УДК 681.03

KHERE ALI ABDULLAH[1], О.В. ЗЕФИРОВА[2], А.А. СИОРА[3], В.А. КРАСНОБАЕВ[2]

[1]Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина
[2]Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко, Украина
[3]Научно-производственное предприятие «Радий», Украина

МЕТОД ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В МОДУЛЯРНОЙ АРИФМЕТИКЕ

Рассмотрена задача построения нейрокомпьютеров на основе использования непозиционных кодовых структур модулярной арифметики. Непозиционные системы счисления, в частности, система остаточных классов, обеспечивает параллелизм на уровне выполнения элементарных операций, что повышает надёжность, отказоустойчивость и быстродействие вычислительных устройств. Модулярная арифметика является естественной системой счисления для кодирования информации в нейронных сетях, так как математические модели кода системы остаточных классов и нейронных сетей являются адекватными.

нейрокомпьютер, нейронные сети, модулярная арифметика, система исчисления в остаточных классах

Введение

В настоящее время нейрокомпьютерная технология является одним из наиболее перспективных направлений развития вычислительной техники, основой которой являются искусственные нейронные сети (НС), представляющие собой устройства параллельных вычислений, состоящие из множества простых процессоров. Для представления и обработки данных в искусственных нейронных сетях могут быть использованы позиционные и непозиционные системы счисления. Позиционные системы счисления являются традиционными и для согласования их с нейронными сетями используются искусственные приемы, которые снижают положительные свойства нейронных сетей, связанные с параллельными вычислениями. Непозиционные системы счисления, в частности, система остаточных классов (СОК), является параллельной системой и обеспечивает параллелизм на уровне выполнения элементарных операций, т.е. система остаточных классов является естественной основой представления данных в нейронных сетях, обеспечивая их новыми свойствами и возможностями. Система в остаточных классах является естественной системой счисления для кодирования информации в нейронных сетях, так как математические модели системы остаточных классов и нейронных сетей являются адекватными моделями.

Анализ литературных источников. Нейрокомпьютеры (НК) – это компьютеры, созданные на основе принципов построения и функционирования искусственных нейронных сетей. Основные свойства НК – сверхвысокая надёжность функционирования и высокая производительность обработки информации [3].

На рис. 1 представлена структурная схема абстрактного НК. Такая обобщённая схема поясняет принцип работы любого НК независимо от его конкретного конструктивного исполнения.

Основным операционным блоком НК, его процессором, является искусственная нейронная сеть. Нейронная сеть не производит вычислений, как это делает арифметическое устройство обычного компьютера.

Она трансформирует входной сигнал в выходной в соответствии со своей топологией и значениями коэффициентов межнейронной связи.

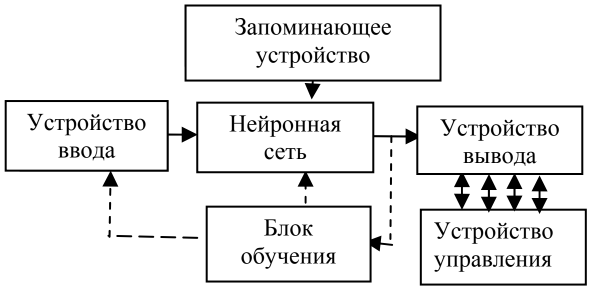

Рис. 1. Структурная схема абстрактного нейрокомпьютера

В запоминающем устройстве НК хранится не программа решения задачи, а программа изменения коэффициентов связи между нейронами. Устройства ввода и вывода информации в принципе те же функции. Устройство управления служит для синхронизации работы всех структурных блоков НК при решении конкретной задачи [1].

В работе абстрактного НК выделяют два главных режима работы – обучения и рабочий. Для того чтобы НК решал требуемую задачу, его НС должна пройти обучение на эту задачу. Суть режима обучения заключается в настройке коэффициентов межнейронных связей на совокупность входных образов этой задачи. Установка коэффициентов осуществляется на примерах, сгруппированных в обучающие множества. Такое множество состоит из обучающих пар, в которых каждому эталонному значению входного образа соответствует желаемое значение выходного образа.

При первой подаче очередного эталонного входного образа выходной сигнал отличается от желаемого. Блок обучения оценивает величину ошибки и корректирует коэффициенты межнейронных связей с целью её уменьшения. При каждой последующей подаче этого же эталонного входного образа ошибка уменьшается. Процесс продолжается до тех пор, пока ошибка не достигнет требуемого значения. С математической точки зрения процесс обучения представляет собой решение задачи оптимизации, целью которой является минимизация функции ошибки (или невязки) на данном множестве примеров путём выборки коэффициентов межнейронных связей. Рассмотренный пример обучения называют контролируемым обучением, или обучением с учителем. В рабочем режиме блок обучения, как правило, отключён, и на вход НК подаются сигналы, требующие распознавания (отнесения к тому или иному классу). На эти сигналы (входные образы), как правило, наложен шум. Обученная нейронная сеть фильтрует шум и относит образ к нужному классу.

Обучение без учителя сводится к тому, что связи между нейронами усиливают или ослабляют так, чтобы для близких друг к другу входов сеть вырабатывала одинаковые выходы.

Цель данной статьи – продолжение исследований возможности построения НК на основе использования непозиционных кодовых структур в модулярной арифметике (МА).

Основная часть

Нейронная сеть – это сеть с конечным числом слоёв из однотипных элементов – аналогов нейронов с различными типами связей между слоями. При этом число нейронов в слоях выбирается исходя из необходимости обеспечения заданного качества решения задачи, а число слоёв нейронов – как можно меньшее для сокращения времени решения задачи.

Искусственный нейрон имитирует в первом приближении свойства биологического нейрона.

Искусственный нейрон обладает группой синапсов – однонаправленных входных связей, соединённых с выходами других нейронов, а также имеет аксон – выходную связь данного нейрона, с которой сигнал (возбуждения или торможения) поступает на синапсы следующих нейронов. Каждый вход умножается на соответствующий вес, аналогичный синаптической силе, и все произведения суммируются, определяя уровень активации нейрона. Общий вид нейрона показан на рис. 2.

Здесь множество входных сигналов обозначены вектором X. Каждый вес w_i соответствует «силе» одной биологической синаптической связи.

Множество весов в совокупности обозначается вектором W.

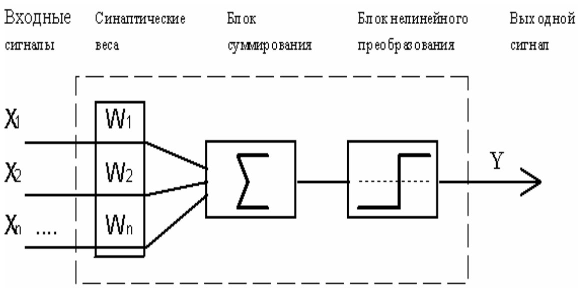

Рис. 2. Схема формального нейрона

Суммирующий блок, соответствующий телу биологического элемента, складывает взвешенные входы алгебраически

$$S = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i .$$

Коэффициенты усиления w_i могут перестраиваться в процессе обучения искусственного нейрона. Сигнал суммы $\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i$ поступает в нелинейное преобразование, где по её величине осуществляется процесс распознания образа (ситуации) F, заданного совокупностью признаков $\{x_i\}$.

Выход нейрона является функцией его состояния:

$$Y = F(x) .$$

Нелинейная функция F называется активационной и может иметь различный вид.

Как видно из схемы построения и функционирования персептрона или схемы простой нейронной модели (формального нейрона) основной базовой операцией нейровычислений является операция суммирования парных произведений вида $\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i$. Это обстоятельство в большей степени и определяет возможность эффективного использования МА для создания сверхпроизводительных НК. Так, в данной операции $\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i$ умножение $x_i w_i$ в МА, при использовании табличного принципа реализации арифметических операций, выполняется всего за два машинных такта работы НК, что недостижимо для ПСС.

При разработке нейронных сетей, функционирующих в системе остаточных классов, используются такие свойства биологических нейросетей, как:

1. Независимость действия нейрона от всех остальных нейронов. Его выходное значение определяется только его входом и соответствующими соединениями.

2. Каждый нейрон содержит информацию, которая обеспечивает только свои соединения.

3. Большое количество соединений обеспечивает многоразовое резервирование, которые реализуют распределенное представление информации [4].

Первые два свойства определяют параллельность информации, а третье – присущую нейросети отказоустойчивость (т.е. выход из строя одного или нескольких элементов не приводит к неверному функционированию остальных, ИНС практически индифферентны к потере части вычислительных элементов (нейронов) в процессе работы).

Позиционные системы счисления, в которых представляется и обрабатывается информация в современных вычислительных машинах, обладают существенным недостатком – наличием межразрядных связей, которые накладывают свой отпечаток на способы реализации арифметических операций, усложняют аппаратуру и ограничивают быстродействие. Поэтому естественно изыскание возможностей построения такой арифметики, в которой бы поразрядные связи отсутствовали. Такая арифметика может быть построена на базе непозиционной системы счисления, в частности системы счисления в остаточных классах.

Система остаточных классов позволяет существенно улучшить параметры вычислительных машин по сравнению с машинами, построенными на той же физико-технологической базе, но в позиционной системе счисления, а также получить новые более прогрессивные конструктивные и структурные решения.

Если задан ряд положительных целых чисел $p_1, p_2, ..., p_n$, называемых основаниями системы, то под системой счисления в остаточных классах понимают такую систему, в которой целое положительное число представляется в виде набора остатков (вычетов) по выбранным основаниям $N = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$.

Причем образование цифр α_i осуществляется следующим процессом:

$$\alpha_i = N - \left[\frac{N}{p_i}\right] p_i \text{, для } i = 1, 2...n,$$

т. е. цифра i -ого разряда α_i числа N есть наименьший положительный остаток от деления N на p_i.

Если числа p_i взаимно простые между собой, то описанное цифрами $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ представление числа N является единственным.

Объём диапазона представимых чисел в этом случае равен $\wp = p_1 p_2 ... p_n$.

Здесь, как и в обобщённой позиционной системе, диапазон представимых чисел растёт как произведение оснований, а разрядность чисел N растёт как сумма разрядностей тех же оснований [2].

Правила выполнения операций сложения и умножения в системе остаточных классов в случае, если оба числа и результат операции находятся в диапазоне $[0, \wp)$, пусть операнды А и В представлены соответственно остатками α_i и β_i по основаниям p_i при i=1, 2...n.

Результаты операций сложения и умножения A+B и AB представлены соответственно остатками γ_i и δ_i по тем же основаниям p_i:

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n);$$

$$B = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n);$$

$$A + B = (\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n);$$

$$AB = (\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n),$$

и при этом имеют место соотношения:

$$A < \wp,\ B < \wp,\ A + B < \wp,\ AB < \wp.$$

Утверждается, что γ_i сравнимо с $\alpha_i + \beta_i$ по модулю p_i, а δ_i сравнимо с $\alpha_i\beta_i$ по тому же модулю:

$$\gamma_i \equiv \alpha_i + \beta_i \left(\text{mod}\, p_i\right);$$

$$\delta_i \equiv \alpha_i\beta_i \left(\text{mod}\, p_i\right).$$

В качестве цифры результата берётся соответственно:

$$\gamma_i = \alpha_i + \beta_i - \left[\frac{\alpha_i + \beta_i}{p_i}\right] p_i;$$

$$\delta_i = \alpha_i\beta_i - \left[\frac{\alpha_i\beta_i}{p_i}\right] p_i.$$

И, таким образом, для операции сложения справедливо следующее равенство:

$$\gamma_i = A + B - \left[\frac{A + B}{p_i}\right] p_i \text{, для } i = 1, 2...n.$$

В случае умножения

$$\delta_i = AB - \left[\frac{AB}{p_i}\right] p_i.$$

Операция вычитания в СОК заменяется сложением с аддитивной инверсией отрицательного числа. Пусть $A - B$=$(\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n)$,

Тогда аналогично получаем для вычитания:

$$\gamma_i = \alpha_i - \beta_i - \left[\frac{\alpha_i - \beta_i}{p_i}\right] p_i.$$

$\gamma_i{}^o\alpha_i$ - $\beta_i(\text{mod}\, p_i)$, для i=1, 2...n.

Если разность цифр оказалась отрицательной, то берётся её дополнение к основанию.

После выполнения операции знак результата никак в нём не отражён. И возникает необходимость ввести специальным образом знак в представление числа и определить правила выполнения операции, обеспечивающее получение не только величины результата, но и его знака.

Теперь вернёмся к тому факту, что между *ней-*

ронной сетью и *системой остаточных классов существует связь*. Если количество синапсов, используемых между нейронами, согласовано с количеством оснований СОК, то нейронная сеть становится натуральным представлением СОК.

Для эффективных нейровычислений необходимо как можно быстрее выполнять операции перемножения с суммированием результатов, что и обуславливает целесообразность применения СОК в нейросетевых алгоритмах [4].

Предпосылкой к созданию нейрокомпьютеров на основе аппарата системы остаточных классов является сходство математических моделей нейронных сетей и системы остаточных классов:

1. Математической модели представления числа в СОК и формального нейрона

$$X = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_i (\operatorname{mod} p) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_i - r_X p \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow y = f(\sum_{n=1}^{N} x_n \cdot a_n + b).$$

2. Математической модели представления числа в СОК и персептронов (простейших многослойных НС)

$$X = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_i (\operatorname{mod} p) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_i - r_X p \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow y^j_{m_j} = f^j_{m_j}(\sum_{n_j=1}^{N_j} x^j_{n_j} \cdot a^j_{m_j n_j} + b^j_{m_j});$$
$$\{\alpha_i\} \sim \{x_n\},\ \{\beta_i\} \sim \{a_n\},\ \{p\} \vdots \{b\}.$$

Таким образом, создание нейрокомпьютеров заключается в реализации арифметики СОК в нейросетевом базисе. Это обстоятельство позволяет, учитывая основные свойства МА, создавать сверхпроизводительные и высокоотказоустойчивые нейрокомпьютеры [1].

Следует выделить достоинства системы счисления в остаточных классах:

– независимость образования разрядов числа, в силу чего каждый разряд несет информацию обо всем исходном числе, а не о промежуточном числе, получающемся в результате образования более младших разрядов (как это имеет место в позиционной системе). Отсюда вытекает независимость разрядов числа друг от друга и возможность их независимой параллельной обработки. Кроме того, ошибки, возникающие в тракте по основанию p_i, не «размножаются» в остальные вычислительные тракты нейрокомпьютера;

– малоразрядность остатков в СОК позволяет эффективно применять табличные методы реализации арифметических операций. В этом случае большинство арифметических операций производится в один такт, что резко повышает быстродействие выполнения рациональных операций;

– равноправность остатков заключается в том, что любой остаток a_i числа A_k в СОК несет информацию обо всём исходном числе, что даёт возможность чисто программными методами заменить неисправный тракт по модулю p_i на исправный (контрольный) тракт по модулю p_j ($p_i < p_j$), не прерывая решения задачи. СОК с двумя контрольными основаниями позволяет полностью сохранить работоспособность нейрокомпьютера при отказах любых двух рабочих трактов. При возникновении третьего или даже четвертого отказов, нейрокомпьютер всё ещё может выполнять программу при некотором уменьшении точности или скорости вычислений. Таким образом, нейрокомпьютер, функционирующий в СОК, является исключительно «живучим», приближаясь в этом плане к живым организмам [2].

НК в МА обладает свойством адаптации к определённому классу решаемых задач и алгоритмов в зависимости от требований, предъявляемых к точности, быстродействию и надёжности вычислений. К такому классу задач относятся в первую очередь такие:

– обработка информации при решении задач цифровой фильтрации;

– криптографические преобразования в полях

Галуа, при разработке криптографических систем на основе преобразований Хартли;

– задачи модульных преобразований;

– задачи, реализуемые матричными и векторными процессорами;

– реализация арифметических модульных операций в системах цифровой обработки информации.

К основным недостаткам системы счисления в остаточных классах следует отнести:

– невозможность визуального сопоставления чисел так как внешняя запись числа не даёт представления о его величине;

– отсутствие простых признаков выхода результатов операций за пределы диапазона $[0, \wp)$;

– ограниченность действия системы сферой целых положительных чисел;

– получение во всех случаях точного результата операции, что исключает возможность непосредственного приближённого выполнения операций, округления результата и т.п.;

Устранение недостатков системы и наиболее полное использование её достоинств при реализации в вычислительных машинах составляют основное содержание машинной арифметики в системе остаточных классов.

Таким образом, можно указать следующие особенности нейрокомпьютера, реализованного в модулярной арифметике: массовый параллелизм, распределённое представление информации и вычисления, способность к обучению и обобщению, адаптивность, свойство контекстуальной обработки информации, толерантность к ошибкам, низкое энергопотребление.

Выводы

В статье проведены исследования возможности построения НК на основе использования непозиционных кодовых структур МА. Также показано, что между математическими моделями представления числа в СОК и формального нейрона НС существует связь.

Рассмотрено, что использование МА при создании нейрокомпьютеров значительно повышает быстродействие выполнения рациональных операций. В свою очередь табличные методы выполнения арифметических операций позволяют создать на базе матричных схем высоконадёжные, отказоустойчивые и быстродействующие вычислительные устройства.

Литература

1. Нейрокомпьютеры в остаточных классах. Кн. 11: Учеб. пособие для вузов // И.И. Червяков, П.А. Сахнюк, А.В. Шапошников, А.Н. Макоха. – М.: Радиотехника, 2003. – 272 с.

2. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968. – 444 с.

3. Барсов В.И., Краснобаев В.А., Khere Ali Abdullah, Зефирова О.В. Концепция создания нейрокомпьютеров систем управления на основе использования модулярной арифметики // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2007. – № 6 (25) – С. 40-54.

4. Барсов В. И., Краснобаев В. А., Зефирова О.В., Замула А.А. Метод повышения производительности и отказоустойчивости нейрокомпьютеров обработки криптографической информации автоматизированных систем управления специального назначения на основе модулярной арифметики // Прикладная радиоэлектроника. Тематический выпуск, посвящённый проблемам обеспечения безопасности информации. – Х.: ХНУРЭ. – 2007. – № 2, т. 6. – С. 282-287.

Поступила в редакцию 20.11.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.М. Конорев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.