

УДК 533.9.07

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАЗМЕННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ
С АЗИМУТАЛЬНЫМ ДРЕЙФОМ ЭЛЕКТРОНОВ

Белкин Н.В., Александров В.Д., Титов А.А.

В статье приведена физико-математическая модель процессов в двигателях с азимутальным дрейфом электронов /ДАД/, позволяющая рассчитывать параметры плазмы и интегральные характеристики двигателей.

Известен ряд работ /1-3/, в которых производился расчет характеристик ДАД, в частности вольт-амперных характеристик /ВАХ/. Однако рассчитанные в них ВАХ не отражают особенности экспериментальных характеристик. Качественное соответствие расчетных и экспериментальных ВАХ достигнуто в /4/ - однако некоторые положения этой работы требуют уточнения.

Представленная в статье модель является развитием работы /4/. Модель базируется на описании процессов, происходящих в зоне ионизации и ускорения /ЗИУ/ - участке разрядного тракта, на котором срабатывается значительная часть напряжения и формируется направленный поток ионов /рис.1/. Сформулируем основные положения предложенной модели.

Канал ДАД аппроксимируем плоской, бесконечной в направлении оси z (что соответствует азимутальному направлению) щелью, ограниченной диэлектрическими стенками. Электрическое поле в ЗИУ направлено вдоль оси X ($\vec{E} = E \vec{i}$), магнитное - вдоль оси z ($\vec{B} = B \vec{k}$). В зоне ионизации и ускорения выделим 3 участка, отличающихся по характеру процессов - участок ионизации (УИ), участок классической проводимости (УКП) и участок нагрева электронов (УНЭ) (рис.1). На УКП перенос электронов поперек магнитного поля осуществляется за счет столкновений с атомами

рабочего тела (РТ). На УИ и на УНЭ механизм электронной проводимости не оговаривается.

Электронная компонента плазмы в ДАД замагничена. Поток электронов вдоль оси y замыкается на ∞ . Функция распределения электронов по энергиям полагается максвелловской. Нагрев электронов на УНЭ считается бездиссипативным.

Ионизация РТ в ускорителе осуществляется электронным ударом из основного состояния и происходит только на УИ и на УКП. Ионы в ДАД не замагничены. Их движение бесстолкновительное и полностью определяется электрическим полем. Наличием многозарядных ионов в потоке пренебрегаем.

Плазма в зоне ионизации и ускорения квазинейтральна.

1 ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДАД

Рассмотрим вывод уравнения, позволяющих рассчитывать ВАХ ускорителя, полагая известными род и расход n_i рабочего тела, площадь S сечения канала, распределение на УКП индукции магнитного поля $B(x)$, скорость v_a потока атомов. Учитывая малую протяженность УКП, электронную компоненту плазмы на этом участке полагаем изодрейфовой ($E(x)/B(x) = const$) и изотермичной ($T(x) = const$). Тогда система уравнений, описывающих потоки частиц на УКП, может быть записана в виде

$$v_a \frac{dn_a}{dx} = - \frac{dn_i z_i}{dx} = \frac{dn_e z_{ex}}{dx} = -\beta_u n_a n_e, \quad / 1 /$$

$$v_{ex} = \Delta \beta n_a, \quad / 2 /$$

где: $n = n(x)$ - концентрация частиц; $v = v(x)$ - скорость потока; $\beta_u = \int \sigma_u(u) u f(u) du$ - коэффициент ионизации;

u - абсолютное значение скорости электрона; $\sigma_u(u)$ - сечение ионизации; $f(u)$ - функция распределения электронов по абсолютным значениям скоростей; $\Delta = mE/eB^2$ - среднее смещение электрона поперек магнитного поля при столкновении с атомом; $\beta = \int \sigma(u) u f(u) du$; $\sigma(u)$ - полное сечение электронно-атомных столкновений; m, e - масса и заряд электрона. Индексы a, i, e соответствуют атомам, ионам и электронам.

При описании процессов на УИ полагаем, что ионизация РТ на этом участке осуществляется только электронами, поступающими из УКП. Если каждый электрон при прохождении УИ испытывает \mathcal{Z} столкновений, то соотношение потоков ионов и электронов на границе участков имеет вид

$$n_{i0} v_{i0} = \mathcal{Z} \frac{v_{e0}}{\beta} n_{e0} v_{e0}. \quad / 3 /$$

Используем также уравнение баланса тяжелых частиц

$$N_a v_a = n_{i0} v_{i0} + n_{e0} v_a, \quad / 4 /$$

где: $N_a = \dot{m}/SMv_a$ - концентрация атомов РТ на входе в канал; M - масса атома.

Из уравнений /1-4/ можно определить коэффициент использования рабочего тела

$$\eta_{mi} = 1 - \frac{v_{i0}}{N_a \mathcal{Z} \beta_e \Delta_0} \left\{ 1 - \left[1 - \left(1 + \mathcal{Z} \frac{v_{e0}}{\beta} \right) \xi \right] \left(\frac{N_a \Delta_0}{v_{i0}} - \frac{1}{\mathcal{Z} \beta_e} \right) \beta \right\} / 5 /$$

долю электронного тока в разряде

$$\xi = \frac{\exp\left(-\frac{eB_e \Phi^2}{m\beta_e \Phi}\right)}{1 + \mathcal{Z} \beta_e / \beta}, \quad / 6 /$$

и разрядный ток

$$j_p = \frac{em\dot{n}}{M} \frac{2m}{1-\xi}. \quad / 7 /$$

В выражениях /5-7/ неизвестными являются температура электронов и скорость потока ионов на входе УКП.

Чтобы найти T , рассмотрим баланс энергии электронов на УКП. При этом полагаем плазму оптически тонкой. Теплопроводностью, вязкостью и работой сил давления пренебрегаем. Потери энергии на возбуждение атомов РГ принимаем равными потерям на ионизацию. Тогда уравнение энергии для электронов можно записать в виде

$$\frac{v^2}{2} = \frac{V_i}{m_e} \left(2V_i + \frac{3}{2} kT \right), \quad / 8 /$$

где V_i - потенциал ионизации. Уравнение /8/ позволяет рассчитывать температуру электронов как функцию их дрейфовой скорости.

Для определения v_{i0} рассмотрим динамику ионов в ДД. При этом разделим ионный поток на 2 группы. К I-й отнесем ионы, рожденные на УИ, ко 2-й - ионы, рожденные на УКП. Концентрации и скорости потоков ионов обеих групп обозначим, соответственно, n_1, v_1, n_2, v_2 .

Функцию распределения ионов I-й группы по скоростям аппроксимируем δ функцией. Тогда на выходе УКП ($x=L$)

$$v_{1L} \approx \sqrt{v_{i0}^2 + 2e\phi/M}, \quad / 9 /$$

$$n_{1L} = \frac{n_{i0} v_{i0}}{v_{1L}}. \quad / 10 /$$

Приращение на УКП потока ионов между сечениями $x, x+dx$ равно

$$d n_2 v_2 = \beta_u n_a n_e dx, \quad / \text{II} /$$

а скорость v_2 ионов, рожденных вблизи сечения x , на выходе участка классической проводимости определяется выражением

$$v_{2L} = \sqrt{v_{2a}^2 + 2e\varphi \int_0^x B dx} / M \Phi, \quad / \text{I2} /$$

Используя /II, I2/, можно найти функцию распределения ионов 2-й группы на выходе УКП по скоростям

$$f_L(v) = \frac{\exp(-\lambda v^2)}{Y_L}, \quad / \text{I3} /$$

где

$$\lambda = \frac{M \beta_u \Phi^2}{2 m \beta \varphi^2}, \quad / \text{I4} /$$

$$Y_L = \int_{v_a}^{\sqrt{2e\varphi/M}} \exp(-\lambda v^2) dv. \quad / \text{I5} /$$

Тогда

$$v_{2L} = \frac{1 - (1 + \lambda \beta_u / \beta) \xi}{2 \lambda (1 + \lambda \beta_u / \beta) \xi} Y_L, \quad / \text{I6} /$$

$$n_{2L} = 2 \lambda n_{e0} v_{e0} (1 + \lambda \beta_u / \beta) \xi Y_L. \quad / \text{I7} /$$

Из приведенных выше уравнений можно определить скорость потока ионов на выходе участка классической проводимости

$$v_{iL} = \frac{[1 + \beta(1 - \gamma_L) / \lambda \beta_u] \sqrt{v_{2a}^2 + 2e\varphi / M}}{1 + 2 \lambda \beta \gamma_L Y_L \sqrt{v_{2a}^2 + 2e\varphi / M} / \lambda \beta_u}, \quad / \text{I8} /$$

20e

$$\gamma_L = \xi (1 + \alpha \beta_u / \beta). \quad / 18 /$$

С другой стороны, из /12/ следует:

$$z_{ic} = \frac{B_0}{\gamma_L B_L} \left[1 + \frac{\beta}{\alpha \beta_u} (1 - \gamma_L) \right] \left\{ \left[1 + \frac{\beta}{\alpha \beta_u} (1 - \gamma_L) \right] z_{ic} - N_a \Delta_0 \beta (1 - \gamma_L) \right\} / 19 /$$

Приравнявая /18/ и /19/, получаем уравнение для расчета z_{ic}

$$z_{ic} = \frac{N_a \Delta_0 \alpha \beta_u \xi (1 - \gamma_L)}{\gamma_L (1 - \xi)} + \frac{B_L (\gamma_L - \xi)^2 \sqrt{z_{ic}^2 + 2e\varphi/M}}{B_0 (1 - \xi) (\gamma_L - \xi + 2\alpha \gamma_L \xi \beta_u \sqrt{z_{ic}^2 + 2e\varphi/M})}. \quad / 21 /$$

Приведенные выше соотношения позволяют рассчитывать ток разряда в зависимости от падения потенциала на УКП φ . Чтобы получить разрядное напряжение U_p , соответствующее найденному значению тока, необходимо определить падение потенциала на УИ φ_1 и на УНЭ φ_2

Для расчета φ_1 воспользуемся выражением

$$\varphi_1 \approx \frac{M z_{ic}^2}{2e}. \quad / 22 /$$

Падения потенциала на УНЭ можно рассчитать по формуле

$$\varphi_2 = \frac{3}{2} \frac{kT}{e}. \quad / 23 /$$

Тогда

$$U_p = \varphi_1 + \varphi + \varphi_2 + \varphi_3, \quad / 24 /$$

где φ_3 - прикатодное падение потенциала, которое может быть найдено экспериментальным путем.

2 ТЯГОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДАД

Для расчета тяги двигателя необходимо определить параметры ионного потока на выходе ЗИУ (обозначим их индексом К).

Параметры ионов I-й группы на выходе зоны ионизации и ускорения могут быть получены из соотношений

$$u_{1K} = \sqrt{u_{i0}^2 + 2e(\varphi + \varphi_2)/M}, \quad / 25 /$$

$$n_{1K} = \frac{n_{i0} u_{i0}}{u_{1K}}. \quad / 26 /$$

Для расчета n_{2K} , u_{2K} воспользуемся кинетическим уравнением, которое с учетом упрощающих предположений запишем в виде

$$u \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{eE}{M} \frac{\partial F}{\partial u} = 0 \quad / 27 /$$

где $F = F(x, u) = n_2(x) f_2(x, u). \quad / 28 /$

Используя /27/, находим:

$$F_K(u) = \frac{n_{2L}}{u_L} \exp\left(-\frac{2\lambda e \varphi_2}{M}\right) \exp(\lambda u^2), \quad / 29 /$$

откуда следует, что

$$n_{2K} = n_{2L} \frac{u_L}{u_K} \gamma_L^{(\varphi_2/\varphi)}, \quad / 30 /$$

$$u_{2K} = u_{2L} \frac{u_L}{u_K} \gamma^{(-\varphi_2/\varphi)} \quad / 31 /$$

где

$$y_k = \int_{\sqrt{2e\varphi_2/M}}^{\sqrt{2e(\varphi_1+\varphi_2)/M}} \exp(-2u^2) du. \quad (32)$$

Определив n_{ik}, z_{ik} , можно вычислить тягу, создаваемую двигателем

$$F = M n_{ik} z_{ik}^2 \quad / 33 /$$

3 РАСЧЕТ И АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ДАД

На рис. 2, 3 представлены экспериментальные характеристики двигателя при $\dot{m} = 2,3$ мг/с (пунктир). Значение индукции магнитного поля на срезе составляло при этом 12 мТл.

На этих же рис. показаны характеристики ДАД, рассчитанные по приведенной выше схеме при следующих значениях параметров: $\dot{m} = 2,9$ мг/с; $S = 40$ см²; $\Phi = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл·н, $B_0 = B_L = 12$ мТл; $\chi = 0,5$; $z_a = 100$ м/с (сплошные кривые).

Анализ результатов, приведенных на рис. 2,3, показывает, что экспериментальные значения y_p больше рассчитанных, что может быть связано с наличием в потоке многозарядных ионов, а также с электронным током, обусловленным рассеянием электронов на ионах. Качественное же соответствие рассчитанных и экспериментальных характеристик очевидно. То есть предложенная модель позволяет объяснить особенности характеристик ДАД, наблюдаемые экспериментально.

Так, например, быстрый рост y_p на ионизационной ветви ВАХ (участок I) объясняется одновременным увеличением электронного и ионного токов. Увеличение y_i связано с возрастанием B_L . Рост y_e обусловлен увеличением B, Δ , а также концентрации ионов (а значит и электронов) на выходе УЖП. При дальнейшем увеличении y_p рост y_i замедляется. Концентра-

ция ионов, а значит и электронов, на срезе канала начинает уменьшаться, β также уменьшается. Этим объясняется снижение электронного тока на переходном участке ВАХ (участок II).

При высоких напряжениях электронный ток вновь начинает возрастать, чем и объясняется увеличение U_p на ускорительной ветви ВАХ. (участок III)

Важным параметром ДАД является доля электронного тока в разряде, которая в рамках предложенной модели является функцией φ и Φ . Из рис. 2 следует, что зависимость $\xi = f(\varphi)$ имеет экстремальный характер. Чтобы объяснить указанный характер зависимости, заметим, что показатель степени в (6)

$$\frac{e V_0 \Phi^2}{m \beta \varphi} \approx \frac{V_0 e V^2}{\beta m E_0} \int dx = \frac{V_0}{\beta} \frac{L}{\Delta}$$

представляет собой число актов ионизации, произведенных на УКП первичным электроном, то есть поступившим от катода.

При низких напряжениях увеличение U_p (то есть φ) приводит к росту Δ , то есть к уменьшению полного числа столкновений, испытываемых электроном при прохождении УКП. Однако

V_0/β растет при этом быстрее, чем Δ . В итоге число актов ионизации возрастает, доля электронного тока снижается.

При повышении U_p рост V_0/β замедляется, число ионизационных столкновений начинает уменьшаться, ξ увеличивается.

На рис. 4 представлены экспериментальные и расчетные характеристики ливнителя при $\dot{m} = 1,76$ мг/с и $\dot{m} = 4,1$ мг/с, полученные при значении магнитной индукции на срезе $12 \cdot 10^{-3}$ Тл. Из рис.

следует, что расчетная модель верно отражает трансформацию ВАХ при изменении расхода РТ. (Увеличение m^* приводит к возрастанию заброса U_p на переходном участке. При малых m^* , максимум U_p у ВАХ отсутствует).

Суммируя изложенное, можно прийти к выводу, что предложенная физико-математическая модель качественно верно описывает характеристики ДАД, что позволяет говорить о ее адекватности процессам в двигателе. В то же время очевидно, что модель дает упрощенное описание процессов в ДАД. Их истинная структура намного сложнее.





