

Метод корректирования аналитических моделей физических процессов, явлений или свойств объектов с использованием экспериментальных данных

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»,
Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное
им. М. К. Янгеля»*

Разработаны теоретические основы метода наложения матриц физико-механических характеристик, построенных с учетом ограничений на входящие в них параметры. Метод отличается простотой и наглядностью анализа входящих в физико-механические характеристики параметров и позволяет установить их допустимую область, в которой все они удовлетворяют требованиям регламента или стандарта. Предложенный метод в его частном случае успешно реализован для целенаправленной корректировки физико-механических характеристик сотового заполнителя при ограничениях на входящие в них параметры.

Ключевые слова: физико-механические характеристики, функциональные свойства, повышение качества, математические модели и методы.

При синтезе аналитических моделей, описывающих какие-либо физические процессы (явления или свойства объектов), часто возникает необходимость их обоснованной корректировки на основе экспериментальных данных.

Во многих случаях исследователь сталкивается с ситуацией, когда разработанная математическая модель удовлетворительно описывает выходные характеристики процесса, часть которых соответствует некоторому стандарту или регламенту, но при этом некоторые из таких характеристик оказываются заниженными. Это требует целенаправленной корректировки исходных аналитических зависимостей [1].

Пусть получены аналитические зависимости характеристик и некоторого процесса, явления или свойств физического объекта от его параметров, которые можно представить в общем виде:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= f_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i); \\ \varphi_n &= f_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i$ – входные (внутренние) параметры процесса (явления, свойств); $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ – выходные характеристики процесса, предопределяющие его природу, характер или закономерности функционирования.

Зависимости (1) могут быть использованы для корректировки того или иного из входных параметров описываемого процесса (явления, объекта) при определенных ограничениях на эти параметры методом последовательного наложения матриц функциональных выходных характеристик $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$.

Экспериментальные исследования процесса всегда позволяют установить вполне определенные интервалы изменения $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i$

$$\alpha_{1min} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1max}, \alpha_{2min} \leq \alpha_2 \leq \alpha_{2max}, \dots, \alpha_{imin} \leq \alpha_i \leq \alpha_{imax}, \quad (2)$$

обнаруживаемые в процессе этих исследований.

Пусть ставится задача обеспечить такую корректировку зависимостей (1) в пределах, выявленных экспериментально диапазонов изменений параметров (2), которая позволяет установить условия получения значений одного (или нескольких) из выходных характеристик, например φ_{n-1} , не определенных стандартом или другими требованиями минимальных регламентированных уровней:

$$\varphi_1^{\geq} [\varphi_1], \varphi_2^{\geq} [\varphi_2], \dots, \varphi_{n-1}^{\geq} [\varphi_{n-1}]. \quad (3)$$

Для реализации рассматриваемой корректировки зависимостей полезно предварительно выявить и использовать возможность сокращения числа входных параметров α_i путем их комбинирования и (или) уменьшения числа независимых.

Обычно среди выходных характеристик всегда имеют место зависимые. Выражая одну из них через другую или несколько характеристик через новую (производную от них), можно значительно сократить их количество до минимума.

Пусть для упрощения восприятия метода удалось преобразовать зависимости (1) до двух независимых параметров α_1 и α_2 , т. е.

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= f_1^* (\alpha_1, \alpha_2); \\ \varphi_n &= f_n^* (\alpha_1, \alpha_2). \end{aligned} \quad (4)$$

В этом случае матрицы функциональных параметров процесса (объекта) становятся плоскими (двумерными) (табл. 1).

Таблица 1

Матрицы функциональных характеристик $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ в интервалах изменения параметров $\alpha_{1min} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1max}$ и $\alpha_{2min} \leq \alpha_2 \leq \alpha_{2max}$

α_1	φ_1							
α_{1min}								
.								
.								
α_{1max}								
α_2	α_{2min}	α_{2max}
.

α_1	φ_n							
α_{1min}								
.								
.								
α_{1max}								
α_2	α_{2min}	α_{2max}
.

В случае двумерных матриц функциональных характеристик (табл. 2) темным цветом отмечены ячейки $(\alpha_{1i}, \alpha_{2j}) \in \varphi_r$, в которых $\varphi_r^{\geq} [\varphi_r]$, т. е. не соответствует уровню стандарта или другого регламента.

Таблица 2

Матрица допустимой области искомых параметров α_1, α_2

α_1								
α_{1min}								
.								
.								
.								
α_{1max}								
α_2	α_{2min}	α_{2max}

После наложения друг на друга всех матриц (в произвольном порядке) допустимую область исходных входных параметров определит достаточно узкая светлая зона, включающая в себя только те ячейки $(\alpha_{1k}, \alpha_{2\zeta})$, в которых $\varphi_r^3 \geq [\varphi_r]$. Выбор из этой зоны, в которой каждая ячейка удовлетворяет регламенту, единственной ячейки обусловлен приоритетностью в назначении уровней α_1, α_2 в большую или меньшую сторону их допустимого диапазона.

Этот анализ и выбор «квазиоптимального» (рационального) значения $\alpha_{1рац}, \alpha_{2рац}$ для всех выходных характеристик или тех критических, в которых их теоретические значения (1) в эксперименте оказываются ниже регламентированных стандартом, проводятся непосредственно исследователем визуально по итоговой матрице допустимой области искомых параметров α_1, α_2 (табл. 2).

В более сложных случаях k -мерных матриц функциональных характеристик ($k = 3, 4, \dots, n$) для такого анализа необходима разработка или использование приемлемого программного обеспечения его реализации на ПЭВМ.

При числе независимых входных параметров $k > 2$ матрицы функциональных характеристик становятся k -мерными. Так, при числе параметров $k = 3$ каждая выходная характеристика образует множество своих значений в трехмерном (декартовом) пространстве, ограниченном параллелепипедом со сторонами соответственно $(\alpha_{1max} - \alpha_{1min})$, $(\alpha_{2max} - \alpha_{2min})$ и $(\alpha_{3max} - \alpha_{3min})$ (рис. 1).

В трехмерном пространстве $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ существует множество точек функциональной характеристики φ_1 , среди которых имеются точки, соответствующие неравенству $\varphi_{1r}^3 \geq [\varphi_1]$. Эти точки каким-либо способом должны быть погашены в данном трехмерном пространстве аналогично тому, как это делается в двухмерном пространстве методом наложения матриц (см. табл. 2).

В каждом интервале $\alpha_{imin} \leq \alpha_i \leq \alpha_{imax}$ фиксируется произвольное, но обязательно конечное число промежутков, определяющих условную «точку» или «грань ячейки» i -го входного (внутреннего) параметра, например, 10.

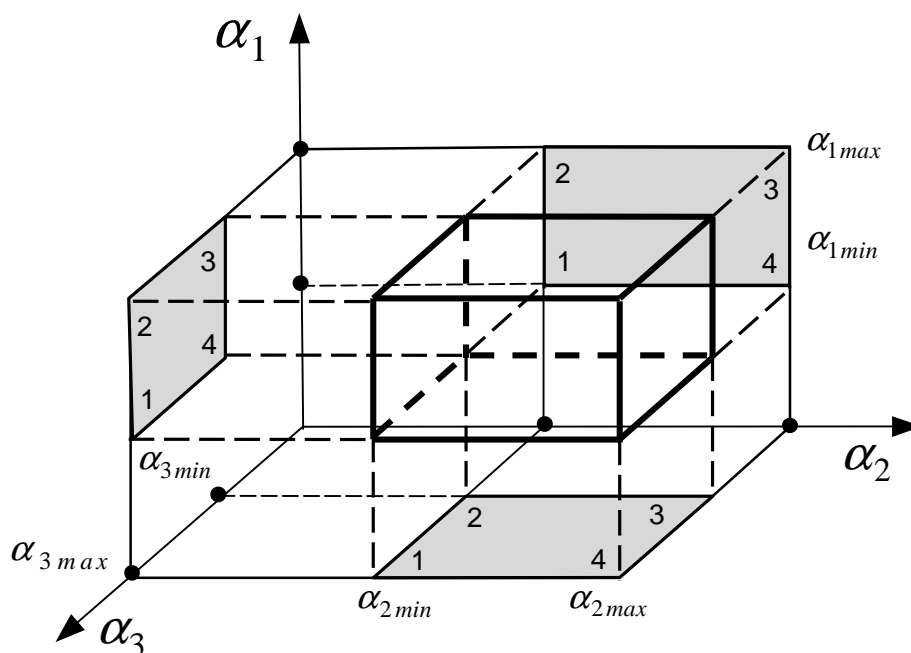


Рис. 1. Параллелепипед, ограничивающий значения входных параметров в трехмерном пространстве $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

Тогда условная огибающая параллелепипеда, построенного на минимальных ($\alpha_{1min}, \alpha_{2min}, \alpha_{3min}$) и максимальных ($\alpha_{1max}, \alpha_{2max}, \alpha_{3max}$) границах интервалов, будет представлять собой некий объем с пустотами – «ячейками», полученными «точками».

Аналогичные параллелепипеды с пустотами строятся для пространств выходных функциональных характеристик $\varphi_1^3 < [\varphi_1], \dots, \varphi_n^3 \geq [\varphi_n]$. Если j -характеристика не имеет ограничений по стандарту (регламенту), т.е. $\varphi_j^3 \geq [\varphi_j]$ во всем объеме параллелепипеда, последний не имеет пустот.

Компьютерное наложение параллелепипедов друг на друга выявит допустимые значения ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$), при которых обеспечиваются регламенты на все выходные функциональные характеристики.

После проведенного анализа осуществляется корректировка исходных аналитических зависимостей выходных характеристик описываемого процесса или явления введением поправочных коэффициентов несоответствия

$$\xi_{\varphi_1} = \frac{\varphi_1^3}{\varphi_1^{теор}}, \dots, \xi_{\varphi_i} = \frac{\varphi_i^3}{\varphi_i^{теор}}, \dots, \xi_{\varphi_n} = \frac{\varphi_n^3}{\varphi_n^{теор}}, \quad (4)$$

где φ_i^3 – полученные экспериментально среднестатистические значения i -й выходной характеристики; $\varphi_i^{теор}$ – теоретические значения i -й выходной характеристики.

В дальнейшем аналитические зависимости (1) используют с учетом этих корректирующих коэффициентов несоответствия.

Предложенный метод в его частном случае ниже реализован для целенаправленной корректировки физико-механических и прочностных

характеристик сотового заполнителя (СЗ) при ограничениях на входящие в них параметры [2, 3].

Среди множества видов СЗ, отличающихся между собой конфигурацией ячеек [4], наибольшее распространение вследствие их технологичности получили соты, образующие после сборки пакета, его склейки и растяжки в шестигранную ячейку, в общем случае неправильной формы, переходящей в правильный шестигранник при угле раскрытия ячейки $\beta=60^\circ$ (рис. 2). Форма ячейки СЗ, показанная на рис. 2, получена в результате нанесения на рулонную фольгу с помощью формного цилиндра полосы клея шириной a_s с шагом t , последующего совмещения рулонного материала в пакет со смещением в шахматном порядке полос клея на половину шага, т.е. $t/2$ (рис. 3).

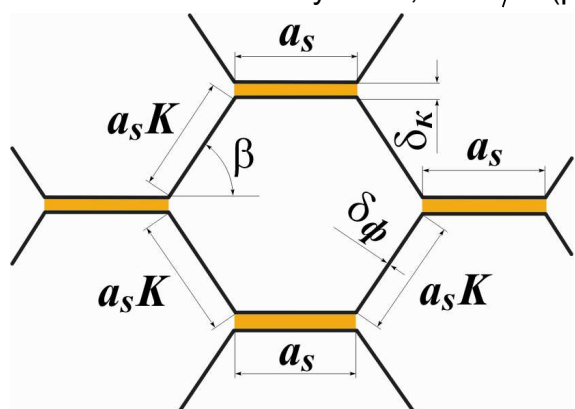


Рис. 2. СЗ с шестигранной формой ячейки:

a_s – ширина двояной ячейки;
 K – коэффициент формы ячейки;
 β – угол раскрытия ячейки;
 δ_ϕ , δ_k – толщины фольги и клея

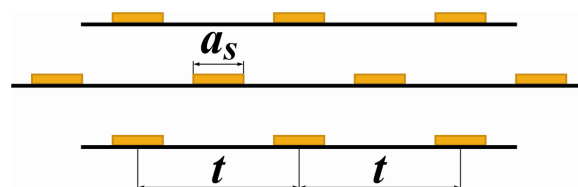


Рис. 3. Получение сотопакета в результате нанесения на рулонную фольгу с помощью формного цилиндра полосы клея шириной a_s с шагом t

Согласно ОСТ 1 00728-75, ОСТ 1 00729-75 [5] СЗ на основе алюминиевой фольги марки АМг2-Н с правильной шестигранной формой ячейки, со стороной $a_s = 2,5$ мм и толщиной фольги $\delta_\phi = 0,03$ мм должен иметь характеристики не ниже следующих: пределы прочности на сдвиг $\tau_{\text{exz}} = 1,5$ МПа, $\tau_{\text{eyz}} = 0,9$ МПа; модули сдвига $G_{xz} = 270$ МПа, $G_{yz} = 150$ МПа; плотность $\rho_{\text{сз}} = 55$ кг/м³ с допуском $\pm 10\%$.

В результате испытаний СЗ получены следующие характеристики: $\tau_{\text{exz}}^{\text{э}} = 1,85$ МПа, $\tau_{\text{eyz}}^{\text{э}} = 1,18$ МПа, $G_{xz}^{\text{э}} = 250,0$ МПа, $G_{yz}^{\text{э}} = 182$ МПа, $\rho_{\text{сз}}^{\text{э}} = 54$ кг/м³.

Анализ полученных данных показал, что значение модуля сдвига $G_{xz}^{\text{э}}$ не соответствует требованиям ОСТ 1 00728-75, ОСТ 1 00729-75 ($G_{xz}^{\text{э}} < G_{xz}^{\text{ОСТ}}$).

В связи с этим была поставлена задача реализовать предложенный выше метод в целях прогнозирования таких значений параметров ячейки СЗ K , a_s и β , при которых выполняются требования ОСТа для всех параметров. При этом значения толщины фольги сот δ_ϕ , плотности ρ_ϕ , модуля сдвига G_ϕ и предела прочности $\sigma_{\text{e}\phi}$ материала фольги были приняты фиксированными, а именно:

$\delta_\phi = 0,03$ мм, $\rho_\phi = 2680$ кг/м³, $\sigma_{\phi\phi} = 350$ МПа, $G_\phi = 26,5$ ГПа. Значения a_s были приняты в диапазоне $1,9 \leq a_s \leq 2,3$ мм, значения $2,5 \leq a_s K \leq 2,8$ мм (или $1,25 \leq K \leq 1,4$), шаг клеевых полос в соответствии с используемым формным цилиндром $t=10$ мм.

В качестве ограничений на рациональные диапазоны изменения геометрических характеристик ячеек СЗ K и β проведен статистический анализ выборки ячеек сотов, состоящей из 40 ячеек, в которых $a_{s\min} = 1,90$ мм, $a_{s\max} = 2,30$ мм, что соответствует диапазону изменения K , вытекающему из существующих аналитических зависимостей ФМХ СЗ и его плотности от входящих параметров [6 – 8] при $t=10$ мм $1,17 \leq K \leq 1,63$. Угол раскрытия ячейки СЗ β находится в диапазоне $55^\circ \leq \beta \leq 65^\circ$.

В табл. 3 – 7 приведены матрицы функциональных параметров СЗ с ячейкой в общем случае неправильной шестигранной формы при указанных выше ограничениях на K и β .

В матрицах, представленных в табл. 3 – 7, фоном отмечена зона, в пределах которой искомый параметр не соответствует ОСТу по величине. После наложения друг на друга всех матриц допустимую область искомых параметров β и K определяет достаточно узкая светлая зона, включающая в себя модули сдвига, пределы прочности на сдвиг и плотность СЗ, реализуемые в диапазоне углов раскрытия ячейки СЗ $60^\circ \leq \beta \leq 62^\circ$ и коэффициентов раскрытия ячейки $1,45 \leq K \leq 1,6$, соответствующих диапазону $1,73 \leq a_s \leq 1,84$ (рис. 8).

Таблица 3

Матрица параметра G_{xz} сотового заполнителя

β , рад											
0,87	278,5	283,9	289,2	295	300	305	310,4	315,7	320,9	326,2	331,4
0,88	274,9	280,1	285,3	291	296	301	306,1	311,3	316,4	321,6	326,7
0,9	271,2	276,4	281,5	287	292	297	301,8	306,9	311,9	317	322
0,91	267,7	272,7	277,7	283	288	293	297,6	302,6	307,5	312,4	317,3
0,92	264,1	269	273,9	279	284	289	293,4	298,3	303,1	307,9	312,7
0,94	260,6	265,4	270,2	275	280	285	289,3	294	298,8	303,5	308,2
0,95	257,1	261,9	266,6	271	276	281	285,2	289,9	294,5	299,1	303,7
0,97	253,7	258,4	263	268	272	277	281,2	285,7	290,3	294,8	299,3
0,98	250,4	254,9	259,4	264	268	273	277,3	281,7	286,1	290,5	294,9
1	247,1	251,6	256	260	265	269	273,4	277,7	282,1	286,4	290,6
1,01	244	248,3	252,6	257	261	265	269,7	273,9	278,1	282,3	286,5
1,03	240,9	245,1	249,3	254	258	262	266	270,1	274,2	278,3	282,4
(60°)1,05	237,9	242	246,1	250	254	258	262,4	266,5	270,5	274,5	278,5
1,06	235	239	243,1	247	251	255	259	262,9	266,9	270,8	274,7
1,08	232,2	236,2	240,1	244	248	252	255,7	259,6	263,4	267,2	271
1,1	229,6	233,5	237,4	241	245	249	252,6	256,4	260,1	263,8	267,6
1,12	227,1	230,9	234,7	239	242	246	249,7	253,4	257	260,7	264,3
1,14	224,8	228,6	232,3	236	240	243	247	250,6	254,2	257,8	261,3
1,16	222,7	226,5	230,1	234	237	241	244,5	248,1	251,6	255,1	258,6
1,19	220,9	224,6	228,2	232	235	239	242,4	245,9	249,3	252,7	256,2
1,21	219,3	222,9	226,5	230	234	237	240,6	244	247,4	250,8	254,1
1,23	218,1	221,7	225,2	229	232	236	239,1	242,5	245,9	249,2	252,5
K	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6

Таблица 4

Матрица параметра G_{yz} сотового заполнителя

β , рад											
0,87	146,7	147,4	148,1	148,8	149,4	150	150,6	151,2	151,8	152,3	152,8
0,88	147,6	148,3	149,1	149,8	150,4	151,1	151,7	152,3	152,9	153,5	154
0,9	148,5	149,3	150,1	150,8	151,5	152,2	152,8	153,4	154,1	154,6	155,2
0,91	149,5	150,4	151,1	151,9	152,6	153,3	154	154,6	155,3	155,9	156,5
0,92	150,6	151,4	152,2	153	153,8	154,5	155,2	155,9	156,6	157,2	157,8
0,94	151,7	152,6	153,4	154,2	155	155,8	156,5	157,3	158	158,6	159,3
0,95	152,9	153,8	154,7	155,5	156,4	157,2	157,9	158,7	159,4	160,1	160,8
0,97	154,1	155,1	156	156,9	157,8	158,6	159,4	160,2	161	161,7	162,4
0,98	155,4	156,4	157,4	158,3	159,3	160,1	161	161,8	162,6	163,4	164,1
1	156,8	157,9	158,9	159,9	160,8	161,8	162,7	163,5	164,4	165,2	166
1,01	158,3	159,4	160,5	161,5	162,5	163,5	164,4	165,3	166,2	167,1	167,9
1,03	159,9	161	162,2	163,3	164,3	165,3	166,3	167,3	168,2	169,1	170
1,05	161,6	162,8	164	165,1	166,2	167,3	168,4	169,4	170,4	171,3	172,3
1,06	163,4	164,6	165,9	167,1	168,3	169,4	170,5	171,6	172,6	173,7	174,6
1,08	165,3	166,6	167,9	169,2	170,5	171,7	172,8	174	175,1	176,2	177,2
1,1	167,3	168,8	170,2	171,5	172,8	174,1	175,4	176,6	177,7	178,9	180
1,12	169,5	171	172,5	174	175,4	176,7	178	179,3	180,6	181,8	183
1,14	171,9	173,5	175,1	176,6	178,1	179,5	181	182,3	183,7	185	186,3
1,16	174,4	176,2	177,8	179,5	181,1	182,6	184,1	185,6	187	188,4	189,8
1,19	177,2	179	180,8	182,6	184,3	185,9	187,5	189,1	190,6	192,2	193,6
1,21	180,2	182,1	184	185,9	187,7	189,5	191,3	193	194,6	196,2	197,8
1,23	183,4	185,5	187,6	189,6	191,5	193,4	195,3	197,2	198,9	200,7	202,4
K	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6

Таблица 5

Матрица параметра τ_{xz} сотового заполнителя

β , рад											
0,873	1,88	1,92	1,96	2	2,05	2,09	2,13	2,17	2,21	2,25	2,3
0,885	1,86	1,9	1,94	1,99	2,03	2,07	2,11	2,15	2,19	2,23	2,27
0,898	1,84	1,88	1,92	1,97	2,01	2,05	2,09	2,13	2,17	2,21	2,25
0,911	1,82	1,87	1,91	1,95	1,99	2,03	2,07	2,11	2,15	2,19	2,23
0,924	1,81	1,85	1,89	1,93	1,97	2,01	2,05	2,09	2,13	2,17	2,21
0,938	1,79	1,83	1,87	1,91	1,95	1,99	2,03	2,07	2,11	2,15	2,19
0,952	1,77	1,81	1,85	1,89	1,93	1,97	2,01	2,05	2,09	2,13	2,17
0,967	1,76	1,8	1,83	1,87	1,91	1,95	1,99	2,03	2,07	2,11	2,15
0,982	1,74	1,78	1,82	1,86	1,89	1,93	1,97	2,01	2,05	2,09	2,13
0,997	1,72	1,76	1,8	1,84	1,88	1,92	1,95	1,99	2,03	2,07	2,11
1,013	1,71	1,74	1,78	1,82	1,86	1,9	1,94	1,97	2,01	2,05	2,09
1,03	1,69	1,73	1,77	1,8	1,84	1,88	1,92	1,96	1,99	2,03	2,07
1,047	1,68	1,71	1,75	1,79	1,83	1,86	1,9	1,94	1,97	2,01	2,05
1,065	1,66	1,7	1,73	1,77	1,81	1,85	1,88	1,92	1,96	1,99	2,03
1,083	1,65	1,68	1,72	1,76	1,79	1,83	1,87	1,9	1,94	1,98	2,01
1,102	1,63	1,67	1,7	1,74	1,78	1,81	1,85	1,89	1,92	1,96	2
1,122	1,62	1,65	1,69	1,73	1,76	1,8	1,83	1,87	1,91	1,94	1,98
1,142	1,6	1,64	1,68	1,71	1,75	1,78	1,82	1,86	1,89	1,93	1,96
1,164	1,59	1,63	1,66	1,7	1,73	1,77	1,81	1,84	1,88	1,91	1,95
1,186	1,58	1,61	1,65	1,69	1,72	1,76	1,79	1,83	1,86	1,9	1,93
1,208	1,57	1,6	1,64	1,67	1,71	1,74	1,78	1,81	1,85	1,88	1,92
1,232	1,56	1,59	1,63	1,66	1,7	1,73	1,77	1,8	1,84	1,87	1,91
K	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6

Таблица 6

Матрица параметра τ_{yz} сотового заполнителя

β , рад											
0,873	0,78	0,78	0,78	0,79	0,79	0,79	0,8	0,8	0,8	0,8	0,81
0,885	0,78	0,78	0,79	0,79	0,79	0,8	0,8	0,8	0,81	0,81	0,81
0,898	0,78	0,79	0,79	0,8	0,8	0,8	0,81	0,81	0,81	0,82	0,82
0,911	0,79	0,79	0,8	0,8	0,81	0,81	0,81	0,82	0,82	0,82	0,83
0,924	0,8	0,8	0,8	0,81	0,81	0,82	0,82	0,82	0,83	0,83	0,83
0,938	0,8	0,81	0,81	0,81	0,82	0,82	0,83	0,83	0,83	0,84	0,84
0,952	0,81	0,81	0,82	0,82	0,83	0,83	0,83	0,84	0,84	0,85	0,85
0,967	0,81	0,82	0,82	0,83	0,83	0,84	0,84	0,85	0,85	0,85	0,86
0,982	0,82	0,83	0,83	0,84	0,84	0,85	0,85	0,85	0,86	0,86	0,87
0,997	0,83	0,83	0,84	0,84	0,85	0,85	0,86	0,86	0,87	0,87	0,88
1,013	0,84	0,84	0,85	0,85	0,86	0,86	0,87	0,87	0,88	0,88	0,89
1,03	0,84	0,85	0,86	0,86	0,87	0,87	0,88	0,88	0,89	0,89	0,9
1,047	0,85	0,86	0,87	0,87	0,88	0,88	0,89	0,89	0,9	0,91	0,91
1,065	0,86	0,87	0,88	0,88	0,89	0,9	0,9	0,91	0,91	0,92	0,92
1,083	0,87	0,88	0,89	0,89	0,9	0,91	0,91	0,92	0,93	0,93	0,94
1,102	0,88	0,89	0,9	0,91	0,91	0,92	0,93	0,93	0,94	0,95	0,95
1,122	0,9	0,9	0,91	0,92	0,93	0,93	0,94	0,95	0,95	0,96	0,97
1,142	0,91	0,92	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,96	0,97	0,98	0,98
1,164	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,96	0,97	0,98	0,99	1	1
1,186	0,94	0,95	0,96	0,96	0,97	0,98	0,99	1	1,01	1,02	1,02
1,208	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05
1,232	0,97	0,98	0,99	1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07
K	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6

Таблица 7

Матрица параметра ρ_{c3} сотового заполнителя

β , рад											
0,873	37,76	37,16	36,61	36,11	35,65	35,22	34,82	34,45	34,11	33,79	33,49
0,885	38	37,4	36,85	36,35	35,89	35,46	35,07	34,7	34,36	34,04	33,74
0,898	38,24	37,64	37,1	36,6	36,14	35,72	35,32	34,96	34,62	34,31	34,01
0,911	38,5	37,9	37,36	36,86	36,41	35,99	35,6	35,23	34,9	34,58	34,29
0,924	38,77	38,18	37,64	37,14	36,69	36,27	35,88	35,52	35,19	34,88	34,59
0,938	39,05	38,47	37,93	37,44	36,99	36,57	36,19	35,83	35,5	35,19	34,9
0,952	39,36	38,77	38,24	37,75	37,3	36,89	36,51	36,16	35,83	35,52	35,24
0,967	39,67	39,09	38,57	38,08	37,64	37,23	36,85	36,5	36,18	35,87	35,59
0,982	40,01	39,44	38,91	38,43	37,99	37,59	37,21	36,87	36,55	36,25	35,97
0,997	40,37	39,8	39,28	38,81	38,37	37,97	37,6	37,26	36,94	36,64	36,37
1,013	40,75	40,19	39,67	39,2	38,77	38,38	38,01	37,67	37,36	37,07	36,8
1,03	41,16	40,6	40,09	39,63	39,2	38,81	38,45	38,11	37,81	37,52	37,25
1,047	41,59	41,04	40,54	40,08	39,66	39,27	38,92	38,59	38,29	38	37,74
1,065	42,05	41,51	41,01	40,56	40,15	39,77	39,42	39,1	38,8	38,52	38,27
1,083	42,54	42,01	41,52	41,07	40,67	40,3	39,96	39,64	39,35	39,08	38,83
1,102	43,07	42,54	42,06	41,63	41,23	40,87	40,53	40,23	39,95	39,68	39,44
1,122	43,64	43,12	42,65	42,22	41,84	41,48	41,16	40,86	40,59	40,33	40,1
1,142	44,25	43,74	43,28	42,87	42,49	42,14	41,83	41,54	41,28	41,04	40,81
1,164	44,9	44,41	43,96	43,56	43,19	42,86	42,56	42,28	42,03	41,8	41,58
1,186	45,61	45,13	44,7	44,31	43,96	43,64	43,35	43,09	42,85	42,63	42,43
1,208	46,38	45,91	45,5	45,12	44,79	44,48	44,21	43,96	43,74	43,53	43,35
1,232	47,21	46,76	46,36	46,01	45,69	45,41	45,15	44,92	44,71	44,52	44,35
K	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6

Таблица 8

Матрица допустимой области искомых параметров β и K сотового заполнителя

β , рад												
0,8727												
0,885												
0,8976												
0,9106												
0,924												
0,9378												
0,952												
0,9666												
0,9817												
0,9973												
1,0134												
1,03												
1,0472												
1,0649												
1,0833												
1,1023												
1,122												
1,1424												
1,1636												
1,1855												
1,2083												
1,232												
K	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	

Анализ матриц (табл. 3 – 7) показывает, что τ_{xz} (табл. 5) и ρ_{c3} (табл. 7) в принятом диапазоне изменения β и K не имеют запретных зон, в которых эти параметры не соответствуют ОСТу. Что касается плотности СЗ ρ_{c3} , то матрица (табл. 8) имеет заниженные значения параметра вследствие неучета в используемых формулах для ее определения массы клея. Однако уточненное определение теоретического уровня ρ_{c3} с учетом клея для $K = 1,45$ и $a_s = 1,73$ мм при $\beta = 60^\circ$ дает увеличение плотности только на 1 %. В то же время учет верхнего допуска на толщину фольги $\delta_\phi = (0,03 + 0,003)$ мм – на 10 %.

Необходимо отметить еще два фактора, способных повлиять на действительное увеличение модулей сдвига и прочности на сдвиг СЗ.

Первым из этих факторов является уточнение коэффициентов несоответствия значений параметров ФМХ и прочности СЗ экспериментальным, которые при расчетах были приняты среднестатистическими, равными 0,75 [4, 8]. Эти коэффициенты зависят от уровня технологии производства СЗ. При соблюдении всех технологических норм производства СЗ с номинальной ячейкой сотов $a_s = 2,5$ мм из алюминиевой фольги статистическая обработка геометрических параметров выборки из 40 ячеек позволила установить коэффициент вариации при $a_{s\text{cp}} = 2,105$ мм равный $V_{a_s} = 2,93$ %, а по параметру $a_s K = 2,65$ мм ($K_{\text{cp}} = 1,26$) – $V_K = 1,73$ %, что соответствует весьма высокому качеству изготовления СЗ.

Испытания образцов СЗ на основе алюминиевой фольги марки АМг2-Н со стороны ячейки $a_s = 2,5$ мм и $\delta_\phi = 0,03$ мм выявили следующие его ФМХ:

$$G_{xz}^\vartheta = 252 \text{ МПа}; G_{yz}^\vartheta = 182 \text{ МПа}; \tau_{\vartheta xz}^\vartheta = 1,85 \text{ МПа}; \tau_{\vartheta yz}^\vartheta = 1,17 \text{ МПа}.$$

Сравнивая эти характеристики с теоретическими, полученными без учета коэффициента несоответствия [4, 8], получим значения этих коэффициентов:

$$\xi_{G_{xz}} = \frac{G_{xz}^\vartheta}{G_{xz}^m} = \frac{252}{306} = 0,824; \xi_{G_{yz}} = \frac{G_{yz}^\vartheta}{G_{yz}^m} = \frac{182}{183,6} = 0,99;$$

$$\xi_{\tau_{\vartheta xz}} = \frac{\tau_{\vartheta xz}^\vartheta}{\tau_{\vartheta xz}^m} = \frac{1,85}{2,13} = 0,87; \xi_{\tau_{\vartheta yz}} = \frac{\tau_{\vartheta yz}^\vartheta}{\tau_{\vartheta yz}^m} = \frac{1,17}{1,12} \approx 1.$$

Как видно, установленные коэффициенты несоответствия экспериментальных значений ФМХ СЗ теоретическим превышают среднестатистические $\xi = 0,75$ соответственно в

$$\bar{\xi}_{G_{xz}} = \frac{\xi_{G_{xz}}}{\xi_{G_{xz}}^{cp.стат}} = \frac{0,824}{0,75} = 1,1; \bar{\xi}_{G_{yz}} = 1,32; \bar{\xi}_{\tau_{xz}} = 1,16 \text{ и } \bar{\xi}_{\tau_{yz}} = 1,33 \text{ раза}.$$

Еще один резерв уточнения ФМХ СЗ, прогнозируемых теоретически, заключается в учете их зависимости от высоты сотов, методика которого изложена в наших работах [9, 10].

В табл. 9 дано сравнение модулей сдвига G_{xz} и G_{yz} , полученных теоретически на основе существующих зависимостей [6, 7], с экспериментальными [11] для СЗ с ячейкой правильной шестигранной формы на основе алюминиевой фольги марки АМг2-Н толщиной $\delta_\phi = 0,03$ мм.

Таблица 9

Сравнение модулей сдвига G_{xz} и G_{yz} , полученных теоретически и экспериментально

Размер грани ячейки a_s , мм	Толщина фольги δ_ϕ , мкм	Высота образцов СЗ h_{c3} , мм	$G_{xz}^A = 0,866 \frac{\delta_\phi}{a_s} G_\phi$, МПа	С учетом предложенной корректировки $G_{xz}^{KЭ}$, МПа	Нижняя граница G_{xz}^ϑ , МПа (эксперимент)
2,5	30	13,5	280,6	303,6	240,5
		18,0		294,2	225,3
		38,0		259,3	197,1
		Высота образцов СЗ h_{c3} , мм	$G_{yz}^A = 0,577 \frac{\delta_\phi}{a_s} G_\phi$, МПа	С учетом предложенной корректировки $G_{yz}^{KЭ}$, МПа	Нижняя граница G_{yz}^ϑ , МПа (эксперимент)
		13,5	186,6	203,2	148,6
		18,0		196,5	125,2
38,0	162,6	121,5			

Выводы

Разработаны теоретические основы общего метода корректировки математических моделей свойств физических объектов с использованием экспериментальных данных, на базе которых предложен и реализован частный метод целенаправленной корректировки ФМХ и прочности СЗ наложением их матриц, построенных с учетом ограничений на входящие в них параметры. Этот метод отличается простотой и наглядностью анализа входящих в ФМХ параметров и позволяет установить их допустимую область, в которой все они удовлетворяют требованиям регламента или стандарта. Так, например, для СЗ на основе алюминиевой фольги марки АМг2-Н с теоретической стороной ячейки $a_s = 2,5$ мм, коэффициентом формы $K = 1$ и углом раскрытия ячейки $\beta = 60^\circ$ испытания образцов выявило, что при удовлетворении с превышением всех ФМХ ОСТ 1 00728-75 в 1,2 – 1,3 раза показатель модуля сдвига оказался заниженным в 0,92 раза. Метод наложения матриц ФМХ СЗ прогнозирует соответствие ОСТ 1 00728-75 при корректировке параметра ячейки до $K = 1,5$ и $\beta = 60^\circ$ и сохранении остальных ФМХ в пределах регламента ОСТ 1 00728-75.

Список литературы

1. Технологическая механика интегральных конструкций авиационной техники из полимерных композиционных материалов [Текст]: отчет о НИР (промежуточ.): Г403–15/2012 / Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»; рук. Гайдачук В. Е.; отв. исполн. Кондратьев А. В.; исполн. Кириченко В. В., Карпикова О. А. Коваленко В. А. и др.– Ч. 1. Т.1. – Х., 2012. – 100 с. № ГР 0111U010506
2. Метод целенаправленной корректировки физических характеристик сотового заполнителя при ограничениях на входящие в них параметры [Текст]/ В. Е. Гайдачук, В. В. Кириченко, С. М. Мельников и др. // Эффективность сотовых конструкций в изделиях авиационно-космической техники : сб. материалов III междунар. науч.-практ. конф. / Укр. НИИ технологий машиностроения. – Днепропетровск, 2009. – С. 78 – 87.
3. Технологическая механика интегральных конструкций авиационной техники из полимерных композиционных материалов [Текст]: отчет о НИР (промежуточ.): Г403–15/2012 / Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»; рук. Гайдачук В. Е.; отв. исполн. Кондратьев А. В.; исполн. Кириченко В. В., Карпикова О.А. Коваленко В.А. и др.– Ч. 2. Т.1. – Х., 2013. – 108 с. № ГР 0111U010506
4. Сотовые заполнители и панельные конструкции космического назначения [Текст]: моногр.: в 2 т. – Т.1. Технологические несовершенства сотовых заполнителей и конструкций / А. В. Гайдачук, О. А. Карпикова, А. В. Кондратьев,

М. В. Сливинский; под ред. А. В. Гайдачука. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2012. – 279 с.

5. Отраслевой стандарт. Заполнители сотовые клееные. ОСТ 1 00728-75, ОСТ 1 00729-75 [Текст]. – Взамен 906АТ, 946АТ; введ. 01.01.76. – Госстандарт СССР, 1976. – 14 с.

6. Ендогур, А. И. Сотовые конструкции. Выбор параметров и проектирование [Текст] / А. И. Ендогур, М. В. Вайнберг, К. М. Иерусалимский. – М.: Машиностроение, 1986. – 200 с.

7. Панин, В. Ф. Конструкции с заполнителем [Текст]: справ. / В. Ф. Панин, Ю. А. Гладков. – М.: Машиностроение, 1991. – 272 с.

8. Кириченко, В. В. Анализ эффективности схем армирования несущих обшивок и оптимизации свойств сотового заполнителя трехслойных оболочечных конструкций летательных аппаратов [Текст] / В. В. Кириченко, А. В. Кондратьев // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 43(4). – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2005. – С. 27 – 38.

9. Гайдачук, В. Е. Аналитическая зависимость модуля сдвига сотового заполнителя от его геометрических параметров на основе МКЭ [Текст] / В. Е. Гайдачук, В. В. Кириченко, В. И. Сливинский // Технологические системы. – 2003. – Вып. 1(17). – С. 53 – 56.

10. Гайдачук, В. Е. Корректировка существующих аналитических зависимостей физико-механических характеристик сотового заполнителя с учетом его высоты [Текст] / В. Е. Гайдачук, В. В. Кириченко, А. В. Кондратьев // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Х., 2008. – Вып. 40. – С. 5 – 12.

11. Карпикова, О. А. Сотовый заполнитель из алюминиевой фольги с регулируемыми механическими характеристиками [Текст] / О. А. Карпикова, В. И. Сливинский, Г. В. Ткаченко // Системні технології: Регіональний міжвуз. зб. наук. пр. – Дніпропетровськ: НМАУ, 2010. – Вип. 3(68). – С. 14 – 19.

Рецензент: д-р техн. наук, гл. науч. сотр. В.И. Сливинский,
ПАО «Украинский научно-исследовательский институт
технологии машиностроения», Днепропетровск.

Поступила в редакцию 01.09.14.

Метод коригування аналітичних моделей фізичних процесів, явищ або властивостей об'єктів з використанням експериментальних даних

Розроблено теоретичні основи методу накладання матриць фізико-механічних характеристик, побудованих з урахуванням обмежень на вхідні в них параметри. Метод відрізняється простотою і наочністю аналізу параметрів, що входять до фізико-механічних характеристик, і дозволяє встановити їх допустиму область, в якій всі вони задовольняють вимогам регламенту або стандарту. Запропонований метод в його окремому випадку успішно реалізований для цілеспрямованого коригування фізико-механічних характеристик стільникового заповнювача при обмеженнях на вхідні в них параметри.

Ключові слова: фізико-механічні характеристики, функціональні властивості, підвищення якості, математичні моделі та методи.

The method of correcting the analytical models of physical processes, phenomena or properties of the objects using the experimental data

The theoretical basis of the method of overlap of matrices of physical and mechanical properties that are formed with taking into account the constraints on the parameters contained in them is considered. The method is characterized by simplicity and clarity of analysis of parameters which are included in the physical and mechanical characteristics of them and allows to determinel their permissible area in which they meet the requirements of a regulation or standard. The proposed method in his particular case is successfully implemented for targeted correction of physical and mechanical properties of honeycomb core under constraints on the parameters contained in them.

Keywords: physical and mechanical properties, functional properties, quality improvement, mathematical models and methods.