbirskij, D. F. *Temperaturnaja diagnostika, plenochnaja termometrija i optimal'nye ocenki* [Temperature diagnosis, film thermometry and optimal estimates]. Kiev, Tehnika – Technics Publ., 1976. 208 p.
4. Himel'blau, D. *Analiz processov statisticheskimi metodami* [Analysis of processes by statistical methods]. Moscow, Mir – World Publ., 1973. 975 p.
5. Gusev, Ju. A., Kahrai, Kambiz, Simbirskij, D. F., Tripol'skij, S. S. *Plenochnyj tenzorezistor dlja vibroispytanij lopatok turbin GTD [Film strain gauge for vibration testing of turbine blades GTE]. Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2012, no. 8 (95), pp. 169-172.

Поступила в редакцію 20.04.2020, рассмотрена на редколлегии 15.08.2020

ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ І ОПТИМІЗАЦІЯ ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНИХ ТЕРМОРЕЗИСТОРІВ

Ю. О. Гусєв

Розвиток газотурбінних двигунів (ГТД) нерозривно пов'язане з підвищенням їх основних характеристик. При цьому зростають параметри робочого тіла (зокрема, температура газового потоку) та інтенсивність навантажень на конструктивні елементи. Міцносна надійність високо нагрітих елементів ГТД є фактором, який визначає ресурс двигуна в цілому. Найбільш часто зустрічаються випадки пошкодження елементів ГТД, які зумовлені статичними і вібраційними напруженнями, і в основному відносяться до лопаточного апарату газових турбін, які працюють при температурах до 1200 °С. Вібраційні напруги окремих деталей ГТД можна визначити тільки експериментально, при випробуваннях і доведенні ГТД. Їх значення визначають в окремих точках поверхонь деталей за величинами безпосередньо вимірюваних деформацій. В даний час основним засобом визначення вібраційних деформацій елементів ГТД є тензометри опору – тензорезистори. У процесі випробування інформація, що формуються тензорезисторами, дозволяє визначити не тільки динамічну деформацію, а також статичну і динамічну температуру лопатки в місці установки тензорезистора; Запропоновано методику параметричної ідентифікації високотемпературного тензорезистора (ВТ), заснована на представленні досліджуваного ВТ, як деякої, в загальному випадку, нелінійної вимірювальної системи. Розглядається структурна і математична моделі ВТ, в яких за допомогою одного чутливого елемента одночасно вимірюється і температура, і деформація. Пропонується оригінальна методика дослідження достовірності результатів параметричної ідентифікації ВТ. Доведено, що еліпсоїдний характер ліній рівня функції нев'язки, а також відсутність області екстремума і точковий характер мінімуму свідчать про практичну ідентифікованість тензометричної системи. Запропоновано методику, що дозволяє кількісно та якісно аналізувати вплив шунтування на точність показників ВТ. Дана методика може бути використана також при створенні нових видів ізолюючих матеріалів, призначених для ізоляторів-підкладок ВТ. Методика, що розглядається, дозволяє в процесі експериментального дослідження напружено-деформованого стану елемента конструкції проводити вимір його деформації і температури з використанням одного датчика - тензометра з чутливим елементом на основі платини.

Ключові слова: тензорезистор; вібронатруга; параметричну ідентифікацію; тензометрична система; температур; оптимізація; математична модель; платина; функція нев'язки.

PARAMETRIC IDENTIFICATION AND OPTIMIZATION OF HIGH-TEMPERATURE TENSORESISTORS

U. Gusev

The development of gas turbine engines (GTE) is inextricably linked with an increase in their main characteristics. In this case, the parameters of the working fluid (in particular, the temperature of the gas flow) and the intensity of loads on the structural elements increase. The strength reliability of highly heated GTE elements is a factor that determines the life of the engine as a whole. The most common cases of damage to GTE elements are caused by static and vibration stresses and mainly relate to the blades of gas turbines operating at temperatures up to 1200°C. Vibration stresses of individual GTE parts can be determined only experimentally during GTE testing and fine-

tuning. Their values are determined at individual points of the surfaces of parts by the values of directly measured deformations. At present, the main means for determining the vibration deformations of GTE elements are resistance strain gauges. In the process of testing, the information generated by the strain gages makes it possible to determine not only the dynamic deformation but also the static and dynamic temperature of the blade at the place where the strain gauge is installed.

A technique is proposed for the parametric identification of a high-temperature tensoresistor (HTTR), based on the representation of the analyzed HTTR and affecting its state, as some, in the general case, non-linear measuring system. The structural and mathematical models of HTTR are considered, in which both temperature and strain are simultaneously measured using a single sensor element. An original technique is proposed for studying the reliability of the results of HTTR parametric identification. It is proved that the ellipsoidal character of the level lines of residual function, as well as the absence of an extremum region together with the point nature of the minimum, indicate the practical identifiability of the tensometric system. The proposed technique allows a quantitative and qualitative analysis of the effect of shunting on the accuracy of HTTR readings. This technique can also be used to create new types of insulating materials intended for HTTR insulator substrates. This method presents a possibility of the measurement deformation and temperature of element thermal using single platinum-based tensometer sensor.

Keywords: strain gauge; vibration stress; parametric identification; strain gauge system; temperature; optimization; mathematical model; platinum; residual function.

Гусев Юрий Алексеевич – канд. техн. наук, доц., проф. каф. конструкции авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Yurii Gusev – Candidate of Science, prof., aircraft engines design department, National Aerospace University «Kharkov Aviation Institute», Kharkov, Ukraine,
e-mail: gusev.yurii.a@gmail.com, ORCID Author ID: 0000-0001-8818-1931.