УДК 621.38.004:519.876.2

М.Ф. БАБАКОВ, И.И. ДЕРЮГА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ УПРАВЛЕНИЯ СОСТОЯНИЕМ ЭА С УЧЕТОМ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ

Предложена методика определения оптимальной стратегии управления техническим состоянием ЭА, деградация определяющего параметра которой описывается однородным марковским процессом, при наличии стационарной измерительной погрешности. По известному закону распределения измерительной погрешности на основе существующих подходов определяется оптимальный упреждающий допуск.

электронная аппаратура, управление, оптимизация, марковский процесс, упреждающий допуск, измерительная погрешность

Введение

Анализ надежности электронной аппаратуры (ЭА) различного назначения, систем и устройств автоматики, приборов, машин и механизмов показывает, что более 50% всех отказов составляют постепенные (параметрических) отказы [1, 2].

Одним из средств, обеспечивающим решение задачи поддержания надежного и эффективного функционирования технических объектов при минимизации средних эксплуатационных затрат, является отказ от эксплуатации по ресурсу и переход к эксплуатации каждого конкретного объекта в зависимости от его фактического состояния [1, 3].

В современной литературе [4] отмечается, что одной из наиболее адекватных моделей для описания процессов деградации ЭА являются однородные непрерывные марковские процессы диффузионного типа с немонотонными реализациями.

Принцип эксплуатации технического объекта, деградация определяющего параметра которого описывается однородным марковским процессом, по фактическому состоянию для случая одностороннего ограничения области работоспособности представлен на рис 1.

В процессе эксплуатации в моменты времени $t = 0, 1, 2, ...$ измеряется определяющий параметр технического объекта, на основании чего принимается решение о том, что следует предпринимать относительно данного объекта.

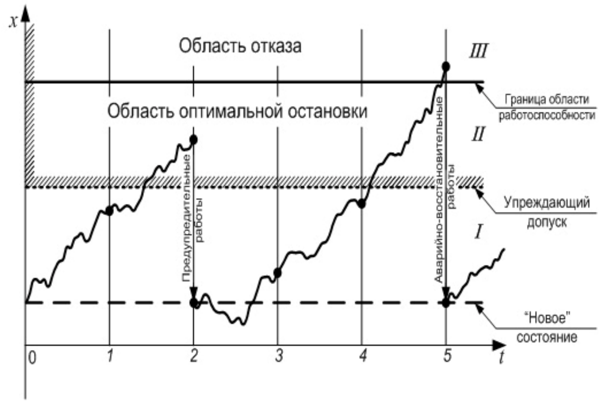

Рис. 1. Принцип эксплуатации по состоянию

Измеренное значение определяющего параметра может принадлежать одной из областей:

I – область, при нахождении процесса в которой никаких восстановительных работ проводить не нужно;

II – область оптимальной остановки – необходимо проводить профилактические работы;

III – область отказа – необходимо проводить аварийно-восстановительные работы.

Значение упреждающего допуска находится из условия минимума средних удельных затрат на эксплуатацию [3].

1. Формулировка проблемы

Значения контролируемых параметров при их измерении в общем случае определяются с ошибками, которые нередко могут быть существенными и вносить большую неопределенность в анализ технического состояния объекта.

Погрешности измерений обусловлены рядом причин:

– собственными шумами объекта и средства измерения;

– влиянием разнородным внутренних и внешних дестабилизирующих случайных факторов (изменения температуры, давления и влажности окружающей среды, питающих напряжений и т. п.), которые точно невозможно учесть в процессе эксплуатации технических объектов.

Поэтому неопределенность результата измерений при наличии такой совокупности случайных возмущений можно рассматривать как эквивалентное воздействие на контролируемый параметр аддитивных и мультипликативных помех [5].

В данной работе на основе существующих подходов [3] предлагается методика определения оптимального упреждающего допуска при эксплуатации по состоянию ЭА, деградация определяющего параметра которой описывается однородным непрерывным марковским процессом диффузионного типа с немонотонными реализациями, для случая одностороннего ограничения области работоспособности при наличии стационарной измерительной погрешности.

2. Определение оптимального упреждающего допуска

Разобьем область изменения определяющего параметра технического объекта на конечное множество малых отрезков-состояний $G = \{0, 1, ..., L\}$.

Множество состояний G получается путем отбрасывание из бесконечного множества тех состояний, в которых вероятность нахождения π_i управляемого марковского процесса пренебрежительно мала.

Пусть в дискретные равностоящие моменты времени проводится контроль значения параметра, на основании которого принимается решение о том, что следует принимать относительно объекта. Тогда можно перейти от однородного непрерывного марковского процесса, описывающего деградацию определяющего параметра технического объекта, к цепи Маркова [6].

Рассмотрим постановку задачи по определению Марковской однородной стратегии управления [3].

Марковская цепь со стационарными вероятностями перехода q_{ij} удовлетворяет условиям:

$$q_{ij} \geq 0,\ \sum_{j=0}^{L} q_{ij} = 1,\ q_{iL} \geq 0, q_{0,0} = 1,\ q_{LL} = 1. \tag{1}$$

Пусть d_{is} – решение изменить состояние системы от i до s при условии, что в момент контроля зафиксировано состояние i. Выберем решения такими, что:

$$\begin{cases} D_{is} = P\{d_{is}\} \geq 0,\ i \in \overline{0, L}, \\ \sum_{s=0}^{L} D_{is} = 1. \end{cases} \tag{2}$$

С учетом правил (2) поведение системы во времени становится управляемым и описывается эргодическим марковским процессом со стационарными вероятностями переходов

$$\nu_{ij} = \sum_{s=0}^{L} D_{is} q_{sj}, \quad i, j \in \overline{0, L}. \tag{3}$$

Стационарные вероятности состояний π_i полученного управляемого марковского процесса с вероятностями переходов ν_{ij} определяются из системы уравнений Колмогорова

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{L} \pi_i \nu_{ij} = \pi_j, \quad j \in \overline{0, L}, \\ \sum_{j=0}^{L} \pi_j = 1, \quad \pi_j \geq 0. \end{cases} \tag{4}$$

Рассмотрим структуру матрицы решений D_{is}.

Пусть значение определяющего параметра технического объекта нового изделия принадлежит $i_n - му$ отрезку-состоянию, граница области работоспособности – i_b, а упреждающий допуск – i^*, тогда

$$\|D_{is}\| = \begin{cases} 1, i = s \in \overline{0, i^* - 1}, \\ 1, i \in \overline{i^*, L}, s = i_n, \\ 0, \textit{во всех остальных случаях.} \end{cases} \quad (5)$$

Приведем пример матрицы решений при $L = 9$, $i_n = 3$, $i^* = 6$, $i_b = 8$ (указаны только элементы, отличные от нуля):

$$\|D_{is}\| = \begin{pmatrix} 1 & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & 1 & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & 1 & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & 1 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & 1 & . & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . & & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Введем затраты, связанные с изменением исследуемого параметра в процессе эксплуатации:

– затраты на контроль для определения состояния системы не зависят то номера состояния и равны c_0;

– затраты, связанные с принятием решения d_{is}, равны c_{is} и определяются как:

$$c_{is} = \begin{cases} C_n, & i = \overline{i_n + 1, i_b - 1}, \\ C_p, & i = \overline{i_b, L}, \\ 0, & i = s. \end{cases} \quad (7)$$

где C_n – затраты, связанные с профилактическим восстановлением (регулировкой);

C_p – с аварийным восстановлением.

Тогда на основании теоремы о полном математическом ожидании для марковской цепи математическое ожидание затрат за один шаг

$$M[c] = c_0 + C_n \sum_{i=i^*}^{i_b - 1} \pi_i D_{ii_n} + C_p \sum_{i=i_b}^{L} \pi_i D_{ii_n}. \quad (8)$$

Выражение (8) получено для случая, когда для идентификации состояния технического объекта, в том числе и состояния отказа, необходимо контролировать параметр. Это эквивалентно отсутствию мгновенной индикации отказа, когда затраты на контроль не влияют на определение правила восстановления.

Существуют два метода решения задачи по нахождению оптимального упреждающего допуска [7]:

– метод полного перебора;

– метод итераций по стратегиям (или эквивалентный ему метод линейного программирования).

Метод итераций по стратегиям предполагает определения матрицы решений D_{is}, при которой средние удельные затраты будут минимальны, после чего в соответствии с (5) определяется оптимальное значение упреждающего допуска.

Для решения сформулированной в работе проблемы воспользуемся методом полного перебора [7]:

– определяем матрицу решения при упреждающем допуске i^* ($i^* \in \overline{i_n + 1, i_b}$);

– из системы уравнений (4) вычисляем π_i;

– вычисляем ожидаемы затраты за один шаг $M[c]$ при выбранном упреждающем допуске;

– оптимальный упреждающий допуск находим из условия, что

$$M[c]^* = \min_{i^*}\left(M[c]^{i^*} \right). \quad (9)$$

2.1. Расчет с учетом измерительной погрешности

Для определения оптимального упреждающего допуска в этом случае необходимо, чтобы был известен закон распределения измерительной погрешности.

Пусть в общем случае измерительная погрешность описывается аддитивно-мультипликативной моделью [8] с условной плотностью распределения $f_{изм}(x \mid x_0)$ полученного при измерении значения параметра x при условии, что действительное значение измеренного параметра равно x_0.

Если действительное значение определяющего параметра технического объекта принадлежит $i-му$ состоянию (отрезку $[x_{нi};x_{вi}]$), то вероятность того, что будут проведены аварийно-восстановительные работы (т.е. измеренное при контроле состояние объекта $i_{изм} \geq i_v$) [6]:

$$V_{pi} = \int_{x_{нi}}^{x_{вi}} \int_{x_{нi_b}}^{\infty} f_i(x_0) f_{изм}(x \mid x_0) dx dx_0, \quad (10)$$

где $f_i(x_0)$ – плотность распределения нахождения действительного значения параметра в $i-ом$ состоянии.

Выражение (10) записано для случая, когда область работоспособности ограничена сверху. Если область работоспособности ограничена снизу, тогда:

$$V_{pi} = \int_{x_{нi}}^{x_{вi}} \int_{-\infty}^{x_{вi_b}} f_i(x_0) f_{изм}(x \mid x_0) dx dx_0. \quad (11)$$

Распределение параметра x_0 в $i-ом$ состоянии можно довольно точно аппроксимировать равномерным распределением [9]:

$$f_i(x_0) = \frac{1}{x_{вi} - x_{нi}}, \quad (12)$$

или считать, что значение параметра равно середине отрезка-состояния:

$$f_i(x_0) = \delta\left(x_0 - \frac{x_{вi} + x_{нi}}{2}\right), \quad (13)$$

где δ – функция Дирака.

Тогда выражение (10) примет вид:

$$V_{pi} = \frac{1}{x_{вi} - x_{нi}} \int_{x_{нi}}^{x_{вi}} \int_{x_{нi_b}}^{\infty} f_{изм}(x \mid x_0) dx dx_0, \quad (14a)$$

$$V_{pi} = \int_{x_{нi_b}}^{\infty} f_{изм}\left(x \left| \frac{x_{вi} + x_{нi}}{2}\right.\right) dx. \quad (14b)$$

Так как отрезки-состояния считаются малыми, то значения V_{pi}, рассчитанные по (14a) и (14b), приближенно равны.

Аналогично находит вероятность проведения профилактических работ:

$$V_{ni} = \frac{1}{x_{вi} - x_{нi}} \int_{x_{нi}}^{x_{вi}} \int_{x_{нi^*}}^{x_{вi_b-1}} f_{изм}(x \mid x_0) dx dx_0, \quad (15a)$$

$$V_{ni} = \int_{x_{нi^*}}^{x_{вi_b-1}} f_{изм}\left(x \left| \frac{x_{вi} + x_{нi}}{2}\right.\right) dx. \quad (15b)$$

Тогда матрицу решений D_{is} сформируем следующим образом:

$$\|D_{is}\| = \begin{cases} 1 - \left(V_{ni} + V_{pi}\right), i = s \neq i_n, \\ 1, i = s = i_n, \\ V_{ni} + V_{pi}, i \in \overline{0, i_n - 1} \cup \overline{i_n + 1, L}, s = i_n, \\ 0, \text{во всех остальных случаях}, \end{cases} \quad (16)$$

где $V_{ni} + V_{pi}$ – вероятность проведения восстановительных работ ($i_{изм} \geq i^*$).

При нахождении параметра технического объекта в новом состоянии i_n, независимо от решения проводить или не проводить восстановительные работы, параметр в любом случае оказывается в новом состоянии, поэтому $D_{i_n i_n} = 1$.

Выражение для математического ожидания затрат за один шаг с учетом измерительной погрешности будет иметь вид:

$$M[c] = c_0 + C_n \left(\sum_{\substack{i=0, \\ i \neq i_n}}^{L} \pi_i \frac{V_{ni}}{V_{pi} + V_{ni}} D_{ii_n} + \pi_{i_n} V_{n i_n} D_{i_n i_n} \right) + $$
$$+ C_p \left(\sum_{\substack{i=0, \\ i \neq i_n}}^{L} \pi_i \frac{V_{pi}}{V_{pi} + V_{ni}} D_{ii_n} + \pi_{i_n} V_{p i_n} D_{i_n i_n} \right), \quad (17)$$

где $\dfrac{V_{ni}}{V_{pi}+V_{ni}}$, $\dfrac{V_{pi}}{V_{pi}+V_{ni}}$ – условная вероятность проведения профилактических или аварийных работ от всех восстановительных работ соответственно.

2.2. Пример матрицы решений при аддитивной измерительной погрешности

Пусть погрешность измерительного прибора является стационарной аддитивной с плотностью распределения $f(x) = N(x; m=0; \sigma = 0,05)$, тогда [8]:

$$f_{изм}(x \mid x_0) = x_0 + f(x) = x_0 + N(x; 0; 0,05) . \quad (18)$$

Предположим, что $x_{н0} = 0$ и ширина всех отрезков-состояний равна 0,1, тогда при $L = 9$, $i_n = 3$, $i^* = 6$, $i_b = 8$ получим:

$$V_n = (0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0,0042\ \ 0,1952$$
$$0,8005\ \ 0,8005\ \ 0,1952\ \ 0,0042)^T ,$$

$$V_n = (0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0,0043\ \ 0,1952\ \ 0,8048\ \ 0,9958)^T ,$$

$$\|D_{is}\| = \begin{pmatrix} 1 & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & 1 & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & 1 & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 0,0042 & 0,9958 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 0,1952 & . & 0,8048 & . & . & . & . \\ . & . & . & 0,8048 & . & . & 0,1952 & . & . & . \\ . & . & . & 0,9958 & . & . & . & 0,0042 & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & . & . & . & . \end{pmatrix} .$$

Полученная матрица соответствует рандомизированному управлению состоянием объекта [3].

Заключение

Таким образом, предложенная в данной работе методика позволяет определить оптимальное значение упреждающего допуска и оценить средние удельные затраты при эксплуатации по состоянию ЭА с учетом измерительной погрешности. Предполагается, что деградация определяющего параметра ЭА описывается однородным марковским процессом, но это требование не является жестким, так как реальные случайные процессы часто можно аппроксимировать марковским процессом с той или иной степенью точности [3]. Расчетные формулы приведены для случая одностороннего ограничения области работоспособности, но они могут быть обобщены для случая двустороннего ограничения рабочей области [6].

Литература

1. Абрамов О.В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. – М.: Наука, 1992. – 176 с.
2. Александровская Л.Н., Афанасьев Л.П., Лисов А.А. Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем: Учебник. – М.: Логос, 2003. – 208 с.
3. Барзилович Е.Ю., Воскобоев В.Ф. Эксплуатация авиационных систем по состоянию. – М.: Транспорт, 1981. – 197 с.
4. Стрельников В.П., Федухин А.В. Оценка и прогнозирование надежности электронных систем. – К.: Логос, 2002. – 486 с.
5. Ярлыков М.С., Барзилович Е.Ю. Оптимальная эксплуатация авиационных систем по состоянию с учетом ошибок измерения. – В кн.: Проблемы надежности летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1985. – С. 62-70.
6. Бабаков М.Ф., Дерюга И.И. Алгоритм управления состоянием электронной аппаратуры при диффузионной модели деградации определяющего параметра // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2007. – № 1 (20). – С. 17-24.
7. Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2005. – 912 с.
8. Харкевич А. А. Борьба с помехами. – М.: Наука, 1965. – 275 с.
9. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1971. – 328 с.

Поступила в редакцию 27.01.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.