

**Л. П. ВИНОКУРОВ**

### **К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЦЕНТРА ИЗГИБА<sup>1</sup>**

Смысл центра изгиба сформулирован В. З. Власовым в работе [1] следующим образом: «если тонкостенный стержень подвергается действию только поперечной нагрузки, проходящей через центр изгиба, причем нормальные напряжения на концах этого стержня равны нулю или распределены согласно линейному закону, то он находится в условиях центрального поперечного изгиба (без кручения)».

Все условия, изложенные в этом теоретическом определении центра изгиба, не удается соблюсти при его экспериментальном определении. При этом прежде всего не удается соблюсти требования о равенстве нулю нормальных напряжений на обоих концах стержня или о распределении их по сечению, согласно линейному закону. Нарушение этого условия при экспериментальном определении центра изгиба происходит оттого, что экспериментально определяется центр изгиба в консольном стержне с одним заделанным концом, который благодаря этому испытывает под действием поперечной силы не свободный изгиб и кручение, а стесненный изгиб и кручение<sup>2</sup>. Вследствие этого в сечениях стержня не соблюдается линейный закон распределения нормальных напряжений.

Экспериментально определяется центр изгиба как точка в поперечном сечении тонкостенного стержня, которая обладает тем свойством, что при прохождении через нее поперечной силы не наблюдается кручение данного сечения относительно закрепленного сечения стержня, находящегося в условиях стесненного изгиба и кручения, что нарушает закон линейного распределения нормальных напряжений в поперечном сечении. Это обстоятельство приводит к тому, что понятия центров изгиба, определяемых экспериментально и теоретически, расходятся.

Исследованию существа этого расхождения посвящается данная статья. При ее написании были учтены замечания, сделанные проф. В. З. Власовым и проф. С. Н. Каном. Пользуясь случаем, автор выражает благодарность за эти ценные замечания.

#### **§ 1. О ТЕОРЕТИЧЕСКОМ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЦЕНТРОВ ИЗГИБА В ТОНКОСТЕННОМ СТЕРЖНЕ, ИМЕЮЩЕМ ПОСТОЯННОЕ СЕЧЕНИЕ ОТКРЫТОГО ПРОФИЛЯ**

Распространенным способом экспериментального определения положения координат центра изгиба в поперечном сечении тонкостенного стержня, имеющего постоянное сечение, является способ, при котором стержень одним концом защемляется, а на другом его свободном кон-

<sup>1</sup> Здесь имеется в виду тонкостенный стержень открытого профиля.

<sup>2</sup> Вопросы стесненного изгиба подробно освещены в работе [2].



це жестко к сечению стержня прикрепляется горизонтальная планка с делениями, нагружаемая сосредоточенным грузом (рис. 1).

Передвигая груз по планке и найдя такое его положение, при котором отсутствует закручивание планки относительно неподвижного заземленного сечения стержня и наблюдается лишь ее поступательное перемещение, устанавливают координату центра изгиба.

В этом экспериментальном способе обращает на себя внимание следующее:

1. Деформация стержня, вызываемая нагрузкой на планке, жестко соединенной с сечением стержня, протекает в условиях стесненного изгиба и кручения.

2. Центр изгиба определяется как точка в сечении, при постановке груза в которой данное сечение испытывает только поступательное перемещение и не испытывает закручивания относительно заземленно-

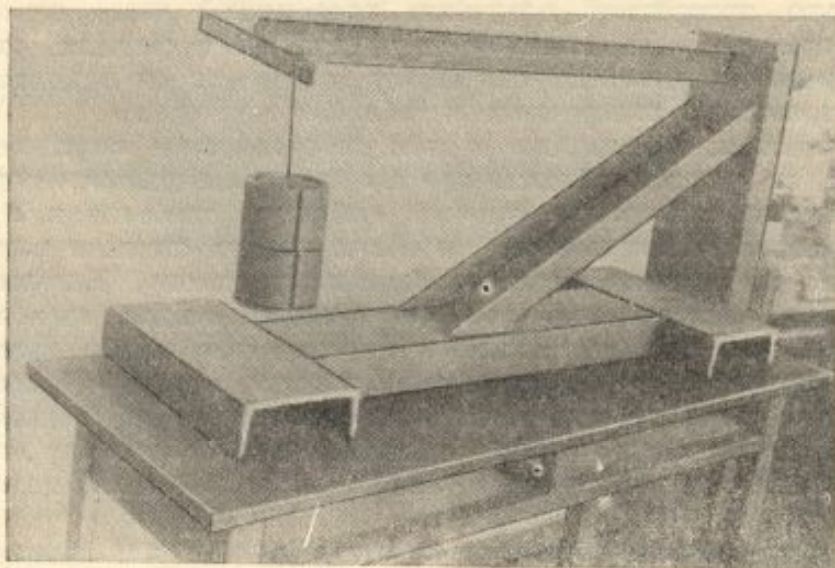


Рис. 1.

го сечения стержня. Ось жесткости последнего предполагается в виде прямой линии. Это приводит к тому, что центр изгиба, определенный экспериментально, принципиально расходится с центром изгиба, определенным теоретически.

Отсюда возникает необходимость определить аналитически координаты того центра изгиба, который определяется экспериментально ранее описанным способом.

## § 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА ИЗГИБА, ОТВЕЧАЮЩЕЕ ЕГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМУ ОПРЕДЕЛЕНИЮ

Интенсивность среза  $q_{из}$  от поперечной силы в данном сечении, не испытывающем кручения, ищем в виде

$$q_{из} = q_p + q_d. \quad (1.2)$$

Здесь  $q_p$  — интенсивность среза от поперечной силы, проходящей через теоретический центр изгиба, который, как известно, зависит только от геометрических характеристик сечения

$$q_p = \frac{QS}{I}. \quad (2.2)$$

Эта поперечная сила распределяется равномерно по толщине стенок сечения.



Интенсивность среза  $q_d$  определяется из условия, по которому прибавление  $q_d$  к  $q_p$  исключает кручение рассматриваемого поперечного сечения стержня.

Из этого условия вытекает

$$\varepsilon_p + M_d \bar{\varepsilon}_d = 0, \quad (3.2)$$

где  $M_d$  — крутящий момент, которому соответствует интенсивность среза  $q_d$ . Она состоит из двух слагаемых: одно соответствует равномерному распределению касательных напряжений по толщине стенок тонкостенного сечения, а другое — неравномерному, линейному.

Последними при определении  $\bar{\varepsilon}_d$  будем пренебрегать для упрощения расчета;

$\bar{\varepsilon}_d$  — угол закручивания от единичного крутящего момента  $M_d = 1$ , вычисляемый для данного сечения в условиях стесненного кручения;

$\varepsilon_p$  — угол закручивания рассматриваемого сечения от приложенных к нему интенсивностей среза  $q_p$  при учете стесненного кручения стержня.

Выражение  $\varepsilon_p$ , определяемое по формуле Мора, представляется в виде

$$\varepsilon_p = \int_0^l \left( \oint_c \frac{q_p \bar{q}_d dc}{G\delta} \right) dz + \int_0^l \left( \oint_c \frac{(\sigma_p \delta) (\bar{\sigma}_d \delta) dc}{E\delta} \right) dz,$$

где  $\sigma_p$  и  $\bar{\sigma}_d$  — нормальные напряжения, сопутствующие по условиям равновесия касательным напряжениям  $\frac{q_p}{\delta}$  и  $\frac{\bar{q}_d}{\delta}$ . Если нормальные напряжения при определении угла закручивания  $\varepsilon_p$  не учитываются и он вычисляется на единицу длины стержня, то

$$\varepsilon_p = \oint_c \frac{q_p \bar{q}_d dc}{G\delta}, \quad (4.2)$$

где  $c$  — длина периметра поперечного сечения, а  $dc$  — элемент этой длины;

$\bar{q}_d$  — интенсивность срезающих усилий в поперечном сечении от единичного крутящего момента  $M_d = 1$ . Для свободно закручиваемого стержня интенсивность срезающего усилия  $\bar{q}_d$  распределяется линейно по толщине стенки сечения в виде двух треугольников, имеющих противоположные знаки. Это приводит к тому, что, согласно (4.2)  $\varepsilon_p = 0$ , а вслед за этим, согласно (3.2), и  $M_d = 0$ . Отсюда следует, что для свободно закручиваемого стержня интенсивность среза  $q_p$ , определяемая по формуле (2.2), является окончательной<sup>1</sup>.

Изложенное позволяет заключить, что открытое тонкостенное сечение в условиях свободного кручения и изгиба и при применении гипотезы плоских (или недеформируемых) сечений статически определимо в смысле определения касательных напряжений  $q_p$  от изгиба, так как для этого определения не требуется использование дополнительного уравнения деформаций (3.2).

Иначе дело обстоит в случае, когда стержень имеет закрепления, препятствующие свободным деформациям его сечений. В этом случае кручением создаются усилия среза, слагающиеся суммарно из линейно и равномерно распределенных срезающих усилий по толщине стенки сечения.

Срезающим усилиям, равномерно распределенным по толщине стенок сечения и возникающим из-за стесненных условий кручения, соот-

<sup>1</sup> Здесь имеется в виду, что наряду с условиями свободного кручения соблюдаются также условия для свободного изгиба.



ветствует угол закручивания  $\epsilon_p \neq 0$ , и поэтому, согласно (3.2), им соответствует крутящий момент  $M_d \neq 0$ . В результате этого  $q_d \neq 0$  и интенсивность среза  $q_p$  не является окончательной от поперечной силы, проходящей через экспериментально определенный центр изгиба.

Именно это обстоятельство отличает вычисление внутренних срезающих усилий от поперечной силы при прохождении ее через экспериментально определенное место от такого же их вычисления при прохождении поперечной силы через теоретически определенный центр изгиба.<sup>1</sup>

Из изложенного вытекает, что для аналитического вычисления координат центра изгиба при учете влияния закрепления стержня, препятствующего свободным деформациям его сечений, т. е. при учете тех условий, которые имеют место при экспериментальном определении центра изгиба, необходимо поступить следующим образом:

1. Относя изучаемое поперечное сечение к главным центральным осям  $x$  и  $y$ , вычислить

$$q_p^{(y)} = S_x,$$

и

$$q_p^{(x)} = S_y, \quad (5.2)$$

где  $q_p^{(y)}$  и  $q_p^{(x)}$  — интенсивности срезающих усилий для свободно закручиваемых и изгибаемых сечений от поперечных сил  $Q_y$  и  $Q_x$ , параллельных соответственно осям  $Y$  и  $X$  и, для удобства вычислений, принимаемых равными соответственно моментам инерции:  $I_x$  и  $I_y$ ;

$S_x$  и  $S_y$  — статические моменты относительно осей  $X$  и  $Y$  площади части сечения, расположенной по одну сторону от рассматриваемой точки, в которой определяются интенсивности среза  $q_p^{(y)}$  и  $q_p^{(x)}$ .

2. Вычислить интенсивность среза  $\bar{q}_d$  и соответствующий им угол закручивания  $\bar{\epsilon}_d$  от единичного крутящего момента  $\bar{M}_d = 1$ , приложенного к данному изучаемому сечению, которое считается принадлежащим свободному концу консольного стержня. При этом применяется теория В. З. Власова и вычисляется та часть момента, которая соответствует изгибно-крутящему моменту, т. е. та часть момента, которая создает усилия среза, равномерно распределенные по толщине стенки тонкостенного сечения открытого профиля.

3. Вычислить с помощью формулы (4.2) углы закручивания  $\epsilon_p^{(y)}$  и  $\epsilon_p^{(x)}$  в отдельности от срезающих усилий  $q_p^{(y)}$  и  $q_p^{(x)}$  и найти, решая уравнение (3.2), соответствующие им два значения крутящих моментов  $M_d$ .

4. Вычислить крутящие моменты относительно любой точки в плоскости рассматриваемого сечения в отдельности от срезающих усилий  $q_p^{(y)}$  и  $q_p^{(x)}$  и сложением их с соответствующими крутящими моментами  $M_d$  получить общие крутящие моменты  $m_1$  и  $m_2$ .

5. Вычислить координаты центра изгиба  $\alpha_x$  и  $\alpha_y$  по формулам

$$\alpha_x = \frac{m_1}{Q_y}; \quad \alpha_y = \frac{m_2}{Q_x}. \quad (6.2)$$

<sup>1</sup> В то же время как это будет показано ниже, окончательный результат для внутренних срезающих усилий остается одним и тем же, независимо от того, каким из центров изгиба, теоретически или экспериментально определенным, будут пользоваться при вычислении срезающих усилий от произвольно направленной поперечной силы  $Q$ .



Эти координаты центра изгиба, определенные аналитически, по своему смыслу соответствуют тем координатам центра изгиба, которые определяются экспериментально.

Пример. Вычислить в сечении корытного профиля (рис. 2) координаты центра изгиба, положение которого будет определяться экспериментально.

Так как в данном сечении ось  $X$  есть ось симметрии, то из двух координат центра изгиба  $\alpha_x$  и  $\alpha_y$  остается искать одну координату  $\alpha_x$ . Для её определения, следуя ранее изложенному плану, находим:

1. Уравнение интенсивностей среза  $q_p^{(y)}$ .

Они в пределах полок и вертикальной стенки выражаются следующими уравнениями:

а) горизонтальная верхняя полка

$$q_p^{(y)} = \frac{1}{2} d \delta_1 x_1;$$

б) вертикальная стенка

$$q_p^{(y)} = \frac{1}{2} d_1 d \delta_1 + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2}{4} - y^2 \right) \delta;$$

в) горизонтальная нижняя полка

$$q_p^{(y)} = \frac{1}{2} d_1 d \delta_1 - \frac{1}{2} (d_1 - x_1) \delta_1 d.$$

Эпюра  $q_p^{(y)}$  представлена на рисунке 3.

2. Угол закручивания  $\bar{\epsilon}_d$  от крутящего момента  $\bar{M}_d = 1$ .

Для определения угла закручивания  $\epsilon_d$  воспользуемся дифференциальным уравнением стесненного кручения стержня, составленным В. З. Власовым

$$E_1 I_\omega \theta^{IV} - G I_d \theta'' - m = 0. \quad (a_1)$$

Здесь  $G I_d \theta''$  выражает влияние свободного кручения. Если влиянием его на  $\bar{\epsilon}_d$  для упрощения расчета пренебрегаем, то после интегрирования (a<sub>1</sub>) при  $m = 0$  находим следующие уравнения для деформаций и усилий закручиваемого тонкостенного стержня:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= C_1 + C_2 z + C_3 \frac{z^2}{2} + C_4 \frac{z^3}{6} \\ \theta' &= C_2 + C_3 z + C_4 \frac{z^2}{2} \\ B &= -E_1 I_\omega \theta'' = -(C_3 + C_4 z) E_1 I_\omega \\ L &= -E_1 \theta''' = -C_4 E_1 I_\omega \end{aligned} \right\} \quad (a_2)$$

Следуя В. З. Власову, выражаем постоянные интегрирования  $C_1, C_2, C_3, C_4$  через начальные параметры: при  $z = 0$

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 \text{ или } C_1 = \theta_0; \\ \theta' &= \theta'_0 \text{ или } C_2 = \theta'_0; \end{aligned}$$

$$B = B_0 \text{ или } C_3 = -\frac{B_0}{E_1 I_\omega};$$

$$L = L_0 \text{ или } C_4 = -\frac{L_0}{E_1 I_\omega}.$$

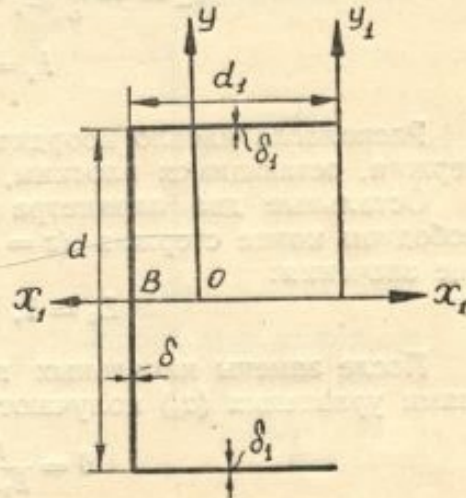


Рис. 2.



Подстановкой этих значений постоянных интегрирования в уравнения (а<sub>2</sub>) находим

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \theta'_0 z - \frac{B_0}{E_1 I_\omega} \frac{z^2}{2} - \frac{L_0}{E_1 I_\omega} \frac{z^3}{6} \\ \theta' &= \theta'_0 - \frac{L_0}{E_1 I_\omega} z - \frac{L_0}{E_1 I_\omega} \frac{z^2}{2} \\ B &= B_0 + L_0 z \\ L &= L_0 \end{aligned} \right\} \quad (a_3)$$

Для рассматриваемого нами сечения

$$\begin{aligned} I_\omega &= -\frac{1}{6} (d_1 - 3\alpha_x) = \delta_1 d_1^2 d^2 + \alpha_x^2 I_x; \\ I_x &= \frac{d^3 \delta}{12} + \frac{d^2 d_1 \delta_1}{2}. \end{aligned}$$

Располагая начало координат в закрепленном сечении консольного стержня, остающимся плоским, имеем  $\theta_0 = 0$  и  $\theta'_0 = 0$ .

Остальные два параметра  $B_0$  и  $L_0$ , определенные из условий на свободном конце стержня ( $z = l$ ), где  $B = 0^1$  и  $L = 1$ , имеют следующие значения:

$$L_0 = 1, \quad B_0 = L_0 l = -l.$$

После замены начальных параметров найденными для них значениями уравнения (а<sub>3</sub>) получают вид:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{l}{E_1 I_\omega} \frac{z^2}{2} - \frac{1}{E_1 I_\omega} \frac{z^3}{6}; \\ \theta' &= \frac{l}{E_1 I_\omega} z - \frac{1}{E_1 I_\omega} \frac{z^2}{2}; \\ B &= -l + z; \\ L &= 1. \end{aligned}$$

При  $z = l$ :  $\theta = \bar{\epsilon}_d$ . Следовательно,

$$\bar{\epsilon}_d = \frac{l^3}{2E_1 I_\omega} - \frac{l^3}{6E_1 I_\omega} = \frac{l^3}{3E_1 I_\omega}.$$

3. Интенсивности срезающих усилий  $\bar{q}_d$ . Для определения пользуемся формулой проф. В. З. Власова

$$q_\omega = -\frac{M_\omega S_\omega}{I_\omega} = -\frac{dB}{dz} \frac{S_\omega}{I_\omega},$$

из которой для нашего случая следует:  $\bar{q}_d = -\frac{S_\omega}{I_\omega}$ .

Эпюра  $\bar{q}_d$ , построенная по точкам, представлена на рисунке 4, на котором кривые линии заменены ломаными.

Теперь, пользуясь эпюрами (рис. 3 и 4), остаётся вычислить интеграл  $\oint_c \frac{q_p \bar{q}_d dc}{G\delta}$  и этим определить  $\epsilon_p$  по формуле (4.2).

После этого, имея  $\epsilon_p$  и  $\bar{\epsilon}_d$ , легко решить уравнение (3.2) и найти  $M_d$ , а затем по первой из формул (6.2) вычислить координату центра изгиба  $\alpha_x$ . При этом сумму крутящих моментов от срезающих усилий  $q_p$  определяем относительно точки  $B$ .

Поскольку значение  $I_\omega$  входит одновременно в выражения  $\epsilon_p$  и  $\bar{\epsilon}_d$ , то оно сокращается при определении крутящего момента  $M_d$  и поэтому

<sup>1</sup> Возможно также условие  $B \neq 0$ .



для определения  $\alpha_x$  потребуется решить уравнение второй степени. Оно представляется в следующем виде:

$$648d_1^2\delta_1^2\alpha_x + \alpha_x \left( 10,68d_1d^2\delta_1\delta - 2376d_1^3\delta_1^2 + \frac{4032d\delta l^3 G}{E_1} \right) + \\ + 1188d_1^4\delta_1^2 - 5,34d_1^2d^2\delta_1\delta - \frac{1728d_1^2l^3 G}{E_1} = 0.$$

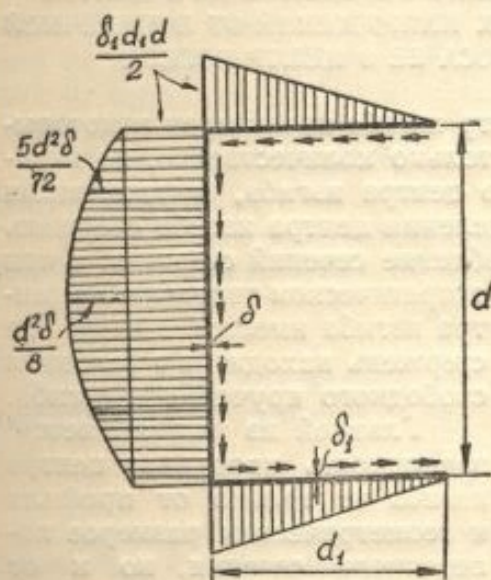


Рис. 3.

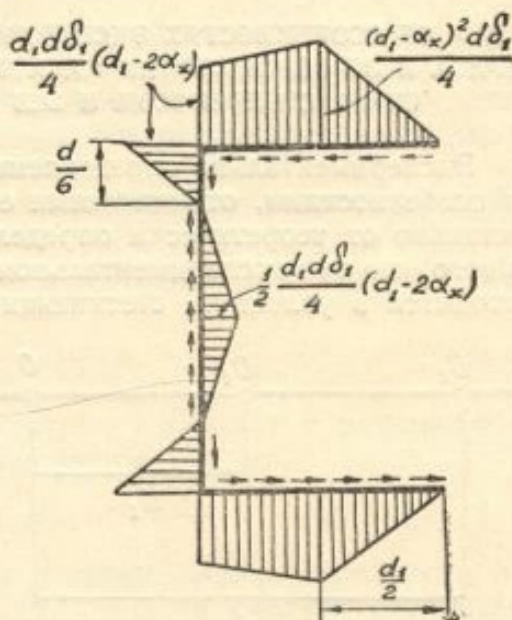


Рис. 4.

С помощью этого уравнения в трех случаях  $d = 0,25l$ ,  $d = 0,5$  и при  $d = l^1$ , предполагая, что в этих случаях  $d_1 = d$ ,  $\delta_1 = \delta$ ;  $\delta = \frac{d}{50}$  и  $\nu = \frac{1}{3}$  ( $\nu$  — коэффициент Пуассона), получены следующие значения для  $\alpha_x$ :

при $d = 0,25l$ ,	$\alpha_{x(1)} = 0,4134d$	и	$\alpha_{x(2)} = -6623,8018d$ ;
при $d = 0,5l$	$\alpha_{x(1)} = 0,4642d$	и	$\alpha_{x(2)} = 826,4438d$ ;
при $d = l$	$\alpha_{x(1)} = 0,4322d$	и	$\alpha_{x(2)} = -100,4858d$ .

Из двух корней квадратного уравнения  $\alpha_{x(1)}$  и  $\alpha_{x(2)}$  в рассматриваемой нами задаче приемлемыми являются первые корни. Их значения близки к значению  $\alpha_x = \frac{3}{7}d$ , которое получается для рассматриваемого примера при теоретическом определении  $\alpha_x$  без учета условий стеснения деформаций сечений стержня.

При  $d = l$  тонкостенный стержень является по существу уже коротким. Но в данном случае, в целях выявления влияния длины стержня на положение центра изгиба при сохранении неизменными всех прочих данных для него, определяя  $\alpha_x$ , сохранена теория расчета длинных стержней.

При этом необходимо иметь в виду, что вышеприведенные результаты получены при неучете нормальных напряжений от стесненного

<sup>1</sup> Делением момента от сил  $q_p$  на  $I_x$  получается значение координат  $\alpha_x$  для теоретически определяемого центра изгиба, т. е. в случае свободного кручения. Оно в нашем примере равно  $-\frac{3}{7}d$  при начале координат для  $\alpha_x$  в точке В.



кручения в формуле для определения  $\varepsilon_p$  и касательных напряжений, распределённых линейно по толщине стенки при определении  $\bar{\varepsilon}_d$ .

В задачу дальнейшего исследования рассматриваемого вопроса входит учет вышеупомянутых факторов и экспериментальная проверка результатов исследования.

### § 3. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО ОПРЕДЕЛЯЕМОГО ЦЕНТРА ИЗГИБА И ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ С ПЕРЕНОСОМ И БЕЗ ПЕРЕНОСА ЕЕ В ЦЕНТР ИЗГИБА

Экспериментально определяемый центр изгиба характерен некоторыми особенностями, отличающими его не только количественно, но и качественно от теоретически определяемого центра изгиба, вытекающими из того, что при экспериментальном определении центра изгиба стержень находится в условиях, стесняющих коробление сечений стержня, а при

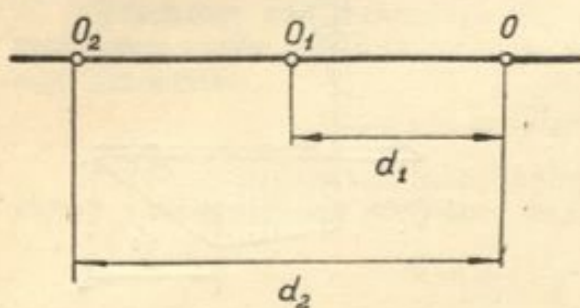


Рис. 5.

теоретическом определении центра изгиба имеется в виду, что стержень находится в условиях свободного кручения и изгиба.

Главной из них является<sup>1</sup> зависимость координат центра изгиба не только от профиля и геометрических размеров поперечного сечения, но и от коэффициента Пуассона, длины стержня, от условий закреплений стержня на обоих его

концах, от места расположения сечения и от точки в пролете стержня, где приложен сосредоточенный груз при определении центра изгиба.

Но одновременно с этим интересно отметить, что при определении интенсивностей внутренних срезающих усилий от произвольно направленной поперечной силы  $Q$  будут получаться одни и те же результаты как при переносе поперечной силы в центр изгиба, определенного экспериментально, т. е. с учетом условий стеснения деформаций сечения стержня, так и в центр изгиба, определенного согласно его теоретическому пониманию, т. е. без учета ранее упомянутых условий стеснения деформаций сечений стержня.

Для доказательства этого представим себе, что в поперечном сечении стержня точка  $O$  — теоретически определенный центр изгиба, точка  $O_1$  — экспериментально определенный центр изгиба,  $d_1$  — расстояние между ними, а поперечная сила  $Q$  проходит через точку  $O_2$  на линии  $OO_1$ , на расстоянии  $d_2$  от точки  $O$ , нормально к линии  $O-O_1-O_2$  (рис. 5).

Перенесём силу  $Q$  в точку  $Q$ . Тогда на рассматриваемое сечение будут действовать сила  $Q$  и крутящий момент  $M^{(1)} = Qd_2$ .

От изгиба силой  $Q$  интенсивность внутренних срезающих усилий равна  $q_D$ , составляющие которых, параллельные главным осям инерции сечения, определяются по формуле (2.2)

От крутящего момента  $M^{(1)} = Qd_2$  интенсивность срезающих усилий  $q_M^{(1)}$  определяется по формулам стеснённого кручения тонкостенных стержней (см. [1]).

<sup>1</sup> Здесь, как и ранее, имеется в виду, что стержень испытывает малые перемещения и имеет постоянное сечение.



Следовательно, выражение окончательной интенсивности срезающих усилий в поперечном сечении  $q^{(1)}$  представляется в виде

$$q^{(1)} = q_p + q_m^{(1)}. \quad (1.3)$$

Перенесём теперь поперечную силу  $Q$  в точку  $O_1$ . Тогда на рассматриваемое сечение будут действовать сила  $Q$  и крутящий момент  $M^{(2)} = Q(d_2 - d_1)$ .

От силы  $Q$  интенсивность срезающих усилий определяется по формуле (1.2), в которой, помимо значения интенсивности срезающих усилий от изгиба  $q_p$ , содержится значение интенсивности срезающих усилий от кручения  $q_d$ . Последние, отсутствуя при прохождении силы через точку  $O$ , возникают за счёт момента  $Qd_2$ .

От крутящего момента  $M^{(2)}$  возникают срезающие усилия, имеющие интенсивность  $q_m^{(2)}$ .

Окончательная интенсивность среза  $q^{(2)}$  от силы  $Q$  и крутящего момента  $M^{(2)}$  определяется по формуле

$$q^{(2)} = q_p + q_d + q_m^{(2)}. \quad (2.3)$$

Результат, получаемый по этой формуле, совпадает с результатом, получаемым по формуле (1.3). Это объясняется тем, что

$$q_m^{(1)} = q_d + q_m^{(2)}.$$

Срезающие усилия в поперечном сечении можно определить, не пользуясь вообще центром изгиба. Для этого их следует определять как сумму двух слагаемых, из которых одно совпадает с интенсивностью  $q_p$ , определяемой по формуле (2.2), а второе, обозначаемое нами  $q_m$ , является функцией крутящего момента  $M$ , для определения которого составляется уравнение равновесия крутящих моментов в поперечном сечении стержня

$$M_Q + \int q_p \rho dc + M = 0, \quad (3.3)$$

где  $M_Q$  — крутящий момент от силы  $Q$  в плоскости рассматриваемого поперечного сечения стержня относительно любой точки в этой плоскости;

$\rho$  — плечо элементарного срезающего усилия  $q_p dc$  относительно той же точки моментов.

После того как будет найден в результате решения уравнения (3.3) крутящий момент  $M$ , усилия и деформации, им вызываемые, определяются по соответствующим уравнениям элементов кручения тонкостенного стержня, составленным В. З. Власовым [1].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. З. Власов. Тонкостенные упругие стержни. Госстройиздат, 1940.
2. С. Н. Кан и Я. Г. Пановко. Элементы строительной механики тонкостенных конструкций. Оборониздат, 1953.