

Проф. Я. Х. КОСТЮКОВ

## Об усилиях при обработке плоскостей торцевым фрезером со спиральными зубьями

Целью настоящей работы является исследование торцевого фрезерования фрезером со спиральными зубьями, совершающим резание полной окружностью, и разрешение всех вопросов, связанных с определением действующих на фрезере и фрезерной оправке усилий.

Примем следующие обозначения:

- $D$  — диаметр фрезера в мм
- $Z$  — число зубьев фрезера
- $\varphi$  — угол между зубьями фрезера
- $\beta$  — угол подъема спирали
- $\epsilon$  — угол спирали с осью
- $B$  — толщина снимаемого слоя в мм
- $S_z$  — подача на один зуб фрезера в мм
- $\delta$  — мгновенная толщина стружки в мм
- $F$  — мгновенное сечение стружки в мм<sup>2</sup>
- $K_s$  — удельное давление резания в кг/мм<sup>2</sup>

### О силах, действующих на фрезере

Положим, что торцевым фрезером со спиральными зубьями и имеющим четное число зубьев фрезеруется плоскость, имеющая ширину, равную диаметру фрезера. На рис. 1 показана в развернутом виде часть поверхности торцевого фрезера.

Давление, испытываемое зубом фрезера, распределяется неравномерно по длине его и изменяется с изменением положения зуба в обрабатываемом материале.

Возьмем элемент длины зуба  $dl$ , характеризующийся при данном положении зуба, мгновенным углом  $\eta$ . Ввиду того, что путь, описываемый зубом фрезера, при малом значении  $\frac{S_z}{D}$  может быть приближенно принят за окружность, толщина стружки, снимаемая этим элементом в плоскости, перпендикулярной к зубу, приближенно определится из уравнения

$$\delta = S_z \cdot \sin \eta,$$

а мгновенное сечение стружки, снимаемое этим элементом, из уравнения

$$F = S_z \cdot \sin \eta \cdot dl$$

Элементарное давление резания  $dN_i$ , приходящееся на элемент  $dl$  лезвия и действующее в плоскости, нормальной к винтовой линии зуба, составляет

$$dN_i = K_s \cdot F$$

или:

$$dN_i = K_s \cdot S_z \cdot \sin \eta \cdot dl \dots \dots \dots (1)$$

Если через  $l$  обозначим всю длину зуба, находящегося в рассматриваемый момент в работе, через  $\gamma$  — центральный угол, соответствующий дуге  $f$  на цилиндрической поверхности фрезера, то можем написать

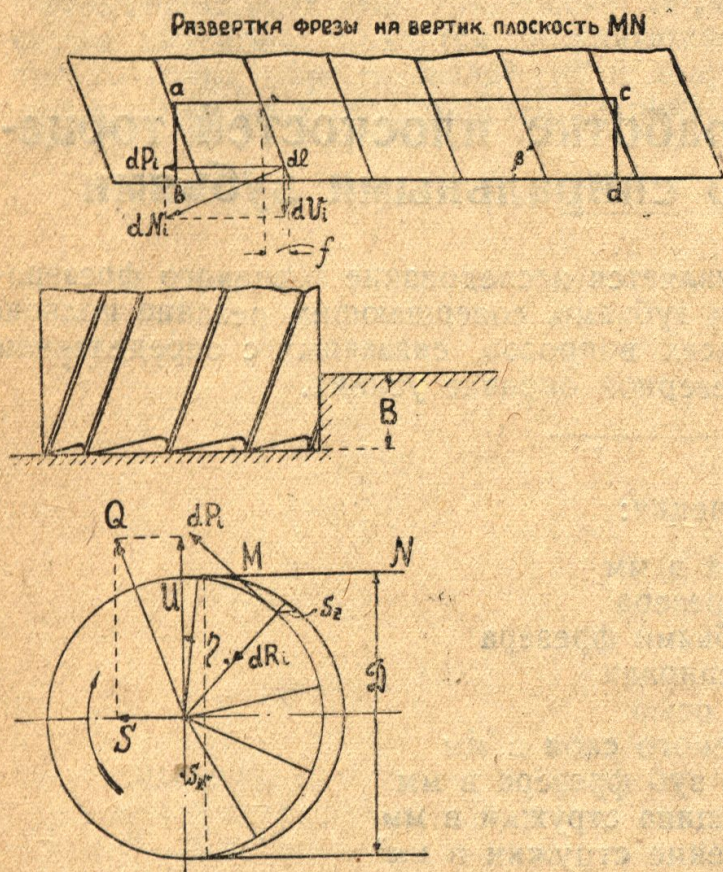


Рис. 1

$$f = l \cdot \cos \beta;$$

так как

$$f = \frac{D}{2} \cdot \gamma,$$

то

$$l \cos \beta = \frac{D}{2} \cdot \gamma$$

или

$$l = \frac{D}{2} \cdot \frac{\gamma}{\cos \beta}$$

и, следовательно,

$$dl = \frac{D}{2} \cdot \frac{d\eta}{\cos \beta} \dots \dots \dots (2)$$

При определении  $K_s$  будем исходить из средней толщины стружки, пользуясь зависимостью

$$K_s = K \cdot \delta_{cp}^\mu$$

Здесь  $K$  — коэффициент, зависящий от качества обрабатываемого материала, угла резания и профиля зуба фрезера;

$\mu$  — показатель степени, зависящий в основном от рода обрабатываемого материала.

Для рассматриваемого случая

$$\delta_{cp} = \frac{S_z}{\pi} \int_0^\pi \sin \eta \cdot d\eta = \frac{2 S_z}{\pi} = 0,64 \cdot S_z$$

Таким образом, формула для определения  $K_s$  принимает вид:

$$K_s = 0,64^\mu \cdot K \cdot S_z^\mu \dots \dots \dots (3)$$

Как показывают нижеприводимые расчеты, применение формулы (3) для разрешения вопросов, связанных с отысканием усилий на торцевом фрезере, облегчает анализ и выводы и дает достаточно точные результаты.

Подставляя значения  $dl$  и  $K_s$  в уравнение (1), получаем следующее выражение для определения  $dN_i$ :

$$dN_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \frac{\sin \eta}{\cos \beta} \cdot d\eta \dots \dots \dots (4)$$

Зная  $dN_i$ , можно определить элементарное окружное усилие  $dP_i$ , действующее в плоскости, перпендикулярной к оси фрезера

$$dP_i = dN_i \cdot \sin \beta = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \eta \cdot d\eta \dots (5)$$

Усилие  $P_i$ , действующее на весь зуб

$$P_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \eta \cdot d\eta,$$

или

$$P_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \dots (6)$$

Мгновенное окружное усилие, действующее на фрезере

$$P_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \sum_1^m (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \dots (7),$$

а мгновенный момент этой силы относительно оси фрезера

$$M = 0,25 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D^2 \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \sum_1^m (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \dots (8)$$

Здесь  $\mu$  — число зубьев, одновременно участвующих в работе,  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — мгновенные углы, характеризующие положение каждого зуба.

Найдем положение фрезера, при котором имеет место наибольшее значение окружного усилия и крутящего момента. Для этого проследим за движением фрезера на протяжении, соответствующем центральному углу  $\varphi$  между зубьями, от момента входа 1-го зуба до момента входа  $Z$ -го зуба (рис. 2).

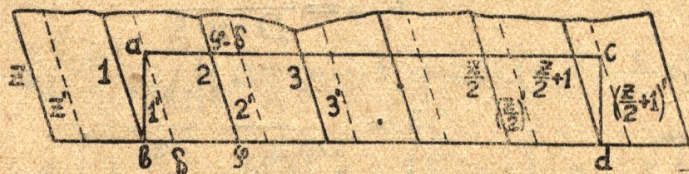


Рис. 2.

При своем движении 1-й зуб вначале пересекает линию входа  $ab$ , а затем, пройдя через точку  $a$ , пересекает линии  $ac$  и  $bd$ .

Легко показать, что за время движения 1-го зуба от положения 1-го до положения 1',  $Z$ -й зуб не достигнет точки  $b$  и не начнет работу резания.

Для этого достаточно показать, что при всевозможных случаях обработки плоскостей торцевым фрезером, осевой шаг фрезера  $t_{oc}$  всегда больше толщины снимаемого слоя  $B$ ,

т. е.

$$\frac{\pi \cdot D \cdot \operatorname{tg} \beta}{Z} > B \dots (9)$$

И, действительно, угол спирали  $\epsilon$  в рассматриваемых фрезерах колеблется, не превосходя значения  $30^\circ$ , а число зубьев для различных диаметров колеблется в пределах, указанных в табл. 1<sup>1</sup>

<sup>1</sup> См., напр., Соколов М. А., „Инструментальное дело“, стр. 161.

Таблица 1

Диаметр фрезера $D$	Число зубьев $Z$	Значения $\frac{\pi D \cdot \operatorname{tg} \beta}{Z}$ при $\beta = 60^\circ$
40	12 — 6	18,1 — 36,2 мм
50	16 — 8	17,3 — 34,6 „
60	16 — 8	20,5 — 41,0 „
75	18 — 10	22,7 — 40,8 „
100	20 — 10	27,2 — 54,4 „
125	24 — 12	28,3 — 56,6 „
150	26 — 14	31,4 — 58,3 „

Вычислим значения  $\frac{\pi D \cdot \operatorname{tg} \beta}{Z}$  для различных диаметров при наименьшем возможном значении угла  $\beta$ . Так как при фрезеровании плоскости толщина снимаемого слоя обычно не превосходит 10 мм, достигая лишь в редких случаях 15 мм, то, следовательно,

$$\frac{\pi \cdot D \operatorname{tg} \beta}{Z} > B.$$

и одновременно два зуба торцевого фрезера не могут пересекать линии  $ab$ .

Для всех положений зуба, при которых последний пересекает линии  $ac$  и  $bd$  между мгновенными его углами  $\psi_1$  и  $\psi_2$  существует соотношение

$$\psi_2 - \psi_1 = \delta$$

Значение  $\delta$  может быть определено из уравнения:

$$\frac{D}{2} \cdot \delta_{\text{рад}} = B \cdot \operatorname{ctg} \beta,$$

или

$$\delta_{\text{рад}} = \frac{2B}{D \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

или

$$\delta = \frac{2B}{D \cdot \operatorname{tg} \beta} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \dots \dots \dots (10)$$

Из уравнения (10) следует, что наибольшее значение угла  $\delta$  для фрезеров различных диаметров имеет место при наибольшем значении  $B$  и наименьшем значении угла  $\beta$ .

Принимая предельное значение  $B = 15$  мм и  $\beta = 60^\circ$ , получаем следующие значения  $\delta_{\text{max}}$  (табл. 2):

Таблица 2

Диаметр фрезера	Значение $\varphi$	Значение $\delta_{\text{max}}$
40 мм	$60^\circ - 30^\circ$	$24^\circ 45'$
60 „	$45^\circ - 22,5^\circ$	$16^\circ 30'$
100 „	$36^\circ - 18^\circ$	$10^\circ$
150 „	$25^\circ 42' - 14^\circ 37'$	$6^\circ 40'$

Сопоставление  $\delta_{\text{max}}$  и  $\varphi$  приводит к заключению, что во всех случаях обработки плоскостей торцевыми фрезерами угол  $\delta$  меньше угла между соседними зубьями фрезера, т. е.

$$\delta < \varphi \dots \dots \dots (10^1)$$

Определим теперь мгновенное окружное усилие на фрезере отдельно:  
 1) для участка пути зуба от его положения, характеризуемого мгновенными углами  $(0,0)$  до положения  $(0,\delta)$ , 2) для участка пути зуба от его положения, характеризуемого мгновенными углами  $(0,\delta)$  до положения  $[(\varphi - \delta), \varphi]$ .

Исследуем сначала второй участок пути.

Для какого-либо положения 1-го зуба отдельные зубья характеризуются следующими мгновенными углами (рис. 3)

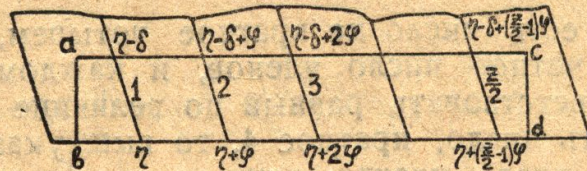


Рис. 3.

1-й зуб  $\psi_1^I = \eta - \delta$

$\psi_2^I = \eta$

2 " "  $\psi_1^{II} = \eta - \delta + \varphi$

$\psi_2^{II} = \eta + \varphi$

3 " "  $\psi_1^{III} = \eta - \delta + 2\varphi$

$\psi_2^{III} = \eta + 2\varphi$  . . . . .

4 " "  $\psi_1^{IV} = \eta - \delta + 3\varphi$

$\psi_2^{IV} = \eta + 3\varphi$

. . . . .

$\frac{Z}{2}$  "  $\psi_1^{(\frac{Z}{2})} = \eta - \delta + \left(\frac{Z}{2} - 1\right)\varphi$

$\psi_2^{(\frac{Z}{2})} = \eta + \left(\frac{Z}{2} - 1\right)\varphi$

Мгновенное окружное усилие для этого положения фрезера найдется из уравнения (7):

$$P = 0,5 \cdot 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \operatorname{tg} \beta \left\{ \left\{ \cos(\eta - \delta) + \cos(\eta - \delta + \varphi) + \cos(\eta - \delta + 2\varphi) + \cos(\eta - \delta + 3\varphi) + \dots + \cos\left[\eta + \left(\frac{Z}{2} - 1\right)\varphi - \delta\right] \right\} - \left\{ \cos \eta + \cos(\eta + \varphi) + \cos(\eta + 2\varphi) + \dots + \cos\left[\eta + \left(\frac{Z}{2} - 1\right)\varphi\right] \right\} \right\} \dots (12)$$

Упростим выражения в фигурных скобках:

$$\begin{aligned} \cos \eta + \cos(\eta + \varphi) + \cos(\eta + 2\varphi) + \dots + \cos\left[\eta + \left(\frac{Z}{2} - 1\right)\varphi\right] &= \cos \eta + \\ + \cos \eta \left[ \cos \varphi + \cos 2\varphi + \cos 3\varphi + \dots + \cos\left(\frac{Z}{2} - 1\right)\varphi \right] - \sin \eta \cdot \left[ \sin \varphi + \right. \\ \left. + \sin 2\varphi + \sin 3\varphi + \dots + \sin\left(\frac{Z}{2} - 1\right)\varphi \right] \end{aligned}$$

Легко показать, что при четном числе зубьев фрезера

$$\cos \varphi + \cos 2\varphi + \cos 3\varphi + \dots + \cos\left[\left(\frac{Z}{2} - 1\right)\varphi\right] = 0 \dots (13).$$

Действительно,

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{Z}{2}-1\right) \cdot \varphi &= \cos\left(\frac{Z}{2} \cdot \varphi - \varphi\right) = \cos\left(\frac{Z}{2} \cdot \frac{360^\circ}{Z} - \varphi\right) = \cos(180^\circ - \varphi) = \\ &= -\cos\varphi \quad \cos\left(\frac{Z}{2}-2\right) \cdot \varphi = \cos\left(\frac{Z}{2} \cdot \varphi - 2\varphi\right) = \cos\left(\frac{Z}{2} \cdot \varphi - 2\varphi\right) = \\ &= \cos(180^\circ - 2\varphi) = -\cos 2\varphi \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Поэтому, если  $Z$  есть число не кратное четырем, то вышеуказанная сумма будет иметь четное число членов, и каждому положительному косинусу будет соответствовать равный по величине отрицательный косинус. Если же  $Z$  есть число, кратное 4, то вышеуказанная сумма будет содержать нечетное число членов; один из них (среднее место в ряду) будет представлять собою  $\cos 90^\circ$  или 0; что же касается других, то их сумма согласно предыдущему также равна нулю.

Так же легко показать, что

$$\sin\varphi + \sin 2\varphi + \sin 3\varphi + \dots + \sin\left[\left(\frac{Z}{2}-1\right)\varphi\right] = \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \dots (14')$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \cos\eta + \cos(\eta + \varphi) + \cos(\eta + 2\varphi) + \dots + \cos\left[\eta + \left(\frac{Z}{2}-1\right)\varphi\right] = \\ = \cos\eta - \sin\eta \cdot \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2} - \eta\right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} \dots (15) \end{aligned}$$

Точно так же

$$\begin{aligned} \cos(\eta - \delta) + \cos(\eta - \delta + \varphi) + \cos(\eta - \delta + 2\varphi) + \dots + \cos\left[\eta - \delta + \right. \\ \left. + \left(\frac{Z}{2}-1\right)\varphi\right] = \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2} - \eta + \delta\right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} \dots (15') \end{aligned}$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \left\{ \cos(\eta - \delta) + \cos(\eta - \delta + \varphi) + \cos(\eta - \delta + 2\varphi) + \dots + \cos\left[\eta - \delta + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{Z}{2}-1\right)\varphi\right] \right\} - \left\{ \cos\eta + \cos(\eta + \varphi) + \cos(\eta + 2\varphi) + \dots + \cos\left[\eta + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{Z}{2}-1\right)\varphi\right] \right\} = \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2} - \eta + \delta\right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} - \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2} - \eta\right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} = \\ = \frac{2 \cdot \cos\left(\frac{\varphi - 2\eta + \delta}{2}\right) \cdot \sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \dots (16) \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Проф. Н. И. Резников, „Теория резания металлов“, стр. 240.

и уравнение (12), определяющее окружное усилие на фрезе, принимает вид

$$P = 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \cos \left( \frac{\varphi - 2\eta + \delta}{2} \right) \dots (17)$$

Исследование этого уравнения приводит к следующим выводам. При  $\eta = \delta$

$$P = 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cos \frac{\varphi - \delta}{2}$$

С увеличением  $\eta$   $P$  растет и достигает максимального значения при

$$\frac{\varphi - 2\eta + \delta}{2} = 0, \text{ т. е.}$$

при

$$\eta = \frac{\varphi + \delta}{2} \dots (17')$$

При дальнейшем увеличении  $\eta$  от  $\frac{\varphi + \delta}{2}$  до  $\varphi$   $P$  уменьшается, при  $\eta = \varphi$  принимает такое же значение

$$P = 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \cos \frac{\varphi - \delta}{2},$$

как и при  $\eta = \delta$ .

Таким образом, нами выяснен характер изменения окружного усилия на фрезере на этом участке пути зуба, а также доказано, что наибольшее значение окружного усилия получается, когда один из зубьев займет положение, определяемое мгновенными углами

$$\psi_1 = \frac{\varphi - \delta}{2} \quad \psi_2 = \frac{\varphi + \delta}{2}$$

При этом

$$P_{max} = 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \dots (18)$$

В виду малости угла  $\frac{\delta}{2}$  ( $\frac{\delta}{2}$  не превосходит  $12^{\circ}20'$ ) можно принять

$$\sin \frac{\delta}{2} \cong \frac{\delta}{2} = \frac{B}{D \cdot \operatorname{tg} \beta} \text{ (согласно уравнения 10).}$$

Тогда

$$P_{max} = 0,64^{\mu} \cdot K \cdot B \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

Составим следующую таблицу (3).

Таблица 3

Z	$\frac{\varphi}{2}$	$\sin \frac{\varphi}{2}$	$E = \frac{1}{Z \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}$
6	30°	0,500	0,333
8	22,5°	0,383	0,326
10	18°	0,309	0,324
12	15°	0,259	0,322
18	10°	0,174	0,320
20	9°	0,156	0,320
24	7,5°	0,131	0,318

Как видно из этой таблицы, значение  $E$  для различных чисел зубьев колеблется в очень узких пределах и может быть принято:

$$\frac{1}{Z \cdot \sin \frac{\varphi}{2}} \cong 0,324.$$

Тогда

$$P_{max} = 0,324 \cdot 0,64^{\mu} \cdot K \cdot B \cdot S_z^{\mu+1} \cdot Z$$

$$M_{max} = 0,162 \cdot 0,64^{\mu} \cdot K \cdot B \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot Z \dots \dots \dots (18^I)$$

Выясним закон изменения окружного усилия на участке I пути 1-го зуба от его положения, характеризуемого мгновенными углами (0,0) до положения (0,δ) (рис. 4).

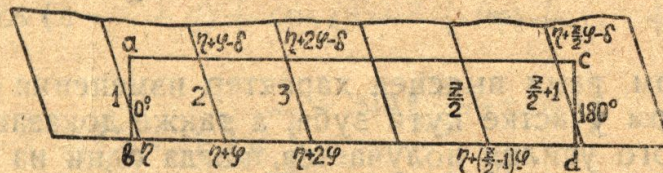


Рис. 4

Для какого-либо положения 1-го зуба (0,η), пересекающего линию входа  $ab$ , отдельные зубья характеризуются следующими мгновенными углами.

1-й зуб $\psi_1^I = 0$	$\psi_2^I = \eta$
2-й " $\psi_1^{II} = \eta + \varphi - \delta$	$\psi_2^{II} = \eta + \varphi$
3-й " $\psi_1^{III} = \eta + 2\varphi - \delta$	$\psi_2^{III} = \eta + 2\varphi$
4-й " $\psi_1^{IV} = \eta + 3\varphi - \delta$	$\psi_2^{IV} = \eta + 3\varphi \dots \dots \dots (19)$

$$\frac{z}{2} \text{ " } \psi_1^{\left(\frac{z}{2}\right)} = \eta + \left(\frac{z}{2} - 1\right) \eta - \delta \quad \psi_2^{\left(\frac{z}{2}\right)} = \eta + \left(\frac{z}{2} - 1\right) \cdot \varphi$$

$$\frac{z}{2} + 1 \text{ " } \psi_1^{\left(\frac{z}{2} + 1\right)} = \eta + \frac{z}{2} \varphi - \delta \quad \psi_2^{\left(\frac{z}{2} + 1\right)} = 180^\circ$$



Мгновенное окружное усилие для этого положения фрезы будет

$$P = 0,5 \cdot 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \left\{ 2 - \left\{ \cos \eta + \cos (\eta + \varphi) + \cos (\eta + 2\varphi) + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos (\eta + 3\varphi) + \dots + \cos \left[ \eta + \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right] \right\} + \left\{ \cos (\eta - \delta + \varphi) + \cos (\eta - \delta + \right. \\ \left. + 2\varphi) + \cos (\eta - \delta + 3\varphi) + \dots + \cos \left[ \eta - \delta + \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right] + \cos \left[ \eta - \delta + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{z}{2} \cdot \varphi \right] \right\} \dots \dots \dots (20)$$

На основе уравнений (15) и (15'), а также принимая во внимание, что

$$\cos \left[ \eta - \delta + \frac{z}{2} \cdot \varphi \right] = \cos \left[ \eta - \delta + \frac{360^{\circ} \cdot \varphi}{2 \cdot \varphi} \right] = \cos (\eta - \delta + 180^{\circ}) = \\ = -\cos (\eta - \delta),$$

выражение (20) представляем в следующем виде:

$$P = 0,5 \cdot 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \left\{ 2 - \frac{\sin \left( \frac{\varphi}{2} - \eta \right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} + \frac{\sin \left( \frac{\varphi}{2} - \eta + \delta \right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} - \right. \\ \left. - 2 \cos (\eta - \delta) \right\} = 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \left\{ 2 \sin^2 \left( \frac{\eta - \delta}{2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\cos \left( \frac{\varphi - 2\eta + \delta}{2} \right) \cdot \sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

Исследование этого уравнения приводит к следующим выводам.

При  $\eta = 0$

$$P = 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \left\{ 2 \sin^2 \frac{\delta}{2} + \frac{\cos \left( \frac{\varphi + \delta}{2} \right) \cdot \sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \right\} = \\ = 0,64^{\mu} \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \cos \frac{\varphi - \delta}{2}, \text{ т. е.}$$

то же, что при  $\eta = \varphi$ .

При увеличении угла  $\eta$   $P$  уменьшается.

Для определения значения  $\eta$ , при котором получается минимальное значение  $P$ , приравняем нулю  $\frac{dP}{d\eta}$ , получаем:

$$\sin(\eta - \delta) + \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \sin\left(\frac{\varphi - 2\eta + \delta}{2}\right) = 0, \text{ или}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\varphi - 2\eta + \delta}{2}\right)}{\sin(\delta - \eta)} = \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}},$$

откуда  $\eta = \frac{\delta}{2}$

Определяем знак  $\frac{d^2P}{d\eta^2}$  при  $\eta = \frac{\delta}{2}$

$$\frac{d^2P}{d\eta^2} = 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \left\{ \cos(\eta - \delta) - \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cos\left(\frac{\varphi - 2\eta + \delta}{2}\right) \right\}$$

Выражение в скобках при  $\eta = \frac{\delta}{2}$  получает значение:

$$\cos(\eta - \delta) - \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \cos \frac{\varphi - 2\eta + \delta}{2} = \frac{\sin \frac{\varphi - \delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

Так как (согласно 10')  $\delta < \varphi$ , то

$$\frac{\sin \frac{\varphi - \delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} > 0 \quad \text{и} \quad \frac{d^2P}{d\eta^2} > 0$$

Таким образом, при  $\eta = \frac{\delta}{2}$  окружное усилие на фрезере получает минимальное на этом участке значение, равное:

$$P_{min} = 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \left\{ 2 \sin^2 \frac{\delta}{4} + \frac{\cos \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \right\} =$$

$$= 2 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\sin \frac{\delta}{4}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \cos\left(\frac{2\varphi - \delta}{4}\right) \dots (22)$$

Принимая в виду малости угла  $\frac{\delta}{2}$

$$2 \sin \frac{\delta}{4} = 2 \cdot \frac{\delta}{4} = \frac{\delta}{2} = \frac{B}{D \cdot \operatorname{tg} \beta} \text{ и}$$

$$\frac{1}{\sin \frac{\varphi}{2}} = 0,324 Z, \text{ получаем:}$$

$$P_{\min} = 0,324 \cdot 0,64^{\mu} \cdot K \cdot B \cdot S_z^{\mu+1} \cdot Z \cos \left( \frac{2\varphi - \delta}{4} \right) \dots \dots (22^1)$$

$$M_{\min} = 0,162 \cdot 0,64^{\mu} \cdot K \cdot B \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot Z \cdot \cos \left( \frac{2\varphi - \delta}{4} \right)$$

### Влияние зубьев, расположенных на торцевой поверхности фрезера

Торцевые зубья снимают некоторую весьма малых размеров стружку, зачищая поверхность, полученную от работы зубьев, расположенных на цилиндрической поверхности (рис. 5).

Торцевой зуб обрабатывает при этом криволинейную полоску, заключенную между дугами  $ABC$  и  $ADC$ , являющуюся неровностью, оставленную соответствующим зубом, расположенным на цилиндрической поверхности.

При положении зуба, характеризуемого мгновенными углами  $\eta$  и  $\eta - \delta$ , положение его торцевого зуба будет, очевидно, характеризоваться мгновенным углом  $\eta$ .

Сечение стружки, снимаемое в этот момент торцевым зубом, будет

$$F = f \cdot S_z \cdot \sin \eta \dots \dots (23)$$

Здесь  $f$  — толщина стружки

$S_z \cdot \sin \eta$  — ширина стружки.

Давление на торцевую часть зуба будет

$$P_i' = K_s \cdot f \cdot (S_z \cdot \sin \eta) \dots (24).$$

Так как удельное давление резания

$$K_s = K \delta_{\text{ср}}^{\mu} = K \cdot f^{\mu}, \text{ то}$$

$$P_i' = K f^{\mu+1} \cdot S_z \cdot \sin \eta \dots \dots (25)$$

Сечение MN

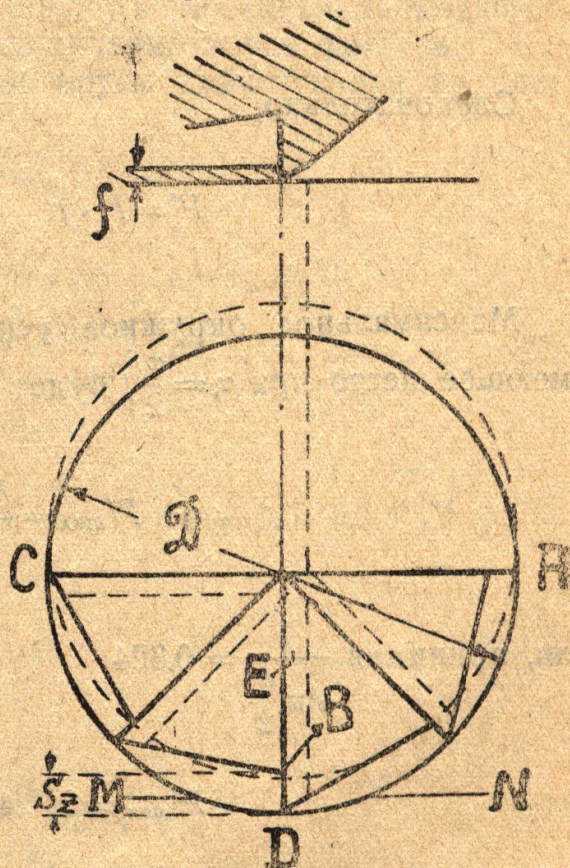


Рис. 5

Давление резания на фрезере от всех торцевых зубьев при некотором положении фрезера, характеризуемого мгновенным углом 1-го зуба ( $\eta, \eta - \delta$ ), будет

$$P' = K \cdot f^{\mu+1} \cdot S_z \cdot \sin \eta \cdot \left\{ \sin \eta + \sin (\eta + \varphi) + \sin (\eta + 2\varphi) + \dots \right. \\ \left. \dots + \sin \left[ \eta + \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \cdot \varphi \right] \right\} \dots \dots \dots (26)$$

Выражение в скобках можно упростить, приняв во внимание уравнения (13) и (14)

$$\sin \eta + \sin (\eta + \varphi) + \sin (\eta + 2\varphi) + \dots + \sin \left[ \eta + \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \cdot \varphi \right] = \\ = \sin \eta + \sin \eta \cdot \left\{ \cos \varphi + \cos 2\varphi + \cos 3\varphi + \dots + \cos \left[ \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right] \right\} + \\ + \cos \eta \cdot \left\{ \sin \varphi + \sin 2\varphi + \sin 3\varphi + \dots + \sin \left[ \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right] \right\} = \\ = \sin \eta + \cos \eta \cdot \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = \frac{\cos \left( \eta - \frac{\varphi}{2} \right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} \dots \dots \dots (27)$$

Следовательно,

$$P' = K \cdot f^{\mu+1} \cdot S_z \cdot \frac{\left( \cos \left( \eta - \frac{\varphi}{2} \right) \right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} \dots \dots \dots (28)$$

Максимальное окружное усилие на фрезере от торцевых зубьев, имеющее место при  $\eta = \frac{\varphi}{2}$ , будет

$$P'_{max} = \frac{K \cdot f^{\mu+1} \cdot Z_z}{\sin \frac{\varphi}{2}} \dots \dots \dots (29)$$

или, принимая  $\frac{1}{\sin \frac{\varphi}{2}} = 0,324$

$$P'_{max} = 0,324 \cdot K \cdot f^{\mu+1} \cdot S_z \cdot Z \dots \dots \dots (30)$$

$$M'_{max} = 0,162 \cdot K \cdot D \cdot f^{\mu+1} \cdot S_z \cdot Z$$

Хотя момент максимума усилий от зубьев на цилиндрической поверхности ( $\eta = \frac{\delta + \varphi}{2}$ ) не совпадает с моментом максимума от торцевых зубьев ( $\eta = \varphi/2$ ), тем не менее, учитывая, что  $P'_{max}$ , вообще, представляет собою по сравнению с  $P_{max}$  очень малую величину, мы будем определять поправку от действия торцевых зубьев по формуле (30).

Величину  $f$  можно при этом принимать равной 0,25 мм.

## Об усилиях подачи

На элемент длины зуба торцевого фрезера, находящегося в работе, действуют:

1) усилие сопротивления резанию  $dN_i$ , действующее в плоскости, перпендикулярной к зубу,

2) усилие сопротивления подаче  $dR_i$ , нормальное к поверхности фрезера, т. е. действующее в плоскости, перпендикулярной к оси фрезы (рис. 1).

Величина силы  $dN_i$  определяется формулой (4).

Что же касается величины  $dR_i$ , то мы примем, что

$$dR_i = \lambda \cdot dN_i,$$

или

$$dR_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot k \cdot \lambda \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \frac{\sin \eta}{\cos \beta} d\eta \quad \dots \dots \dots (31)$$

Силу  $dN_i$  разложим на 2 составляющие: на усилие  $dN_i$ , действующее параллельно оси фрезы,—осевое усилие и на усилие  $dP_i$ , действующее в плоскости, перпендикулярной к оси фрезера по касательной к фрезеру—окружное усилие, нами уже исследованное.

Итак, усилия, действующие на элемент длины зуба, мы привели к трем составляющим усилиям: одно из них  $dN_i$  действует параллельно оси фрезера, остальные два усилия  $dP_i$  и  $dR_i$  действуют в плоскости, проходящей через данный элемент длины зуба перпендикулярно к оси фрезера.

Для определения усилия подачи проектируем действующие на элемент зуба усилия на направление подачи

$$dS_i = dP_i \cdot \cos \eta + dR_i \cdot \sin \eta,$$

или согласно уравнений (5) и (31)

$$dS_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot k \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \sin \eta \cdot \cos \eta \cdot d\eta + \\ + 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot k \cdot \lambda \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \frac{\sin^2 \eta}{\cos \beta} \cdot d\eta \quad \dots \dots \dots (32)$$

Величина усилия подачи от одного зуба

$$S_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot k \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \eta \cdot \cos \eta \cdot d\eta + 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot k \cdot \lambda \cdot \\ \frac{D \cdot S_z^{\mu+1}}{\cos \beta} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin^2 \eta \cdot d\eta \quad \dots \dots \dots (33)$$

Найдем значение

$$\int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \eta \cdot \cos \eta \cdot d\eta \quad \text{и} \quad \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin^2 \eta \cdot d\eta \\ \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \eta \cdot \cos \eta \cdot d\eta = \frac{1}{4} \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin 2\eta \cdot d(2\eta) = \frac{1}{4} \cdot \left[ \cos 2\psi_1 - \cos 2\psi_2 \right] \quad \dots \dots \dots (34)$$

$$\int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin^2 \eta \cdot d\eta = \int_{\psi_1}^{\psi_2} \left( \frac{1 - \cos 2\eta}{2} \right) \cdot d\eta = \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{d\eta}{2} - \frac{1}{4} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \cos 2\eta \cdot d(2\eta) = \\ = \frac{1}{2} [\psi_2 - \psi_1] - \frac{1}{4} [\sin 2\psi_2 - \sin 2\psi_1] \quad \dots \dots \dots (35)$$

Усилие подачи от действия всех зубьев

$$S = 0,5 \cdot 0,64^{\mu} \cdot k \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \sum_1^m \frac{1}{4} (\cos 2\psi_1 - \cos 2\psi_2) + \\ + 0,5 \cdot 0,64^{\mu} \cdot k \cdot \lambda \cdot D \cdot \frac{S_z^{\mu+1}}{\cos \beta} \cdot \left\{ \sum_1^m \frac{1}{2} (\psi_2 - \psi_1) - \sum_1^m \frac{1}{4} (\sin 2\psi_2 - \sin 2\psi_1) \right\} \dots \dots \dots (36)$$

Максимальное значение усилия  $S$  имеет место при положении фрезера, соответствующем максимуму окружного усилия. При этом мгновенные углы отдельных зубьев фрезера определяются уравнением (11), а  $\eta = \varphi + \frac{\delta}{2}$ .

Найдем значения  $\sum_1^m (\cos 2\psi_1 - \cos 2\psi_2)$ ,  $\sum_1^m (\sin 2\psi_2 - \sin 2\psi_1)$  и  $\sum_1^m (\psi_1 - \psi_2)$

для вышеуказанного положения фрезы.

$$\sum_1^m (\cos 2\psi_1 - \cos 2\psi_2) = \left\{ \cos 2(\eta - \delta) + \cos 2(\eta - \delta + \varphi) + \right. \\ \left. + \cos 2(\eta - \delta + 2\varphi) + \dots + \cos 2 \left[ \eta - \delta + \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right] \right\} - \\ - \left\{ \cos 2\eta + \cos 2(\eta + \varphi) + \cos 2(\eta + 2\varphi) + \dots \right. \\ \left. + \cos 2 \left[ \eta + \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right] \right\} \dots \dots \dots (37)$$

Произведем преобразование выражений, стоящих в фигурных скобках.

$$\cos 2\eta + \cos 2(\eta + \varphi) + \cos 2(\eta + 2\varphi) + \dots + \cos 2 \left[ \eta + \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right] = \\ = \cos 2\eta + \cos 2\eta \left\{ \cos 2\varphi + \cos 4\eta + \cos 6\varphi + \dots + \cos 2 \cdot \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right\} - \\ - \sin 2\eta \cdot \left\{ \sin 2\varphi + \sin 4\varphi + \sin 6\varphi + \dots \sin 2 \cdot \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi \right\}$$

Легко убедиться, что для рассматриваемых фрезеров с четным числом зубьев

$$\cos 2\varphi + \cos 4\varphi + \cos 6\varphi + \dots + \cos 2 \cdot \left( \frac{z}{2} - 1 \right) \varphi = -1.$$

Например,

При  $Z = 8$ ;  $\varphi = 45^\circ$ ;  $2\varphi = 90^\circ$

$$\cos 90^\circ + \cos 180^\circ + \cos 270^\circ = -1$$

При  $Z = 10$   $\varphi = 36^\circ$   $2\varphi = 72^\circ$

$$\cos 72^\circ + \cos 144^\circ + \cos 216^\circ + \cos 288^\circ = 2 \cos 72^\circ = 2^\circ \cos 36^\circ = \\ = 2 \cdot 0,30902 - 2 \cdot 0,80902 = -1.$$

При  $Z = 18$      $\varphi = 20^\circ$      $2\varphi = 40^\circ$   
 $\cos 40^\circ + \cos 80^\circ + \cos 120^\circ + \cos 160^\circ + \cos 200^\circ + \cos 240^\circ + \cos 280^\circ +$   
 $\cos 320^\circ = 2 \cdot \cos 40^\circ + 2 \cos 80^\circ - 2 \cos 60^\circ - 2 \cos 20^\circ = 2 \cdot 0,76604 +$   
 $2 \cdot 0,17365 - 2 \cdot 0,5 - 2 \cdot 0,93969 = -1.$

и т. д.

Точно так же легко показать, что

$$\sin 2\varphi + \sin 4\varphi + \sin 6\varphi + \dots + \sin 2 \cdot \left(\frac{z}{2} - 1\right) \cdot \varphi = 0.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \cos 2\eta + \cos 2(\eta + \varphi) + \cos 2(\eta + 2\varphi) + \dots + \cos 2 \left[ \eta + \left(\frac{z}{2} - 1\right) \varphi \right] = 0 \\ \cos 2(\eta - \delta) + \cos 2(\eta - \delta + \varphi) + \dots + \cos 2(\eta - \delta + 2\varphi) + \dots + \\ + \cos 2 \left[ \eta - \delta + \left(\frac{z}{2} - 1\right) \varphi \right] = 0. \end{aligned}$$

и  $\cos \sum_1^m (\cos 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_2) = 0 \dots \dots \dots (38)$

Далее

$$\begin{aligned} \sum_1^m (\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_1) = \left\{ \sin 2\eta + \sin 2(\eta + \varphi) + \sin 2(\eta + 2\varphi) + \dots \right. \\ \left. + \sin 2 \left[ \eta + \left(\frac{z}{2} - 1\right) \varphi \right] \right\} - \\ - \left\{ \sin 2(\eta - \delta) + \sin 2(\eta - \delta + \varphi) + \sin 2(\eta - \delta + 2\varphi) + \dots \right. \\ \left. + \sin 2 \left[ \eta - \delta + \left(\frac{z}{2} - 1\right) \varphi \right] \right\} \dots \dots \dots (39) \end{aligned}$$

Преобразование выражений, стоящих в фигурных скобках, приводит к следующим выводам.

$$\begin{aligned} \sin 2\eta + \sin 2(\eta + \varphi) + \sin 2(\eta + 2\varphi) + \dots + \sin 2 \left[ \eta + \left(\frac{z}{2} - 1\right) \varphi \right] = \\ = \sin 2\eta + \sin 2\eta \left\{ \cos 2\varphi + \cos 4\varphi + \dots + \cos 2 \left(\frac{z}{2} - 1\right) \varphi \right\} - \\ - \cos 2\eta \cdot \left\{ \sin 2\varphi + \sin 4\varphi + \dots + \sin 2 \left(\frac{z}{2} - 1\right) \varphi \right\} = 0. \\ \sin 2(\eta - \delta) + \sin 2(\eta - \delta + \varphi) + \sin 2(\eta - \delta + 2\varphi) + \dots \\ + \sin 2 \left[ \eta - \delta + \left(\frac{z}{2} - 1\right) \varphi \right] = 0 \end{aligned}$$

и  $\sum_1^m (\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_1) = 0 \dots \dots \dots (40)$

Что же касается  $\sum_1^m (\varphi_2 - \varphi_1)$ , то таковая составляет

$$\sum_1^m (\varphi_2 - \varphi_1) = \delta \cdot \frac{z}{2} \dots \dots \dots (41)$$

После всех преобразований, выражение (36) принимает следующий вид:

$$S = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot k \cdot \lambda \cdot D \cdot \frac{S_z^{\mu+1}}{\cos \beta} \cdot \frac{\delta \cdot z}{4}$$

Подставляя значение  $\delta$  из уравнения (10), получаем

$$S = 0,25 \cdot 0,64^\mu \cdot k \cdot \lambda \cdot B \cdot \frac{S_z^{\mu+1} \cdot z}{\sin \beta} \dots \dots \dots (42)$$

Впредь до установления точного значения  $\lambda$  можно считать в пределах от 0,3 до 0,4. Принимая  $\lambda = 0,4$ , получаем окончательно

$$S = 0,1 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot B \cdot \frac{S_z^{\mu+1} \cdot Z}{\sin \beta} \dots \dots \dots (43)$$

### Об усилиях на оправке фрезера.

На оправку фрезера действуют следующие усилия:

- 1) найденное нами усилие  $P$ , скручивающее оправку фрезера,
- 2) найденное нами усилие  $S$ , действующее в направлении подачи и изгибающее оправку,
- 3) усилие  $U$ , действующее в направлении, перпендикулярном к  $S$  и изгибающее оправку, и
- 4) осевое усилие  $V$ .

При правильных условиях работы торцевых фрезеров со спиральными зубьями праворежущие фрезера имеют правую спираль, леворежущие — левую спираль.

Поэтому осевое давление от спиральных зубьев фрезера компенсируется осевым давлением, возникающим от действия фрезеруемого материала на рабочие кромки зубьев, расположенные на торцевой поверхности фрезера.

Определим усилие  $Q$  — равнодействующую сил  $S$  и  $U$ , действующей в плоскости, перпендикулярной к оси фрезы и изгибающую оправку фрезера.

Проектируя усилия, действующие на элемент длины зуба, на направление  $U$ , получаем после подстановки значений  $dP_i$  и  $dR_i$  из уравнений (5) и (31)

$$dU_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \sin^2 \eta \cdot d\eta - 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot \lambda \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \frac{\sin \eta \cdot \cos \eta}{\cos \beta} \cdot d\eta \dots \dots \dots (44)$$

Величина усилия  $U_i$  от одного зуба

$$U_i = 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin^2 \eta \cdot d\eta - 0,5 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot \lambda \cdot D \cdot S_z^{\mu+1} \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \eta \cdot \cos \eta \cdot d\eta \dots \dots \dots (45)$$

Подставляя значения  $\int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin^2 \eta \cdot d\eta$  и  $\int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \eta \cdot \cos \eta \cdot d\eta$  из уравнений (34) и (35),



и принимая во внимание уравнения (38), (40), (41) и (10), получаем следующее уравнение для определения усилия  $U$  от действия всех зубьев:

$$U = 0,25 \cdot 0,64^\mu \cdot K \cdot B \cdot S_z^\mu \cdot Z \dots \dots \dots (46)$$

Величина силы  $Q$  определяется из уравнения

$$Q = \sqrt{S^2 + U^2} \dots \dots \dots (47)$$

Угол, составляемый силой  $Q$  с усилием  $S$ , определяется из соотношения.

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{U}{S} = 2,5 \sin \beta \dots \dots \dots (48)$$

Так как  $\beta$  изменяется в пределах от  $60^\circ$  до  $80^\circ$ , то угол  $\vartheta$  меняется в пределах от  $66^\circ$  до  $68^\circ$ .

Соотношение между  $P_{max}$ ,  $S$  и  $U$  составляет

$$S : U : P_{max} = \frac{0,1}{\sin \beta} : 0,25 : 0,324 \dots \dots \dots (49)$$

Зная силу  $Q$ , изгибающую оправку по уравнению (47) и определяя  $M_{max}$ , скручивающую оправку, нетрудно уже определить величину приведенного момента.

#### Пример на приложение выведенных зависимостей.

Решим следующий пример.

Фрезеруется хромоникелевая сталь твердостью  $\sigma_u = 75 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$  торцевым праворежущим фрезером с правой спиралью, работающим полной окружностью.

Диаметр фрезера  $D = 75 \text{ мм}$

Число зубьев фрезера  $Z = 12$

Угол подъема спирали  $\beta = 70^\circ$

Подача на один зуб  $S_z = 0,1 \text{ мм}$

Глубина фрезерования  $B = 8 \text{ мм}$

Число оборотов фрезера  $n = 70$ .

Определим усилия, действующие на фрезере и на фрезерной оправке. Для рассматриваемого случая фрезерования принимаем<sup>1</sup>.

$$\mu = 0,25$$

$$K = 220.$$

$$\text{Угол между зубьями } \varphi = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

По уравнению (10)

$$\delta = \frac{2 \cdot 8}{75 \cdot \operatorname{tg} 70^\circ} \cdot \frac{180^\circ}{3,14} = 4^\circ 30'.$$

Максимальное окружное усилие и максимальный крутящий момент от зубьев, расположенных на цилиндрической поверхности по уравнению 18').

$$P_{max} = \frac{0,324}{0,64^{0,25}} \cdot 220 \cdot 8 \cdot 0,1^{0,75} \cdot 12 = 1375 \text{ кг}$$

$$M_{max} = 0,5 \cdot 75 \cdot 1375 \cong 54360 \text{ кг.мм.}$$

<sup>1</sup> Инж. С. Д. Тишин (Гипромаш), „Режимы работ всеми видами фрез 4,“ „Машиностроитель“ № 12, 1936.

По формуле (23)

$$\frac{P_{min}}{P_{max}} = \cos \left( \frac{60^\circ - 4,5^\circ}{4} \right) \cong \cos 14^\circ = 0,97.$$

$$P_{min} = 1375 \cdot 0,97 \cong 1334 \text{ кг}$$

$$M_{min} = 0,5 \cdot 1334,75 = 50025 \text{ кг.мм.}$$

Усилие и момент от торцевых зубьев по уравнениям (30)

$$P'_{max} = 0,324 \cdot 220 \cdot 0,25^{0,75} \cdot 0,1 \cdot 12 = 30 \text{ кг}$$

$$M'_{max} = 30 \cdot 0,5 \cdot 75 = 1125 \text{ кг.мм.}$$

Полный максимальный момент

$$M = 54360 + 1125 = 55485 \text{ кг.мм.}$$

Мощность, потребная на резание

$$N = \frac{55485 \cdot 70}{716200} = 5,4 \text{ Л. С.}$$

Мощность, которую необходимо подвести к станку, будет

$$N_{ст} = \frac{N}{\eta} = \frac{5,4}{0,7} = 7,7 \text{ Л. С.}$$

Усилие подачи по уравнению (43)

$$S = \frac{0,1}{0,64^{0,25}} \cdot 220 \cdot \frac{8 \cdot 0,1^{0,75} \cdot 12}{\sin 70^\circ} = 412 \text{ кг.}$$

Усилие  $U$ , действующее в направлении, перпендикулярном к  $S$ , по уравнению 46

$$U = \frac{0,25}{0,64^{0,25}} \cdot 220 \cdot 8 \cdot 0,1^{0,75} \cdot 12 = 955 \text{ кг.}$$

Усилие, изгибающее оправку

$$Q = \sqrt{412^2 + 955^2} = 1040 \text{ кг.}$$