

Міністерство освіти і науки України  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Факультет систем управління літальних апаратів

Кафедра систем управління літальних апаратів

## Пояснювальна записка

до дипломної роботи

магістра

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: Розробка і дослідження управлінських моделей ударостійкого БПЛА

XAI.301.3-96ав.22О.173.9745056 ПЗ

Виконав: студент 2 курсу, групи 3-96ав

Галузь знань 17 «Електроніка та телекомунікації»

Спеціальність 173 «Авіоніка»

Освітня програма

«Системи автономної навігації та адаптивного управління літальних апаратів»

Яременко А.С.

(прізвище та ініціали студента)

Керівник Пасічник С.М.

(прізвище та ініціали)

Рецензент Суліма Є.А.

(прізвище та ініціали)

Харків – 2022

**Форма № Н-9.01**

Міністерство освіти і науки України  
 Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
 «Харківський авіаційний інститут»

Факультет систем управління літальних апаратів  
 Кафедра систем управління літальних апаратів  
 Рівень вищої освіти магістр  
 Галузь знань 17 «Електроніка та телекомунікації»  
 Спеціальність 173 «Авіоніка»  
 Освітня програма «Системи автономної навігації та адаптивного управління літальних апаратів»

**ЗАТВЕРДЖУЮ**  
 Завідувач кафедри

к.т.н., доц. \_\_\_\_\_ Костянтин ДЕРГАЧОВ

“ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2022 року

**З А В Д А Н Н Я**  
**НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ**  
Яременку Анатолію Степановичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: Розробка і дослідження управлінських моделей ударостійкого БПЛА,  
керівник роботи Пасічник Сергій Миколайович, к.т.н.,  
затверджені наказом вищого навчального закладу від 17.11.2022 року № 1602-уч.
2. Строк подання студентом роботи: 09 грудня 2022 року.
3. Вихідні дані до роботи: розглядається клас ударостійких БПЛА з кардановим підвісом у захисній пружній оболонці. БПЛА структурно поділяється на літальний апарат гелікоптерного типу з двома співвісними гвинтами та підвіс у захисній оболонці. ЛА виконує політ у спокійній атмосфері в обмеженому просторі. Основне збурне діяння – ударні та дотичні зіткнення з перешкодами.
4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) 1. Оцінка стану проблеми. Аналіз ТЗ. 2. Опис функціонування об'єкта автоматичного керування. Математичний опис ОАУ. 3. Конструкторська частина. 4. Дослідження функціональних властивостей ОАУ. 5 Експериментальна частина.

6. Економічна частина – розрахунок собівартості і ціни коригуючого пристрою.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

1-й плакат (формат А1) – Мета роботи, опис устрою ударостійкого БПЛА; 2-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Фізична модель; 3-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Нелінійна математична модель БПЛА; 4-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Нелінійна математична модель БПЛА; 5-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Нелінійна математична модель БПЛА; 6-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Нелінійна математична модель БПЛА; 7-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Лінеаризована математична модель БПЛА; 8-й плакат (формат А1) – Дослідна частина; 9-й плакат (формат А1) – Дослідна частина; Експериментальна частина; 10-й плакат (формат А1) –Конструкторська частина; Економічна частина.

#### 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1	Пасічник С.М., доцент каф. 301	19.09.2022	09.12.2022
2	Пасічник С.М., доцент каф. 301	19.09.2022	09.12.2022
3	Джуглаков В.Г., доцент каф. 301	19.09.2022	09.12.2022
4	Пасічник С.М., доцент каф. 301	19.09.2022	09.12.2022
5	Пасічник С.М., доцент каф. 301	19.09.2022	09.12.2022
6	Попов О.С., к.е.н, доцент каф. 601	19.09.2022	09.12.2022

Нормоконтроль \_\_\_\_\_ С.М. Пасічник «12» \_\_\_\_\_ 12 \_\_\_\_\_ 2022 р.  
(підпис) (ініціали та прізвище)

7. Дата видачі завдання \_\_\_\_\_ 19.09.2022

## КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів дипломної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Початок переддипломної практики	12.09.2022	
2.	Формулювання теми роботи. Розробка технічного завдання	19.09.2022	
3.	Математичний опис системи керування. Аналіз об'єкту автоматичного керування. Проведення експериментальних досліджень	28.10.2022	Залік з переддипломної практики
4.	Конструкторська частина роботи. Дослідницька частина роботи. Експериментально-практична частина. Економічне обґрунтування розробки. Розробка питань охорони праці і безпеки в надзвичайних ситуаціях	28.11.2022	
5.	Оформлення розрахунково-пояснювальної записки і графічного матеріалу	09.12.2022	
6.	Попередній захист роботи. Рецензування роботи	16.12.2022	
7.	Захист роботи	19.12.2022	

Студент \_\_\_\_\_ Анатолій ЯРЕМЕНКО  
(підпис) (ім'я, прізвище)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ Сергій ПАСІЧНИК  
(підпис) (ім'я, прізвище)

Міністерство освіти і науки України  
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра систем керування літальних апаратів

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Завідуючий кафедрою 301  
к.т.н., с.н.с., доцент  
\_\_\_\_\_ Костянтин ДЕРГАЧОВ  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 р.

ТЕХНІЧНЕ ЗАВДАННЯ  
на дипломне проектування  
Яременка Анатолія Степановича

1. Тема роботи: Розробка і дослідження управлінських моделей ударостійкого БПЛА, затверджена наказом по університету від «17» листопада 2022 р., № 1602-уч.
2. Строк здачі студентом закінченої роботи «09» грудня 2022 р.
3. Область застосування розробки: розробка, проектування і дослідження систем керування безпілотними літальними апаратами (БПЛА).
4. Початкові дані для об'єкта керування
  - 4.1 Призначення і мета створення системи: дослідження динамічних властивостей та можливості керування польотом нового класу ударостійких БПЛА.
  - 4.2 Загальні відомості: розглянуто поздовжній горизонтальний рух ударостійкого БПЛА у кардановому підвісі з захисною оболонкою з урахуванням ударних зіткнень з перешкодами.
5. Технічні вимоги до системи керування
  - 5.1 Питання, що підлягають розробці: в розрахунковій частині: опис функціонування об'єкта автоматичного керування: опис устрою і принципу функціонування об'єкта автоматичного керування (ОАУ) і збурювальних впливів, формування функціональної схеми ОАУ, вербальний опис принципів

функціонування, сигналів і фізичних зв'язків між елементами, принципів перетворення енергії та інформації; формування вимог до вимірювальних приладів і виконавчих пристроїв. Математичний опис ОАУ: отримання і опис нелінійних математичних моделей; лінеаризація нелінійних моделей ОАУ; формування передавальних функцій ОАУ за керуючим та збурним впливами; формування структурних схем ОАУ у каналах тангажа, рискання та крену. дослідження в функціональних властивостей ОАУ за керуючим і збурним впливами. В експериментальній частині: тестування елементів системи керування польотом БПЛА.

5.2 Режим роботи системи (безперервний, циклічний, одноразової дії): безперервний.

5.3 Показники якості системи керування: не задано.

5.4 Вимоги до приладового складу системи: гвинтові двигуни, датчики кутів та кутових швидкостей і швидкості польоту.

5.5 Вимоги до взаємозамінності блоків: не представлені.

6 Умови експлуатації системи

6.1 Кліматичні вимоги до експлуатації (температура середовища, у якій буде працювати система керування, її вологість, вміст хімічно активних компонентів і т.ін.):

а) температура навколишнього середовища від -10 °С до + 40 °С;

б) вологість навколишнього середовища до 80%;

в) атмосферний тиск до висоти 100 м стандартної атмосфери.

6.2 Механічні вимоги (вібрація, тряска, можливі перекося, удари, нахили): допускаються ударні навантаження.

6.3 Наявність перешкод (електричні наводки, радіоперешкоди, магнітні впливи): можливі радіоперешкоди в приймач БПЛА від радіостанцій і погодних умов.

6.4 Електричні параметри системи (напруга джерел живлення, потужність, стабільність, частота): визначаються функціональними вимогами елементів ОАУ, робоча напруга батареї становить + 12 В постійного струму.

7 Додаткові функції, реалізовані системою (сигналізація про несправності, реєстрація необхідної інформації, самоконтроль і т.ін.): реєстрація польотної інформації.

8 Обсяг виконуваних розроблювачем робіт

8.1. Етапи проведення роботи: аналітичний огляд літератури, розробка ряду

моделей руху БПЛА – вербальної, графічних, нелінійної та лінеаризованої математичних загального випадку руху та відносного обертального руху ЛА, конструкторська частина, експериментально-практична частина, дослідна частина, економічна частина.

8.2 Обсяг розробки за кожним етапом: Титульний лист (1 сторінка), специфікація (7 сторінок), реферат (1 сторінка), зміст (2 сторінки), список символів, скорочень (1 сторінка); аналіз процесів проектування систем керування ударостійких БПЛА (9 сторінок); математичні моделі, аналіз результатів дослідження функціональних властивостей ОАУ (46 сторінок); проведення експериментальних досліджень, отримання характеристик, обробка результатів (5 сторінок), економічна частина (9 сторінок), висновки (1 сторінка).

9 Параметри устаткування системи: не задано.

10 Вимоги безпеки: елементи об'єкту повинні бути пожежобезпечними і не повинні бути джерелами вибуху, припинення роботи одних пристроїв не повинно призводити до порушення роботи інших.

11 Дослідницька частина: дослідження функціональних властивостей ОАУ у відносному обертальному русі.

12 Експериментально-практична частина: тестування елементів системи керування польотом БПЛА.

13 Економічна частина

13.1 Розробити (розрахувати, одержати): розрахувати собівартість, ціну розробки та виготовлення плати керування; знайти точку беззбитковості.

13.2 Умови і вимоги: серійне виробництво, розрахунок проводиться за статтями калькуляції.

13.3 Очікуваний результат: повна собівартість виробу у гривнях.

14 Перелік графічних матеріалів із зазначенням форматів:

1-й плакат (формат А1) – Мета роботи, опис устрою ударостійкого БПЛА;

2-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Фізична модель;

3-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Нелінійна математична модель БПЛА;

4-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Нелінійна математична модель БПЛА;

5-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Нелінійна математична модель БПЛА;

6-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Нелінійна математична модель БПЛА;

7-й плакат (формат А1) – Опис ряду моделей ударостійкого БПЛА. Лінеаризована математична модель БПЛА;

8-й плакат (формат А1) – Дослідна частина;

9-й плакат (формат А1) – Дослідна частина; Експериментальна частина;

10-й плакат (формат А1) –Конструкторська частина; Економічна частина.

Керівник роботи  
Пасічник С.М.  
 (П.І.Б.)

«19» \_\_\_\_\_ 09 \_\_\_\_\_ 2022 р.

Прийняв до виконання  
Деєв С.Г.  
 (П.І.Б. студента)

«19» \_\_\_\_\_ 09 \_\_\_\_\_ 2022 р.

Погоджено з питань:

конструкції  
Джулгаков В.Г.  
 (П.І.Б.)

«19» \_\_\_\_\_ 09 \_\_\_\_\_ 2022 р.

дослідницької частини  
Пасічник С.М.  
 (П.І.Б.)

«19» \_\_\_\_\_ 09 \_\_\_\_\_ 2022 р.

економіки  
Попов О.С.  
 (П.І.Б.)

«19» \_\_\_\_\_ 09 \_\_\_\_\_ 2022 р.



## РЕФЕРАТ

Сторінок 106, рисунків 25, таблиць 9, джерел 15, додатків 2.

Об'єктом дослідження є процеси моделювання ударостійкого БПЛА в умовах збурних діянь.

Мета роботи – розробка управлінських моделей обертального руху ударостійкого БПЛА.

Безпілотні літальні апарати (БПЛА) у кардановому підвісі з захисною пружною оболонкою є новим класом ударостійких БПЛА. Такий апарат являє собою літаючу платформу з двома безколекторними двигунами з співвісними гвинтами. Переміщення апарата відбуваються шляхом зміни сили тяги гвинтів на кожному з двигунів та відхиленням кермів поздовжнього та бічного керування.

Виконано огляд безпілотних літальних апаратів мультироторного типу. Розроблено ряд моделей загального випадку руху ударостійкого БПЛА, а саме змістовну модель з роз'ясненням устрою й принципу функціонування об'єкту, фізичну модель у вигляді кінематичних схем руху БПЛА, нелінійну математичну модель у вигляді нелінійних диференціальних рівнянь поступального та обертального руху й лінеаризовану математичну модель.

Виділено, із загального випадку руху, рівняння обертального руху, одержано передавальні функції ЛА за керуючими та збурним діяннями у каналах тангажа, ристання та крену. У конструкторській частині описано плату управляючого обчислювача для даного об'єкту. Дослідницька частина присвячена дослідженню функціональних властивостей БПЛА в обертальному русі. В експериментально-практичній частині проведено моделювання БПЛА у середовищі Matlab. В економічній частині розраховано собівартість і ціну виготовлення плати обчислювача.

УДАРОСТІЙКИЙ БПЛА, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ОБ'ЄКТ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ, ФУНКЦІОНАЛЬНА СХЕМА, СТРУКТУРНА СХЕМА, ПЕРЕДАВАЛЬНА ФУНКЦІЯ.

## ЗМІСТ

Перелік умовних позначень і скорочень.....	12
Вступ.....	13
<b>1 АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ПРОЕКТУВАННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ УДАРСТІЙКИХ БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ.....</b>	<b>14</b>
1.1 Особливості використання принципів автоматичного керування.....	14
1.2 Аналіз технічного завдання .....	19
1.3 Огляд науково-технічної літератури і патентів.....	19
<b>2 МОДЕЛІ УДАРСТІЙКОГО БПЛА В ЗАХИСНІЙ ПРУЖНІЙ ОБОЛОНЦІ ЯК ОБ'ЄКТУ КЕРУВАННЯ.....</b>	<b>22</b>
2.1 Опис конструкції та принципу функціонування ударостійкого БПЛА...	22
2.2 Побудова нелінійної математичної моделі БПЛА.....	25
2.2.1 Визначення числа ступенів свободи досліджуваної матеріальної системи.....	26
2.2.2 Вибір і обґрунтування систем відліку і координат.....	27
2.2.3 Вибір довільного положення матеріальної механічної системи для складання рівняння руху.....	29
2.2.4 Діючі в польоті сили і моменти.....	31
2.2.4.1 Сили ваги.....	31
2.2.4.2 Сили тяги двигунів.....	32
2.2.4.3 Сила аеродинамічного опору.....	33
2.2.4.4 Сила $\bar{N}$ взаємодії ЛА із зовнішньою перешкодою.....	34
2.2.4.5 Сила керма поздовжнього керування.....	35
2.2.4.6 Сила керма бічного керування.....	36
2.2.4.7 Моменти відносно осей карданового підвісу.....	37
2.2.5 Визначення узагальнених сил системи.....	39
2.2.6 Визначення кінетичної енергії матеріальної системи.....	40
2.2.7 Визначення похідних кінетичної енергії.....	43
2.3 Отримання лінеаризованих рівнянь руху БПЛА.....	45
<b>3 КОНСТРУКТОРСЬКА ЧАСТИНА.....</b>	<b>59</b>
3.1 Підготовка алгоритмів керування до реалізації на контролері.....	59
3.2 Побудова функціональної схеми плати керування.....	59
3.3 Вибір контролера по сформованим критеріям и формування схеми	

комунікацій с периферійним обладнанням.....	60
4 ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ БПЛА У ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ.....	70
4.1 Математичні моделі кутових рухів ударостійкого апарату в частотній області .....	70
4.2 Дослідження стійкості кутових рухів ударостійкого апарату в частотній області .....	79
5 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА.....	82
5.1 Підключення та тестування контролера Ardupilot Mega 2.6.....	82
5.2 Тестування двигунів ЕМАХ ВL 2215/20 1200KV.....	85
6 ЕКОНОМІЧНА ЧАСТИНА.....	87
6.1 Мета економічного розділу.....	87
6.2 Опис створюваного БПЛА.....	87
6.3 Розрахунок собівартості БПЛА.....	88
6.3.1 Розрахунок собівартості БПЛА за участю виконавців роботи.....	88
6.4 Розрахунок точки беззбитковості.....	93
ВИСНОВКИ.....	96
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	97
ДОДАТОК А	
ДОДАТОК Б	

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ

БВ – блок вимірювачів;  
БД – блок діагностики;  
БП – блок приводів;  
БПЛА – безпілотний літальний апарат;  
ЛА – літальний апарат;  
ОАК – об’єкт автоматичного керування;  
ОК – об’єкт керування;  
РСК – раціональна система керування;  
САК – система автоматичного керування;  
ТЗ – технічне завдання.

## ВСТУП

Сучасні тенденції розвитку автономних безпілотних літальних апаратів (БПЛА) демонструють розширення та ускладнення безлічі розв'язуваних завдань, суттєве збільшення кількості та якості інтелектуальних функцій, часткове або повне виключення людини з процесів керування, підвищення вимог безпеки, живучості та надійності. Ці вдосконалення стосуються як систем керування, що забезпечують стійке функціонування та виконання цільового завдання, так і конструкції БПЛА, що покращує адаптацію до змінних умов зовнішнього середовища.

Одне з перших теоретичних досліджень адаптації за допомогою механізмів самоорганізації було проведено в Массачусетському технологічному інституті R. Beard. Складність проблеми самоорганізації автоматичних систем при дестабілізуючих діях призвела до появи нових наукових напрямів з діагностування динамічних систем (Isermann R., Frank R. – Німеччина, Кулік А. – Харків) та щодо відмовостійких систем керування (Isermann R. – Німеччина, Кулік А. – Харків). У результаті цих та інших аналогічних досліджень з'явилася можливість переходу на новий рівень керування автономними об'єктами, рівень, який забезпечує більш ефективне керування як у штатних, так і позаштатних ситуаціях – раціональне керування. Для використання функціональних елементів як об'єктів раціонального керування необхідно розширити їх функціональні можливості для реалізації принципу керування за діагнозом.

Метою роботи є розробка управлінських моделей обертального руху ударостійкого БПЛА.

Завдання дослідження:

- 1) аналіз процесів проектування інтелектуальних систем керування ударостійких безпілотних літальних апаратів;
- 2) розробка ряду моделей ударостійкого БПЛА вертикального зльоту й посадки в захисній пружній оболонці як об'єкту керування;
- 3) дослідження функціональних властивостей БПЛА в обертальному русі;
- 4) розробка плати обчислювача та економічне обґрунтування її виробництва.

Область використання – проектування систем керування літальними апаратами.

# 1 АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ПРОЕКТУВАННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ УДАРОСТІЙКИХ БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

## 1.1 Особливості використання принципів автоматичного керування

Безпілотна авіаційна техніка активно розвивається. Повітряні простори багатьох держав бороздять безпілотні літальні апарати (БПЛА) різного призначення, різноманітних конструкцій, широкого спектру масогабаритних характеристик та функціональних можливостей. Прогрес у галузі розробки, виробництва та експлуатації БПЛА обумовлений інтенсивним розвитком мікропроцесорних засобів обробки інформації, засобів та методів автономної навігації, автоматичного керування та штучного інтелекту. Досконалі зразки сучасних БПЛА здійснюють політ в автоматичному режимі від зльоту до посадки та при цьому ефективно вирішують завдання моніторингу в жорстких умовах експлуатації.

Принципова перевага БПЛА полягає у відсутності льотчика на борту, що призводить до суттєвого спрощення конструкції літального апарату та його авіоніки. Ця особливість дає можливість при конструюванні знаходити оптимальні аеродинамічні схеми, використовувати нові, легші та міцніші композитні матеріали, функціональнішу авіоніку, найбільш продуктивне застосування.

У роботі [1] описані етапи становлення та розвитку БПЛА.

Третій – сучасний етап розвитку БПЛА характеризується розширенням функціональних здібностей апаратів орієнтуватися у незнайомих умовах та знаходити раціональні рішення польотних завдань за допомогою методів та засобів штучного інтелекту. Становлення цього етапу зумовлено інтенсивним розвитком нанотехнологій, мікросхемотехніки, теорії штучного інтелекту та потреб практики використання.

При практичному використанні БПЛА спостерігається ряд факторів, що дестабілізують їхню працездатність:

1) горизонтальні та вертикальні пориви вітру при польотах у відкритому просторі, що призводять до великих відхилень від траєкторії польоту та необхідної орієнтації;

2) невідповідність сил та моментів, що діють на апарат, від їх розрахункових значень;

- 3) зменшення масогабаритних характеристик при скиданні вантажу;
- 4) пошкодження аеродинамічних поверхонь та корпусу при зіткненні з перешкодами (деревами, будинками, лініями електропередач та ін. об'єктами);
- 5) заклинювання керованих аеродинамічних поверхонь;
- 6) при переході з режиму зависання в режим горизонтального польоту і навпаки виникають критичні стани, що призводять до зменшення або втрати керованості апарату;
- 7) зіткнення з іншими БПЛА, що веде як до відхилень від траєкторії польоту, так і до порушень цілісності апарату.

Для забезпечення працездатності БПЛА різного призначення використовуються класичні принципи автоматичного керування [2]: за задавальним діянням, за збурним діянням і за відхиленням. Використання цих принципів породжує функціональні схеми, які складаються з двох підсистем. Перша – це об'єкт автоматичного керування (ОАК), що включає об'єкт керування, виконавчі органи та вимірювачі стану – датчики. Друга підсистема – це пристрій автоматичного керування (ПАК), що складається з блоків апаратно-програмного інтерфейсу та блоків цифрової обробки інформації, реалізованих на спеціалізованих обчислювальних машинах та формують керуючі діяння на ОАК. Рівень надійності та безпеки використовуваних апаратно-програмних засобів цифрової обробки сигналів в ПАК істотно вищий за рівень ОАК. Тому найуразливішою до дестабілізуючих діянь виявляється підсистема ОАК.

Під працездатним станом системи автоматичного керування (САК) розумітимемо її стан, у якому значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати задані функції, відповідає вимогам технічного завдання.

Дестабілізуючі діяння – це діяння, що порушують працездатність САК.

Для забезпечення працездатності САК потрібно виконати необхідні та достатні умови. На сучасному рівні розвитку теорії автоматичного керування необхідні умови – це забезпечення необхідних показників запасів стійкості. Достатніми умовами є забезпечення необхідних показників якості.

Виконання необхідних та достатніх умов працездатності САК на етапі експлуатації дозволяє також задовольняти й цілу низку вторинних вимог щодо живучості, безаварійності, безвідмовності, відмовостійкості, а загалом безпеки функціонування [3].

Широке використання принципу керування за відхиленням обумовлено цілою низкою безперечних переваг перед іншими принципами. По-перше, це здатність виявляти появу в контурі керування будь-яких дестабілізуючих діянь. По-друге, властивість компенсувати «малі» відхилення від заданої поведінки, спричинені дестабілізуючими діями. По-третє, використання цього принципу дозволяє коригувати за допомогою відповідних алгоритмів динамічні властивості ОАК з метою забезпечення вимог технічного завдання (ТЗ) щодо запасів стійкості та показників якості.

За таких переваг використання принципу керування за відхиленням не дозволяє повною мірою забезпечити необхідні та достатні умови працездатності сучасних та перспективних САК. Розглянемо обмежені можливості принципу керування за відхиленням, що відносяться до парирування описаних раніше дестабілізуючих діянь:

- 1) компенсація наслідків дестабілізуючих діянь, а не парирування усунутих причин цих діянь;
- 2) внутрішня суперечливість принципу, що обумовлено необхідністю допустити дію дестабілізації, а потім компенсувати;
- 3) у процесі компенсації працездатні функціональні елементи САК працюють у витратних, інтенсивних режимах, що витрачають енергію та ресурс;
- 4) дестабілізуючі дії, що призводять до суттєвої зміни параметрів системи керування та її структури, не компенсуються;
- 5) час компенсації залежить від часу перехідного процесу САК;
- 6) неможлива локалізація дестабілізуючих діянь й гнучка, адресна та цільова їх нейтралізація;
- 7) дестабілізуючі дії – це неконтрольовані та невимірювані входи САК.

Використання для керування ОАК принципу керування за збурним діянням дозволяє, по-перше, виявляти з усіх дестабілізуючих діянь суттєві і вимірювати їх вплив на керовані змінні. По-друге, компенсувати дестабілізуючий вплив на керовані змінні. По-третє, забезпечувати якісну компенсацію вимірюваних дестабілізуючих впливів.

Недоліки принципу керування за збуренням:

- 1) використання інформації лише про суттєві дестабілізуючі дії;
- 2) необхідність їх виміру за допомогою відповідних датчиків;



3) компенсація їхнього впливу на працездатність САК, а не парировання причин дестабілізації.

Класичні принципи керування не дозволяють повною мірою зберегти працездатність САК, оскільки працездатність на етапах проектування сприймається як незмінний, статичний стан. Аварії та катастрофи в аерокосмічній техніці, зумовлені непрацездатностями різних САК, переконують у необхідності розглядати працездатність як динамічний стан, яким необхідно керувати у процесі експлуатації з метою його стабілізації в умовах дестабілізуючих діянь. Подальшим розвитком та вдосконаленням принципів керування за відхиленням та збуренням, що дозволяє зберегти й примножити їх переваги та усунути виявлені недоліки, є принцип керування за діагнозом [4]. Блок-схему раціональної системи керування (РСК), що сформована за цим принципом, наведено на рис. 1.1.

Отже, блок-схема РСК складається з двох взаємозалежних підсистем. Перша – це об'єкт раціонального керування (ОРК), що включає об'єкт керування (ОК), блок приводів (БП) та блок вимірювачів (БВ) стану. На всю підсистему ОРК діє безліч неконтрольованих, невизначених дестабілізуючих діянь, що впливають на вектор стану ОК.



Рисунок 1.1 – Блок-схема раціональної системи керування за діагнозом

Друга підсистема – пристрій раціонального керування (ПРК) складається з блоку діагностики (БД) працездатності, в якому за векторними сигналами (задавальним  $u_3(kT_0)$  і розширеним вихідним  $y_p(kT_0)$ ) формується діагноз працездатності ОАК у формі оцінок дестабілізуючих діянь  $\hat{D}$ . У блоці керування (БК) формуються керуючі діяння  $u_B(kT_0)$  на БП для відновлення працездатності ОРК за результатами його діагностування –  $\hat{D}$ .

Ключовим у представленій блок-схемі є БД. Призначення блоку полягає у формуванні діагнозу ОРУ. Для формування діагнозу потрібно виявити

дестабілізуючу дію, локалізувати та ідентифікувати його за допомогою пошуку місця, визначення класу та встановлення виду.

Виявлення дестабілізуючого діяння – встановлення факту відхилення у працездатності ОРК. Місце – це конкретна, конструктивно закінчена частина – фрагмент ОРК, схильна до дестабілізуючого впливу, що порушує його працездатність. Наприклад, і-ий виконавчий орган, j-ий вимірник стану і т.п. Клас – це група дестабілізуючих впливів, що призводять до однотипного характеру порушення працездатності ОРК. Наприклад, дрейфи вимірювачів, зменшення коефіцієнтів передачі виконавчих органів тощо. Вид дестабілізуючого впливу – це конкретний фізичний його прояв, що усувається за допомогою наявних надлишкових ресурсів відновлення працездатності та компенсації відхилень. Наприклад, дрейф нуля j-го вимірювача – позитивний, величиною 1,5 град, зменшення коефіцієнта передачі і-го виконавчого органу і т.ін. Таким чином, у БД проводиться діагностування, що є процесом послідовного встановлення факту появи дестабілізації, місця її дії, визначення класу і встановлення конкретного усувного виду.

Призначення блоку керування полягає у раціональному виборі такого надлишкового ресурсу з наявних у РСК, використання якого дозволяє для встановленої причини дестабілізації відновити працездатність ОРК найкращим за поточних умов. Відновлення працездатності за своєю суттю представляє триетапний процес. На першому – раціональний вибір, з наявних в ОРК та БК безлічі надлишкових ресурсів, найбільш прийнятної в поточній нештатній ситуації. На другому – це парировання виявлених усунутих видів дестабілізації за допомогою обраних ресурсів. На третьому етапі проводиться компенсація відхилень, що з'явилися за час діагностування та попередніх етапів відновлення вихідних змінних ОК від необхідної, заданої поведінки.

У запропонованій блок-схемі структура та функції ОРК відрізняються від традиційних, класичних. Разом з необхідними властивостями керованості та спостережуваності, ОРК повинен мати низку достатніх властивостей, що забезпечують діагностованість та відновлюваність його працездатності.

Під діагностованістю ОРК будемо розуміти його властивість, що полягає в можливості однозначного встановлення усувної причини дестабілізуючого впливу по доступним виміру станам за кінцевий час. Під відновлюваністю ОРК розумітимемо таку властивість, яка дозволяє за допомогою наявних у його складі

надлишкових засобів відновити працездатність за кінцевий час. Отже, задля забезпечення діагностованості ОРУ потрібні відповідні глибині діагнозу обсяги інформації та її характер, тобто сигнали, а для відновлюваності відповідні глибині діагнозу надлишкові ресурси. Тому блоки БП та БВ, як правило, це блоки зі структурною, параметричною та сигнальною надмірностями.

## 1.2 Аналіз технічного завдання

Завданням проектування є розробка та дослідження управлінських моделей класу ударостійких БПЛА у кардановому підвісі із захисною пружною оболонкою. Особливості конструкції БПЛА зумовлені наявністю літального апарату з двома двигунами та співвісними гвинтами та кардановим підвісом у захисній оболонці, що має форму практично ідеальної сфери. Кільця карданового підвісу вільно обертаються відносно одне одного, крім того захисна оболонка обертається вільно відносно зовнішнього кільця, а літальний апарат відносно внутрішнього.

Керуючими впливами у БПЛА є сумарна сила тяги двигунів з гвинтами та відхилення кермів поздовжнього й бічного керування. Основним збурним впливом для такого об'єкту є ударні зіткнення з перешкодами і, відповідно зумовлені цим ударні сили та моменти. Таким чином, даний клас ударостійких БПЛА як вільна рухма система тіл має декілька ступенів рухомості, що у сукупності з наявністю трьох керуючих діянь та ударних навантажень значно ускладнює завдання керування польотом. Тому основним завданням роботи є отримання повного ряду моделей БПЛА для загального випадку руху.

Об'єкт розрахований для роботи у середовищі з вологістю до 80%, атмосферним тиском аналогічним висоті сто метрів стандартної атмосфери. Робочий діапазон за температурою:  $-20^{\circ}\text{C}$  до  $+40^{\circ}\text{C}$ . Напруга батареї живлення  $+14,8\text{ В}$ .

## 1.3 Огляд науково-технічної літератури і патентів

При вирішенні завдань проектування було використано інформацію з різних джерел. Перша книга Дж. Бейктал; пер. з англ. Ф. Г. Хохлова. Конструюємо роботів. Дрон. Керівництво для початківців. Вид. Лабораторія знань, 2018. 223 с.

У книзі описано практичний посібник для тих, хто робить перші кроки в моделюванні дронів. За допомогою книги, користуючись покроковими інструкціями і численними кольоровими ілюстраціями, можна побудувати з нуля роботів на базі квадрокоптера, ракети, аеростата, корабля і всюдихода з навігацією по RFID-мітками. У книзі описано який необхідний набір інструментів необхідний, дає можливість вивчити основи електроніки і програмування. Крім того, в книзі представлені кращі зразки дронів-саморобок, набори готових деталей для самостійної збірки дронів і новітні моделі комерційних дронів.

Одна із найпопулярніших книг про копти є В.С. Яценків. Твій перший квадрокоптер: теорія і практика. БХВ-Петербург (2016), 256с.

У даній книзі детально викладено інструкції, як можна самостійно виготовити та експлуатувати квадрокоптер. Розглядаються етапи від вибору матеріалів для конструкції та підбір компонентів до налаштування ПО і ремонту у випадку аварії. Велика увага приділяється помилкам, які часто роблять початківці авіамоделісти. У доволі простій та доступній формі викладено теорію щодо основи польоту мультіроторних систем і базові поняття роботи з середовищем Arduino IDE. Коротко описано пристрої і принципи роботи систем GPS і ГЛОНАСС, а також сучасних імпульсних джерел бортового живлення і літій-полімерних батарей. Детально викладено принцип роботи і процес налаштування систем OSD, телеметрії, бездротового каналу Bluetooth і популярних навігаційних модулів GPS Ublox. Розказано про пристрій і принципи роботи інтегральних сенсорів і польотного контролера. Дано рекомендації по підбору обладнання FPV початкового рівня, наведено огляд програм для комп'ютерів і смартфонів, що застосовуються при налаштуванні обладнання квадрокоптера.

Наукова стаття А. Є. Кульченко, В. С. Лазарєв, М. Ю. Медведєв. Метод керування рухом гексакоптера в тривимірному середовищі з перешкодами на базі динамічних відразливих сил. Південний федеральний університет, Таганрог. Інженерний вісник Дона, № 4 (2016), 17 с. [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3828](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3828).

У статті пропонується метод формування динамічних репелерами при управлінні рухом безпілотних літальних апаратів в тривимірних середовищах з перешкодами. Як літального апарату розглядається гексакоптер Egle-НехаСортер. Стаття містить короткий опис математичної моделі гексакоптера і позиційно-траєкторних алгоритмів керування рухом. У статті було запропоновано,

проаналізовано і промодельований в середовищі Matlab метод, який базується на уявленні перешкод динамічними репеллерами. Розглянуто випадки з одним або декількома нерухомими перешкодами, наведені результати моделювання. Сформульовано виявлені особливості розробленого методу.

Також максимально точно описано математичну модель руху у статті П. І. Шірвель, А. В. Чигарев, І. І. Конон, Механіко-математичне моделювання динаміки польоту мультикоптерного літального апарату. Репозиторій Білоруського національного технічного університету, № 32 (2017), 12с. <http://rep.bntu.by/handle/data/28169>

У статті описані дослідження які були викликані завданнями визначення в реальному режимі часу орієнтації мобільних мехатронних систем типу «мультикоптер» з метою забезпечення подальших натурних і чисельних експериментів в реальному повітряному і віртуальному 3D просторі. Розроблені математичні залежності дозволяють визначити орієнтацію гексакоптера, коли відомі значення опорних фізичних параметрів в даній точці простору. Також в роботі представлений послідовний вивід співвідношень для механіко-математичної моделі багатofункціонального мультикоптера з N двигунами, які мають в загальному випадку тільки одну площину симетрії. Розглядається гексакоптер з відомими технічними і фізичними параметрами, рухом якого можна керувати, змінюючи силу тяги роторів двигунів в залежності від швидкості обертання пропелерів.

Також математична модель представлена в статті V. Artale, C.L.R. Milazzo and A. Ricciardello. Mathematical Modeling of Hexacopter. Applied Mathematical Sciences, Vol. 7, 2013 7с.,: // [Dx.doi.org/10.12988/ams.2013.37385](https://doi.org/10.12988/ams.2013.37385).

Метою цієї статті є представлення основних математичних моделей руху мікрокоптерів, які можуть бути використані для розробки належних методів для стабілізації і керування траєкторією. Розглядається коптер з шістьма роторами, з трьома парами протилежних обертових нерухомих елементів. Мультикоптер управляється регулюванням кутової швидкості роторів, які обертаються електродвигунами. Коптер визначено як тверде тіло, тому диференціальні рівняння динаміки були отримані з рівнянь Ейлера-Лагранжа. Щоб уникнути особливостей обертання керування мультикоптером будується за допомогою кватерніонів. Цей вибір був через лінійності кватерніонів, їх стабільності і ефективності. У додатку А представлений патентний пошук.

## 2 МОДЕЛІ УДАРОСТІЙКОГО БПЛА В ЗАХИСНІЙ ПРУЖНІЙ ОБОЛОНЦІ ЯК ОБ'ЄКТУ КЕРУВАННЯ

### 2.1 Опис конструкції та принципу функціонування ударостійкого БПЛА

Ударостійка літаюча платформа – це представник нового класу малогабаритних літальних апаратів гвинтокрилового типу.

Ударостійкий літальний апарат (ЛА) являє собою апарат гвинтокрилового типу з двома співвісними повітряними гвинтами фіксованого кроку і протилежного обертання, що приводяться в рух кожний своїм валом електричного двигуна постійного струму, маючого два співвісних і відокремлених ротора протилежного обертання (див. рис. 2.1).



Рисунок 2.1 – Зовнішній вигляд ударостійкого літального апарата

Живлення електродвигуна – від акумулятора. ЛА має дві відхилені управляючі поверхні для поздовжнього та бокового керування. Відхилення кожної керуючої поверхні здійснюється своєю електричною рульовою машиною. Керують ЛА за допомогою системи автоматизованого керування, яка працює в режимах автоматичного керування і ручного радіокерування.

Захисна оболонка – це силова просторова стрижнева конструкція. В захищаючій оболонці шарнірно закріплені зовнішні та внутрішні кільця карданового підвісу. Усі шарніри вільні, у результаті чого ЛА вільно обертається відносно захисної оболонки.

В термінах механіки літальний апарат – це механічно змінна матеріальна система декількох твердих тіл, які в рамках розглянутої задачі абсолютно тверді.

тобто деформації цих тіл не враховуються. Така матеріальна система може бути представлена двома групами матеріальних тіл. Перша група – власне ЛА, друга – захищаюча оболонка у вигляді усіченого ікосаедра з кардановим підвісом, де шарнірно закріплений ЛА.

Таким чином, досліджуваний об'єкт при його русі в повітрі – це вільна матеріальна система, яка змінюється частинами і параметрами:

- 1) кутові швидкості обертання роторів двигуна і їх кінетичні моменти;
- 2) кутові положення рульових поверхонь і зв'язане з цим зміни положення центра мас ЛА та його моментів інерції. У першому приближенні змінами положення центра мас ЛА і його моментів інерції можна знехтувати зважаючи на малу масу рульових поверхонь;
- 3) кутові положення ЛА в кардановому підвісі і зв'язані з цими змінами положення центра мас ЛА в кардановому підвісі, також положення центра мас системи і моментів інерції системи;
- 4) кутові положення кільця карданового підвісу і захисною оболонкою та зв'язаним з цими змінами моментів інерції.

Незмінні наступні параметри:

- 1) маса системи, ЛА, кільця карданового підвісу і захисна оболонка;
- 2) положення центра мас кільця карданового підвісу і захисної оболонки.

Центр мас кільця карданового підвісу і захисної оболонки співпадає з їх геометричним центром і знаходиться в центрі осі обертання ЛА відносно внутрішнього кільця. Центр мас системи лежить на прямій, яка з'єднує центри мас ЛА і кільця карданового підвісу з захисною оболонкою. У результаті всі центри мас лежать у тілі ЛА на його вертикальній осі, яка збігається з віссю обертання повітряних гвинтів та роторів двигуна. Найвище положення займають центри мас захисної оболонки і кільця карданового підвісу, які розташовані в одній точці. Нище знаходяться центри мас системи. Найвище положення займають центри мас ЛА.

Робота об'єкта відбувається наступним чином. Всі сили і моменти, які необхідні для польоту ЛА, формуються в результаті відкидання мас повітря повітряними гвинтами та рулями в відповідних напрямках.

Повітряні гвинти, які відкидають повітря, відчують реакцію зі сторони відкиданих мас повітря у вигляді сили тяги і реактивного моменту, які являються функціями кутової швидкості обертання гвинта. Сили тяги повітряних гвинтів

протилежного обертання складаються, а реактивні моменти  $M_1$  і  $M_2$  мають протилежні знаки і при їх рівності врівноважуються на валу ротора двигуна.

Таким чином, змінюючи оберти обох гвинтів синхронно, отримуємо можливість керувати тягою гвинтів. Збільшуючи обертання одного із гвинтів та зменшуючи обертання другого гвинта, можемо за допомогою різності реактивних моментів гвинтів керувати обертанням ЛА відносно осі обертання валу двигуна.

Рульові поверхні поздовжнього і бокового керування, які знаходяться в потоці повітря від повітряних гвинтів, можуть відхиляти потік повітря в поздовжньому і бічному напрямку. Реакція, яка відхиляє потік повітря, діє на рульові поверхні у вигляді сил поздовжнього і бічного керування, які є функціями сумарної тяги повітряних гвинтів, а отже, сумарною кутовою швидкістю гвинтів, а також кут повертання рульових поверхонь.

Потік повітря від повітряних гвинтів, обтікає конструктивні елементи ЛА в карданового підвісу разом із захисною оболонкою, зупиняється, втрачає швидкість і імпульс кількості руху струменя. Таким чином, тяга ізольованих повітряних гвинтів більше тяги на ЛА.

У польоті ЛА обтікається повітряним потоком. При цьому виникає сила аеродинамічного опору, яка залежить від квадрата швидкості ЛА і спрямована проти швидкості польоту.

З точки зору механіки руху політ ЛА відбувається наступним чином. Перед стартом ЛА виставляють в положення, при котрому вісь обертання повітряних гвинтів вертикальна, а рульові поверхні знаходяться в невідхилених положеннях. Зі збільшенням обертів двигуна створюється тяга повітряних гвинтів, яка перевищує вагу системи. ЛА починає вертикальний підйом.

Через деякий час після старту відхиляються рульові поверхні поздовжнього керування, виникає сила поздовжнього керування, яка створює момент, що діє корпус ЛА щодо його центру мас. Цей момент викликає кутове прискорення корпусу у бік моменту. З часом корпус ЛА набуває кутової швидкості і відхиляється від вертикального положення. Вектор тяги повітряних гвинтів відхиляється від вертикалі, зменшується проекція тяги на вертикаль, з'являється поздовжня проекція тяги та порушується баланс сил, що діють на ЛА. Для збереження висоти польоту або продовження набору висоти виникає потреба збільшити тягу. Під дією рівнодіючої сили поздовжнього керування та горизонтальної проекції тяги траєкторія руху ЛА, спочатку вертикальна, починає



викривлятися, і ЛА набуває необхідних за умовами польотного завдання швидкість, нахил траєкторії та інші параметри польоту. Так само здійснюється і керування бічним рухом, відхиляючи рульову поверхню бокового керування.

При виникненні кутових швидкостей обертання ЛА виникають гіроскопічні моменти обертюв роторів двигуна з повітряними гвинтами. При рівності кінетичних моментів обертюв частин їх гіроскопічні моменти взаєморівноважуються. Однак при виникненні різності кутових швидкостей обертання повітряних гвинтів, викликаною керуванням ЛА відносно осі обертання роторів двигуна, виникає різність кінетичних моментів обертюв частин, створюються умови прояву різності гіроскопічних моментів обертюв частин. При виникненні зовнішніх додатків кутової швидкості на ЛА діє різність гіроскопічних моментів обертюв роторів двигуна з повітряними гвинтами.

## 2.2 Побудова нелінійної математичної моделі БПЛА

Для дослідження динаміки повного руху розглянутого літаючого об'єкта доцільно побудувати математичну модель за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду.

Користуючись методами теоретичної механіки, зокрема методами динаміки і аналітичної механіки, викладеними в роботах [5–7], і методичними вказівками та порадами [8] був складений наступний план рішення задачі:

- 1) визначити число ступенів свободи досліджуваної матеріальної системи і ввести незалежні узагальнені координати  $q_i$ , відповідні числу ступенів свободи, вибрати систему координат;
- 2) описати активні сили, що діють на систему;
- 3) сформуувати узагальнені сили системи  $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$ , відповідні обраним узагальненим координатам;
- 4) обчислити кінетичну енергію  $T$  розглянутої матеріальної системи. Кінетичну енергію системи необхідно визначити в її абсолютному русі і виразити енергію через узагальнені координати  $q_i$  і узагальнені швидкості  $\dot{q}_i$ ;
- 5) визначити приватні похідні кінетичної енергії по узагальненим швидкостям  $q_1, q_2, \dots, q_s$ ,

тобто  $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}, \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}, \dots, \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s}$ , а потім вираховуємо їх похідні за часом:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right), \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right), \dots, \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right);$$

б) визначити приватні похідні кінетичної енергії  $T$  за загальними координатам  $q_1, q_2, \dots, q_s$ , тобто  $\frac{\partial T}{\partial q_1}, \frac{\partial T}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial T}{\partial q_s}$ ;

7) отримані результати підставити в рівняння Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = Q_1, \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} = Q_2, \dots, \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s.$$

### 2.2.1 Визначення числа ступенів свободи досліджуваної матеріальної системи

Досліджувана матеріальна система має тринадцять ступенів свободи (див. рис. 2.2).

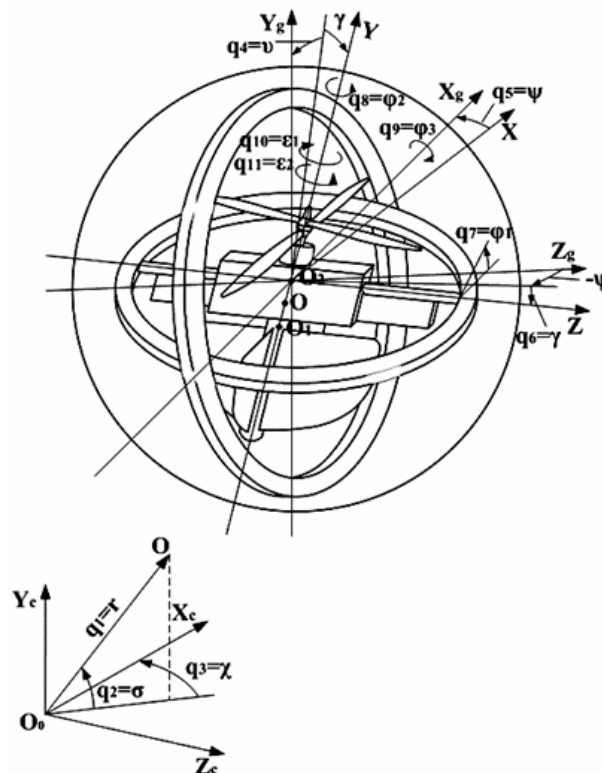


Рисунок 2.2 – Узагальнені координати матеріальної системи

Перерахуємо їх з призначенням узагальнених координат, які відповідають цим ступеням свободи:

- 1) радіус-вектор положення центра мас системи  $r = \lambda_1$ ;
- 2) кут міста положення центра мас системи  $\sigma = \lambda_2$ ;
- 3) кут азимута положення центра мас системи  $\chi = \lambda_3$ ;
- 4) кут тангажа  $\upsilon = \lambda_4$ ;
- 5) кут рискання  $\psi = \lambda_5$ ;
- 6) кут крену  $\gamma = \lambda_6$ ;
- 7) кут повороту ЛА відносно внутрішнього кільця карданова підвісу  $\varphi_1 = \lambda_7$ ;
- 8) кут повороту зовнішнього кільця карданового підвісу відносно захисної оболонки  $\varphi_2 = \lambda_8$ ;
- 9) кут повороту внутрішнього кільця карданового підвісу відносно зовнішнього кільця  $\varphi_3 = \lambda_9$ ;
- 10) кут повороту ротора двигуна з верхнім повітряним гвинтом  $\varepsilon_1 = \lambda_{10}$ ;
- 11) кут повороту ротора двигуна з нижнім повітряним гвинтом  $\varepsilon_2 = \lambda_{11}$ ;
- 12) заряд в обмотці двигуна з верхнім повітряним гвинтом  $q_1 = \lambda_{12}$ ;
- 13) заряд в обмотці двигуна з нижнім повітряним гвинтом  $q_2 = \lambda_{13}$ ;

### 2.2.2 Вибір і обґрунтування систем відліку і координат

У загальному випадку рух розглядається матеріальної системи тіл характеризується рухом центру мас системи і рухом тіл системи відносно центру мас системи. Рух центру мас матеріальної системи визначається трьома незалежними координатами щодо початку відліку або відповідним вектором положення точки.

Оскільки ЛА призначений для польотів в замкнутих просторах, то рух його доцільно розглядати щодо місця старту і в просторі, обмеженому поверхнями, що утворюють простір приміщення. У якості системи відліку для дослідження траєкторії руху ЛА приймаємо стартову систему відліку  $O_oX_cY_cZ_c$  з початком  $O_o$  в точці старту. Відповідно до стандарту [8] вісь  $O_oX_c$  лежить в горизонтальній площині і спрямована по лінії прицілювання, вісь  $O_oY_c$  розташована вертикально, а

вісь  $O_0Z_c$  утворює праву трійку. В рамках цього завдання система відліку є інерціальною нерухомою земною системою відліку.

При аналізі руху центру мас матеріальної системи у стартовій системі відліку можна користуватися трьома декартовими координатами  $x, y, z$  або полярними координатами – радіусом-вектором  $\vec{r}$  і кутами азимута  $\chi$  і місця  $\sigma$ . Щодо осей цієї системи відліку будемо орієнтувати осі пов'язаних систем координат, що визначають положення тіл, матеріальної системи.

Рух тіл матеріальної системи навколо центру мас визначається орієнтацією осей пов'язаних з тілами систем координат в кожен момент часу щодо базової системи відліку. Положення осей пов'язаних систем координат відносно земної системи координат характеризується трьома кутами: тангажу  $\nu$ , крену  $\gamma$  і ристання  $\psi$ . Осі стартовою системи відліку і осі пов'язаних систем об'єкта показані на рисунку 2.3.

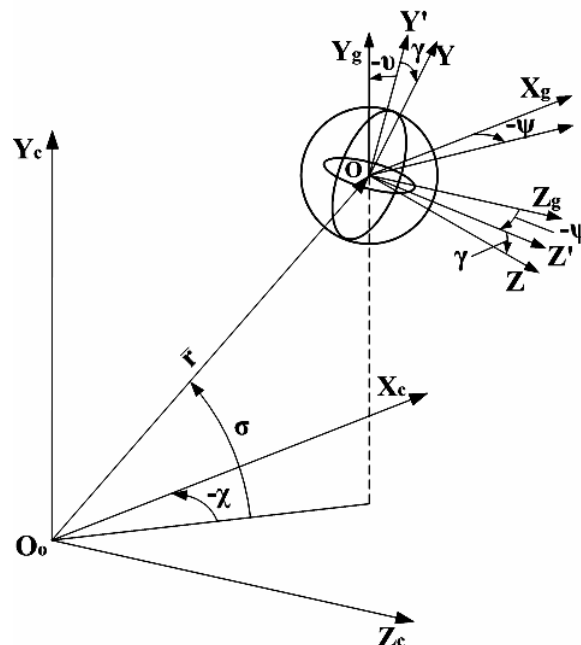


Рисунок 2.3 – Стартова, нормальна і пов'язана системи координат

При виборі осей пов'язаних систем тіл матеріальної системи потрібно враховувати, що в якості осей доцільно приймати головні центральні осі інерції тіл, оскільки щодо головних центральних осей інерції відцентрові моменти інерції дорівнюють нулю, а це спрощує вид запису рівнянь руху.

При виборі осей зв'язаної системи координат ЛА прийнято до уваги наступне. З огляду на те, що ЛА – вертоліт співвісної схеми, за вісь  $OY$  приймаємо

вертикальну вісь обертання співвісних повітряних гвинтів і роторів двигуна, яка є вертикальною віссю матеріальної симетрії ЛА і головною центральною віссю ЛА.

Такий вибір осей зв'язаної системи координат для ударостійкого ЛА вертикального зльоту і посадки дозволяє істотно спростити структуру математичної моделі і в подальшому алгоритмічне забезпечення процесу польоту.

Далі візьмемо до уваги, що допускається зіткнення захисної оболонки з перешкодою. Бажано мати конструктивний елемент, що амортизує, енергію удару разом із захисною оболонкою. Таким елементом в конструкції ЛА є поперечна балка ЛА, за допомогою якої ЛА підвішується у внутрішньому кільці карданового підвісу. Якщо за вісь  $OX$  прийняти вісь, що проходить перпендикулярно цій балці через центр мас ЛА в напрямку прицілювання вперед, то вісь, перпендикулярна площині матеріальної симетрії, – головна центральна вісь інерції, одночасно поперечна балка буде служити ресорою, що сприймає частину енергії удару. Вісь  $OZ$  залишається направити з центру мас паралельно балці вправо для формування правої трійки.

Кільця карданова підвісу – осесиметричні однорідні тіла, тому осі, перпендикулярні площині кілець, і будь-які осі, що лежать в їх площині, – головні центральні осі інерції.

### 2.2.3 Вибір довільного положення матеріальної механічної системи для складання рівняння руху

Через деякий час після початку руху розглянута матеріальна механічна система буде відхилятися від первісної орієнтації своїх осей координат.

Щоб скласти рівняння руху досліджуваної матеріальної механічної системи, проаналізуємо її в довільному положенні. Щоб уникнути помилки у визначенні знаків кутів, кутових швидкостей і векторів за довільне положення системи приймемо її положення, яке розглядається в стандарті [9] і роботі [7].

Щоб обчислити кінетичну енергію обертального руху, необхідно знати кутову швидкість обертання тіла. Для визначення залежності між кутами тангажа, ристання і крену з проекціями  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  вектору кутової швидкості  $\bar{\omega}$  на осі зв'язаної системи координат наведемо правило, викладене в роботі [7].

Нехай в деякий початковий момент часу положення зв'язаної системи координат збігається з положенням земної нормальної системи координат.

Виконаємо послідовно три повороти навколо осей координат так, щоб зв'язана система координат зайняла нове положення. Послідовність поворотів обумовлена введеними трьома кутами  $\psi$ ,  $\upsilon$ ,  $\gamma$ .

Спочатку повернемо зв'язану систему навколо осі  $OY_g$  на довільний кут; цей кут повороту згідно з визначенням буде кутом ристання  $\psi$  (див. рис. 2.4).

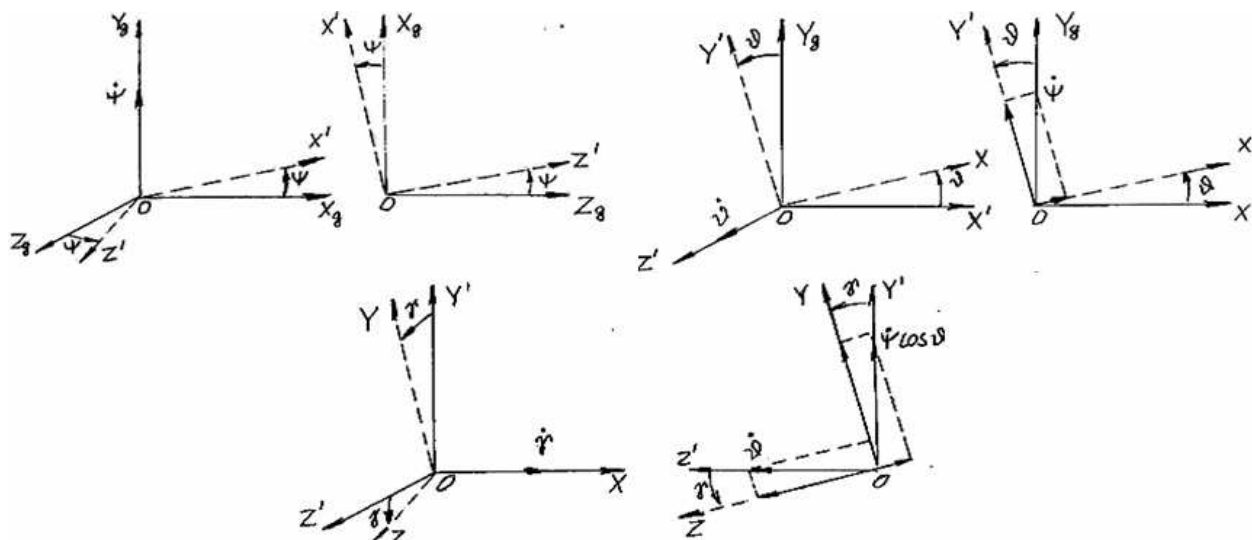


Рисунок 2.4 – Поворот зв'язаної системи координат відносно нормальної системи координат

Далі здійснимо довільний поворот навколо осі  $OZ'$ ; цей кут повороту, очевидно, є кут тангажу  $\upsilon$ . Нарешті, повернемо систему щодо осі  $OX$  знову на довільний кут, який, очевидно, буде кутом крену  $\gamma$ .

В результаті зазначених поворотів отримаємо три вектори кутових швидкостей: при повороті навколо осі  $OY_g$  – вектор  $\dot{\psi}$  уздовж осі  $OY_g$ , при другому повороті – вектор  $\dot{\upsilon}$  уздовж осі  $OZ'$  і при третьому повороті – вектор  $\dot{\gamma}$  уздовж осі  $OX$ .

Проектуючи вектори  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\upsilon}$  і  $\dot{\gamma}$  на напрям осей координат  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ , отримуємо

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \upsilon; \\ \omega_y = \dot{\omega}'_y \cos \gamma + \dot{\upsilon} \sin \gamma = \dot{\psi} \cos \upsilon \cos \gamma + \dot{\upsilon} \sin \gamma; \\ \omega_z = \dot{\upsilon} \cos \gamma - \dot{\omega}'_y \sin \gamma = \dot{\upsilon} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \upsilon \sin \gamma. \end{cases} \quad (2.1)$$

Ці рівняння визначають проекції вектору кутової швидкості на осі зв'язаної системи координат в залежності від величин кутів  $\psi$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$  і їх похідних.

Вирішуючи ці рівняння щодо невідомих  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\nu}$  і  $\dot{\gamma}$ , знаходимо такі вирази:

$$\begin{cases} \dot{\nu} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma; \\ \dot{\gamma} = \omega_x - \operatorname{tg} \theta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\ \dot{\psi} = (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) / \cos \nu. \end{cases} \quad (2.2)$$

Межі зміни кутів:  $-\pi < \psi \leq \pi$ ;  $-\pi/2 < \nu \leq \pi/2$ ;  $-\pi < \gamma \leq \pi$ .

#### 2.2.4 Діючі в польоті сили і моменти

У польоті на матеріальну систему діють сили і моменти (див. рис. 2.5):

- 1) сили ваги частин системи;
- 2) реактивні сила  $\bar{P}$  і моменти  $M_1$  і  $M_2$  рушіїв;
- 3) керуючі сили  $\bar{P}_H$  і  $\bar{P}_B$ ;
- 4) аеродинамічна сила  $R$ , викликана рухом матеріальної системи в повітрі;
- 5) моменти опору обертанню в шарнірах карданова підвісу;
- 6) сила  $\bar{N}$  зіткнення з перешкодою.

При розгляді рівнянь руху центру мас системи всі сили наводимо до центру мас системи статичним нулем. Сили ваги і тяги – центральні.

2.2.4.1 Сили ваги. Ця вага складається з ваги ЛА, прикладеного в центрі мас ЛА – точці  $O_1$ , і ваги захисної оболонки з кільцями карданова підвісу, прикладеного в точці  $O_2$  – центрі мас захисної оболонки з кільцями карданова підвісу, що збігається з геометричним центром кілець підвісу. Вага системи  $mg$  – центральна сила, завжди спрямована по осі  $OY_g$  вертикально вниз.

Визначаємо проекції ваги системи на радіус-вектор  $\bar{r}$  і напрямки  $\sigma$  і  $\chi$ . Проекція ваги системи на радіус-вектор:  $mg_r = -mg \sin \sigma$ , проекція ваги системи на напрям  $\sigma$ :  $mg_\sigma = -mg \cos \sigma$ , проекція ваги системи на напрям  $\chi$ :  $mg_\chi = 0$ .

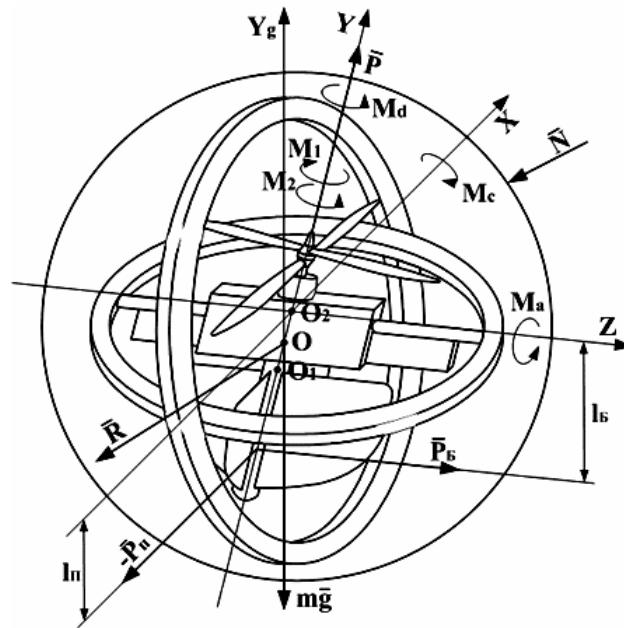


Рисунок 2.5 – Сили та моменти, які діють на систему

2.2.4.2 Сили тяги двигунів. Реактивні сили і моменти двигунів представлені силами тяги повітряних гвинтів і реактивними моментами опору повітряних гвинтів обертання.

Вектор тяги  $\bar{P}$  у зв'язаній системі координат спрямований вертикально вгору по пов'язаній осі  $OY$ . Для визначення проєкцій вектору  $\bar{P}$  на радіус-вектор і напрямки  $\sigma$  і  $\chi$  необхідно спроектувати  $\bar{P}$  на осі зв'язаної системи координат, а потім – проєкції на радіус – вектор і на напрямку  $\sigma$  і  $\chi$ .

Проєкції вектору на осі зв'язаної системи координат:  $P_x = 0$ ,  $P_y = P$ ,  $P_z = 0$ . Тоді проєкції вектору  $\bar{P}$  на осі нормальної системи координат можна представити в наступному вигляді:

$$P_{xg} = P(\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \nu \cos \gamma) \quad (2.3)$$

$$P_{yg} = P \cos \nu \cos \gamma; \quad (2.4)$$

$$P_{zg} = P(\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \nu \cos \gamma). \quad (2.5)$$

Проєкції  $P_{xg}$  и  $P_{zg}$ , що лежать в горизонтальній площині, спроектуємо на горизонтальну проєкцію радіуса-вектора  $r_n$ :



$$P_m = P_{xg} \cos \chi + P_{zg} \sin \chi. \quad (2.6)$$

Проекція вектору  $\bar{P}$  на радіус-вектор  $\bar{r}$ :

$$P_r = P_m \cos \sigma + P_{yg} \sin \sigma = (P_{xg} \cos \chi + P_{zg} \sin \chi) \cos \sigma + P_{yg} \sin \sigma. \quad (2.7)$$

Проекція вектору  $\bar{P}$  на напрямок  $\chi$ :

$$P_\chi = P_{xg} \sin \chi + P_{zg} \cos \chi. \quad (2.8)$$

Проекція вектору  $\bar{P}$  на напрямок  $\sigma$ :

$$P_\sigma = P_{yg} \cos \sigma. \quad (2.9)$$

2.2.4.3 Сила аеродинамічного опору. Сила аеродинамічного опору чисельно дорівнює:

$$R = C_R \rho \frac{V^2}{2} S, \quad (2.10)$$

де  $C_R$  – коефіцієнт аеродинамічного опору, що залежить від числа Рейнольдса і орієнтації частин системи по відношенню до швидкості потоку;

$\rho$  – щільність повітря;

$V$  – швидкість потоку, що дорівнює при відсутності вітру швидкості руху ЛА;

$S$  – характерна площа ЛА, до якої наведено коефіцієнт аеродинамічного опору  $C_R$ .

Сила аеродинамічного опору  $R$  прикладена в центрі аеродинамічного тиску і спрямована проти швидкості руху. У першому наближенні будемо вважати, що сила  $R$  прикладена в центрі мас матеріальної системи і не створює моментів, що обертають систему. Силу аеродинамічного опору розкладаємо на напрямки радіусу-вектору і перпендикулярно йому за напрямками  $\sigma$  і  $\chi$ .

Враховуючи, що  $V^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\sigma}^2 + r^2\dot{\chi}^2$ , отримуємо проекції сили аеродинамічного опору:

1) на радіус-вектор:

$$R_r = C_r \dot{r}^2, \quad (2.11)$$

де  $C_r$  – коефіцієнт, що враховує проекцію  $C_R$  на радіус-вектор і множник  $\frac{1}{2}\rho S$ ;

2) на напрямок  $\sigma$ :

$$R_\sigma = C_\sigma r^2 \dot{\sigma}^2, \quad (2.12)$$

де  $C_\sigma$  – коефіцієнт, що враховує проекцію на  $C_R$  по напрямку  $\sigma$  та множник  $\frac{1}{2}\rho S$ ;

3) на напрямок  $\chi$ :

$$R_\chi = C_\chi r^2 \dot{\chi}^2, \quad (2.13)$$

де  $C_\chi$  – коефіцієнт, що враховує проекцію  $C_R$  на напрямок  $\chi$  і множник  $\frac{1}{2}\rho S$ .

На інші узагальнені координати сила аеродинамічного опору проекцій не дає.

2.2.4.4 Сила  $\bar{N}$  взаємодії ЛА із зовнішньою перешкодою. У польоті ЛА можливі зіткнення з перешкодами, при цьому з боку останніх на захисну оболонку діє сила  $\bar{N}$ . Поверхня захисної оболонки близька до сферичної. Взаємодія оболонки з перешкодою може відбуватися з боку передньої півсфери, якщо дивитися по вектору швидкості польоту ЛА. Величина і напрямок сили взаємодії з перешкодою – це невизначені величини, що залежать від гладкості і жорсткості перешкоди і захисної оболонки.

В рамках даної задачі силу  $\bar{N}$  взаємодії з перешкодою переносимо з точки взаємодії на захисній оболонці в центр мас системи статичним нулем, тобто з додаванням моменту, рівного добутку сили на плече до центру мас системи. Далі чинимо так: момент впливає на обертові частини системи через рухливі корпус і

кільця підвісу, а силу розкладаємо на складові уздовж радіуса – вектору і перпендикулярно йому за напрямками, що задається кутами  $\sigma$  і  $\chi$ .

2.2.4.5 Сила керма поздовжнього керування. Визначаємо проєкції сили керма поздовжнього керування  $\bar{P}_\Pi$  на радіус-вектор і напрямки  $\sigma$ ,  $\chi$ ,  $\nu$ . Сила керма поздовжнього керування  $\bar{P}_\Pi$  створюється кермом поздовжнього керування внаслідок відхилення потоку повітря, створюваного повітряними гвинтами, і (як тяга) в першому наближенні дорівнює сумі сил, що створюються кожним гвинтом окремо. Сила  $\bar{P}_\Pi$  прикладена в центрі тиску керма поздовжнього керування на відстані  $l_\Pi$  від осі обертання ЛА:

$$P_\Pi = K_\Pi P \sigma_\Pi, \quad (2.14)$$

де  $K_\Pi$  – коефіцієнт пропорційності по тязі;

$\sigma_\Pi$  – кут відхилення керма поздовжнього керування.

Сила  $\bar{P}_\Pi$  лежить в площині, перпендикулярній  $\bar{P}$ , і її проєкції на осі зв'язаної системи координат такі:

$$P_{\Pi x} = -P_\Pi, \quad P_{\Pi y} = 0, \quad P_{\Pi z} = 0. \quad (2.15)$$

Проєкції  $\bar{P}_\Pi$  на осі нормальної системи координат:

$$P_{\Pi xg} = -P_\Pi \cos \psi \cos \nu; \quad P_{\Pi yg} = -P_\Pi \sin \nu; \quad P_{\Pi zg} = -P_\Pi \sin \psi \cos \nu. \quad (2.16)$$

Спроєкуємо горизонтальні проєкції  $P_{\Pi xg}$  і  $P_{\Pi zg}$  на горизонтальну проєкцію радіуса-вектора:

$$P_{\Pi r\Pi} = P_{\Pi xg} \cos \chi + P_{\Pi zg} \sin \chi. \quad (2.17)$$

Проєкція сили поздовжнього керування  $\bar{P}_\Pi$  на радіус-вектор:

$$P_{\Pi r} = P_{\Pi r\Pi} \cos \sigma + P_{\Pi yg} \sin \sigma = \cos \sigma ( P_{\Pi xg} \cos \chi + P_{\Pi zg} \sin \chi ) + P_{\Pi yg} \sin \sigma. \quad (2.18)$$

Проекція сили поздовжнього керування  $\bar{P}_\Pi$  на напрямок  $\sigma$ :

$$P_{\Pi\sigma} = P_{\Pi yg} \cos \sigma. \quad (2.19)$$

Проекція сили поздовжнього керування  $\bar{P}_\Pi$  на напрямок  $\chi$ :

$$P_{\Pi\chi} = P_{\Pi xg} \sin \chi - P_{\Pi zg} \cos \chi. \quad (2.20)$$

Проекція сили поздовжнього керування  $\bar{P}_\Pi$  на напрямок  $\nu$ :

$$P_{\Pi\nu} = P_\Pi l_\Pi. \quad (2.21)$$

2.2.4.6 Сила керма бічного керування. Визначаємо проекцію сили керма бокового керування  $\bar{P}_B$  на радіус-вектор і напрямки  $\sigma$ ,  $\chi$ ,  $\nu$ . Сила керма бокового керування  $\bar{P}_B$  створюється кермом бокового керування внаслідок відхилення потоку повітря, створюваного повітряними гвинтами, і (як тяга) в першому наближенні дорівнює сумі сил, що створюються кожним гвинтом окремо. Сила  $\bar{P}_B$  прикладена в центрі тиску керма бокового керування на відстані  $l_B$  від осі обертання ЛА по крену:

$$P_B = K_B P \sigma_B, \quad (2.22)$$

де  $K_B$  – коефіцієнт пропорційності по тязі;

$\sigma_B$  – кут відхилення керма бічного керування.

Сила  $\bar{P}_B$  лежить в площині, перпендикулярній  $\bar{P}$ , і її проекції на осі зв'язаної системи координат відповідно рівні:

$$P_{Bx} = 0, P_{By} = 0, P_{Bz} = -P_B. \quad (2.23)$$

Проекції  $\bar{P}_B$  на осі нормальної системи координат:

$$\begin{aligned}
P_{B_{xg}} &= -P_B (\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma); \\
P_{B_{yg}} &= P_B \cos \vartheta \sin \gamma; \\
P_{B_{zg}} &= -P_B (\cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma).
\end{aligned}
\tag{2.24}$$

Спроектуємо горизонтальні проекції  $P_{B_{xg}}$  і  $P_{B_{zg}}$  на горизонтальну проекцію радіуса-вектора:

$$P_{Br\Pi} = P_{B_{xg}} \cos \chi + P_{B_{zg}} \sin \chi. \tag{2.25}$$

Проекції сили бокового керування  $\bar{P}_B$  на радіус-вектор:

$$P_{Br} = P_{Br\Pi} \cos \sigma + P_{B_{yg}} \sin \sigma = \cos \sigma (P_{B_{xg}} \cos \chi + P_{B_{zg}} \sin \chi) + P_{B_{yg}} \sin \sigma. \tag{2.26}$$

Проекції сили керма бокового керування  $\bar{P}_B$  на напрямок  $\sigma$ :

$$P_{B\sigma} = P_{B_{yg}} \cos \sigma. \tag{2.27}$$

Проекція сили керма бокового керування  $\bar{P}_B$  на напрямок  $\chi$ :

$$P_{B\chi} = P_{B_{xg}} \sin \chi - P_{B_{zg}} \cos \chi. \tag{2.28}$$

Проекція сили керма бокового керування  $\bar{P}_B$  на напрямок  $\nu$ :

$$P_{B\nu} = P_B l_B. \tag{2.29}$$

Знайдені проекції активних сил дозволяють визначити створювані ними моменти і узагальнені сили.

#### 2.2.4.7 Моменти відносно осей карданового підвісу:

1) ось а-а (кут  $\varphi_1$ ):

$$M_a = -\kappa_{\Pi} P \sigma_{\Pi} l_{\Pi} + m_1 g l_1 \sin \vartheta \sin \gamma + M_a(\dot{\varphi}_2, \dot{\epsilon}_1) - M_a(\dot{\varphi}_2, \dot{\epsilon}_2) +$$

$$+M_a(\dot{\varphi}_3, \dot{\varepsilon}_1) - M_a(\dot{\varphi}_3, \dot{\varepsilon}_2) - M_{oa} + M_{Na}, \quad (2.30)$$

де  $M_a(\dot{\varphi}_2, \dot{\varepsilon}_1) = I_{p1}\dot{\varphi}_2\dot{\varepsilon}_1 \sin\beta_1 \cos\varphi_1 \sin\varphi_3$  – гіроскопічний момент першого ротора при обертанні зовнішнього кільця;

$M_a(\dot{\varphi}_2, \dot{\varepsilon}_2) = I_{p2}\dot{\varphi}_2\dot{\varepsilon}_2 \sin\beta_1 \cos\varphi_1 \sin\varphi_3$  – гіроскопічний момент другого ротора при обертанні зовнішнього кільця;

$$\sin\beta_1 = \sqrt{1 - \cos^2\beta_1};$$

$$\cos\beta_1 = \frac{1}{2R_2} \left( b_1 \cos^2\varphi_1 + 2R_2 \sin\varphi_1 \sin\varphi_3 - b_1 \left( 1 - \sin\varphi_1 \sin\frac{\varphi_1}{2} \right)^2 \right);$$

$M_a(\dot{\varphi}_3, \dot{\varepsilon}_1) = I_{p1}\dot{\varphi}_3\dot{\varepsilon}_1 \sin\varphi_1 \cos\varphi_1$  – гіроскопічний момент першого ротора при обертанні внутрішнього кільця;

$M_a(\dot{\varphi}_3, \dot{\varepsilon}_2) = I_{p2}\dot{\varphi}_3\dot{\varepsilon}_2 \sin\varphi_1 \cos\varphi_1$  – гіроскопічний момент другого ротора при обертанні внутрішнього кільця;

$M_{oa}$  – момент опору в шарнірах а-а;

$M_{Na}$  – збурний момент від ударного навантаження;

2) ось b-b (кут  $\varphi_2$ ):

$$M_b = \kappa_{II} P \sigma_{II} l_{II} \cos\varphi_1 \cos\varphi_3 - \kappa_B P \sigma_B l_B \cos\varphi_1 \sin\varphi_3 - m_1 g l_1 \sin\vartheta \sin\gamma \cos\varphi_1 \cos\varphi_3 + \\ + M_b(\dot{\varphi}_1, \dot{\varepsilon}_1) - M_b(\dot{\varphi}_1, \dot{\varepsilon}_2) + M_b(\dot{\varphi}_3, \dot{\varepsilon}_1) - M_b(\dot{\varphi}_3, \dot{\varepsilon}_2) + M_{p12} \cos\beta_1 - M_{ob} + M_{Nb}, \quad (2.31)$$

де  $M_b(\dot{\varphi}_1, \dot{\varepsilon}_1) = I_{p1}\dot{\varphi}_1\dot{\varepsilon}_1 \cos\varphi_1 \sin\varphi_3$  – гіроскопічний момент першого ротора при обертанні карданового підвісу;

$M_b(\dot{\varphi}_1, \dot{\varepsilon}_2) = I_{p2}\dot{\varphi}_1\dot{\varepsilon}_2 \cos\varphi_1 \sin\varphi_3$  – гіроскопічний момент другого ротора при обертанні карданового підвісу;

$$M_b(\dot{\varphi}_3, \dot{\varepsilon}_1) = I_{p1}\dot{\varphi}_3\dot{\varepsilon}_1 \frac{\sin\varphi_1 \cos\varphi_3 \left( 1 - \sin\varphi_1 \sin\frac{\varphi_1}{2} \right)}{\sqrt{\left( 1 - \sin\varphi_1 \sin\frac{\varphi_1}{2} \right)^2 + \sin^2\varphi_1 \sin^2\varphi_3}} - \text{гіроскопічний момент}$$

першого ротора при обертанні внутрішнього кільця;

$$M_b(\dot{\varphi}_3, \dot{\varepsilon}_2) = I_{p2} \dot{\varphi}_3 \dot{\varepsilon}_2 \frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_3 \left(1 - \sin \varphi_1 \sin \frac{\varphi_1}{2}\right)}{\sqrt{\left(1 - \sin \varphi_1 \sin \frac{\varphi_1}{2}\right)^2 + \sin^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_3}} \quad - \quad \text{гіроскопічний}$$

момент другого ротора при обертанні внутрішнього кільця;

$M_{p12} = M_{p1} - M_{p2}$  – різниця реактивних моментів першого та другого двигунів;

$M_{oa}$  – момент опору в шарнірах b-b;

$M_{Na}$  – збурний момент від ударного навантаження;

3) ось d-d (кут  $\varphi_3$ ):

$$M_d = \kappa_B P \sigma_B l_B \sin \varphi_1 - m_1 g l_1 \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 + M_d(\dot{\varphi}_1, \dot{\varepsilon}_1) - M_d(\dot{\varphi}_1, \dot{\varepsilon}_2) + \\ + M_d(\dot{\varphi}_2, \dot{\varepsilon}_1) - M_d(\dot{\varphi}_2, \dot{\varepsilon}_2) + M_{p12} \left(1 - \sin \varphi_1 \sin \frac{\varphi_1}{2}\right) - M_{od} + M_{Nd}, \quad (3.32)$$

де  $M_d(\dot{\varphi}_1, \dot{\varepsilon}_1) = I_{p1} \dot{\varphi}_1 \dot{\varepsilon}_1 \sin \varphi_1$  – гіроскопічний момент першого ротора при обертанні карданового підвісу;

$M_d(\dot{\varphi}_1, \dot{\varepsilon}_2) = I_{p2} \dot{\varphi}_1 \dot{\varepsilon}_2 \sin \varphi_1$  – гіроскопічний момент другого ротора при обертанні карданового підвісу;

$M_d(\dot{\varphi}_2, \dot{\varepsilon}_1) = I_{p1} \dot{\varphi}_2 \dot{\varepsilon}_1 \sin \beta_1 \sin \varphi_1 \cos \varphi_3$  – гіроскопічний момент першого ротора при обертанні зовнішнього кільця;

$M_d(\dot{\varphi}_2, \dot{\varepsilon}_2) = I_{p2} \dot{\varphi}_2 \dot{\varepsilon}_2 \sin \beta_1 \cos \varphi_1 \sin \varphi_3$  – гіроскопічний момент другого ротора при обертанні зовнішнього кільця;

$M_{od}$  – момент опору в шарнірах d-d;

$M_{Nd}$  – збурний момент від ударного навантаження.

### 2.2.5 Визначення узагальнених сил системи

Для визначення узагальненої сили  $Q_i$ , що відповідає першій узагальненій координаті  $\lambda_i$  обчислюємо суму робіт всіх активних сил на узагальненому

можливе переміщення  $\delta\lambda_i$ , вважаючи всі інші узагальнені переміщення рівними нулю. Узагальнена сила  $Q_i$  дорівнює коефіцієнту при  $\delta\lambda_i$ :

$$Q_1 = -mg \sin \sigma + \cos \sigma (P_{xg} \cos \chi + P_{zg} \sin \chi) + P_{yg} \sin \sigma - \\ - C_r \dot{r}^2 - N_z + (P_{\Pi xg} \cos \chi + P_{\Pi zg} \sin \chi) \cos \sigma + \\ + P_{\Pi yg} \sin \sigma + (P_{Bxg} \cos \chi + P_{Bzg} \sin \chi) \cos \sigma + P_{Byg} \sin \sigma; \quad (2.33)$$

$$Q_2 = r(-mg \cos \sigma + P_{yg} \cos \sigma - C_\sigma r^2 \dot{\sigma}^2 - N_\sigma + P_{\Pi yg} \cos \sigma + P_{Byg} \cos \sigma); \quad (2.34)$$

$$Q_3 = r(P_{xg} \sin \chi - P_{zg} \cos \chi - C_\chi r^2 \dot{\chi}^2 - N_\chi + P_{\Pi xg} \sin \chi - \\ - P_{\Pi zg} \cos \chi + P_{Bxg} \sin \chi - P_{Bzg} \cos \chi); \quad (2.35)$$

$$Q_4 = P_{\Pi l \Pi}; \quad Q_5 = M_1 + M_2; \quad Q_6 = P_B l_B; \quad Q_7 = M_a; \quad Q_8 = M_b; \quad Q_9 = M_d; \quad (2.36)$$

$$Q_{10} = M_1 - M_{o1}; \quad Q_{11} = M_2 - M_{o2}; \quad Q_{12} = u_1 - e_{я1} - R_{я1} \dot{q}_1; \quad Q_{13} = u_2 - e_{я2} - R_{я2} \dot{q}_2. \quad (2.37)$$

Вирази (2.33)–(2.37) узагальнених сил уздовж обраних узагальнених переміщень відображають взаємозв'язок параметрів польоту в сталому режимі. Для отримання рівнянь динаміки необхідно визначити кінетичну енергію просторового руху ЛА.

### 2.2.6 Визначення кінетичної енергії матеріальної системи

Кінетичну енергію визначаємо в абсолютному русі. Кінетична енергія  $T$  даної системи складається з кінетичної енергії  $T_{цм}$  руху центру мас і кінетичної енергії обертальних рухів навколо центру мас системи літального апарату  $T_1$  і захисної оболонки з кардановим підвісом  $T_2$ :

$$T = T_{цм} + T_1 + T_2 + T_e. \quad (2.38)$$

Кінетична енергія руху центра мас системи:



$$T_{цм} = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\sigma}^2 + r^2\dot{\chi}^2), \quad (2.39)$$

де  $m = m_1 + m_2$  – маса системи в основі маси ЛА  $m_1$  та захисної оболонки з кардановим підвісом  $m_2$ ;

$\dot{r}$  – швидкість зміни радіус-вектору;

$r$  – величина радіус-вектору;

$\dot{\sigma}$  – кутова швидкість радіус-вектору за кутом місця;

$\dot{\chi}$  – кутова швидкість радіус-вектору за азимутом.

Кінетична енергія  $T_1$  обертального руху ЛА відносно центру мас системи дорівнює сумі кінетичної енергії руху центру мас ЛА відносно центру мас системи і кінетичної енергії обертання ЛА навколо свого центру мас:

$$T_1 = \frac{1}{2}m_1l_1^2(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) + \frac{1}{2}[I_{1x}\omega_x^2 + I_{1y}\omega_y^2 + I_{1z}\omega_z^2 - 2(I_{1xy}\omega_x\omega_y + I_{1xz}\omega_x\omega_z + I_{1yz}\omega_y\omega_z)] + \frac{1}{2}I_{p1}\dot{\epsilon}_1^2 + \frac{1}{2}I_{p2}\dot{\epsilon}_2^2, \quad (2.40)$$

де  $l_1$  – відстань між центром мас системи і ЛА;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекції кутової швидкості обертання ЛА;

$I_{1x}, I_{1y}, I_{1z}, I_{1xy}, I_{1xz}, I_{1yz}$  – моменти інерції ЛА відносно зв'язаних осей;

$I_{p1}, I_{p2}$  – моменти інерції роторів двигуна з повітряними гвинтами;

$\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2$  – кутові швидкості обертання роторів двигуна з повітряними гвинтами.

Кінетична енергія  $T_2$  обертального руху захисної оболонки з кільцями карданового підвісу дорівнює сумі кінетичної енергії руху центру мас захисної оболонки з кільцями карданового підвісу навколо центру мас системи і кінетичної енергії власного обертання захисної оболонки і кілець карданового підвісу навколо центру мас захисної оболонки і карданового підвісу:

$$T_2 = \frac{1}{2}m_2l_2^2(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) + \frac{1}{2}[I_{o\sigma}(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2 + \dot{\phi}_3^2) + I_{n\eta}(\dot{\phi}_2^2 + \dot{\phi}_3^2) + I_{n\theta}(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_3^2) + I_{m\eta}\dot{\phi}_1^2 + I_{m\theta}\dot{\phi}_2^2], \quad (2.41)$$

де  $l_2$  – відстань між центрами мас системи і захисної оболонки;

$I_{об}$  – момент інерції захисної оболонки відносно будь-якої осі, так як форма наближена до форми поверхні кулі;

$I_{nn}, I_{ne}, I_{mn}, I_{me}$  – моменти інерції зовнішнього та внутрішнього карданового підвісу відносно осей  $n-n$  і  $m-m$ ;

$\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3$  – кутові швидкості обертання кілець і захисної оболонки.

Електрокінетична енергія залежить від індуктивності та швидкості змінення заряду в обмотках електродвигунів з гвинтами:

$$T_e = \frac{1}{2}L_1\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}L_2\dot{q}_2^2, \quad (2.42)$$

де  $L_1, L_2$  – індуктивності обмоток першого і другого електродвигунів;

$\dot{q}_1, \dot{q}_2$  – швидкості змінення заряду в обмотках першого і другого електродвигунів.

Для вираження кінетичної енергії обертання захисної оболонки і кілець карданового підвісу прийнято допущення, що при малих відхиленнях взаємного положення кілець і захисної оболонки можна знехтувати членами вище другого порядку малості, наприклад, членами, що містять множники у вигляді квадратів синусів малих кутів.

Тоді вираз для кінетичної енергії матеріальної системи має вигляд:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\sigma}^2 + r^2\dot{\chi}^2) + \frac{1}{2}m_1l_1^2(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) + \\ & + \frac{1}{2}\left[I_{1x}\omega_x^2 + I_{1y}\omega_y^2 + I_{1z}\omega_z^2 - 2(I_{1xy}\omega_x\omega_y + I_{1xz}\omega_x\omega_z + I_{1yz}\omega_y\omega_z)\right] + \\ & + \frac{1}{2}m_2l_2^2(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) + \frac{1}{2}\left[I_{об}(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2 + \dot{\phi}_3^2) + I_{nn}(\dot{\phi}_2^2 + \dot{\phi}_3^2) + \right. \\ & \left. + I_{ne}(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_3^2) + I_{mn}\dot{\phi}_1^2 + I_{me}\dot{\phi}_2^2\right] + \frac{1}{2}I_{p1}\dot{\epsilon}_1^2 + \frac{1}{2}I_{p2}\dot{\epsilon}_2^2 + \frac{1}{2}L_1\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}L_2\dot{q}_2^2. \quad (2.43) \end{aligned}$$

У цьому виразі кутові швидкості  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ , необхідно виразити через узагальнені координати  $\dot{\gamma}, \dot{\psi}$  і  $\dot{\upsilon}$  за формулою (2.1). При підстановці цих

залежностей отримують громіздкі вирази, що містять члени вище другого порядку малості. Тому приймемо наступне припущення: при малих кутах  $\dot{\gamma}$ ,  $\dot{\psi}$  та  $\dot{\upsilon}$ , і можна вважати, що  $\omega_x \approx \dot{\gamma}$ ,  $\omega_y \approx \dot{\psi}$ ,  $\omega_z \approx \dot{\upsilon}$ .

Можна також прийняти, що площина  $OXY$  для ЛА є площиною матеріальної симетрії. Тоді  $I_{yz} = 0$  і  $I_{xz} = 0$ .

З урахуванням цих припущень вираження для кінетичної енергії можна спростити, тоді воно матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\sigma}^2 + r^2\dot{\chi}^2) + \frac{1}{2}(m_1l_1^2 + m_2l_2^2)(\dot{\gamma}^2 + \dot{\psi}^2 + \dot{\upsilon}^2) + \\
 & + \frac{1}{2}[I_{1x}\dot{\gamma}^2 + I_{1y}\dot{\psi}^2 + I_{1z}\dot{\upsilon}^2 - 2I_{1xy}\dot{\gamma}\dot{\psi}] + \frac{1}{2}[I_{об}(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2 + \dot{\phi}_3^2) + \\
 & + I_{mn}(\dot{\phi}_2^2 + \dot{\phi}_3^2) + I_{nv}(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_3^2) + I_{mn}\dot{\phi}_1^2 + I_{mv}\dot{\phi}_2^2] + \frac{1}{2}I_{p1}\dot{\epsilon}_1^2 + \frac{1}{2}I_{p2}\dot{\epsilon}_2^2 + \frac{1}{2}L_1\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}L_2\dot{q}_2^2.
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

### 2.2.7 Визначення похідних кінетичної енергії

Знайдемо частинні похідні кінетичної енергії за узагальненими швидкостями та їх похідні за часом, виходячи з рівняння (2.44):

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_1} = \frac{\partial T}{\partial \dot{r}} = m\dot{r}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{r}} = m\ddot{r}; \tag{2.45}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_2} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\sigma}} = mr^2\dot{\sigma}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\sigma}} = mr^2\ddot{\sigma}; \tag{2.46}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_3} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\chi}} = mr^2\dot{\chi}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\chi}} = mr^2\ddot{\chi}; \tag{2.47}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_4} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\upsilon}} = \frac{1}{2}2\dot{\upsilon}(m_1l_1^2 + m_2l_2^2) + \frac{1}{2}2I_{1z}\dot{\upsilon} = \dot{\upsilon}(m_1l_1^2 + m_2l_2^2 + I_{1z}); \tag{2.48}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\upsilon}} = \ddot{\upsilon}(m_1l_1^2 + m_2l_2^2 + I_{1z}); \tag{2.49}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_5} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} = \dot{\psi}(m_1l_1^2 + m_2l_2^2 + I_{1y}) - I_{1xy}\dot{\gamma}; \tag{2.50}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} = \ddot{\psi} (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1y}) - I_{1xy} \ddot{\gamma}; \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_6} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} = \dot{\gamma} (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1x}) - I_{1xy} \dot{\psi}; \quad (2.52)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} = \ddot{\gamma} (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1x}) - I_{1xy} \ddot{\psi}; \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_7} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} = I_{o\sigma} \dot{\phi}_1 + I_{n\sigma} \dot{\phi}_1 + I_{m\eta} \dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_1 (I_{o\sigma} + I_{n\sigma} + I_{m\eta}); \quad (2.54)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} = \ddot{\phi}_1 (I_{o\sigma} + I_{n\sigma} + I_{m\eta}); \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_8} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2} = \dot{\phi}_2 (I_{o\sigma} + I_{n\eta} + I_{m\sigma}); \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2} = \ddot{\phi}_2 (I_{o\sigma} + I_{n\eta} + I_{m\sigma}); \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_9} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_3} = \dot{\phi}_3 (I_{o\sigma} + I_{n\eta} + I_{n\sigma}); \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_3} = \ddot{\phi}_3 (I_{o\sigma} + I_{n\eta} + I_{n\sigma}); \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_{10}} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\epsilon}_1} = \dot{\epsilon}_1 I_{P1}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\epsilon}_1} = \ddot{\epsilon}_1 I_{P1}; \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_{11}} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\epsilon}_2} = \dot{\epsilon}_2 I_{P2}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\epsilon}_2} = \ddot{\epsilon}_2 I_{P2}. \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_{12}} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = L_1 \dot{q}_1; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = L_1 \ddot{q}_1; \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}_{13}} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = L_2 \dot{q}_2; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = L_2 \ddot{q}_2. \quad (2.61)$$

Визначимо частинні похідні кінетичної енергії за узагальненими координатами:

$$\frac{\partial T}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial T}{\partial r} = mr(\dot{\sigma}^2 + \dot{\chi}^2); \quad \frac{\partial T}{\partial \lambda_i} = 0, \quad i = \overline{2,11}. \quad (2.62)$$

Вирази (2.44)–(2.62) являють собою узагальнені сили і моменти, виражені через лінійні і кутові прискорення узагальнених координат, що дозволяє записати рівняння руху ударостійкого ЛА у формі рівнянь Лагранжа другого роду:

$$\begin{aligned}
m\ddot{r} - mr(\dot{\sigma}^2 + \dot{\chi}^2) = & -mg \sin \sigma + \cos \sigma (P_{xg} \cos \chi + P_{zg} \sin \chi) + \\
& + P_{yg} \sin \sigma - C_r \dot{r}^2 - N_z + (P_{\Pi xg} \cos \chi + P_{\Pi zg} \sin \chi) \cos \sigma + \\
& + P_{\Pi yg} \sin \sigma + (P_{Bxg} \cos \chi + P_{Bzg} \sin \chi) \cos \sigma + P_{Byg} \sin \sigma; \quad (2.63)
\end{aligned}$$

$$m r \ddot{\sigma} = -mg \cos \sigma + P_{yg} \cos \sigma - C_{\sigma} r^2 \dot{\sigma}^2 - N_{\sigma} + P_{\Pi yg} \cos \sigma + P_{Byg} \cos \sigma; \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned}
m r \ddot{\chi} = & P_{xg} \sin \chi - P_{zg} \cos \chi - C_{\chi} r^2 \dot{\chi}^2 - N_{\chi} + P_{\Pi xg} \sin \chi - \\
& - P_{\Pi zg} \cos \chi + P_{Bxg} \sin \chi - P_{Bzg} \cos \chi; \quad (2.65)
\end{aligned}$$

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1z}) \ddot{\nu} = P_{\Pi} l_{\Pi}; \quad (2.66)$$

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1y}) \ddot{\psi} - I_{1xy} \ddot{\gamma} = M_1 + M_2; \quad (2.67)$$

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1x}) \ddot{\gamma} - I_{1xy} \ddot{\psi} = P_B l_B; \quad (2.68)$$

$$(I_{o\bar{o}} + I_{n\bar{n}} + I_{m\bar{m}}) \ddot{\phi}_1 = M_a; \quad (2.69)$$

$$(I_{o\bar{o}} + I_{n\bar{n}} + I_{m\bar{m}}) \ddot{\phi}_2 = M_b; \quad (2.70)$$

$$(I_{o\bar{o}} + I_{n\bar{n}} + I_{n\bar{n}}) \ddot{\phi}_3 = M_d; \quad (2.71)$$

$$I_{P1} \ddot{\epsilon}_1 = M_1 - M_{o1}; \quad (2.72)$$

$$I_{P2} \ddot{\epsilon}_2 = M_2 - M_{o2}; \quad (2.73)$$

$$L_1 \ddot{q}_1 = u_1 - e_{\gamma 1} - R_{\gamma 1} \dot{q}_1; \quad (2.74)$$

$$L_2 \ddot{q}_2 = u_2 - e_{\gamma 2} - R_{\gamma 2} \dot{q}_2. \quad (2.75)$$

Отримані вирази (2.63)–(2.75) являють собою нелінійні диференціальні рівняння просторового руху ЛА. Аналіз динамічних властивостей літального апарату аналітичними методами передбачає побудову лінеаризованої математичної моделі руху.

### 2.3 Отримання лінеаризованих рівнянь руху БПЛА

Для отримання лінеаризованих рівнянь математичної моделі руху ударостійкого БПЛА застосуємо метод аналітичної лінеаризації [10], що ґрунтується на розвиненні нелінійних рівнянь (2.63)–(2.75) у ряд Тейлора. Як

початкові умови візьмемо параметри БПЛА у режимі незбуреного горизонтального польоту:

$$\begin{aligned} r_0, \sigma_0, \chi_0, \nu_0, \psi_0 = 0, \gamma_0 = 0, \varphi_1|_0 = \varphi_{10}, \varphi_{20} = 0, \varphi_{30} = 0, \dot{\epsilon}_{10}, \dot{\epsilon}_{20}, \dot{q}_{10}, \dot{q}_{20}; \\ \dot{r}_0, \dot{\sigma}_0 \approx 0, \dot{\chi}_0 = 0, \dot{\nu}_0 = 0, \dot{\psi}_0 = 0, \dot{\gamma}_0 = 0, \dot{\varphi}_{10} = 0, \dot{\varphi}_{20} = 0, \dot{\varphi}_{30} = 0. \end{aligned} \quad (2.76)$$

Розвинення рівняння (2.63) у ряд Тейлора.

$$\begin{aligned} F_1 = m\ddot{r} - mr(\dot{\sigma}^2 + \dot{\chi}^2) + mg \sin \sigma - \cos \sigma (P_{xg} \cos \chi + P_{zg} \sin \chi) - \\ - P_{yg} \sin \sigma + C_r \dot{r}^2 + N_z - (P_{\Pi xg} \cos \chi + P_{\Pi zg} \sin \chi) \cos \sigma - \\ - P_{\Pi yg} \sin \sigma - (P_{Bxg} \cos \chi + P_{Bzg} \sin \chi) \cos \sigma - P_{Byg} \sin \sigma; \\ \Delta F_1 = \left( \frac{\partial F_1}{\partial \dot{r}} \right)_0 \Delta \dot{r} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial \dot{r}} \right)_0 \Delta \dot{r} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial \dot{\sigma}} \right)_0 \Delta \dot{\sigma} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial \dot{\chi}} \right)_0 \Delta \dot{\chi} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right)_0 \Delta \sigma + \left( \frac{\partial F_1}{\partial \chi} \right)_0 \Delta \chi + \\ + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{xg}} \right)_0 \Delta P_{xg} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{yg}} \right)_0 \Delta P_{yg} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{zg}} \right)_0 \Delta P_{zg} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{\Pi xg}} \right)_0 \Delta P_{\Pi xg} + \\ + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{\Pi yg}} \right)_0 \Delta P_{\Pi yg} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{\Pi zg}} \right)_0 \Delta P_{\Pi zg} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{Bxg}} \right)_0 \Delta P_{Bxg} + \\ + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{Byg}} \right)_0 \Delta P_{Byg} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{Bzg}} \right)_0 \Delta P_{Bzg} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial C_r} \right)_0 \Delta C_r + \left( \frac{\partial F_1}{\partial N_z} \right)_0 \Delta N_z + \dots; \\ \left( \frac{\partial F_1}{\partial \dot{r}} \right)_0 = m = \alpha_1; \left( \frac{\partial F_1}{\partial \dot{r}} \right)_0 = 2C_r \dot{r}_0 = \alpha_2; \left( \frac{\partial F_1}{\partial \dot{\sigma}} \right)_0 = -2mr\dot{\sigma}_0 = \alpha_3; \\ \left( \frac{\partial F_1}{\partial \dot{\chi}} \right)_0 = -2mr\dot{\chi}_0 = \alpha_4; \left( \frac{\partial F_1}{\partial \sigma} \right)_0 = mg \cos \sigma_0 + \sin \sigma_0 \cos \chi_0 (P_{xg0} + P_{\Pi xg0} + P_{Bxg0}) + \\ + \sin \sigma_0 \sin \chi_0 (P_{zg0} + P_{\Pi zg0} + P_{Bzg0}) - (P_{yg0} + P_{\Pi yg0} + P_{Byg0}) \cos \sigma_0 = \alpha_5; \\ \left( \frac{\partial F_1}{\partial \chi} \right)_0 = \cos \sigma_0 \left( \sin \chi_0 (P_{xg0} + P_{\Pi xg0} + P_{Bxg0}) - \cos \chi_0 (P_{zg0} + P_{\Pi zg0} + P_{Bzg0}) \right) = \alpha_6; \\ \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{xg}} \right)_0 = -\cos \sigma_0 \cos \chi_0 = \alpha_7; \left( \frac{\partial F_1}{\partial P_{yg}} \right)_0 = -\sin \sigma_0 = \alpha_8; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial F_1}{\partial P_{zg}}\right)_0 &= -\cos \sigma_0 \sin \chi_0 = \alpha_9; \quad \left(\frac{\partial F_1}{\partial P_{\Pi xg}}\right)_0 = -\cos \chi_0 \cos \sigma_0 = \alpha_7; \\
\left(\frac{\partial F_1}{\partial P_{\Pi yg}}\right)_0 &= -\sin \sigma_0 = \alpha_8; \quad \left(\frac{\partial F_1}{\partial P_{\Pi zg}}\right)_0 = -\cos \sigma_0 \sin \chi_0 = \alpha_9; \\
\left(\frac{\partial F_1}{\partial P_{Bxg}}\right)_0 &= -\cos \sigma_0 \cos \chi_0 = \alpha_7; \quad \left(\frac{\partial F_1}{\partial P_{Byg}}\right)_0 = -\sin \sigma_0 = \alpha_8; \\
\left(\frac{\partial F_1}{\partial P_{Bzg}}\right)_0 &= -\cos \sigma_0 \sin \chi_0 = \alpha_9; \quad \left(\frac{\partial F_1}{\partial C_r}\right)_0 = \dot{r}_0^2 = \alpha_{10}; \quad \left(\frac{\partial F_1}{\partial N_z}\right)_0 = 1; \\
\Delta F_1 &\approx \alpha_1 \Delta \ddot{r} + \alpha_2 \Delta \dot{r} + \alpha_3 \Delta \dot{\sigma} + \alpha_4 \Delta \dot{\chi} + \alpha_5 \Delta \sigma + \alpha_6 \Delta \chi + \\
&+ \alpha_7 (\Delta P_{xg} + \Delta P_{\Pi xg} + \Delta P_{Bxg}) + \alpha_8 (\Delta P_{yg} + \Delta P_{\Pi yg} + \Delta P_{Byg}) + \\
&+ \alpha_9 (\Delta P_{zg} + \Delta P_{\Pi zg} + \Delta P_{Bzg}) + \alpha_{10} \Delta C_r + \Delta N_z = 0. \tag{2.77}
\end{aligned}$$

Розвинення рівняння (2.64) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}
F_2 &= mr\ddot{\sigma} + mg \cos \sigma - P_{yg} \cos \sigma + C_\sigma r^2 \dot{\sigma}^2 + N_\sigma - P_{\Pi yg} \cos \sigma - P_{Byg} \cos \sigma; \\
\Delta F_2 &= \left(\frac{\partial F_2}{\partial r}\right)_0 \Delta r + \left(\frac{\partial F_2}{\partial \ddot{\sigma}}\right)_0 \Delta \ddot{\sigma} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial \dot{\sigma}}\right)_0 \Delta \dot{\sigma} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial \sigma}\right)_0 \Delta \sigma + \left(\frac{\partial F_2}{\partial P_{yg}}\right)_0 \Delta P_{yg} + \\
&+ \left(\frac{\partial F_2}{\partial P_{\Pi yg}}\right)_0 \Delta P_{\Pi yg} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial P_{Byg}}\right)_0 \Delta P_{Byg} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial C_\sigma}\right)_0 \Delta C_\sigma + \left(\frac{\partial F_2}{\partial N_\sigma}\right)_0 \Delta N_\sigma + \dots; \\
\left(\frac{\partial F_2}{\partial r}\right)_0 &= 2C_\sigma r_0 \dot{\sigma}_0^2 = \alpha_{11}; \quad \left(\frac{\partial F_2}{\partial \ddot{\sigma}}\right)_0 = mr_0 = \alpha_{12}; \quad \left(\frac{\partial F_2}{\partial \dot{\sigma}}\right)_0 = 2C_\sigma r_0^2 \dot{\sigma}_0 = \alpha_{13}; \\
\left(\frac{\partial F_2}{\partial \sigma}\right)_0 &= (-mg + P_{yg0} + P_{\Pi yg0} + P_{Byg0}) \sin \sigma_0 = \alpha_{14}; \quad \left(\frac{\partial F_2}{\partial C_\sigma}\right)_0 = r_0^2 \dot{\sigma}_0^2 = \alpha_{16}; \\
\left(\frac{\partial F_2}{\partial P_{yg}}\right)_0 &= \left(\frac{\partial F_2}{\partial P_{\Pi yg}}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_2}{\partial P_{Byg}}\right)_0 = \sin \sigma_0 = \alpha_{15}; \quad \left(\frac{\partial F_2}{\partial N_\sigma}\right)_0 = 1; \\
\Delta F_2 &\approx \alpha_{11} \Delta r + \alpha_{12} \Delta \ddot{\sigma} + \alpha_{13} \Delta \dot{\sigma} + \alpha_{14} \Delta \sigma + \\
&\alpha_{15} (\Delta P_{yg} + \Delta P_{\Pi yg} + \Delta P_{Byg}) + \alpha_{16} \Delta C_\sigma + \Delta N_\sigma = 0. \tag{2.78}
\end{aligned}$$

Розвинення рівняння (2.65) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}
F_3 &= mr\ddot{\chi} - P_{xg} \sin\chi + P_{zg} \cos\chi + C_\chi r^2 \dot{\chi}^2 + N_\chi - P_{\Pi xg} \sin\chi + \\
&\quad + P_{\Pi zg} \cos\chi - P_{Bxg} \sin\chi + P_{Bzg} \cos\chi; \\
\Delta F_3 &= \left(\frac{\partial F_3}{\partial r}\right)_0 \Delta r + \left(\frac{\partial F_3}{\partial \ddot{\chi}}\right)_0 \Delta \ddot{\chi} + \left(\frac{\partial F_3}{\partial \dot{\chi}}\right)_0 \Delta \dot{\chi} + \left(\frac{\partial F_3}{\partial \chi}\right)_0 \Delta \chi + \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{xg}}\right)_0 \Delta P_{xg} + \\
&\quad + \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{zg}}\right)_0 \Delta P_{zg} + \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{\Pi xg}}\right)_0 \Delta P_{\Pi xg} + \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{\Pi zg}}\right)_0 \Delta P_{\Pi zg} + \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{Bxg}}\right)_0 \Delta P_{Bxg} +; \\
&\quad + \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{Bzg}}\right)_0 \Delta P_{Bzg} + \left(\frac{\partial F_3}{\partial C_\chi}\right)_0 \Delta C_\chi + \left(\frac{\partial F_3}{\partial N_\chi}\right)_0 \Delta N_\chi + \dots; \\
\left(\frac{\partial F_3}{\partial r}\right)_0 &= 2C_{\chi 0} r_0 \dot{\chi}_0^2 = \alpha_{17}; \quad \left(\frac{\partial F_3}{\partial \ddot{\chi}}\right)_0 = mr_0 = \alpha_{18}; \quad \left(\frac{\partial F_3}{\partial \dot{\chi}}\right)_0 = 2C_{\chi 0} r_0^2 \dot{\chi}_0 = \alpha_{19}; \\
\left(\frac{\partial F_3}{\partial \chi}\right)_0 &= -(P_{xg0} + P_{\Pi xg0} + P_{Bxg0}) \cos\chi_0 - (P_{zg0} + P_{\Pi zg0} + P_{Bzg0}) \sin\chi_0 = \alpha_{20}; \\
\left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{xg}}\right)_0 &= \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{\Pi xg}}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{Bxg}}\right)_0 = -\sin\chi_0 = \alpha_{21}; \\
\left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{zg}}\right)_0 &= \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{\Pi zg}}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_3}{\partial P_{Bzg}}\right)_0 = \cos\chi_0 = \alpha_{22}; \\
\left(\frac{\partial F_3}{\partial C_\chi}\right)_0 &= r_0^2 \dot{\chi}_0^2 = \alpha_{23}; \quad \left(\frac{\partial F_3}{\partial N_\chi}\right)_0 = 1; \\
\Delta F_3 &\approx \alpha_{17} \Delta r + \alpha_{18} \Delta \ddot{\chi} + \alpha_{19} \Delta \dot{\chi} + \alpha_{20} \Delta \chi + \alpha_{21} (\Delta P_{xg} + \Delta P_{\Pi xg} + \Delta P_{Bxg}) + \\
&\quad + \alpha_{22} (\Delta P_{zg} + \Delta P_{\Pi zg} + \Delta P_{Bzg}) + \alpha_{23} \Delta C_\chi + \Delta N_\chi = 0. \tag{2.79}
\end{aligned}$$

Розвинення рівняння (2.66) у ряд Тейлора:

$$F_4 = (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1z}) \ddot{\nu} - P_{\Pi} l_{\Pi};$$



$$\begin{aligned}\Delta F_4 &= \left( \frac{\partial F_4}{\partial \ddot{u}} \right)_0 \Delta \ddot{u} + \left( \frac{\partial F_4}{\partial P_{II}} \right)_0 \Delta P_{II} + \dots; \\ \left( \frac{\partial F_4}{\partial \ddot{u}} \right)_0 &= m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1z} = \alpha_{24}; \quad \left( \frac{\partial F_4}{\partial P_{II}} \right)_0 = -l_{II} = \alpha_{25}; \\ \Delta F_4 &\approx \alpha_{24} \Delta \ddot{u} + \alpha_{25} \Delta P_{II} = 0.\end{aligned}\quad (2.80)$$

Розвинення рівняння (2.67) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}F_5 &= (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1y}) \ddot{\psi} - I_{1xy} \ddot{\gamma} - M_1 - M_2; \\ \Delta F_5 &= \left( \frac{\partial F_5}{\partial \ddot{\psi}} \right)_0 \Delta \ddot{\psi} + \left( \frac{\partial F_5}{\partial \ddot{\gamma}} \right)_0 \Delta \ddot{\gamma} + \left( \frac{\partial F_5}{\partial M_1} \right)_0 \Delta M_1 + \left( \frac{\partial F_5}{\partial M_2} \right)_0 \Delta M_2 + \dots; \\ \left( \frac{\partial F_5}{\partial \ddot{\psi}} \right)_0 &= m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1y} = \alpha_{26}; \quad \left( \frac{\partial F_5}{\partial \ddot{\gamma}} \right)_0 = -I_{1xy} = \alpha_{27}; \\ \left( \frac{\partial F_5}{\partial M_1} \right)_0 &= \left( \frac{\partial F_5}{\partial M_2} \right)_0 = -1; \\ \Delta F_5 &\approx \alpha_{26} \Delta \ddot{\psi} + \alpha_{27} \Delta \ddot{\gamma} - \Delta M_1 - \Delta M_2 = 0.\end{aligned}\quad (2.81)$$

Розвинення рівняння (2.68) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}F_6 &= (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1x}) \ddot{\gamma} - I_{1xy} \ddot{\psi} - P_B l_B; \\ \Delta F_6 &= \left( \frac{\partial F_6}{\partial \ddot{\gamma}} \right)_0 \Delta \ddot{\gamma} + \left( \frac{\partial F_6}{\partial \ddot{\psi}} \right)_0 \Delta \ddot{\psi} + \left( \frac{\partial F_6}{\partial P_B} \right)_0 \Delta P_B + \dots; \\ \left( \frac{\partial F_6}{\partial \ddot{\gamma}} \right)_0 &= m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + I_{1x} = \alpha_{28}; \quad \left( \frac{\partial F_6}{\partial \ddot{\psi}} \right)_0 = -I_{1xy} = \alpha_{27}; \quad \left( \frac{\partial F_6}{\partial P_B} \right)_0 = -l_B = \alpha_{29}; \\ \Delta F_6 &\approx \alpha_{28} \Delta \ddot{\gamma} + \alpha_{27} \Delta \ddot{\psi} + \alpha_{29} \Delta P_B = 0.\end{aligned}\quad (2.82)$$

Розвинення рівняння (2.69) у ряд Тейлора:

$$F_7 = (I_{o\sigma} + I_{n\sigma} + I_{m\eta}) \ddot{\phi}_1 - M_a;$$

$$\begin{aligned}
\Delta F_7 &= \left( \frac{\partial F_7}{\partial \ddot{\phi}_1} \right)_0 \Delta \ddot{\phi}_1 + \left( \frac{\partial F_7}{\partial M_a} \right)_0 \Delta M_a + \dots; \\
\left( \frac{\partial F_7}{\partial \ddot{\phi}_1} \right)_0 &= I_{o\delta} + I_{n\delta} + I_{m\eta} = \alpha_{30}; \quad \left( \frac{\partial F_7}{\partial M_a} \right)_0 = -1; \\
\Delta F_7 &\approx \alpha_{30} \Delta \ddot{\phi}_1 - \Delta M_a = 0, \\
\text{де } \Delta M_a &= \left( \frac{\partial M_a}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial M_a}{\partial \sigma_{II}} \right)_0 \Delta \sigma_{II} + \left( \frac{\partial M_a}{\partial \vartheta} \right)_0 \Delta \vartheta + \left( \frac{\partial M_a}{\partial \gamma} \right)_0 \Delta \gamma + \left( \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\epsilon}_1} \right)_0 \Delta \dot{\epsilon}_1 + \\
&+ \left( \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\epsilon}_2} \right)_0 \Delta \dot{\epsilon}_2 + \left( \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\phi}_2} \right)_0 \Delta \dot{\phi}_2 + \left( \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\phi}_3} \right)_0 \Delta \dot{\phi}_3 + \left( \frac{\partial M_a}{\partial \phi_1} \right)_0 \Delta \phi_1 + \left( \frac{\partial M_a}{\partial \phi_3} \right)_0 \Delta \phi_3 + \\
&+ \left( \frac{\partial M_a}{\partial M_{Na}} \right)_0 \Delta M_{Na}; \\
\left( \frac{\partial M_a}{\partial P} \right)_0 &= -\kappa_{II} \sigma_{II0} l_{II} = c_1; \quad \left( \frac{\partial M_a}{\partial \sigma_{II}} \right)_0 = -\kappa_{II} P_0 l_{II} = c_2; \quad \left( \frac{\partial M_a}{\partial \vartheta} \right)_0 = 0; \\
\left( \frac{\partial M_a}{\partial \gamma} \right)_0 &= m_1 g l_1 \sin \vartheta_0 = c_3; \quad \left( \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\epsilon}_1} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\epsilon}_2} \right)_0 = 0; \\
\left( \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\phi}_2} \right)_0 &= (I_{p1} \dot{\epsilon}_{10} - I_{p2} \dot{\epsilon}_{20}) \sin \beta_{10} \cos \phi_{10} \sin \phi_{30} = c_4; \\
\left( \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\phi}_3} \right)_0 &= (I_{p1} \dot{\epsilon}_{10} - I_{p2} \dot{\epsilon}_{20}) \sin \phi_{10} \cos \phi_{10} = c_5; \quad \left( \frac{\partial M_a}{\partial \phi_1} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_a}{\partial \phi_3} \right)_0 = 0; \\
\left( \frac{\partial M_a}{\partial M_{Na}} \right)_0 &= 1 \\
\Delta F_7 &\approx \alpha_{30} \Delta \ddot{\phi}_1 - c_1 \Delta P - c_2 \Delta \sigma_{II} - c_3 \Delta \gamma - c_4 \Delta \dot{\phi}_2 - c_5 \Delta \dot{\phi}_3 - \Delta M_{Na} = 0. \quad (2.83)
\end{aligned}$$

Розвинення рівняння (2.70) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}
F_8 &= (I_{o\delta} + I_{n\eta} + I_{m\delta}) \ddot{\phi}_2 - M_b; \\
\Delta F_8 &= \left( \frac{\partial F_8}{\partial \ddot{\phi}_2} \right)_0 \Delta \ddot{\phi}_2 + \left( \frac{\partial F_8}{\partial M_b} \right)_0 \Delta M_b + \dots;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{\partial F_8}{\partial \ddot{\phi}_2} \right)_0 = I_{o\bar{o}} + I_{nn} + I_{m\bar{e}} = \alpha_{31}; \quad \left( \frac{\partial F_8}{\partial M_b} \right)_0 = -1; \\
& \Delta F_8 \approx \alpha_{31} \Delta \dot{\phi}_2 - \Delta M_b = 0; \\
\text{де } \Delta M_b &= \left( \frac{\partial M_b}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_{II}} \right)_0 \Delta \sigma_{II} + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_B} \right)_0 \Delta \sigma_B + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \vartheta} \right)_0 \Delta \vartheta + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \gamma} \right)_0 \Delta \gamma + \\
& + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \dot{\epsilon}_1} \right)_0 \Delta \dot{\epsilon}_1 + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \dot{\epsilon}_2} \right)_0 \Delta \dot{\epsilon}_2 + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \dot{\phi}_1} \right)_0 \Delta \dot{\phi}_1 + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \dot{\phi}_3} \right)_0 \Delta \dot{\phi}_3 + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \phi_1} \right)_0 \Delta \phi_1 + \\
& + \left( \frac{\partial M_b}{\partial \phi_3} \right)_0 \Delta \phi_3 + \left( \frac{\partial M_b}{\partial M_{p12}} \right)_0 \Delta M_{p12} + \left( \frac{\partial M_b}{\partial M_{Nb}} \right)_0 \Delta M_{Nb}; \\
& \left( \frac{\partial M_b}{\partial P} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_{II}} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_B} \right)_0 = -\kappa_B P_0 l_B \cos \phi_{10} \sin \phi_{30} = c_6; \quad \left( \frac{\partial M_b}{\partial \vartheta} \right)_0 = 0; \\
& \left( \frac{\partial M_b}{\partial \gamma} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_b}{\partial \dot{\epsilon}_1} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_b}{\partial \dot{\epsilon}_2} \right)_0 = 0; \\
& \left( \frac{\partial M_b}{\partial \dot{\phi}_1} \right)_0 = (I_{p1} \dot{\epsilon}_{10} - I_{p2} \dot{\epsilon}_{20}) \cos \phi_{10} \sin \phi_{30} = c_7; \\
& \left( \frac{\partial M_b}{\partial \dot{\phi}_3} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_b}{\partial \phi_1} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_b}{\partial \phi_3} \right)_0 = \kappa_{II} P_0 \sigma_{II0} l_{II} \cos \phi_{10} \sin \phi_{30} = c_8; \\
& \left( \frac{\partial M_b}{\partial M_{p12}} \right)_0 = \cos \beta_{10} = c_9; \quad \left( \frac{\partial M_b}{\partial M_{Nb}} \right)_0 = 1; \\
& \Delta F_8 \approx \alpha_{31} \Delta \dot{\phi}_2 - c_6 \Delta \sigma_{II} - c_7 \Delta \dot{\phi}_1 - c_8 \Delta \phi_3 - c_9 \Delta M_{p12} + \Delta M_{Nb} = 0. \quad (2.84)
\end{aligned}$$

Розвинення рівняння (2.71) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}
& F_9 = (I_{o\bar{o}} + I_{nn} + I_{n\bar{e}}) \ddot{\phi}_3 - M_d; \\
& \Delta F_9 = \left( \frac{\partial F_9}{\partial \ddot{\phi}_3} \right)_0 \Delta \ddot{\phi}_3 + \left( \frac{\partial F_9}{\partial M_d} \right)_0 \Delta M_d + \dots; \\
& \left( \frac{\partial F_9}{\partial \ddot{\phi}_3} \right)_0 = I_{o\bar{o}} + I_{nn} + I_{n\bar{e}} = \alpha_{32}; \quad \left( \frac{\partial F_9}{\partial M_d} \right)_0 = -1; \\
& \Delta F_9 \approx \alpha_{32} \Delta \ddot{\phi}_3 - \Delta M_d = 0,
\end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
\Delta M_d &= \left( \frac{\partial M_d}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial M_d}{\partial \sigma_B} \right)_0 \Delta \sigma_B + \left( \frac{\partial M_d}{\partial \dot{\epsilon}_1} \right)_0 \Delta \dot{\epsilon}_1 + \left( \frac{\partial M_d}{\partial \dot{\epsilon}_2} \right)_0 \Delta \dot{\epsilon}_2 + \left( \frac{\partial M_d}{\partial \phi_1} \right)_0 \Delta \phi_1 + \\
&+ \left( \frac{\partial M_d}{\partial \dot{\phi}_2} \right)_0 \Delta \dot{\phi}_2 + \left( \frac{\partial M_d}{\partial \phi_1} \right)_0 \Delta \phi_1 + \left( \frac{\partial M_d}{\partial \phi_3} \right)_0 \Delta \phi_3 + \left( \frac{\partial M_d}{\partial M_{p12}} \right)_0 \Delta M_{p12} + \left( \frac{\partial M_d}{\partial M_{Nd}} \right)_0 \Delta M_{Nd} \\
\left( \frac{\partial M_d}{\partial P} \right)_0 &= 0; \quad \left( \frac{\partial M_d}{\partial \sigma_B} \right)_0 = \kappa_B P_0 l_B \sin \phi_{10} = c_{10}; \quad \left( \frac{\partial M_d}{\partial \dot{\epsilon}_1} \right)_0 = 0; \quad \left( \frac{\partial M_d}{\partial \dot{\epsilon}_2} \right)_0 = 0; \\
\left( \frac{\partial M_d}{\partial \phi_1} \right)_0 &= (I_{p1} \dot{\epsilon}_{10} - I_{p2} \dot{\epsilon}_{20}) \sin \phi_{10} = c_{11}; \\
\left( \frac{\partial M_d}{\partial \dot{\phi}_2} \right)_0 &= 0; \quad \left( \frac{\partial M_d}{\partial \phi_1} \right)_0 = -m_1 g l_1 \cos \phi_{10} \sin \phi_{30} = c_{12}; \quad \left( \frac{\partial M_d}{\partial \phi_3} \right)_0 = 0; \\
\left( \frac{\partial M_d}{\partial M_{p12}} \right)_0 &= 1 - \sin \phi_{10} \sin \frac{\phi_{10}}{2} = c_{13}; \quad \left( \frac{\partial M_d}{\partial M_{Nb}} \right)_0 = 1; \\
\Delta F_9 &\approx \alpha_{32} \Delta \dot{\phi}_3 - c_{10} \Delta \sigma_B - c_{11} \Delta \phi_1 - c_{12} \Delta \phi_1 - c_{13} \Delta M_{p12} + \Delta M_{Nd} = 0. \quad (2.85)
\end{aligned}$$

Розвинення рівняння (2.72) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}
F_{10} &= I_{p1} \ddot{\epsilon}_1 - M_1 + M_{c1}; \\
\Delta F_{10} &= \left( \frac{\partial F_{10}}{\partial \ddot{\epsilon}_1} \right)_0 \Delta \ddot{\epsilon}_1 + \left( \frac{\partial F_{10}}{\partial M_1} \right)_0 \Delta M_1 + \left( \frac{\partial F_{10}}{\partial M_{c1}} \right)_0 \Delta M_{c1} + \dots; \\
\left( \frac{\partial F_{10}}{\partial \ddot{\epsilon}_1} \right)_0 &= I_{p1} = \alpha_{33}; \quad \left( \frac{\partial F_{10}}{\partial M_1} \right)_0 = -1; \quad \left( \frac{\partial F_{10}}{\partial M_{c1}} \right)_0 = 1; \\
\Delta F_{10} &\approx \alpha_{33} \Delta \ddot{\epsilon}_1 - \Delta M_1 + \Delta M_{c1}, \quad (2.86)
\end{aligned}$$

де  $\Delta M_1 = \kappa_m \Delta \dot{q}_1$ .

Розвинення рівняння (2.73) у ряд Тейлора:

$$F_{11} = I_{p2} \ddot{\epsilon}_2 - M_2 + M_{c2};$$

$$\begin{aligned}\Delta F_{11} &= \left( \frac{\partial F_{11}}{\partial \ddot{\epsilon}_2} \right)_0 \Delta \ddot{\epsilon}_2 + \left( \frac{\partial F_{11}}{\partial M_2} \right)_0 \Delta M_2 + \left( \frac{\partial F_{11}}{\partial M_{c2}} \right)_0 \Delta M_{c2} + \dots; \\ \left( \frac{\partial F_{11}}{\partial \ddot{\epsilon}_2} \right)_0 &= I_{P2} = \alpha_{34}; \quad \left( \frac{\partial F_{11}}{\partial M_2} \right)_0 = -1; \quad \left( \frac{\partial F_{11}}{\partial M_{c2}} \right)_0 = 1; \\ \Delta F_{11} &\approx \alpha_{34} \Delta \ddot{\epsilon}_2 - \Delta M_2 + \Delta M_{c2},\end{aligned}\tag{2.87}$$

де  $\Delta M_2 = \kappa_m \Delta \dot{q}_2$ .

Розвинення рівняння (2.74) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}F_{12} &= L_{\gamma 1} \ddot{q}_1 - u_1 + e_{\gamma 1} + R_{\gamma 1} \dot{q}_1; \\ \Delta F_{12} &= \left( \frac{\partial F_{12}}{\partial \ddot{q}_1} \right)_0 \Delta \ddot{q}_1 + \left( \frac{\partial F_{12}}{\partial \dot{q}_1} \right)_0 \Delta \dot{q}_1 + \left( \frac{\partial F_{12}}{\partial u_1} \right)_0 \Delta u_1 + \left( \frac{\partial F_{12}}{\partial e_{\gamma 1}} \right)_0 \Delta e_{\gamma 1} + \dots; \\ \left( \frac{\partial F_{12}}{\partial \ddot{q}_1} \right)_0 &= L_{\gamma 1}; \quad \left( \frac{\partial F_{12}}{\partial \dot{q}_1} \right)_0 = R_{\gamma 1}; \quad \left( \frac{\partial F_{12}}{\partial u_1} \right)_0 = -1; \quad \left( \frac{\partial F_{12}}{\partial e_{\gamma 1}} \right)_0 = 1; \\ \Delta F_{12} &\approx L_{\gamma 1} \Delta \ddot{q}_1 + R_{\gamma 1} \Delta \dot{q}_1 - \Delta u_1 + \Delta e_{\gamma 1},\end{aligned}\tag{2.88}$$

де  $\Delta e_{\gamma 1} = \kappa_e \Delta \dot{\phi}_1$ .

Розвинення рівняння (2.75) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}F_{13} &= L_{\gamma 2} \ddot{q}_2 - u_2 + e_{\gamma 2} + R_{\gamma 2} \dot{q}_2; \\ \Delta F_{13} &= \left( \frac{\partial F_{13}}{\partial \ddot{q}_2} \right)_0 \Delta \ddot{q}_2 + \left( \frac{\partial F_{13}}{\partial \dot{q}_2} \right)_0 \Delta \dot{q}_2 + \left( \frac{\partial F_{13}}{\partial u_2} \right)_0 \Delta u_2 + \left( \frac{\partial F_{13}}{\partial e_{\gamma 2}} \right)_0 \Delta e_{\gamma 2} + \dots; \\ \left( \frac{\partial F_{13}}{\partial \ddot{q}_2} \right)_0 &= L_{\gamma 2}; \quad \left( \frac{\partial F_{13}}{\partial \dot{q}_2} \right)_0 = R_{\gamma 2}; \quad \left( \frac{\partial F_{13}}{\partial u_2} \right)_0 = -1; \quad \left( \frac{\partial F_{13}}{\partial e_{\gamma 2}} \right)_0 = 1; \\ \Delta F_{13} &\approx L_{\gamma 2} \Delta \ddot{q}_2 + R_{\gamma 2} \Delta \dot{q}_2 - \Delta u_2 + \Delta e_{\gamma 2},\end{aligned}\tag{2.89}$$

де  $\Delta e_{\gamma 2} = \kappa_e \Delta \dot{\phi}_2$ .

У рівняннях (2.77)–(2.89) відхилення проєкцій сили тяги електродвигунів  $\Delta P_{xg}$ ,  $\Delta P_{yg}$ ,  $\Delta P_{zg}$  можна знайти розвиненням (2.3)–(2.5) у ряд Тейлора:

$$F_{14} = P_{xg} - P(\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \nu \cos \gamma); F_{15} = P_{yg} - P \cos \nu \cos \gamma;$$

$$F_{16} = P_{zg} - P(\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \nu \cos \gamma);$$

$$\Delta F_{14} = \left( \frac{\partial F_{14}}{\partial P_{xg}} \right)_0 \Delta P_{xg} + \left( \frac{\partial F_{14}}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial F_{14}}{\partial \psi} \right)_0 \Delta \psi + \left( \frac{\partial F_{14}}{\partial \gamma} \right)_0 \Delta \gamma + \left( \frac{\partial F_{14}}{\partial \nu} \right)_0 \Delta \nu + \dots;$$

$$\left( \frac{\partial F_{14}}{\partial P_{xg}} \right)_0 = 1; \left( \frac{\partial F_{14}}{\partial P} \right)_0 = \sin \nu_0 = \alpha_{35}; \left( \frac{\partial F_{14}}{\partial \nu} \right)_0 = P_0 \cos \nu_0 = \alpha_{36};$$

$$\left( \frac{\partial F_{14}}{\partial \psi} \right)_0 = 0; \left( \frac{\partial F_{14}}{\partial \gamma} \right)_0 = 0;$$

$$\Delta F_{14} \approx \Delta P_{xg} + \alpha_{35} \Delta P + \alpha_{36} \Delta \nu = 0; \quad (2.90)$$

$$\Delta F_{15} = \left( \frac{\partial F_{15}}{\partial P_{yg}} \right)_0 \Delta P_{yg} + \left( \frac{\partial F_{15}}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial F_{15}}{\partial \gamma} \right)_0 \Delta \gamma + \left( \frac{\partial F_{15}}{\partial \nu} \right)_0 \Delta \nu + \dots;$$

$$\left( \frac{\partial F_{15}}{\partial P_{yg}} \right)_0 = 1; \left( \frac{\partial F_{15}}{\partial P} \right)_0 = -\cos \nu_0 = \alpha_{37}; \left( \frac{\partial F_{15}}{\partial \gamma} \right)_0 = 0; \left( \frac{\partial F_{15}}{\partial \nu} \right)_0 = -P_0 \sin \nu_0 = \alpha_{38};$$

$$\Delta F_{15} \approx \Delta P_{yg} + \alpha_{37} \Delta P + \alpha_{38} \Delta \nu = 0; \quad (2.91)$$

$$\Delta F_{16} = \left( \frac{\partial F_{16}}{\partial P_{zg}} \right)_0 \Delta P_{zg} + \left( \frac{\partial F_{16}}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial F_{16}}{\partial \psi} \right)_0 \Delta \psi + \left( \frac{\partial F_{16}}{\partial \gamma} \right)_0 \Delta \gamma + \left( \frac{\partial F_{16}}{\partial \nu} \right)_0 \Delta \nu + \dots$$

$$\left( \frac{\partial F_{16}}{\partial P_{zg}} \right)_0 = 1; \left( \frac{\partial F_{16}}{\partial P} \right)_0 = 0; \left( \frac{\partial F_{16}}{\partial \nu} \right)_0 = 0; \left( \frac{\partial F_{16}}{\partial \psi} \right)_0 = -P_0 \sin \nu_0 = \alpha_{38};$$

$$\left( \frac{\partial F_{16}}{\partial \gamma} \right)_0 = -P_0 = \alpha_{39};$$

$$\Delta F_{16} \approx \Delta P_{zg} + \alpha_{38} \Delta \psi + \alpha_{39} \Delta \gamma = 0. \quad (2.92)$$

Відхилення проєкцій сили керма поздовжнього керування  $\Delta P_{\Pi xg}$ ,  $\Delta P_{\Pi yg}$ ,  $\Delta P_{\Pi zg}$  можна знайти розвиненням (2.16) з урахуванням (2.14) у ряд Тейлора:

$$F_{17} = P_{\Pi xg} + K_{\Pi} P \sigma_{\Pi} \cos \psi \cos \nu; F_{18} = P_{\Pi yg} + K_{\Pi} P \sigma_{\Pi} \sin \nu;$$

$$F_{19} = P_{\Pi zg} + K_{\Pi} P \sigma_{\Pi} \sin \psi \cos \nu;$$

$$\begin{aligned} \Delta F_{17} &= \left( \frac{\partial F_{17}}{\partial P_{\Pi xg}} \right)_0 \Delta P_{\Pi xg} + \left( \frac{\partial F_{17}}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial F_{17}}{\partial \sigma_{\Pi}} \right)_0 \Delta \sigma_{\Pi} + \left( \frac{\partial F_{17}}{\partial \psi} \right)_0 \Delta \psi + \left( \frac{\partial F_{17}}{\partial \nu} \right)_0 \Delta \nu + \dots; \\ &\left( \frac{\partial F_{17}}{\partial P_{\Pi xg}} \right)_0 = 1; \left( \frac{\partial F_{17}}{\partial P} \right)_0 = 0; \left( \frac{\partial F_{17}}{\partial \sigma_{\Pi}} \right)_0 = K_{\Pi} P_0 \cos \nu_0 = \alpha_{40}; \\ &\left( \frac{\partial F_{17}}{\partial \psi} \right)_0 = 0; \left( \frac{\partial F_{17}}{\partial \nu} \right)_0 = 0; \\ &\Delta F_{17} \approx \Delta P_{\Pi xg} + \alpha_{40} \Delta \sigma_{\Pi} = 0; \end{aligned} \quad (2.93)$$

$$\begin{aligned} \Delta F_{18} &= \left( \frac{\partial F_{18}}{\partial P_{\Pi yg}} \right)_0 \Delta P_{\Pi yg} + \left( \frac{\partial F_{18}}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial F_{18}}{\partial \sigma_{\Pi}} \right)_0 \Delta \sigma_{\Pi} + \left( \frac{\partial F_{18}}{\partial \nu} \right)_0 \Delta \nu + \dots; \\ &\left( \frac{\partial F_{18}}{\partial P_{\Pi yg}} \right)_0 = 1; \left( \frac{\partial F_{18}}{\partial P} \right)_0 = 0; \left( \frac{\partial F_{18}}{\partial \sigma_{\Pi}} \right)_0 = K_{\Pi} P_0 \sin \nu_0 = \alpha_{41}; \left( \frac{\partial F_{18}}{\partial \nu} \right)_0 = 0; \\ &\Delta F_{18} \approx \Delta P_{\Pi yg} + \alpha_{41} \Delta \sigma_{\Pi} = 0; \end{aligned} \quad (2.94)$$

$$\begin{aligned} \Delta F_{19} &= \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial P_{\Pi zg}} \right)_0 \Delta P_{\Pi zg} + \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial \sigma_{\Pi}} \right)_0 \Delta \sigma_{\Pi} + \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial \psi} \right)_0 \Delta \psi + \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial \nu} \right)_0 \Delta \nu + \dots; \\ &\left( \frac{\partial F_{19}}{\partial P_{\Pi zg}} \right)_0 = 1; \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial P} \right)_0 = \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial \sigma_{\Pi}} \right)_0 = \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial \psi} \right)_0 = \left( \frac{\partial F_{19}}{\partial \nu} \right)_0 = 0; \\ &\Delta F_{19} \approx \Delta P_{\Pi zg} = 0. \end{aligned} \quad (2.95)$$

Відхилення проєкцій сили керма бічного керування  $\Delta P_{Bxg}$ ,  $\Delta P_{Byg}$ ,  $\Delta P_{Bzg}$  знайдемо розвиненням (2.24) з урахуванням (2.22) у ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} F_{20} &= P_{Bxg} + K_B P \sigma_B (\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \nu \sin \gamma); \quad F_{21} = P_{Byg} - K_B P \sigma_B \cos \nu \sin \gamma; \\ F_{22} &= P_{Bzg} + K_B P \sigma_B (\cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \nu \sin \gamma); \\ \Delta F_{20} &= \left( \frac{\partial F_{20}}{\partial P_{Bxg}} \right)_0 \Delta P_{Bxg} + \left( \frac{\partial F_{20}}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial F_{20}}{\partial \sigma_B} \right)_0 \Delta \sigma_B + \left( \frac{\partial F_{20}}{\partial \psi} \right)_0 \Delta \psi + \\ &\quad + \left( \frac{\partial F_{20}}{\partial \gamma} \right)_0 \Delta \gamma + \left( \frac{\partial F_{20}}{\partial \nu} \right)_0 \Delta \nu + \dots; \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial F_{20}}{\partial P_{Bxg}}\right)_0 = 1; \left(\frac{\partial F_{20}}{\partial P}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{20}}{\partial \sigma_B}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{20}}{\partial \psi}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{20}}{\partial \gamma}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{20}}{\partial v}\right)_0 = 0;$$

$$\Delta F_{20} \approx \Delta P_{Bxg} = 0; \quad (2.96)$$

$$\Delta F_{21} = \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial P_{Byg}}\right)_0 \Delta P_{Byg} + \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial P}\right)_0 \Delta P + \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial \sigma_B}\right)_0 \Delta \sigma_B + \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial \gamma}\right)_0 \Delta \gamma + \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial v}\right)_0 \Delta v + \dots;$$

$$\left(\frac{\partial F_{21}}{\partial P_{Byg}}\right)_0 = 1; \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial P}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial \sigma_B}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial \gamma}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{21}}{\partial v}\right)_0 = 0;$$

$$\Delta F_{21} \approx \Delta P_{Byg} = 0; \quad (2.97)$$

$$\Delta F_{22} = \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial P_{Bzg}}\right)_0 \Delta P_{Bzg} + \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial P}\right)_0 \Delta P + \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial \sigma_B}\right)_0 \Delta \sigma_B + \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial \psi}\right)_0 \Delta \psi +$$

$$+ \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial \gamma}\right)_0 \Delta \gamma + \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial v}\right)_0 \Delta v + \dots;$$

$$\left(\frac{\partial F_{22}}{\partial P_{Bzg}}\right)_0 = 1; \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial \sigma_B}\right)_0 = K_B P_0 = \alpha_{42}; \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial P}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial \psi}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial \gamma}\right)_0 = \left(\frac{\partial F_{22}}{\partial v}\right)_0 = 0;$$

$$\Delta F_{22} \approx \Delta P_{Bzg} + \alpha_{42} \Delta \sigma_B = 0; \quad (2.98)$$

Відхилення сили тяги електродвигунів з гвинтами, сили керма поздовжнього керування та керма бічного керування представимо так:

$$\Delta P = \alpha_{43} \Delta \dot{\epsilon}_1 + \alpha_{44} \Delta \dot{\epsilon}_2. \quad (2.99)$$

$$\Delta P_{II} = K_{II} P_0 \Delta \sigma_{II} = \alpha_{45} \Delta \sigma_{II}; \quad (2.100)$$

$$\Delta P_B = K_B P_0 \Delta \sigma_B = \alpha_{46} \Delta \sigma_B. \quad (2.101)$$

Враховуючи, що коефіцієнти аеродинамічного опору в (2.11)–(2.13) залежать від швидкості польоту, відхилення  $\Delta C_r$ ,  $\Delta C_\sigma$ ,  $\Delta C_\chi$  можна надати у такому вигляді:

$$\Delta C_r = \left(\frac{\partial C_r}{\partial \dot{r}}\right)_0 \Delta \dot{r} = \alpha_{54} \Delta \dot{r}; \quad (2.102)$$



$$\Delta C_{\sigma} = \left( \frac{\partial C_{\sigma}}{\partial \dot{\sigma}} \right)_0 \Delta \dot{\sigma} = \alpha_{55} \Delta \dot{\sigma}; \quad (2.103)$$

$$\Delta C_{\chi} = \left( \frac{\partial C_{\chi}}{\partial \dot{\chi}} \right)_0 \Delta \dot{\chi} = \alpha_{56} \Delta \dot{\chi}. \quad (2.104)$$

Після підстановки (2.83)–(2.104) у (2.72)–(2.82) та виконавши перетворення в рівняннях (2.75), (2.76), отримаємо лінеаризовані диференціальні рівняння руху БПЛА:

$$\alpha_1 \Delta \dot{r} + \alpha'_2 \Delta \dot{r} + \alpha_3 \Delta \dot{\sigma} + \alpha_4 \Delta \dot{\chi} + \alpha_5 \Delta \sigma + \alpha_6 \Delta \chi - \alpha'_7 \Delta \dot{\epsilon}_1 - \alpha'_8 \Delta \dot{\epsilon}_2 - \alpha'_9 \Delta \nu - \alpha'_{10} \Delta \sigma_{II} - \alpha'_{11} \Delta \psi - \alpha'_{12} \Delta \gamma - \alpha'_{13} \Delta \sigma_B + \Delta N_r = 0; \quad (2.105)$$

$$\alpha_{11} \Delta r + \alpha_{12} \Delta \dot{\sigma} + \alpha'_{14} \Delta \dot{\sigma} + \alpha_{14} \Delta \sigma - \alpha'_{15} \Delta \dot{\epsilon}_1 - \alpha'_{16} \Delta \dot{\epsilon}_2 - \alpha'_{17} \Delta \nu - \alpha'_{18} \Delta \sigma_{II} + \Delta N_{\sigma} = 0; \quad (2.106)$$

$$\alpha_{17} \Delta r + \alpha_{18} \Delta \dot{\chi} + \alpha'_{19} \Delta \dot{\chi} + \alpha_{20} \Delta \chi - \alpha'_{20} \Delta \dot{\epsilon}_1 - \alpha'_{21} \Delta \dot{\epsilon}_2 - \alpha'_{22} \Delta \nu - \alpha'_{23} \Delta \sigma_{II} - \alpha'_{24} \Delta \psi - \alpha'_{25} \Delta \gamma - \alpha'_{26} \Delta \sigma_B + \Delta N_{\chi} = 0; \quad (2.107)$$

$$\alpha_{24} \Delta \ddot{v} + \alpha'_{27} \Delta \sigma_{II} = 0; \quad (2.108)$$

$$\alpha'_{28} \Delta \ddot{\psi} - \alpha'_{29} \kappa_m \Delta \dot{q}_1 - \alpha'_{29} \kappa_m \Delta \dot{q}_2 - \alpha'_{30} \Delta \sigma_B = 0; \quad (2.109)$$

$$\alpha'_{31} \Delta \dot{\gamma} - \alpha'_{32} \kappa_m \Delta \dot{q}_1 - \alpha'_{32} \kappa_m \Delta \dot{q}_2 - \alpha'_{33} \Delta \sigma_B = 0; \quad (2.110)$$

$$\alpha_{30} \Delta \ddot{\phi}_1 - c_1 \Delta P - c_2 \Delta \sigma_{II} - c_3 \Delta \gamma - c_4 \Delta \dot{\phi}_2 - c_5 \Delta \dot{\phi}_3 - \Delta M_{Na} = 0; \quad (2.111)$$

$$\alpha_{31} \Delta \ddot{\phi}_2 - c_6 \Delta \sigma_{II} - c_7 \Delta \dot{\phi}_1 - c_8 \Delta \dot{\phi}_3 - c_9 \kappa_m (\Delta \dot{q}_1 - \Delta \dot{q}_2) + \Delta M_{Nb} = 0; \quad (2.112)$$

$$\alpha_{32} \Delta \ddot{\phi}_3 - c_{10} \Delta \sigma_B - c_{11} \Delta \dot{\phi}_1 - c_{12} \Delta \dot{\phi}_1 - c_{13} \kappa_m (\Delta \dot{q}_1 - \Delta \dot{q}_2) + \Delta M_{Nd} = 0; \quad (2.113)$$

$$\alpha_{33} \Delta \ddot{\epsilon}_1 - \kappa_m \Delta \dot{q}_1 + \Delta M_{c1} = 0; \quad (2.114)$$

$$\alpha_{34} \Delta \ddot{\epsilon}_2 - \kappa_m \Delta \dot{q}_2 + \Delta M_{c2} = 0; \quad (2.115)$$

$$L_{\gamma 1} \Delta \ddot{q}_1 + R_{\gamma 1} \Delta \dot{q}_1 - \Delta u_1 + \kappa_e \Delta \dot{\phi}_1 = 0; \quad (2.116)$$

$$L_{\gamma 2} \Delta \ddot{q}_2 + R_{\gamma 2} \Delta \dot{q}_2 - \Delta u_2 + \kappa_e \Delta \dot{\phi}_2 = 0, \quad (2.117)$$

де  $\alpha'_2 = \alpha_2 + \alpha_{10} \alpha_{54}$ ;  $\alpha'_7 = \alpha_7 \alpha_{35} \alpha_{43} + \alpha_8 \alpha_{37} \alpha_{43}$ ;  $\alpha'_8 = \alpha_7 \alpha_{35} \alpha_{44} + \alpha_8 \alpha_{37} \alpha_{44}$ ;

$\alpha'_9 = \alpha_7 \alpha_{36} + \alpha_8 \alpha_{38}$ ;  $\alpha'_{10} = \alpha_7 \alpha_{40} + \alpha_8 \alpha_{41}$ ;  $\alpha'_{11} = \alpha_9 \alpha_{38}$ ;  $\alpha'_{12} = \alpha_9 \alpha_{39}$ ;

$\alpha'_{13} = \alpha_9 \alpha_{42}$ ;  $\alpha'_{14} = \alpha_{13} + \alpha_{16} \alpha_{55}$ ;  $\alpha'_{15} = \alpha_{15} \alpha_{37} \alpha_{43}$ ;  $\alpha'_{16} = \alpha_{15} \alpha_{37} \alpha_{44}$ ;

$\alpha'_{17} = \alpha_{15} \alpha_{38}$ ;  $\alpha'_{18} = \alpha_{15} \alpha_{41}$ ;  $\alpha'_{19} = \alpha_{19} + \alpha_{23} \alpha_{56}$ ;  $\alpha'_{20} = \alpha_{21} \alpha_{35} \alpha_{43}$ ;

$$\alpha'_{21} = \alpha_{21}\alpha_{35}\alpha_{44}; \alpha'_{22} = \alpha_{21}\alpha_{36}; \alpha'_{23} = \alpha_{21}\alpha_{40}; \alpha'_{24} = \alpha_{22}\alpha_{38}; \alpha'_{25} = \alpha_{22}\alpha_{39};$$

$$\alpha'_{26} = \alpha_{22}\alpha_{42}; \alpha'_{27} = \alpha_{25}\alpha_{45}; \alpha'_{28} = \frac{\alpha_{26}\alpha_{28} - \alpha_{27}^2}{\alpha_{27}\alpha_{28}}; \alpha'_{29} = \frac{1}{\alpha_{27}}; \alpha'_{30} = \frac{\alpha_{29}\alpha_{46}}{\alpha_{28}};$$

$$\alpha'_{31} = \frac{\alpha_{27}^2 - \alpha_{26}\alpha_{28}}{\alpha_{26}\alpha_{27}}; \alpha'_{32} = \frac{1}{\alpha_{26}}; \alpha'_{33} = \frac{\alpha_{29}\alpha_{46}}{\alpha_{27}}.$$

Лінеаризована математична модель (2.105)–(2.117) загального випадку руху ударостійкого БПЛА дозволить надалі дослідити функціональні властивості об'єкту у часовій і частотній областях.

### 3 КОНСТРУКТОРСЬКА ЧАСТИНА

#### 3.1 Підготовка алгоритмів керування до реалізації на контролері

Контролер може приймати десять вхідних сигналів. Два з них – це сигнали, отримані від роторів електродвигунів. Сім вхідних сигналів – це сигнали, що отримані приймачем з пульта. Один вхідний сигнал – це показники GPS-приймача. До вихідних сигналів відноситься лише сигнали до електродвигунів, що контролюють їх роботу.

Таблиця 3.1 – Перелік вхідних і вихідних значень контролера

Вид сигналу	Тип сигналу	Значення	Прилад
Вхідний	Цифровий ШИМ	2.408-2.475 ГГц	Сигнали з приймача
Вхідний	Цифровий ШИМ	~ 10 ГГц	Сигнал з GPS
Вихідний	Електричний	5В	Сигнал на ротори

#### 3.2 Побудова функціональної схеми плати керування

Оцінення основних задач контролеру та складу вхідної і вихідної інформації дозволяє скласти функціональну схему плати. Перший крок – це перелік необхідного периферійного обладнання. Окрім контролера, для побудови схеми знадобиться два датчика частоти обертів (вбудовані в ротори), GPS приймач і приймач сигналу, що буде задавати польотні параметри. На основі цих даних можна сформувавши функціональну схему плати керування, що показано на рис. 3.1.

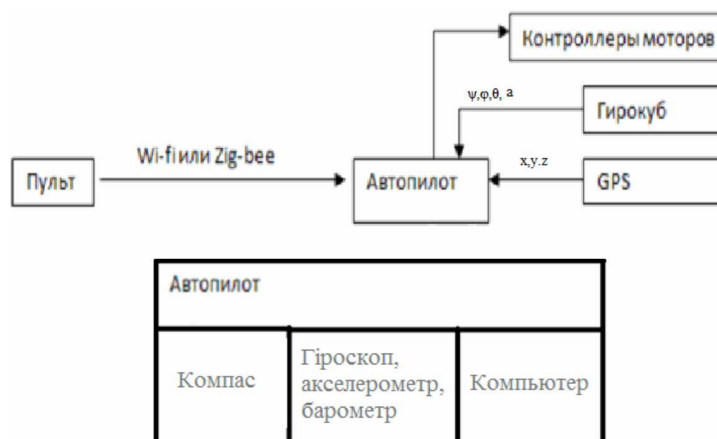


Рисунок 3.1 – Функціональна схема плати керування

### 3.3 Вибір контролера і формування схеми комунікацій с периферійним обладнанням

Основні вимоги при виборі контролера і периферійного обладнання:

- 1) наявність акселерометра, осьового гіроскопу, магнітометра та барометра;
- 2) невеликі габарити плати;
- 3) напруга живлення периферійного обладнання 5 В;
- 4) реалізація радіозв'язку та організація телеметрії з бортом літального апарата.

Згідно з сформованими вимогами, урахуванням основних завдань, складу вхідної і вихідної інформації, в якості контролера будемо використовувати Ardupilot Mega 2.6 (рис. 3.2) [11].



Рисунок 3.2 – Польотний контролер Ardupilot Mega 2.6

Польотний контролер ArduPilot Mega зайняв тверді позиції у світі радіокерованих моделей по всьому світу, його простота налаштувань та частота нововведень є свідомством того, що в ньому реалізуються усі сучасні вимоги. Система ArduPilot Mega цікава тим, що дозволяє автоматизувати процес керування будь-яким БПЛА.

До контролера підключається низка датчиків: датчик швидкості, який покаже вам поточну швидкість, ультразвуковий датчик, який дозволить утримувати висоту польоту і т.ін. Тому контролер ArduPilot Mega є найбільш функціональним та недорогим з тих, що використовуються на мультироторних апаратах (Arducopter) і на ЛА літакового типу (Ardupilot).

ArduPilot Mega підтримує найбільшу кількість режимів польоту з усіх контролерів, які є на ринку, має можливість керувати літальним апаратом за допомогою смартфона, а також широкий функціонал: створення завдання польоту, керування, змінення режимів, моніторинг та телеметрія із зазначенням усіх даних і т.ін. (рис. 3.3).

Контролер базується на автопілоті АРМ 2.х, який розробляється колективом DIY Drones та базується на open-source проєкті, що дозволяє перетворити будь-який апарат на автономний засіб для ефективного вирішення польотних завдань.

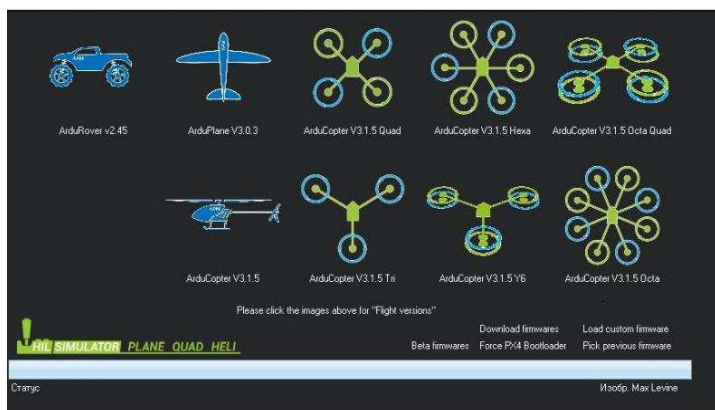


Рисунок 3.3 – Платформи, що підтримує контролер Ardupilot Mega 2.6

Характерні особливості польотного контролера Ardupilot Mega 2.6:

- 1) підтримка ультразвукового датчика (Sonarsensor) для автоматичного зльоту і посадки;
- 2) наявність системи кутової стабілізації;
- 3) використання інфрачервоного датчика для обльоту перешкод;
- 4) утримання позиції по GPS, повернення до місця старту;
- 5) осьовий гіроскоп, акселерометр, магнітометр і високоточний барометр;
- 6) настройка світлової індикації під час польоту;
- 7) керування двигунами за допомогою ШІМ (PWM) з використанням регуляторів швидкості (ESC);
- 8) підтримка вимірювача рівня заряду батареї;
- 9) телеметрія і радіозв'язок з бортом БПЛА;
- 10) автоматичний політ за маршрутом;
- 11) бортова флеш пам'ять 16 Мбіт для реєстрації даних;
- 12) підтримка OSD-телеметрії за протоколом MAVLINK;
- 13) передача телеметричних даних у реальному часі;
- 14) конфігурування польотних точок з допомогою GoogleMaps та системи GPS;
- 15) сумісний з декількома радіоприймачами PWM і PPM сигналів;
- 16) гіроскоп MPU-6000;
- 17) цифровий компас HMC5883L;
- 18) датчик барометричного тиску MS5611-01BA03 Measurement Specialties;

19) можливість завантаження оновлень для вбудованого програмного забезпечення;

20) контролер Atmel ATmega2560-16AU і ATMEGA32U-2 чіп з функцією USB.

Таблиця 3.2 – Загальна характеристика мікроконтролера Atmega 2561

Маса	50,5 г
Мікроконтролер	ATmega2561
Напруга живлення	4,5 В ... 5,5 В
Робоча температура	-25°C ... 70°C
Внутрішній вхід-вихід пристрою	датчик напруги живлення; 3 світлодіода, 1 кнопка скидання («Mode»); датчики інерціального позиціонування;
Зовнішній вхід-вихід пристрою	порт підключення до USB ПЕВМ, 1 шт.; порт периферійного пристрою, 6 шт.; порт бездротового зв'язку, 1 шт.

Основним елементом польотного контролера Ardupilot Mega є мікроконтролер Atmega 2561. На рис. 3.4 і в табл. 3.3 показано призначення і кількість контактів мікроконтролера.

Технічні характеристики мікроконтролера Atmega 2561 наведено в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Технічні характеристики мікроконтролера Atmega 2561

№ з/п	Параметр	Значення
1	2	3
1	Центральний процесор	8-bit AVR
2	Об'єм флеш-пам'яті	256 КБ
3	Об'єм SRAM	8 КБ
4	Об'єм EEPROM	4 КБ
5	Число контактів	64
6	Максимальна робоча частота	16 МГц
7	Макс. число контактів вводу-виводу	54
8	Число зовнішніх переривань	17

Продовження таблиці 3.3

1	2	3
9	Число каналів SPI	3
10	Число каналів TWI(I2C)	1
11	Число каналів UART	2
12	Число каналів АЦП	8
13	Розширення АЦП	10 біт
14	Швидкість АЦП	15 Кбіт/с
15	Число аналогових компараторів	1
16	Робоча температура	-40 – 85 °C
17	Напруга живлення	4,5 В – 5,5 В

Для вимірювання параметрів польоту мультироторного БПЛА використаємо датчики МЕМС-типу (рис. 3.4).

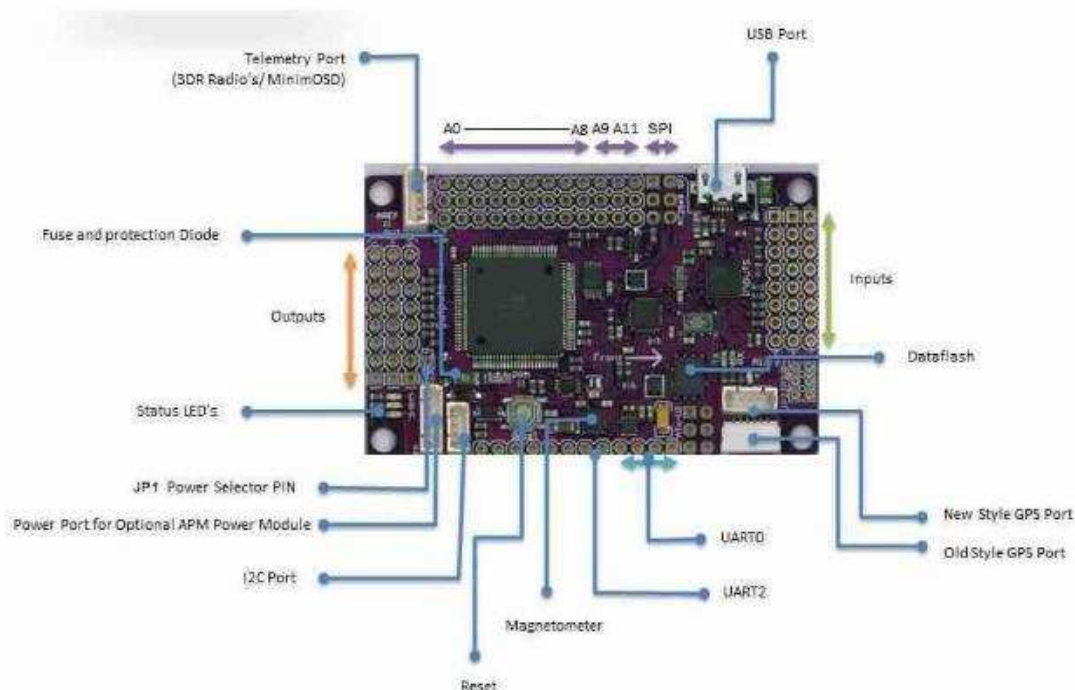


Рисунок 3.4 – Призначення контактів контролера

Датчики МЕМС-типу – це пристрої, що поєднують у собі мікроелектронні та мікромеханічні компоненти. МЕМС-датчики зазвичай виготовляють на кремнієвій підкладці з використанням технології мікрообробки, аналогічно з технологією однокристальних інтегральних мікросхем.

Для вимірювання параметрів польоту згідно з завданням проекту використаємо мікросхему MPU6050, що містить в собі акселерометр і гіроскоп. Чутливі елементи гіроскопа і акселерометра виготовлені побудовані як мікроелектромеханічні системи, тобто зовнішнє фізичне діяння на датчик спочатку змінює стан механічної частини. Зміна стану механічної частини призводить до змінення сигналу електричної частини. Таким чином, в одному корпусі реалізовано не тільки електронну, а й механічну складові. Зображення обраної мікросхеми представлено на рис. 3.5. У системі, що розглядається, цю мікросхему включено до складу польотного контролеру, та розташовано на його платі.

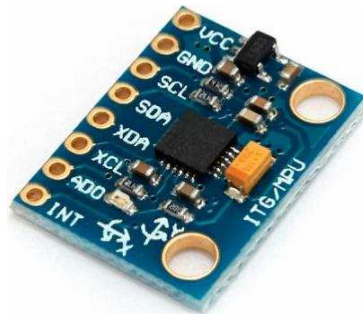


Рисунок 3.5 – Мікросхема MPU6050

Окрім мікросхеми MPU6050 на платі контролера розташовано допоміжні елементи, у тому числі коригуючі резистори інтерфейсу I2C, також стабілізатор напруги на 3,3 В з невеликим падінням напруги (при напрузі живлення 3,3 В напруга на виході стабілізатора буде дорівнювати 3 В) з фільтруючими конденсаторами.

До основних характеристик MPU6050 можна віднести:

- 1) величина споживаного струму до 4 мА;
- 2) діапазон напруги живлення 2,375 В – 3,46 В;
- 3) інтерфейс передачі даних I2C;
- 4) максимальна швидкість I2C – 400 кГц;
- 5) вхід для інших датчиків I2C.

Для керування швидкістю обертання електродвигунів з гвинтами використано регулятор ходу Mystery 30А. На макеті було встановлено два регулятори ходу для кожного електродвигуна. Зовнішній вигляд регулятора ходу показано на рис. 3.6.





Рисунок 3.6 – Регулятор ходу Mystery 30A

Регулятор ходу призначено для виконання ряду основних, а також деяких додаткових функцій:

- 1) плавного пуску. Дає можливість запускати електродвигун на максимальні оберти поступово;
- 2) скидання при підключенні. Це важлива функція, особливо у разі появи імовірності поломки. За рахунок блокування електродвигуна запобігаються непередбачені ситуації;
- 3) гальмування. За допомогою цієї функції можна значно зменшити кутову швидкість обертання гвинтів;
- 4) реверс електродвигуна – це змінення напрямку обертання.

Основними характеристиками регулятора ходу Mystery 30A є наступні:

- 1) величина вихідного струму до 30 А (максимум до 35 А протягом 10 с);
- 2) живлення: 2–3 секції літєвих батарей (7,4 В – 11,1 В), або 5–8 секцій NiCd / NiMH;
- 3) вбудований ВЕС на 5 В, 2 А;
- 4) максимальна частота обертів 210 000 об / хв для дво полюсних електродвигунів, 70 000 об / хв для шести полюсних та 35 000 об / хв для дванадцяти полюсних електродвигунів;
- 5) габаритні розміри: 45 x 24 x 8 мм;
- 6) вага 24 г.

У якості силового агрегату, який буде обертати тягові гвинти, будемо використовувати два безколекторних електродвигуна постійного струму серії BL 2215/20 1200KV. Зовнішній вигляд електродвигуна BL 2215/20 1200KV з гвинтом показано на (рис. 3.7).



Рисунок 3.7 – Безколекторний двигун BL 2215/20

Електродвигуни з гвинтами створюють силу тяги, необхідну для забезпечення руху БПЛА у вертикальній площині. До кожного електродвигуна приєднано регулятор швидкості Mystery 30A, що дозволяє плавно змінювати кутову швидкість обертання якоря.

До основних переваг такого електродвигуна можна віднести:

- 1) значно довший термін служби, ніж у аналогічних колекторних двигунів;
- 2) набір максимальної швидкості обертання протягом короткого часу;
- 3) високе значення коефіцієнту корисної дії
- 4) більша потужність, ніж у колекторних двигунів;
- 5) відсутність колектора дозволяє використовувати даний електродвигун в умовах пожежної небезпеки;
- 6) простий в експлуатації;
- 7) не потребує додаткового охолодження.

Недоліком електродвигуна BL 2215 є дорогий та складний електронний блок керування.

Для з'язку з бортом БПЛА використано пульт Turnigy 9X з приймачем 9X8C-V2.

Серед особливостей пульта і приймача є такі:

- 1) декілька польотних завдань;
- 2) оптимальна конфігурація обладнання;
- 3) підтримка SBUS, PPM і PWM;
- 4) економічна система живлення;
- 5) наявність захисту від переполюсовки;
- 6) розрядність 12 біт (4096 кроків) мультирежимної системи оповіщення;
- 7) програмовані мікшери;
- 8) зручна технологія швидкого налаштування.

Основні характеристики пульта:

- 1) струм споживання до 105 мА;
- 2) вага 0,69 кг;
- 3) розміри пульта: 190 мм х 112 мм х 257 мм;
- 4) напруга живлення 7,4 В – 15 В;
- 5) радіус дії до 4 км (дійсні характеристики залежать від умов польоту);
- 6) кількість каналів 9; 5–9 канали настроюються;
- 7) у режимі симуляції передавач вимикається, або переходить у режим енергозбереження;
- 8) моделі, що підтримуються, включають усі вертольоти з 120° і 90° тарілками перекоосу, усі апарати типу літаюче крило, планери та мультикоптери;
- 9) розміри екрану 167 мм х 34 мм;
- 10) приймачі, що підтримуються: Т6А v2, R6В, 3ch, іА8 і 9х8с-v2;
- 11) частота передачі 2,4 ГГц (2.408-2.475 ГГц);
- 12) ширина діапазону 5,0 МГц;
- 13) модуляція: QPSK;
- 14) розширення спектру DSSS і FHSS;
- 15) потужність передавача до 100 мВт (20 дБ/мВт);
- 16) поділ каналів – не менше, ніж 38 дБ/мВт;
- 17) розміри приймача 41 мм х 23 мм х 14 мм.

Комплектація: пульт Turnigy 9X, 1 шт; приймач Turnigy 9X8C-V2, 1 шт.

У якості додаткового обладнання необхідно мати батареї АА – 8 шт., або акумулятор 2S-4S з JST конектором.

На рис. 3.8–рис. 3.10 зображені зовнішній вигляд пульта Turnigy 9X з приймачем 9X8C-V2 та його монтажем на контролері.



Рисунок 3.8 – Передавач (пульт) Turnigy 9X



Рисунок 3.9 – Приймач 9X8C-V2

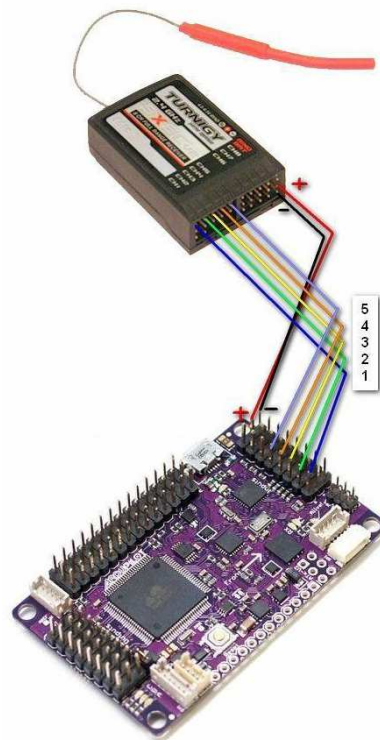


Рисунок 3.10 – Підключення 9X8C-V2 до контролера

Після вибору усіх потрібних елементів периферійного обладнання та самого контролеру можна побудувати функціональну схему плати обчислювача для вирішення завдання позиціонування висоти гексакоптера. Живлення плати забезпечується двома акумуляторами ONBO 8000mAh 6S 25C Lipo Pack, що поєднані з блоком телеметрії для реалізації обміну даних, та індикатором напруги.

Функціональну схему плати обчислювача з обраними елементами зображено на рис. 3.11.

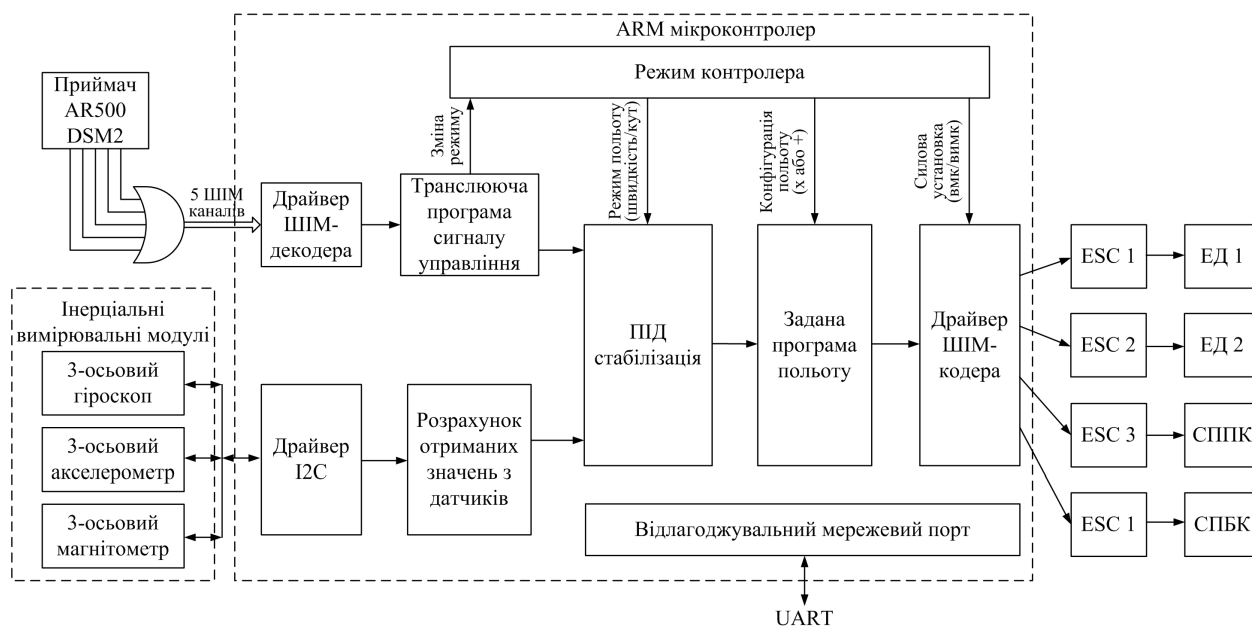


Рисунок 3.11 – Функціональна схема з'єднання контролера та периферійних пристроїв

На рис. 3.11 прийняті наступні скорочення:

- 1) ЕД – електродвигун;
- 2) СППК – сервопривод керма поздовжнього керування;
- 3) СПБК – сервопривод керма бічного керування.

Після розробки функціональної схеми, вибору елементів периферійного обладнання та плати контролера, можна сформувавши повний алгоритм роботи контролера плати (додаток Б).

Розроблений повний алгоритм роботи контролера дозволить виконати налаштування польотного контролера відповідно до завдання польоту.

## 4 ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ БПЛА У ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ

### 4.1 Математичні моделі кутових рухів ударостійкого апарату в частотній області

Отримані в результаті лінеаризації система лінійних диференціальних рівнянь із постійними коефіцієнтами дозволяє розглянути кутові рухи незалежно від інших рухів ударостійкого апарату. Більш того, відповідно до принципу суперпозиції, можна розглядати та аналізувати вплив керуючих та збурних впливів на кутові рухи окремо по каналах тангажу, ристання та крену з використанням математичного апарату передавальних функцій.

У поздовжній площині залежність відхилення кута тангажу від відхилення керма поздовжнього керування описується наступним рівнянням

$$\Delta\ddot{v} = a_1\Delta\sigma_{\Pi}. \quad (4.1)$$

Застосувавши перетворення Лапласа, отримаємо операторне рівняння виду

$$s^2\Delta Y(s) = a_1\Delta\Sigma_{\Pi}(s), \quad (4.2)$$

де  $s$  – змінна перетворення Лапласа;

$\Delta Y(s)$  – зображення змінної  $\Delta v$ ;

$\Delta\Sigma_{\Pi}(s)$  – зображення відхилення керма поздовжнього керування  $\Delta\sigma_{\Pi}$ .

Передавальна функція, що описує цей процес, буде такою:

$$W_1(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta\Sigma_{\Pi}(s)} = \frac{a_1}{s^2}, \quad (4.3)$$

що відповідає інтегруючій ланці другого порядку. Як відомо, інтегруючі ланки описують нестійкі перехідні процеси. Таким чином, ударостійкий апарат являє собою аперіодично нестійкий об'єкт керування каналом тангажу, оскільки

характеристичне рівняння  $s^2 = 0$  справедливе при нульових значеннях коренів  $s_1 = s_2 = 0$ .

Розглянемо вплив керуючих та збурних діянь у бічній площині на відхилення кута рискання за допомогою рівнянь, отриманих у результаті лінеаризації:

$$\begin{aligned}\Delta\ddot{\psi} &= a_2(\Delta\dot{q}_1 + \Delta\dot{q}_2) + a_3\Delta\sigma_B; \\ \Delta\ddot{\epsilon}_1 &= a_6\Delta\dot{q}_1 + a_7\Delta M_{c1}; \\ \Delta\ddot{\epsilon}_2 &= a_8\Delta\dot{q}_2 + a_9\Delta M_{c2}; \\ \Delta\ddot{q}_1 &= a_{10}\Delta\dot{q}_1 + a_{11}\Delta u_1 + a_{12}\Delta\phi_1; \\ \Delta\ddot{q}_2 &= a_{13}\Delta\dot{q}_2 + a_{14}\Delta u_2 + a_{15}\Delta\phi_2.\end{aligned}\tag{4.4}$$

Відповідно до принципу суперпозиції, розглянемо вплив першого електродвигуна на відхилення кута рискання, тоді

$$\begin{aligned}\Delta\ddot{\psi}_1 &= a_2\Delta\dot{q}_1 + a_3\Delta\sigma_B; \\ \Delta\ddot{\epsilon}_1 &= a_6\Delta\dot{q}_1 + a_7\Delta M_{c1}; \\ \Delta\ddot{q}_1 &= a_{10}\Delta\dot{q}_1 + a_{11}\Delta u_1 + a_{12}\Delta\epsilon_1.\end{aligned}\tag{4.5}$$

Для зменшення кількості рівнянь виразимо з другого рівняння  $\Delta\dot{q}_1$  та підставимо у перше та третє рівняння. Після відповідних перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned}\Delta\ddot{\psi}_1 &= \frac{a_2}{a_6}\Delta\dot{\omega}_1 - \frac{a_2a_7}{a_6}\Delta M_{c1} + a_3\Delta\sigma_B; \\ \Delta\ddot{\omega}_1 &= a_{10}\Delta\dot{\omega}_1 + a_7\Delta\dot{M}_{c1} - a_{10}a_7\Delta M_{c1} + a_6a_{11}\Delta u_1 + a_6a_{12}\Delta\omega_1,\end{aligned}\tag{4.6}$$

де  $\Delta\omega_1 = \Delta\epsilon_1$ .

З цих двох рівнянь за допомогою перетворень Лапласа сформуємо такі передавальні функції [12]:

$$W_2(s) = \frac{\Delta\Psi'_1(s)}{\Delta\Omega_1(s)} = \frac{a_2s}{a_6s^2}; \quad W_3(s) = \frac{\Delta\Psi''_1(s)}{\Delta M_{c1}(s)} = -\frac{a_2a_7}{a_6s^2};\tag{4.7}$$

$$W_4(s) = \frac{\Delta\Psi_1'''(s)}{\Delta\Sigma_B(s)} = \frac{a_3}{s^2}; \quad W_5(s) = \frac{\Delta\Omega_1'(s)}{\Delta M_{c1}(s)} = \frac{a_7s - a_{10}a_7}{s^2 - a_{10}s - a_6a_{12}}; \quad (4.8)$$

$$W_6(s) = \frac{\Delta\Omega_1''(s)}{\Delta U_1(s)} = \frac{a_6a_{11}}{s^2 - a_{10}s - a_6a_{12}}. \quad (4.9)$$

Отримані передавальні функції описують вплив зображень керуючого впливу  $\Delta U_1(s)$ , відхилення керма  $\Delta\Sigma_B(s)$  і збурного впливу  $\Delta M_{c1}(s)$  на зображення відхилення кута рискання  $\Delta\Psi_1(s)$ .

Передавальні функції дозволяють скласти графічну модель взаємозв'язку зображень у формі структурної схеми (рис. 4.1) [13].

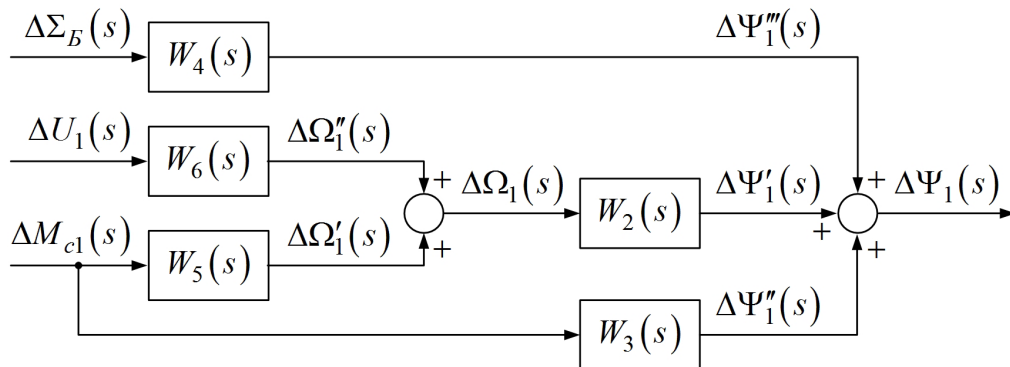


Рисунок 4.1 – Структурна схема каналу рискання ударостійкого апарата для першого електродвигуна

Вплив другого електродвигуна на відхилення кута рискання описується наступними рівняннями:

$$\begin{aligned} \Delta\ddot{\Psi}_2 &= a_2\Delta\dot{q}_2 + a_3\Delta\sigma_B; \\ \Delta\ddot{\epsilon}_2 &= a_8\Delta\dot{q}_2 + a_9\Delta M_{c2}; \\ \Delta\dot{q}_2 &= a_{13}\Delta\dot{q}_2 + a_{14}\Delta u_2 + a_{15}\Delta\dot{\epsilon}_2. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Після відповідних перетворень, пов'язаних з виключенням змінної  $\Delta q_2$  з цих виразів, отримаємо наступні рівняння:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\Psi}_2 &= \frac{a_2}{a_8}\Delta\dot{\omega}_2 - \frac{a_2a_9}{a_8}\Delta M_{c2} + a_3\Delta\sigma_B; \\ \Delta\dot{\omega}_2 &= a_{13}\Delta\dot{\omega}_2 + a_9\Delta\dot{M}_{c2} - a_{13}a_9\Delta M_{c2} + a_8a_{14}\Delta u_2 + a_8a_{15}\Delta\dot{\omega}_2, \end{aligned} \quad (4.11)$$



де  $\Delta\omega_2 = \Delta\dot{\epsilon}_2$ .

За допомогою перетворень Лапласа отримаємо такі передавальні функції:

$$\begin{aligned}
 W_7(s) &= \frac{\Delta\Psi'_2(s)}{\Delta\Omega_2(s)} = \frac{a_2s}{a_8s^2}; \quad W_8(s) = \frac{\Delta\Psi''_2(s)}{\Delta M_{c2}(s)} = -\frac{a_2a_9}{a_8s^2}; \\
 W_9(s) &= \frac{\Delta\Psi'''_2(s)}{\Delta\Sigma_B(s)} = \frac{a_3}{s^2}; \quad W_{10}(s) = \frac{\Delta\Omega'_2(s)}{\Delta M_{c2}(s)} = \frac{a_9s - a_{13}a_9}{s^2 - a_{13}s - a_8a_{15}}; \\
 W_{11}(s) &= \frac{\Delta\Omega''_2(s)}{\Delta U_2(s)} = \frac{a_8a_{14}}{s^2 - a_{13}s - a_8a_{15}}.
 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Зв'язок отриманих передавальних функцій представимо за допомогою графічної структурної схеми (рис. 4.2).

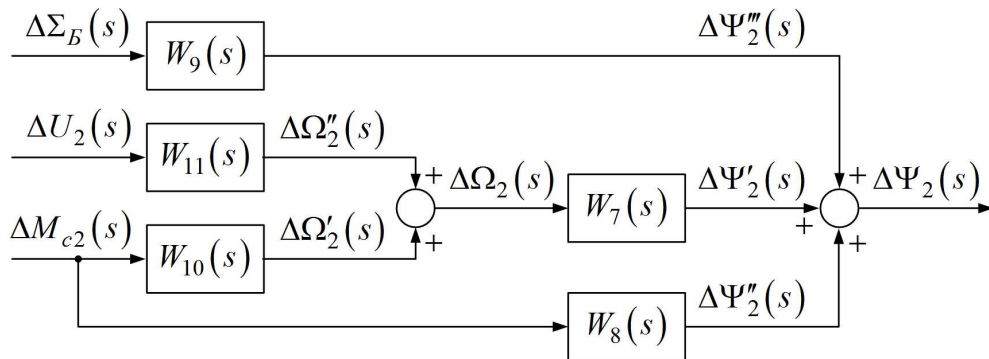


Рисунок 4.2 – Структурна схема каналу riskання ударостійкого апарата для другого електродвигуна

За допомогою структурних схем (рис. 4.1, рис. 4.2) можна тепер представити об'єкт автоматичного керування каналом riskання таким чином (рис. 4.3).

Далі розглянемо вплив керуючих та збурних діянь у бічній площині на відхилення кута крену за допомогою рівнянь, отриманих у результаті лінеаризації:

$$\begin{aligned}
 \Delta\ddot{\gamma} &= a_4(\Delta\dot{q}_1 + \Delta\dot{q}_2) + a_5\Delta\sigma_B; \\
 \Delta\ddot{\epsilon}_1 &= a_6\Delta\dot{q}_1 + a_7\Delta M_{c1}; \\
 \Delta\ddot{\epsilon}_2 &= a_8\Delta\dot{q}_2 + a_9\Delta M_{c2}; \\
 \Delta\ddot{q}_1 &= a_{10}\Delta\dot{q}_1 + a_{11}\Delta u_1 + a_{12}\Delta\dot{\phi}_1; \\
 \Delta\ddot{q}_2 &= a_{13}\Delta\dot{q}_2 + a_{14}\Delta u_2 + a_{15}\Delta\dot{\phi}_2.
 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Відповідно до принципу суперпозиції, розглянемо вплив першого електродвигуна на відхилення кута крену, тоді

$$\Delta \ddot{\gamma}_1 = a_4 \Delta \dot{q}_1 + a_5 \Delta \sigma_B; \quad \Delta \ddot{\epsilon}_1 = a_6 \Delta \dot{q}_1 + a_7 \Delta M_{c1}; \quad (4.14)$$

$$\Delta \ddot{q}_1 = a_{10} \Delta \dot{q}_1 + a_{11} \Delta u_1 + a_{12} \Delta \dot{\epsilon}_1. \quad (4.15)$$

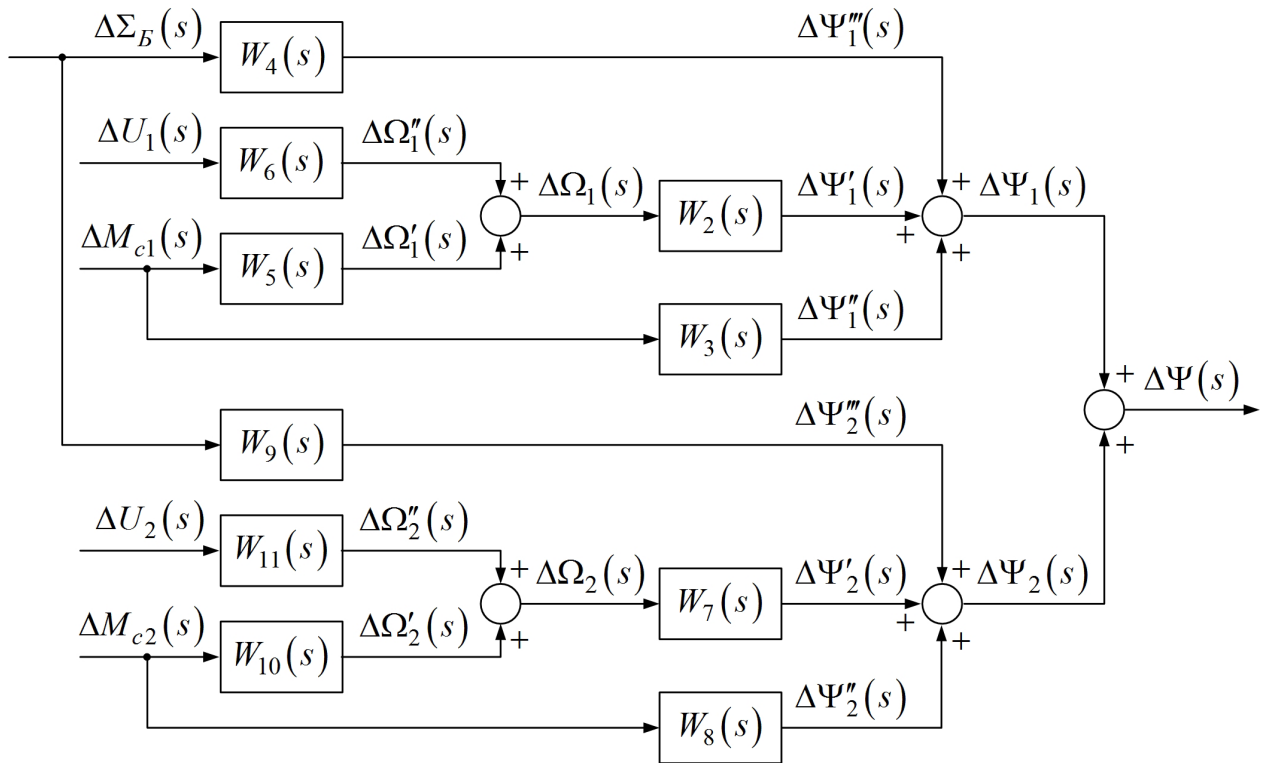


Рисунок 4.3 – Структурна схема об'єкта керування в каналі ризику

Для зменшення кількості рівнянь виразимо з другого рівняння  $\Delta \dot{q}_1$  та підставимо у перше та третє рівняння. Після відповідних перетворень отримаємо:

$$\Delta \ddot{\gamma}_1 = \frac{a_4}{a_6} \Delta \dot{\omega}_1 - \frac{a_4 a_7}{a_6} \Delta M_{c1} + a_5 \Delta \sigma_B; \quad (4.16)$$

$$\Delta \ddot{\omega}_1 = a_{10} \Delta \dot{\omega}_1 + a_7 \Delta \dot{M}_{c1} - a_{10} a_7 \Delta M_{c1} + a_6 a_{11} \Delta u_1 + a_6 a_{12} \Delta \omega_1.$$

З цих двох рівнянь за допомогою перетворень Лапласа сформуємо такі передавальні функції:

$$\begin{aligned}
 W_{12}(s) &= \frac{\Delta\Gamma_1'(s)}{\Delta\Omega_1(s)} = \frac{a_4s}{a_6s^2}; \quad W_{13}(s) = \frac{\Delta\Gamma_1''(s)}{\Delta M_{c1}(s)} = -\frac{a_4a_7}{a_6s^2}; \\
 W_{14}(s) &= \frac{\Delta\Gamma_1'''(s)}{\Delta\Sigma_B(s)} = \frac{a_5}{s^2}; \quad W_{15}(s) = \frac{\Delta\Omega_1'(s)}{\Delta M_{c1}(s)} = \frac{a_7s - a_{10}a_7}{s^2 - a_{10}s - a_6a_{12}}; \\
 W_{16}(s) &= \frac{\Delta\Omega_1''(s)}{\Delta U_1(s)} = \frac{a_6a_{11}}{s^2 - a_{10}s - a_6a_{12}}.
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Отримані передавальні функції описують вплив зображень керуючого впливу  $\Delta U_1(s)$ , відхилення керма  $\Delta\Sigma_B(s)$  і збурного впливу  $\Delta M_{c1}(s)$  на зображення відхилення кута крену  $\Delta\Gamma_1(s)$ .

Передавальні функції дозволяють скласти графічну модель взаємозв'язку зображень у формі структурної схеми (рис. 4.4).

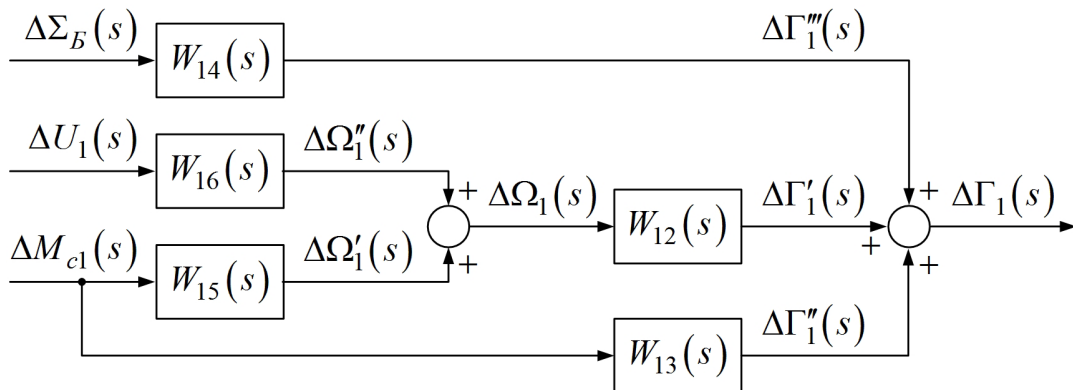


Рисунок 4.4 – Структурна схема каналу крену ударостійкого апарата для першого електродвигуна

Вплив другого електродвигуна на відхилення кута крену описується наступними рівняннями:

$$\begin{aligned}
 \Delta\dot{\gamma}_2 &= a_4\Delta\dot{q}_2 + a_5\Delta\sigma_B; \\
 \Delta\ddot{\epsilon}_2 &= a_8\Delta\dot{q}_2 + a_9\Delta M_{c2}; \\
 \Delta\ddot{q}_2 &= a_{13}\Delta\dot{q}_2 + a_{14}\Delta u_2 + a_{15}\Delta\dot{\epsilon}_2.
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Після відповідних перетворень, пов'язаних з виключенням змінної  $\Delta q_2$  з цих виразів, отримаємо наступні рівняння:

$$\Delta\ddot{\gamma}_2 = \frac{a_4}{a_8} \Delta\dot{\omega}_2 - \frac{a_4 a_9}{a_8} \Delta M_{c2} + a_5 \Delta\sigma_B; \quad (4.19)$$

$$\Delta\ddot{\omega}_2 = a_{13} \Delta\dot{\omega}_2 + a_9 \Delta\dot{M}_{c2} - a_{13} a_9 \Delta M_{c2} + a_8 a_{14} \Delta u_2 + a_8 a_{15} \Delta\omega_2.$$

За допомогою перетворень Лапласа отримаємо такі передавальні функції:

$$W_{17}(s) = \frac{\Delta\Gamma'_2(s)}{\Delta\Omega_2(s)} = \frac{a_2 s}{a_8 s^2}; \quad W_{18}(s) = \frac{\Delta\Gamma''_2(s)}{\Delta M_{c2}(s)} = -\frac{a_4 a_9}{a_8 s^2}; \quad (4.20)$$

$$W_{19}(s) = \frac{\Delta\Gamma'''_2(s)}{\Delta\Sigma_B(s)} = \frac{a_5}{s^2}; \quad W_{20}(s) = \frac{\Delta\Omega'_2(s)}{\Delta M_{c2}(s)} = \frac{a_9 s - a_{13} a_9}{s^2 - a_{13} s - a_8 a_{15}}; \quad (4.21)$$

$$W_{21}(s) = \frac{\Delta\Omega''_2(s)}{\Delta U_2(s)} = \frac{a_8 a_{14}}{s^2 - a_{13} s - a_8 a_{15}}. \quad (4.22)$$

Зв'язок отриманих передавальних функцій представимо за допомогою графічної структурної схеми (рис. 4.5).

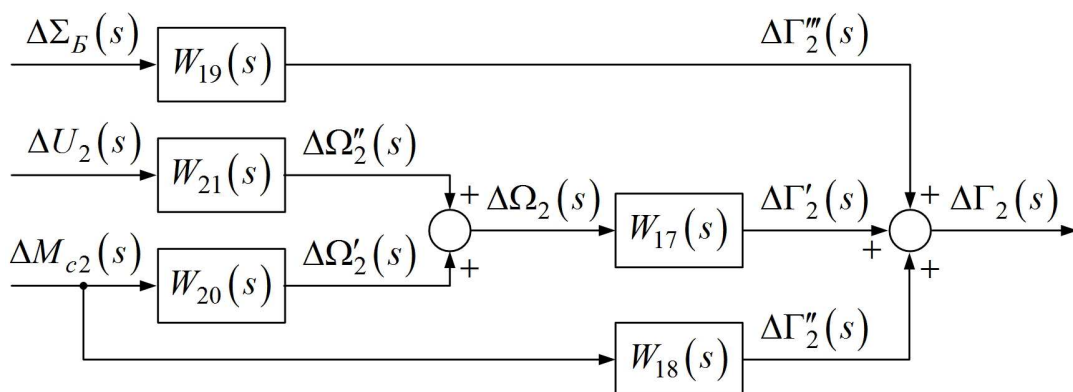


Рисунок 4.5 – Структурна схема каналу крену ударостійкого апарата для другого електродвигуна

За допомогою структурних схем (рис. 4.4, рис. 4.5) можна тепер представити об'єкт автоматичного керування каналом рискання таким чином (рис. 4.6).

Представлені на рис. 4.3, рис. 4.6 структурні схеми дозволяють сформулювати передавальні функції для кожного керуючого впливу  $\Delta U_1(s)$  та  $\Delta U_2(s)$ , для відхилення керма бічного керування  $\Delta\Sigma_B(s)$  та для збурних впливів  $\Delta M_{c1}(s)$  та  $\Delta M_{c2}(s)$ .

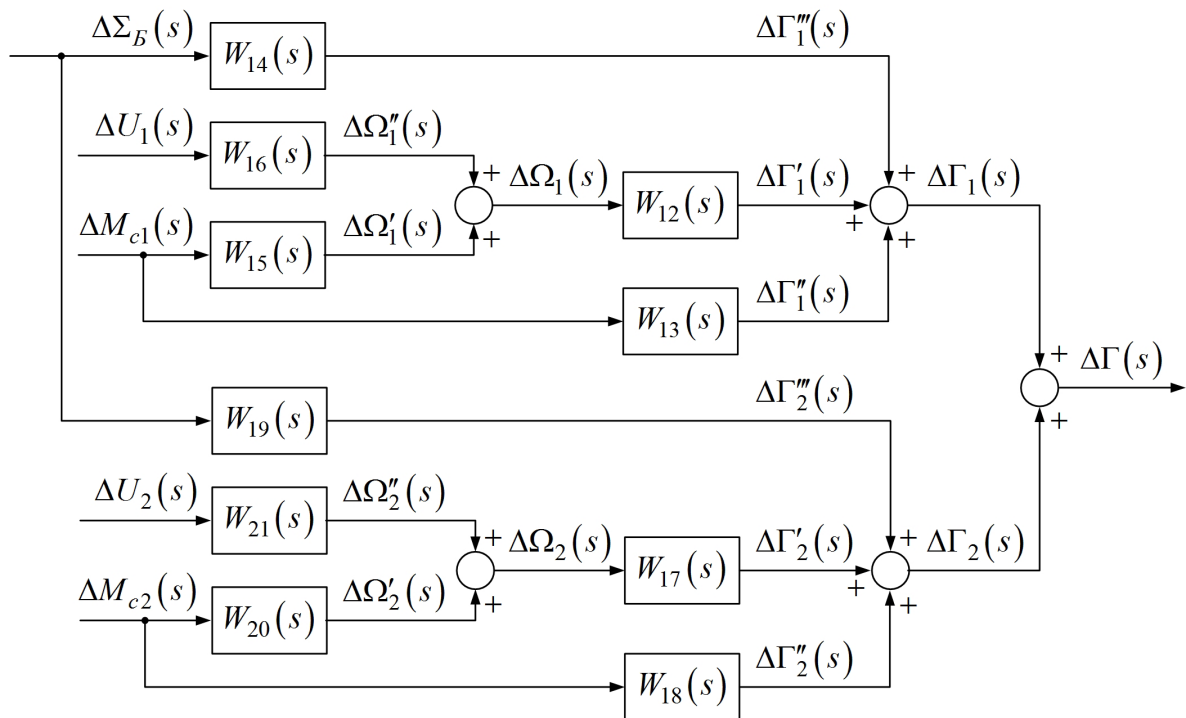


Рисунок 4.6 – Структурна схема об'єкта керування в каналі крену

Згідно зі структурною схемою на рис. 4.3 рух за кутом рискання описується такими передавальними функціями:

1) передавальна функція ЛА за керуючим впливом  $\Delta U_1(s)$

$$W_{\Psi 1}(s) = \frac{\Delta \Psi_1(s)}{\Delta U_1(s)} = W_6(s)W_2(s) = \frac{a_6 a_{11}}{s^2 - a_{10}s - a_6 a_{12}} \cdot \frac{a_2 s}{a_6 s^2} = \frac{a_2 a_{11} s}{s^2 (s^2 - a_{10}s - a_6 a_{12})}; \quad (4.23)$$

2) передавальна функція ЛА за керуючим впливом  $\Delta U_2(s)$

$$W_{\Psi 2}(s) = \frac{\Delta \Psi(s)}{\Delta U_2(s)} = W_{11}(s)W_7(s) = \frac{a_8 a_{14}}{s^2 - a_{13}s - a_8 a_{15}} \cdot \frac{a_2 s}{a_8 s^2} = \frac{a_2 a_{14} s}{s^2 (s^2 - a_{13}s - a_8 a_{15})}; \quad (4.24)$$

3) передавальна функція ЛА за відхиленням керма бічного керування  $\Delta \Sigma_B(s)$

$$W_{\Psi 3}(s) = \frac{\Delta \Psi(s)}{\Delta \Sigma_B(s)} = W_4(s) + W_9(s) = \frac{a_3}{s^2} + \frac{a_3}{s^2} = \frac{2a_3}{s^2}; \quad (4.25)$$

4) передавальна функція ЛА за збурним впливом  $\Delta M_{c1}(s)$

$$\begin{aligned} W_{\Psi}^{f1}(s) &= \frac{\Delta\Psi(s)}{\Delta M_{c1}(s)} = W_5(s)W_2(s) + W_3(s) = \frac{a_7s - a_{10}a_7}{s^2 - a_{10}s - a_6a_{12}} \cdot \frac{a_2s}{a_6s^2} - \frac{a_2a_7}{a_6s^2} = \\ &= \frac{a_2a_7a_{12}}{s^2(s^2 - a_{10}s - a_6a_{12})}; \end{aligned} \quad (4.26)$$

5) передавальна функція ЛА за збурним впливом  $\Delta M_{c2}(s)$

$$\begin{aligned} W_{\Psi}^{f2}(s) &= \frac{\Delta\Psi(s)}{\Delta M_{c2}(s)} = W_{10}(s)W_7(s) + W_8(s) = \frac{a_9s - a_{13}a_9}{s^2 - a_{13}s - a_8a_{15}} \cdot \frac{a_2s}{a_8s^2} - \frac{a_2a_9}{a_8s^2} = \\ &= \frac{a_2a_9a_{15}}{s^2(s^2 - a_{13}s - a_8a_{15})}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Аналогічно за структурною схемою на рис. 4.6 рух за кутом крену описується такими передавальними функціями:

1) передавальна функція ЛА за керуючим впливом  $\Delta U_1(s)$

$$W_{\gamma1}(s) = \frac{\Delta\Gamma(s)}{\Delta U_1(s)} = W_{16}(s)W_{12}(s) = \frac{a_6a_{11}}{s^2 - a_{10}s - a_6a_{12}} \cdot \frac{a_4s}{a_6s^2} = \frac{a_4a_{11}s}{s^2(s^2 - a_{10}s - a_6a_{12})}; \quad (4.28)$$

2) передавальна функція ЛА за керуючим впливом  $\Delta U_2(s)$

$$W_{\gamma2}(s) = \frac{\Delta\Gamma(s)}{\Delta U_2(s)} = W_{21}(s)W_{17}(s) = \frac{a_8a_{14}}{s^2 - a_{13}s - a_8a_{15}} \cdot \frac{a_2s}{a_8s^2} = \frac{a_2a_{14}s}{s^2(s^2 - a_{13}s - a_8a_{15})}; \quad (4.29)$$

3) передавальна функція ЛА за відхиленням керма бічного керування  $\Delta\Sigma_B(s)$

$$W_{\gamma^3}(s) = \frac{\Delta\Gamma(s)}{\Delta\Sigma_B(s)} = W_{14}(s) + W_{19}(s) = \frac{a_5}{s^2} + \frac{a_5}{s^2} = \frac{2a_5}{s^2}; \quad (4.30)$$

4) передавальна функція ЛА за збурним впливом  $\Delta M_{c1}(s)$

$$\begin{aligned} W_{\gamma^{f1}}(s) &= \frac{\Delta\Gamma(s)}{\Delta M_{c1}(s)} = W_5(s)W_2(s) + W_3(s) = \frac{a_7s - a_{10}a_7}{s^2 - a_{10}s - a_6a_{12}} \cdot \frac{a_4s}{a_6s^2} - \frac{a_4a_7}{a_6s^2} = \\ &= \frac{a_4a_7a_{12}}{s^2(s^2 - a_{10}s - a_6a_{12})}; \end{aligned} \quad (4.31)$$

5) передавальна функція ЛА за збурним впливом  $\Delta M_{c2}(s)$

$$\begin{aligned} W_{\gamma^{f2}}(s) &= \frac{\Delta\Gamma(s)}{\Delta M_{c2}(s)} = W_{20}(s)W_{17}(s) + W_{18}(s) = \frac{a_9s - a_{13}a_9}{s^2 - a_{13}s - a_8a_{15}} \cdot \frac{a_2s}{a_8s^2} - \frac{a_4a_9}{a_8s^2} = \\ &= \frac{a_4a_9a_{15}}{s^2(s^2 - a_{13}s - a_8a_{15})}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

За допомогою отриманих передавальних функцій оцінюються динамічні властивості об'єкта керування у каналах рискання та крену.

#### 4.2 Дослідження стійкості кутових рухів ударостійкого апарату в частотній області

Передавальні функції літального апарату в обертальному русі за кутами рискання і крену (4.23)–(4.32) дозволяють виконати аналіз умов стійкості класу ударостійких БПЛА за керуючими впливами  $\Delta U_1(s)$  та  $\Delta U_2(s)$ , відхиленням керма бічного керування  $\Delta\Sigma_B(s)$  та збурними впливами  $\Delta M_{c1}(s)$  та  $\Delta M_{c2}(s)$ .

Рівняння (4.23)–(4.32) мають ідентичну структуру, що пояснюється наявністю в конструкції БПЛА принаймі однієї площини симетрії. Передавальні функції (4.25), (4.30) характеризують динамічні властивості ЛА за кутами рискання та крену у часових процесах, що зумовлені відхиленням керма бічного

керування  $\Delta\Sigma_B(s)$ . Структура рівнянь (4.25), (4.30) відповідає інтегруючій ланці другого порядку, так само, як рівняння (4.3) обертального руху у каналі тангажа. Тобто, ударостійкий апарат являє собою аперіодично нестійкий об'єкт керування каналами тангажу, рискання та крену за відхиленням керма бічного керування  $\Delta\Sigma_B(s)$ , оскільки характеристичне рівняння  $s^2 = 0$  справедливе при нульових значеннях коренів  $s_1 = s_2 = 0$ .

Для аналізу умов стійкості перехідних процесів рискання та крену за керуючими впливами  $\Delta U_1(s)$ ,  $\Delta U_2(s)$  та збурними впливами  $\Delta M_{c1}(s)$ ,  $\Delta M_{c2}(s)$  розглянемо характеристичні рівняння відповідних передавальних функцій. Характеристичні рівняння передавальних функцій (4.23), (4.26), (4.28), (4.31), що відповідають впливу режимних параметрів першого електродвигуна на кути рискання і крену мають єдину структуру. Уведемо для цієї структури наступне позначення

$$A_1(s) = s^2(s^2 - a_{10}s - a_6a_{12}). \quad (4.33)$$

Відповідно характеристичні рівняння передавальних функцій (4.24), (4.27), (4.29), (4.32) відображають вплив режимних параметрів другого електродвигуна на кути рискання і крену. Уведемо для цієї структури наступне позначення

$$A_2(s) = s^2(s^2 - a_{13}s - a_8a_{15}). \quad (4.34)$$

Для більш детального розгляду виразимо коефіцієнти рівнянь (4.33), (4.34) через параметри БПЛА, використавши рівняння (2.81), (2.82), (2.86)–(2.89):

$$a_6 = \frac{\kappa_m}{I_{p1}}; a_{10} = -\frac{R_{я1}}{L_{я1}}; a_{12} = -\frac{\kappa_e}{L_{я1}}; a_8 = \frac{\kappa_m}{I_{p2}}; a_{13} = -\frac{R_{я2}}{L_{я2}}; a_{15} = -\frac{\kappa_e}{L_{я2}}. \quad (4.35)$$

Після підстановки (4.35) у рівнянь (4.33), (4.34) отримуємо



$$A_1(s) = s^2 \left( s^2 + \frac{R_{я1}}{L_{я1}} s + \frac{\kappa_m \kappa_e}{I_{p1} L_{я1}} \right); \quad A_2(s) = s^2 \left( s^2 + \frac{R_{я2}}{L_{я2}} s + \frac{\kappa_m \kappa_e}{I_{p2} L_{я2}} \right). \quad (4.36)$$

Вирази (4.36) відрізняються лише значеннями параметрів першого та другого електродвигунів, тому для подальшого аналізу запишемо узагальнене характеристичне рівняння, опустивши індекси:

$$A_2(s) = s^2 \left( s^2 + \frac{R_{я}}{L_{я}} s + \frac{\kappa_m \kappa_e}{I_p L_{я}} \right) = s^4 + \frac{R_{я}}{L_{я}} s^3 + \frac{\kappa_m \kappa_e}{I_p L_{я}} s^2. \quad (4.37)$$

Згідно критерію стійкості Гурвиця [14] необхідними умовами стійкості є позитивність коефіцієнтів характеристичного рівняння. Оскільки конструктивно  $\frac{R_{я}}{L_{я}} > 0$  і  $\frac{\kappa_m \kappa_e}{I_p L_{я}} > 0$ , то за наявності двох нульових коефіцієнтів необхідні умови стійкості не виконуються. Знайдемо корені характеристичного рівняння (4.37):

$$s_1 = 0; \quad s_2 = 0; \quad s_3 = -\frac{R_{я}}{2L_{я}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{R_{я}}{L_{я}} \right)^2 - \frac{4\kappa_m \kappa_e}{I_p L_{я}}}; \quad s_4 = -\frac{R_{я}}{2L_{я}} - \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{R_{я}}{L_{я}} \right)^2 - \frac{4\kappa_m \kappa_e}{I_p L_{я}}}. \quad (4.38)$$

Знайдені корені (4.38) показують, що динамічні властивості БПЛА по рисканню та крену, що зумовлені дією першого та другого електродвигунів, відповідають інтегруючій ланці другого порядку з коливальною, або аперіодичною складовою, що визначається технічними характеристиками електродвигунів.

Таким чином, ударостійкий БПЛА у каналах тангажу, рискання та крену має одну характерну рису, а саме знаходження на аперіодичній межі стійкості, що пояснюється наявністю у характеристичних рівняннях усіх передавальних функцій нульових коренів. Динамічні властивості об'єкту керування за керуючими впливами  $\Delta U_1(s)$ ,  $\Delta U_2(s)$  та збурними впливами  $\Delta M_{c1}(s)$ ,  $\Delta M_{c2}(s)$  зумовлені, крім того динамічними властивостями першого та другого електродвигунів.

## 5 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

### 5.1 Підключення та тестування контролера Ardupilot Mega 2.6

Тестування контролера містить у собі проведення контролю працездатності, а саме прийом, обробку й передачу даних. Наступним етапом є зняття статичних характеристик електродвигунів EMAX BL 2215/20 1200KV.

Перш за все потрібно взяти контролер та уважно оглянути його. При цьому приділити увагу цілісності елементів, якості пайки та наявності забруднень, які необхідно усунути дуже обережно, щоб не ушкодити чутливі елементи датчиків, наприклад барометра (під час очищення краще заклеїти ізолентою).

Після закінчення огляду плати необхідно перевірити її працездатність, для чого встановити на комп'ютері програмне забезпечення Mission Planner для Ardupilot Mega 2.6.

На даному етапі потрібно уникати використання сторонніх пристроїв, таких як GPS, регулятори кутової швидкості, альтернативні джерела живлення. Поки що треба лише перевірити працездатність плати, для чого використаємо контролер і microUSB кабель.



Рисунок 5.1 – Підключення кабелю micro-USB

Підключаємо контролер до комп'ютера та чекаємо завершення установки драйвера. Цей процес зазвичай проходить у штатному режимі. Але, якщо з будь-якої причини драйвер не встановився, необхідно вказати шлях пошуку драйвера у вкладинці зі встановленим Mission Planner вручну.

Далі запускаємо Mission Planner, у верхньому правому куті перевіряємо номер порту, який задіяний контролером. У кожного порту свій номер, і визначити його можна у диспетчері пристроїв. Потім тиснемо на «CONNECT» і чекаємо з'єднання.



Рисунок 5.2 – Вибір порту

Після успішного підключення слідкуємо за інформацією на екрані (цифри й зображення, які відображаються у вікні Mission Planner «Flight Data») [11]. Переконаємося, що здійснюється відхилення за креном, тангажем, слідкуємо за поворотом компасу. При відключенні там, де натискали «CONNECT», тепер є напис «DISCONNECT». Контролер справий.

Потім необхідно виконати більш детальну перевірку датчиків, що встановлені на платі контролера – гіроскопу і акселерометра. Для цього підключаємо контролер до комп'ютера та запускаємо програму Mission Planner. Встановлюємо з'єднання, тиснемо «CONNECT».

Наступний етап: у вікні програми Mission Planner на вкладці «Flight Data» шукаємо команду «Дії», потім «Перегляд сенсорів». У вікні отримаємо часові діаграми, що відображають роботу датчиків.

При повороті контролера можна спостерігати короткочасне відхилення значень і потім повернення значень до нуля (рис. 5.3).



Рисунок 5.3 – Реакція гіроскопу

Отримана зміна значень зберігається, поки знову не буде виконано поворот контролера (рис. 5.4).



Рисунок 5.4 – Реакція акселерометра

Повертаємося до вікна «Flight Data» і слідкуємо за роботою електронного компаса. На даному етапі показання компаса можуть бути неправильні (у подальшому необхідно провести калібрування), поки що важливі приблизні показання, які означають, що компас працює (рис. 5.5).



Рисунок 5.5 – Показання компасу

При повороті контролера можна побачити зміну положення в градусах (0 – північ). Правильніше оцінити роботу компаса через термінал. Підключаємося до терміналу (після включення плати потрібно швидко натиснути кнопку «CONNECT» у вікні терміналу), набираємо команду «TEST», далі набираємо команду «COMPASS» та очікуємо на ініціалізацію гіроскопа (у нерухомому стані плати). Далі обертаємо плату на 360° і приблизно оцінюємо показання (рис. 5.6).

```

Mission Planner 1.2.99 build 1.1.5197.12871
FLIGHT DATA FLIGHT PLAN INITIAL SETUP CONFIG/TUNING SIMULATION TERMINAL HELP DONATE
APM Connect
Показать настройки Настр. Радио Тесты Скачать Лог Смотреть Лог

Init ArduCopter V3.1-rc5
Free RAM: 1717
FW Ver: 120
-----
load_all took 1981us
ArduCopter V3.1-rc5]
ArduCopter V3.1-rc5]
ArduCopter V3.1-rc5]
ArduCopter V3.1-rc5] ?
Commands:
  logs
  setup
  test
  reboot
  help
ArduCopter V3.1-rc5] test
test] compass
Compass
-----
enabled
Mag Dec: 0.0000
Mag off: 0.0000, 0.0000, 0.0000
Motor Comp: Off

Init Gyro**Hit Enter to exit.

Heading: 16, XYZ: 154, -47, 402,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 16, XYZ: 157, -48, 402,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 16, XYZ: 159, -48, 402,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 16, XYZ: 152, -45, 401,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 15, XYZ: 148, -42, 404, XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 15, XYZ: 146, -41, 403,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 15, XYZ: 145, -40, 403,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 9, XYZ: 156, -16, 402,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 354, XYZ: 187, -15, 395,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 353, XYZ: 198, -21, 393,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 6, XYZ: 149, -42, 406,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 20, XYZ: 110, -71, 407,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 30, XYZ: 89, -85, 404,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 33, XYZ: 80, -75, 407,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 32, XYZ: 68, -81, 402,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 28, XYZ: 99, -97, 400,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 22, XYZ: 102, -88, 400,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 18, XYZ: 127, -87, 399,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 15, XYZ: 140, -87, 399,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 8, XYZ: 154, -60, 400,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 4, XYZ: 173, -57, 398,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 0, XYZ: 190, -49, 393,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 358, XYZ: 187, -50, 393,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 5, XYZ: 162, -71, 397,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00
Heading: 13, XYZ: 132, -56, 402,XYZoff: 0.00, 0.00, 0.00

```

Рисунок 5.6 – Перевірка працездатності компасу

## 5.2 Тестування двигунів EMAX BL 2215/20 1200KV

Для ударостійкого БПЛА було використано два електродвигуни однієї моделі (рис.6.7). За для підрахунку кількості обертів використовується оптичний вимірювач кутової швидкості.

При отриманні характеристик електродвигунів та регуляторів ходу використано простий скетч, який складається з калібрувальної частини і поступового збільшення значення сигналу керування для регуляторів.





Рисунок 5.7 – Двигун EMAX BL 2215/20 1200KV

Проведено декілька тестів електродвигунів з гвинтами, отримані результати у вигляді статичних характеристик показано в табл. 5.1.

Таблиця 5.1 – Значення статичних характеристик електродвигунів

ШІМ	Кількість обертів за хвилину	
	ЕД 1	ЕД 2
900	2990	3202
1000	5692	5713
1100	7321	7401
1200	8844	8813
1300	10017	10102
1400	11012	11001
1500	11673	11613
1600	12399	12420
1700	13189	13265
1800	14266	14341
1900	15278	15456
2000	16280	16322

Таким чином, було проведено тестування елементів системи керування польотом. Було проведено тестування контролера АРМ 2.6 та двигунів EMAX BL 2215/20 1200KV. При тестуванні контролера проведено контроль працездатності, знято статичні характеристики електродвигунів. Аналізуючи результати, встановлено, що всі елементи працездатні та готові до роботи.

## 6 ЕКОНОМІЧНА ЧАСТИНА

### 6.1 Мета економічного розділу

Ударостійкі безпілотні літальні апарати у кардановому підвісі із захисною пружною оболонкою є новим класом БПЛА, що призначені для польотів в обмеженому просторі з можливістю ударних зіткнень з перешкодами. Подібні апарати можуть застосовуватися при обстеженні складних конструкцій, скануванні місцевості, моніторингу невеликих територій, при панорамній зйомці та виявленні противника і т.ін.

Основною перевагою ударостійких БПЛА порівняно з іншими класами апаратів є можливість забезпечення стійкого польоту при зіткненні з твердою поверхнею. Така можливість пояснюється особливостями конструкції БПЛА, серед яких можна виділити наявність чотирьох елементів, що можуть вільно обертатися відносно одна одної. Крім того, пружна захисна оболонка, що захищає літальний апарат від ушкоджень.

Такі особливості конструкції ударостійких БПЛА призводять до ускладнень, пов'язаних з розробкою та виготовленням. Тому метою завдань економічної частини є встановлення прийнятної ціни продажу подібних апаратів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

- 1) розрахувати трудомісткість виконання робіт;
- 2) скласти кошториси витрат на розробку додатку;
- 3) провести розрахунок заробітної плати, визначити вартість додатку та розрахувати очікуваний прибуток від реалізації системи.

### 6.2 Опис створюваного БПЛА

Розроблюваний продукт призначений для маневреного пересування в середовищі у найкоротший термін, доставки вантажів, зчитування параметрів середовища в якому знаходяться БПЛА, перельоту з мінімальними затратами часу, досягання поставленої мети дістатися кінцевого пункту в коротший час без врахування втручання людини у процеси керування безпілотним літальним апаратом.

Новим напрямком у сучасному авіамоделізмі є побудова мультикоптерів або дронів – безпілотних літальних апаратів (БПЛА) з парною кількістю роторів, що обертаються діагонально в протилежних напрямках. На сьогодні одним з напрямків є створення невеликого безпілотного ударостійкого апарата. Під час польоту БПЛА на апарат постійно діє сила тяжіння, якій протидіє підйомна сила, створювана гвинтами. Якщо всі двигуни видають однакову тягу, то БПЛА буде зберігати горизонтальну орієнтацію відносно поверхні.

Для того, щоб ефективно керувати ударостійким БПЛА у польоті необхідно: мати можливість визначення, в якому стані знаходиться система; мати можливість надавати керуючий вплив на систему; знати, в якому стані буде підтримуватися система. Для визначення стану системи використовують різні вимірювачі, що забезпечують зворотний зв'язок. Керуючий вплив надають за допомогою зміни швидкості обертання двигунів та відхилення кермів поздовжнього та бічного керування.

Важливість розробки полягає у розробці та дослідженні управлінських моделей БПЛА у кардановому підвісі.

### 6.3 Розрахунок собівартості БПЛА

Було визначено, що для ведення всього проекту в цілому і керівництва ходом робіт необхідна посада керівника, для проектування системи, її подальшого налагодження та уведення в експлуатацію необхідна участь розробника та монтажника основних компонентів, вузлів керування БПЛА.

Наведемо перелік робіт для розробників програмного продукту. Було встановлено тривалість робіт для кожного із співробітників, а також тривалість роботи над проектом в цілому [15].

#### 6.3.1 Розрахунок собівартості БПЛА за участю виконавців роботи

У табл. 6.1 показані співробітники, які працюють над реалізацією даного проекту, а також їх щоденні та щомісячні посадові оклади. Перелік робіт виконуваних співробітниками і їх тривалість наведена в табл. 6.2 і становить 22 робочих дні на місяць. Проведемо розрахунки с урахуванням рівня фахівців, які будуть приймати участь в розробці.



Таблиця 6.1 – Склад виконавців роботи

Посади	Посадові оклади, грн	
	Місячні	Денні
Керівник	12800	581
Конструктор	9800	445
Монтажник	7810	355

Таким чином, денні оклади керівника, конструктора та монтажника складають 581 грн., 445 грн. і 355 грн. відповідно. Результати розрахунків тривалості розробки за видами робіт містяться в табл. 6.2.

Далі необхідно обчислити основну заробітну плату (ОЗП) розробників гексакоптера з урахуванням трудовитрат, кількості виконавців і середньоденна заробітна плата (ЗП). Для цього кількість днів, відпрацьованих окремими виконавцями, необхідно помножити на їх денні оклади:

$$ОЗП = \sum_{i=1}^n N_i ЗП_{срi}, \quad (6.1)$$

де  $N_i$  – кількість днів, відпрацьованих  $i$ -м виконавцем;

$ЗП_{срi}$  – денний оклад  $i$ -го виконавця;

$n$  – кількість виконавців.

Таблиця 6.2 – Розрахунок трудомісткості робіт

Вид робіт	Тривалість, дні	Трудомісткість, роб. дні	Виконавець		
			Трудомісткість керівника, роб. дні	Трудомісткість конструктора, роб. дні	Трудомісткість монтажника, роб. дні
1	2	3	4	5	6
Попередня робота					
Постановка задачі	3	3	+	-	-

Продовження таблиці 6.2

1	2	3	4	5	6
Попередня робота					
Постановка задачі	3	3	+	-	-
1	2	3	4	5	6
Розробка системи керування	2	4	+	+	-
Технічне завдання (ТЗ)					
Розробка ТЗ	3	6	+	+	-
Узгодження та затвердження ТЗ	1	2	+	+	-
Розробка продукту					
Розробка БПЛА	6	6	-	+	-
Розробка програми	17	17	-	+	-
Налаштування	2	2	-	+	+
Тестування	2	2	-	+	+
Впровадження					
Випробування	2	4	+	+	+
Здача в експлуатацію	1	2	+	+	+
Всього	39	48	12	36	10

Додаткова заробітна плата (ДЗП) розраховується за формулою:

$$ДЗП = \frac{20\%ОЗП}{100\%}. \quad (6.2)$$

Таким чином, основна заробітна плата за місяць згідно з формулою (6.1) складає:  $ОЗП = 12 \cdot 581 + 36 \cdot 445 + 10 \cdot 355 = 26542$  грн.

Додаткова заробітна плата відповідно з формулою (6.2) складає:

$$ДЗП = 0,2 \cdot 26542 = 5308,4 \text{ грн.}$$

Далі необхідно розрахувати вартість покупних виробів, необхідних для виготовлення системи, перерахованих в табл. 6.3. Ціни вказані у гривнях.

Таблиця 6.3 – Перелік покупних виробів

№ з/п	Найменування покупних виробів	Тип	Кількість виробів на один прилад	Ціна за одиницю виробу, грн	Сума, грн
1	Мікроконтролер	АРМ 2.6 в корпусі	1	1230	1230
2	МЭМС датчик	MPU6050	1	53	53
3	Приймач	Turnigy 9X 2.4GHz 8Ch	1	3500	3500
4	USBкабель	Mini USB 0.3м	1	30	30
5	Регулятор ходу	30A Markus Hobby, MAR-H30	2	340	680
6	Гвинти	127mm TL300H1	2	0,1	0,2
7	Двигуни	EMAX BL2215/20 1200KV	2	230	460
8	Дроти	JUMPERS-FM-100MM	1 упаковка	26	26
9	Акумулятор	ZOP Power 11.1V 5000мАч 30С	2	1010	2020
10	Стабілізатор напруги	HXT UBEC 5/6v (HOXT-BEC)	1	34	34
11	Перемикач	SS-12F15-EG6	1	8	8
				Разом	8041,2

Визначимо ціну основних засобів згідно з табл. 6.4.

Таблиця 6.4 – Ціна основних засобів

№ з/п	Основні засоби	Ціна за одиницю, грн.	Кількість, шт.	Ціна, грн.
1	2	3	4	5
1	Комп'ютерний стіл	1200	2	2400
2	Стілець	400	2	800
3	Комп'ютер	10 000	1	10000
4	Принтер	1000	1	1000
5	Лампа настільна	250	2	500
6	Паяльна установка	626	1	626
7	Робочій стіл з лещатами	1450	1	1450
8	Всього		16776	

Таким чином, з табл. 6.4 можна побачити, що вартість обладнання становить 16776 грн.

Далі необхідно зробити розрахунок амортизації, яка складає 25 % від основних коштів, для виготовлення 1 зразка по формулі:

$$A_m = \frac{0,25 \cdot OC \cdot D_{роз}}{D_p}, \quad (6.3)$$

де  $OC$  – вартість обладнання;

$D_p$  – кількість робочих днів у році;

$D_{роз}$  – кількість днів для розробки мобільного робота.

Підставивши у (6.3) відповідні значення, отримуємо

$$A_m = \frac{0,25 \cdot 16776 \cdot 39}{12 \cdot 22} = 619,57 \text{ грн.}$$

Розрахунок собівартості і договірної ціни наведено в табл. 6.5.

Таблиця 6.5 – Розрахунок собівартості виробу за статтями

№	Статті	Сума, грн.	Примітки
1	2	3	4
1	Основна заробітна плата (ОЗП)	26542	
2	Додаткова заробітна плата (ДЗП)	5308,4	20% від ОЗП
3	Єдиний соціальний податок	7007,09	22% · (ОЗП+ДЗП)
4	Матеріали й куплені вироби	8041,2	Із табл. 6.3
5	Амортизація	619,57	25% від Сп/ Нднів · Пр
6	Позавиробничі витрати	10616,8	40% від ОЗП
7	Собівартість (С)	58135,06	п.1+п.2+п.3...п.6
8	Прибуток (П)	5813,5	10% від С
9	Ціна без ПДВ	63948,56	П + С
10	НДС	12789,71	20% від ціни без ПДВ
11	Ціна з ПДВ	76738,27	п.9 + п.10

Отримана собівартість складає 58135,06 грн. при обліку роботи розробника. Розробка займає 39 днів. Вважаючи, що розподіл обов'язків в розробці між конструктором та монтажником може значно скоротити час розробки програмного продукту, тому є сенс розрахувати другий варіант собівартості додатку за участю декількох розробників.

#### 6.4 Розрахунок точки безбитковості

При впровадженні у виробництво продукту важливо знати чи стане цей виробничий процес рентабельним і чи буде він приносити бажаний прибуток. Для цього необхідно визначити точку безбитковості (ТБ) і зобразити її графічно.

Для підтвердження стійкості проекту необхідно, щоб значення ТБ було менше значення номінальних обсягів виробництва. Чим далі від них значення ТБ (у відсотковому співвідношенні), тим стійкіше проект. Проект зазвичай визнається стійким.

Точку беззбитковості можна розрахувати за формулою:

$$N_6 = \frac{K}{C - C}, \quad (6.4)$$

де  $K$  – умовно-постійні витрати, приймаємо рівними ціні теми;

$C, C$  – ціна і собівартості одиниці виробу.

Ціна теми визначається за формулою:

$$C_{теми} = C_{теми} + P_{теми}, \quad (6.5)$$

де  $C_{теми}$  – загальний кошторис витрат (собівартості) теми, грн;

$P_{теми}$  – плановий прибуток, що забезпечує рентабельну роботу безпосередніх виконавців теми, грн.

Розрахуємо ціну теми:

$$C_{теми} = 58135,06 + 5813,5 = 63948,56 \text{ грн.}$$

Розрахована ціна є переддоговірною ціною розробника – це мінімально допустима ціна, що враховує кошторис витрат на розробку теми і прибуток, розрахований за установчим коефіцієнтом рентабельності.

При остаточному призначенні ціни теми необхідно врахувати надбавки, пов'язані зі збутом виробу. Податок на додану вартість приймається 20% від вартості об'єкта. Точка беззбитковості дорівнює:

$$N_6 = 63948,56 / (76738,27 - 58135,06) = 3.44 \approx 4 \text{ шт.}$$

Таким чином, показник  $TБ = 4$ . Це означає, що реалізація четвертого приладу забезпечить беззбитковість проекту.

Графічне представлення ТБ показано на рис. 6.1. Графік беззбитковості показує, що при обсязі продажів 4 шт. Дохід від реалізації продукції перевищує загальні витрати, таким чином, в зоні між ними ми отримуємо прибуток.

Були проаналізовані існуючі аналоги, що пропонує ринок аналізу даних.

Конкуентоспроможність розроблюваного зразка підтверджується порівняльними даними інших фірм розробників, та підтверджується собівартістю системи, з урахуванням всіх пунктів розрахунку економічної частини.

У даному розділі був проведений розрахунок двох варіантів собівартості програмного продукту. Виходячи з проведеного аналізу, встановлена собівартість БПЛА складає 58135,06 грн. Розрахунки показали, що для розробки системи краще залучити програміста та монтажника, який виконає основні роботи складання, паяння, збоу готового продукту. Такий підхід дозволить зменшити собівартість розроблюваного безпілотного апарату більш ніж на 26% та зменшити час розробки з 39 днів до 22.

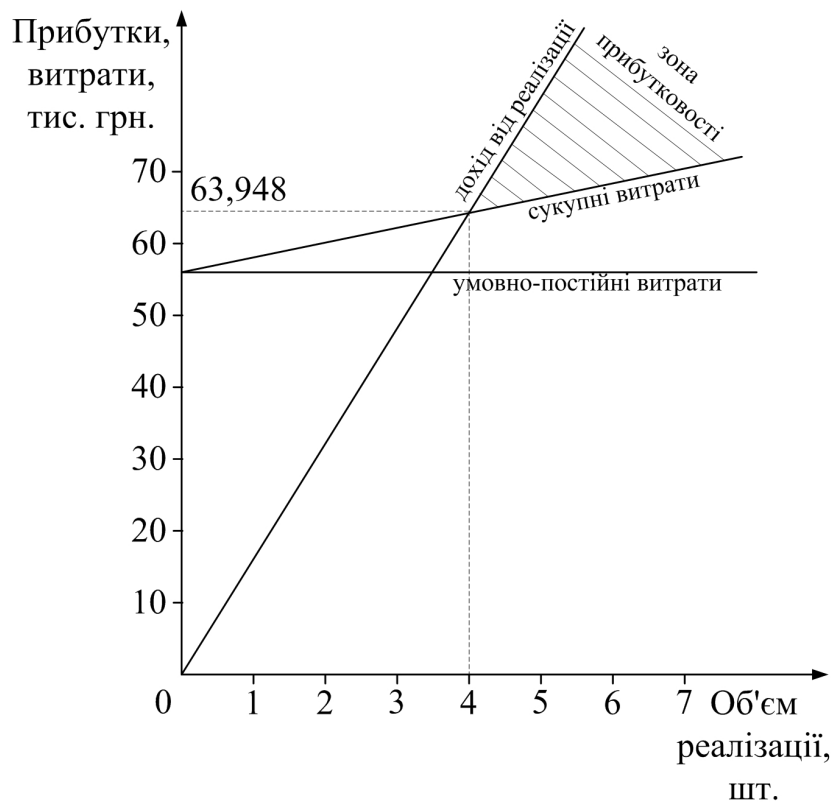


Рисунок 6.1 – Графік беззбитковості

Розрахунок зроблений з урахуванням усіх необхідних трудовитрат, ПДВ, відрахувань до пенсійного фонду, фонду зайнятості і відрахувань на соціальне страхування, накладних витрат. Розроблений продукт має хороші показники якості, високу надійність та довговічність. Даний продукт є вигідним, з точки зору всіх розрахунків, що показує точка беззбитковості. Виходячи з отриманих даних, після чотирьох впроваджень безпілотного літального апарату, розроблювана система вийде на рівень прибутку.

## ВИСНОВКИ

У ході виконання завдань випускної роботи магістра отримано такі результати. Проведено аналіз етапів становлення та розвитку БПЛА.

Показано, що сучасний етап характеризується розширенням функціональних здібностей апаратів орієнтуватися у незнайомих умовах та знаходити раціональні рішення польотних завдань за допомогою методів та засобів штучного інтелекту.

Розглянуто використання класичних принципів автоматичного керування за задавальним діянням, за збурним діянням і за відхиленням для забезпечення працездатності БПЛА. Показано обмежені можливості класичних принципів керування щодо парирования дестабілізуючих діянь.

Сформовано блок-схему раціональної системи керування за діагнозом, що складається із взаємозалежних підсистем об'єкту раціонального керування та пристрою раціонального керування.

Виконано опис устрою та принципу функціонування ударостійкого БПЛА у пружній захисній оболонці, розроблено фізичну модель БПЛА у вигляді кінематичних схем руху. Побудовано, з використанням лагранжевого підходу, нелінійну математичну модель для загального випадку руху БПЛА з урахуванням ударних збурних діянь. Показано, що однозначний опис положення БПЛА потребує задання тринадцяти узагальнених координат.

Отримано, шляхом розвинення нелінійних рівнянь у ряд Тейлора, лінеаризовані диференціальні рівняння математичної моделі руху БПЛА. Отримано, для дослідження функціональних властивостей ЛА, рівняння окремого випадку обертального руху у каналах тангажа, ристання та крену. Досліджено умови стійкості БПЛА у частотній області, показано, що об'єкт керування є аперіодично нестійкою динамічною ланкою з доповненою інерційністю.

У конструкторській частині розглянуто підготовку алгоритмів керування до реалізації на контролері ArdupilotMega2.6. В експериментально-практичній частині проведено тестування контролера та зняття статичних характеристик двигунів. В економічній частині була розрахована вартість створення БПЛА з урахуванням всіх витрат і відрахувань. Об'єкт, розроблений у цьому проекті, є конкурентно здатним.



## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Kulik, A. Progressive tendencies of unmanned aerial vehicle functions intellectualization [Text] / A. Kulik // VI International Scientific Conference “Transport problems”, Silesian University of Technology, 2014. – P. 379–383.
2. Dorf, R. C. Modern Control Systems [Текст] / R. C. Dorf, R. H. Bishop. – 13<sup>th</sup> Edition. – London : Pearson, 2017. – 1032 p.
3. Кулик, А. С. Концепция активной отказоустойчивости спутниковых систем ориентации и стабилизации [Текст] / А. С. Кулик // Радіоелектронні і комп’ютерні системи. – 2009. – № 2 (36). – С. 101–108.
4. Кулик, А. С. Становление и развитие рационального управления объектами в нештатных ситуациях [Текст] / А. С. Кулик // Радіоелектронні і комп’ютерні системи. – 2007. – № 5 (24). – С. 8–15.
5. Лойцянский, Л. Г. Курс теоретической механики: В 2-х томах [Текст]. Т. 2. Динамика. – 6-е изд. перераб. и доп. / Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье. – М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 640 с.
6. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики [Текст]: Учебник для вузов. – 10-е изд., перераб. и доп. / С. М. Тарг. – М. : Высшая школа, 1986. – 416 с.
7. Добронравов, В. В. Курс теоретической механики [Текст]: Учебник для вузов. – 3-е изд. перераб. / В. В. Добронравов, Н. Н. Никитин, А. Л. Дворников. – М. : Высшая школа, 1974. – 528 с.
8. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах [Текст]: Учебное пособие для вузов. В 3-х томах. Т. 2 Динамика. – 8-е изд. перераб. / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1991. – 640 с.
9. ГОСТ 20058-80 Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения [Текст] – М. : Изд-во стандартов, 1980. – 54 с.
10. Пасічник, С. М. Конспект лекцій з курсу «Основи моделювання систем авіоніки» [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://drive.google.com/drive/folders/18G6NILs94mXXFF5eKw1ihFLTWteRThFR>. – 09.12.2022 р.

11. Archived:APM 2.5 and 2.6 Overview [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://ardupilot.org/copter/docs/common-arduino25-and-26-overview.html>. – 09.12.2022 р.

12. Кулик, А. С. Управленческие модели углового движения коромысла с винтовыми электроприводами [Текст] / А. С. Кулик, Е. В. Филиппович, К. Ю. Дергачев, С. Н. Пасичник, Ю. А. Немшилов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2020. – № 3 / 163. – С. 4–14.

13. Кулік, А. С. Конспект лекцій з курсу «Теорія автоматичного керування» [Електронний ресурс] / Режим доступу: [https://drive.google.com/drive/folders/1uSEeqs2-U\\_JC2KRIsdcmJy\\_NtzfWV2](https://drive.google.com/drive/folders/1uSEeqs2-U_JC2KRIsdcmJy_NtzfWV2). – 09.12.2022 р.

14. Дорф, Р. Современные системы управления [Текст] / Р. Дорф, Б. Бишоп. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.

15. Варталян, В. М. Методи ціноутворення: теорія і практикум: навч. посіб. [Текст] / В. М. Варталян, М. А. Голованова, С. М. Мельніков. – Х. : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2010. – 224 с.

## ДОДАТОК А

Таблиця А 1.1 – Патентний пошук

Патент № 1	
№ патенту	65275
Дата	25.11.2011
Автори	Ведерникова Оксана Григорівна; Вінник Ксенія Вікторівна; Кісс Денис Сергійович
Організація	Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»
Країна	Україна
Назва	Відмовостійкий блок вимірювачів параметрів руху мультіроторного літального апарату
Мета винаходу	Підвищення стабільності, а також точності і надійності мультіроторного літального апарату щодо існуючих систем орієнтації і навігації безпілотного мультіроторного літального апарату.
Метод і спосіб досягнення мети	До стандартної комплектації вимірювального блоку був доданий додатковий акселерометр, аналого-цифровий перетворювач, входи якого пов'язані з датчиками кутової швидкості і акселерометром, а вихід підключений до головного вимірювального мікроконтролера, і два розташовані в перпендикулярних площинах, з вбудованим аналого-цифровим перетворювачем і інтерфейсом зв'язку, інтегровані компаси – висотоміри, виходи яких пов'язані з головним вимірювальним мікроконтролером і дублюючим вимірювальним мікроконтролером, які з'єднані з центральним обчислювальним модулем за окремими локальними інформаційним шинам.
Результат	Була підвищена точність, стабільність і надійність мультіроторного літального апарату завдяки можливості самотестування датчиків кутової швидкості з вбудованими датчиками температури і акселерометрів, які вимірюють лінійні прискорення.
Недоліки	До недоліків даної системи керування безпілотним мультіроторним коптером відноситься нестабільність, потреба в нелінійному контролі, зміщення гіроскопических датчиків щодо центру пов'язаної системи координат, що призводить до появи помилок при вирішенні навігаційної задачі.
Патент № 2	
№ патенту	11582

## Продовження таблиці А 1.1

Дата	16.01.2006
Автори	Симонов Володимир Федорович, Бандура Іван Миколайович, Амелін Сергій Вікторович
Організація	Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»
Країна	Україна
Назва	Система стабілізації безпілотного літального апарату
Мета винаходу	Завданням корисної моделі є підвищення якості перехідних процесів, підвищення швидкості, точності керування під час польоту і виконання маневрів.
Метод і спосіб досягнення мети	Рішення поставленого завдання досягається тим, що в систему стабілізації безпілотного літального апарату, що містить порівняльний пристрій, перший суматор, підсилювач, рульовий привід і датчики кута тангажу і кутової швидкості тангажа, відповідно до винаходу введений обчислювач, з'єднаний з виходом першого суматора і входом рульового приводу об'єкта керування і фільтр, з'єднаний з виходом датчика кута тангажу і порівняльний пристроєм. Фільтр, встановлений в колі зворотного зв'язку по куту тангажа і містить послідовно з'єднані компаратор, елемент затримки, тригер, електронний ключ, обмежувач рівня сигналу і третій суматор. Крім того, обчислювач містить послідовно з'єднані блок вибору нелінійності, перший блок керування, другий акумулятор і блок формування керуючих сигналів; між другим виходом блоку вибору нелінійності і другим входом другого суматора підключений другий блок керування.
Результат	Введення в двоконтурну систему аналогового обчислювача і фільтра істотно підвищує якість перехідних процесів, швидкодію системи, точність керування під час польоту і виконання маневрів.
Недоліки	Недоліком цієї системи є те, що керування здійснюється в припущенні того, що швидкість польоту є постійною.
Патент № 3	
№ патенту	29176
Дата	10.01.2008
Автори	Симонов Володимир Федорович, Суботів Анатолій Максимович, Амеліна Ірина Вікторівна.
Організація	Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»

Країна	Україна
Назва	Пристрій для кутової стабілізації безпілотного літального апарату
Мета винаходу	Завданням корисної моделі є забезпечення працездатності системи керування, необхідної точності керування і якості перехідних процесів при наявності відмов перетворювача аналог-код.
Метод і спосіб досягнення мети	Рішення поставленого завдання досягається тим, що до складу пристрою кутовий стабілізації безпілотного літального апарату, що містить датчик відхилення кутового положення літального апарату від програмного значення, перший перетворювач аналог-код, форсуюча ланка, перетворювач код-аналог, рульовий привод органів керування, перший, другий, третій і четвертий блоки інтегрування, перший, другий і третій інвертори, перший і другий блоки виділення знака сигналу, блок визначення функції зрушення і суматор, відповідно до винаходу введені додатково перший, другий, третій електронні ключі, джерело еталонного сигналу, другий перетворювач аналог-код, мультиплексор і мікропроцесор.
Результат	Введення до складу пристрою додатково першого, другого, третього електронного ключів, джерела еталонного сигналу, другого перетворювача аналог-код, мультиплексори і мікропроцесора дозволяє забезпечити відмовостійкість системи керування безпілотним літальним апаратом під час польоту і виконання ним маневрів і наявності відмов перетворювача аналог-код.
Недоліки	Недоліком цього пристрою є те, що не забезпечується парировання можливих відмов перетворювача аналог-код під час польоту і виконання літаком маневрів.
Патент № 4	
№ патенту	2002106771/09
Дата	15.03.2002
Автори	Нікольцев В.А., Коржавин Г.А., Симановский І.В., Подоплєкін Ю.Ф., Войнов Е.А., Горбачов Е.А., Яковлєв В.М., Іванов В.П., Сфремов Г.А., Леонов А.Г.
Організація	Федеральне державне унітарне підприємство "Центральний науково-дослідний інститут" Граніт "
Країна	Росія
Назва	Бортова апаратура систем керування безпілотним літальним апаратом
Мета винаходу	Високоточне наведення БПЛА на меті

Метод і спосіб досягнення мети	Пристрій містить систему керування рухом (СУД) і систему виявлення і самонавігації (СОСН), при цьому СУД містить датчик кутових швидкостей, інерційних блок, ЦВМ, радіовисотомір, пристрій перетворення інформації, підсилювально-перетворювальне пристрій рульових приводів, кермові агрегати, магістраль інформаційного обміну, а СОСН містить ЦВМ, систему електроживлення, пристрій обробки сигналів і керування, приймальний пристрій, антенний пристрій, передавальний пристрій, магістраль інформаційного обміну.
Результат	Технічним результатом є створення комплексу бортових систем керування безпілотним літальним апаратом, що володіє широкими можливостями адаптації до умов польоту і складається помехової обстановці для забезпечення високоточної наведення на ціль.
Недоліки	Пристрій має слабку відмовостійкість
Патент № 5	
№ патенту	2015141137/11
Дата	29.09.2015
Автори	Камальдінова Рауза Абдулхаковна, Петров Андрій Борисович, Пучков Олександр Михайлович, Тацюк Дмитро Григорович, Жданович Надія Павлівна, Тарасов Володимир Ілліч, Шеломанов Дмитро Олексійович
Організація	Федеральне державне унітарне підприємство МОКБ Марс.
Країна	Росія
Назва	Спосіб формування нелінійного адаптивного цифроаналогового сигналу стабілізації кутового положення безпілотного літального апарату і система стабілізації для його здійснення
Мета винаходу	Поліпшення способу і системи стабілізації кутового положення безпілотного літального апарату
Метод і спосіб досягнення мети	Для формування нелінійного адаптивного цифроаналогового сигналу стабілізації кутового положення задають і вимірюють цифровий сигнал кутового положення, вимірюють аналоговий сигнал кутової швидкості, формують цифровий сигнал неузгодженості і перетворюють його в аналоговий, вимірюють сигнал швидкісного напору, формують обмеження сигналу запізнювання в адаптивній функції і заданого сигналу кутового положення в адаптивній функції в залежності від сигналу швидкісного напору, формують сигнал неузгодженості, як різниця між сформованими обмеженими сигналами, формують вихідний

	сигнал певним чином. Система стабілізації містить цифровий датчик кута, датчик кутової швидкості, цифровий датчик кута, цифровий блок порівняння, цифроаналоговий перетворювач, підсумовує підсилювач, виконавчий пристрій, елемент запізнювання зворотного зв'язку, датчик швидкісного напору, два адаптивних обмежувача, з'єднаних певним чином.
Результат	Забезпечується підвищення точності системи стабілізації, зменшення коливальності координат процесу керування.
Недоліки	Складність виготовлення системи.
Патент № 6	
№ патенту	58777942
Дата	30.11.2015
Автори	Chih-Ming, Yang; Kuang-Shine Fu; Ho-Chung, Lu; Ying-Cheng, Chiou; Chih-Ming
Організація	Центр досліджень і розробок Metal Industries
Країна	США
Назва	Літаки з декількома роторами і метод керування
Мета винаходу	Спосіб керування літальним апаратом, зокрема, літак з декількома роторами на основі характеристики і способу керування
Метод і спосіб досягнення мети	У літальному апараті з декількома роторами інерційний навігаційний елемент застосовується для вимірювання положення польотного літака з кількома роторами, а функція помилки, приймається для отримання функцій оцінки орієнтації і функцій регулювання посилення, щоб регулювати приріст керування і ставлення польоту.
Результат	Значення помилки між поточною позицією і цільовою позицією досягає швидкого ефекту збіжності, що забезпечує надійну адаптивну систему керування.
Недоліки	Відсутня система навігації.



ДОДАТОК Б

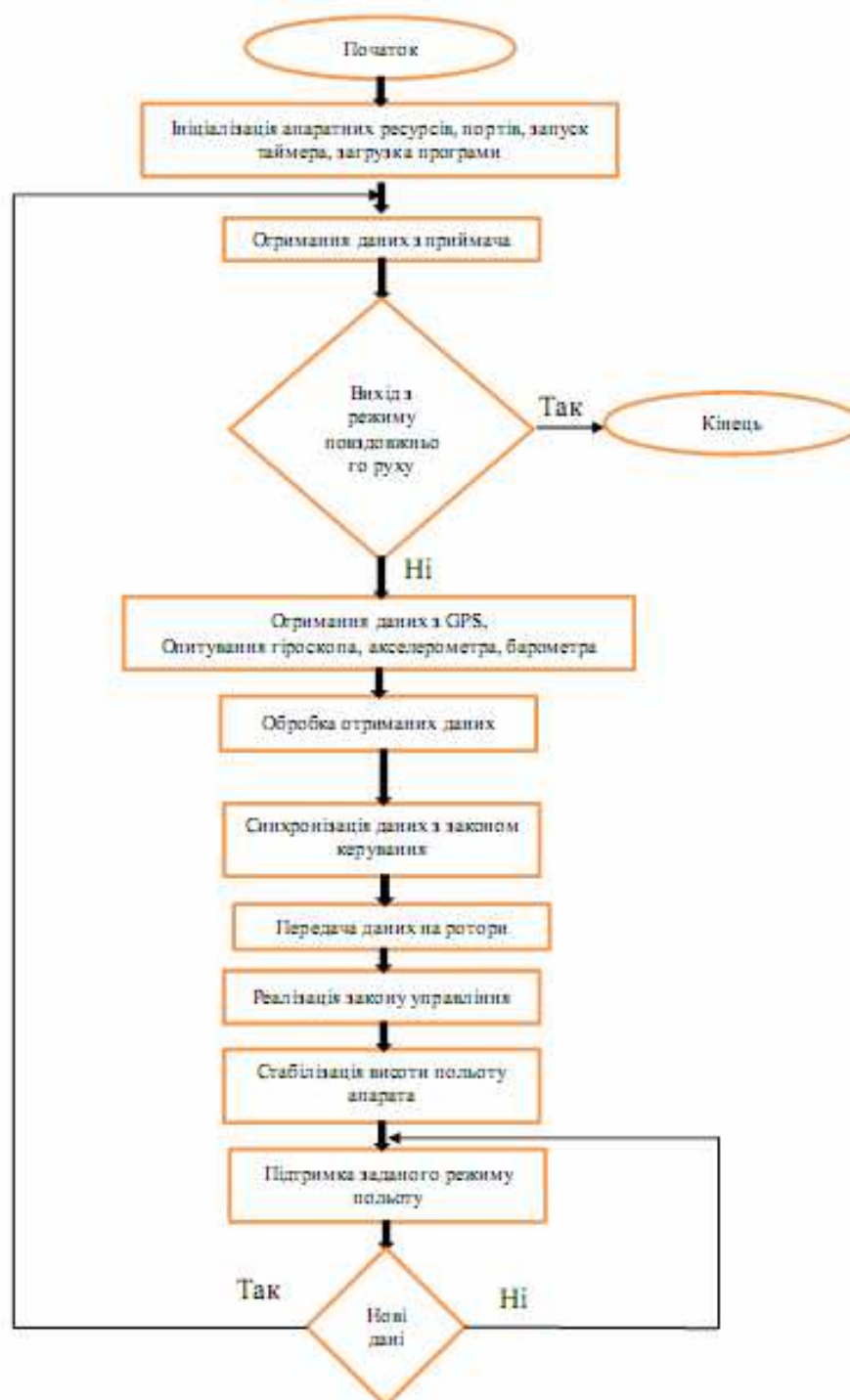


Рисунок Б 3.1 – Алгоритм роботи контролера