

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ ОТСОСЕ ВОЗДУХА

Си Бао-шу

По мере развития авиации все большее значение приобретают вопросы увеличения подъемной силы и уменьшения лобового сопротивления, которые позволяют, например, сократить длину пробега и повысить аэродинамическое качество самолета. Увеличение подъемной силы и уменьшение сопротивления трения могут быть достигнуты с помощью применения управления пограничным слоем. Установлено, что одним из эффективных способов управления пограничным слоем является отсос воздуха.

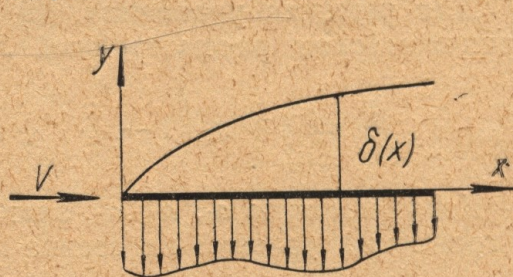


Рис. 1.

В статье, на основе использования интегрального соотношения, рассматривается течение в ламинарном пограничном слое на плоской пластине с отсосом. Вопросы распределения скорости отсасывания по закону $v_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ и $v_0(x) = \text{const}$ были рассмотрены Шлихтингом и Иглишом [1].

При практическом использовании возникает вопрос: какой закон распределения скорости отсасывания воздуха является наиболее эффективным при заданном расходе? Решение этого вопроса сводится к решению уравнения ламинарного пограничного слоя при произвольном распределении скорости отсасывания.

Дифференциальные уравнения движения пограничного слоя для несжимаемой жидкости имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где u , v — соответственно проекции скорости (рис. 1) в пограничном слое на оси ox и oy ;

ν — кинематический коэффициент вязкости.

Нормальная составляющая скорости на стенке пластины в этом случае не обращается в нуль, а будет некоторой функцией от x , определяющей интенсивность отсасывания, т. е.

$$v_{y=0} = -v_0(x). \quad (2)$$

Для расчета пограничного слоя удобно использовать интегральное соотношение. Для несжимаемого потока на плоской пластине это соотношение можно получить из уравнения (1) с учетом условия (2):

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho U} - \frac{v_0(x)}{U}, \quad (3)$$

где δ^{**} — толщина потери импульса пограничного слоя, равная:

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy, \quad (4)$$

где U — скорость внешнего потока;
 δ — толщина пограничного слоя;
 $\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$ — напряжение трения на стенке.

Для решения уравнения (3) применим профиль скоростей в пограничном слое, рассмотренный Л. Г. Лойцяным [2],

$$\frac{u}{U} = 1 + a_1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^4 + a_2 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^5 + a_3 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^6. \quad (5)$$

Коэффициенты a_1, a_2, a_3 , зависящие от отсасывания, определяются из граничных условий на стенке пластины ($y=0$):

$$\left. \begin{aligned} u=0 \quad v = -v_0(x) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{v_0(x)}{\nu} \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = -\frac{v_0(x)}{\nu} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Из уравнения (4) и условия (5) получаем систему уравнений для определения коэффициентов a_1, a_2, a_3 :

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = -1, \\ 4(3-t)a_1 + 5(4-t)a_2 + 6(5-t)a_3 = 0 \\ 12(2-t)a_1 + 20(3-t)a_2 + 30(4-t)a_3 = 0, \end{cases}$$

где

$$t = \frac{v_0(x)\delta}{\nu}.$$

Решая эту систему уравнений, имеем:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{-300 + 120t - 15t^2}{60 - 12t + t^2} \\ a_2 &= \frac{360 - 168t + 24t^2}{60 - 12t + t^2} \\ a_3 &= \frac{-120 + 60t - 10t^2}{60 - 12t + t^2} \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Введем $\frac{\delta^*}{\delta} = H^*(t), \quad \frac{\delta^{**}}{\delta} = H^{**}(t),$

где δ^* — толщина вытеснения, равная:

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy. \quad (8)$$

Из уравнений (4), (5), (7) и (8) получим:

$$H^*(t) = \frac{\delta^*}{\delta} = \frac{120 - 32t + 3t^2}{7(60 - 12t + t^2)}, \quad (9)$$

$$H^{**}(t) = \frac{\delta^{**}}{\delta} = \frac{394000 - 165200t + 29660t^2 - 2500t^3 + 100t^4}{1001(3600 - 1440t + 264t^2 - 24t^3 + t^4)}, \quad (10)$$

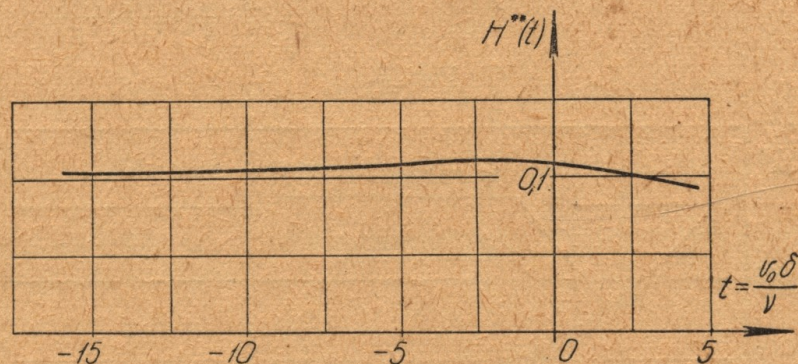


Рис. 2.

а из соотношения напряжения трения на стенке имеем:

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = \frac{\nu}{U\delta} \left[\frac{\partial \left(\frac{u}{U} \right)}{\partial \left(\frac{y}{\delta} \right)} \right]_{y=0} = \frac{\nu}{U\delta} b(t), \quad (11)$$

где

$$b(t) = \frac{120}{60 - 12t + t^2}. \quad (12)$$

Расчеты по формуле (10) представлены на рис. 2. Кривая $H^{**}(t)$ в зависимости от параметра t практически не меняется, поэтому функцию $H^{**}(t)$ приближенно можно считать постоянной и равной:

$$H^{**}(t) = 0,1, \quad (13)$$

и следовательно,

$$\delta^{**} = 0,1 \delta. \quad (14)$$

Подставив (14) в уравнение (3), преобразуем его в следующий вид:

$$\frac{dt}{dx} = t \frac{v'_0(x)}{v_0(x)} + \frac{v_0^2(x)}{\nu U} \frac{10(120 - 60t + 12t^2 - t^3)}{(60 - 12t + t^2)t}, \quad (15)$$

где $v'_0(x)$ — производная по оси ox . Это уравнение является нелинейным.

Рассмотрим случай $v'_0(x) = 0$, т. е. случай постоянного значения скорости отсасывания $u_0(x) = \text{const} = v_0$.

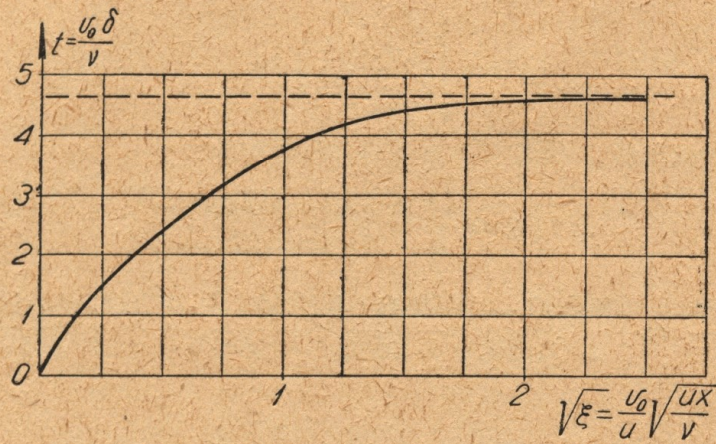


Рис. 3.

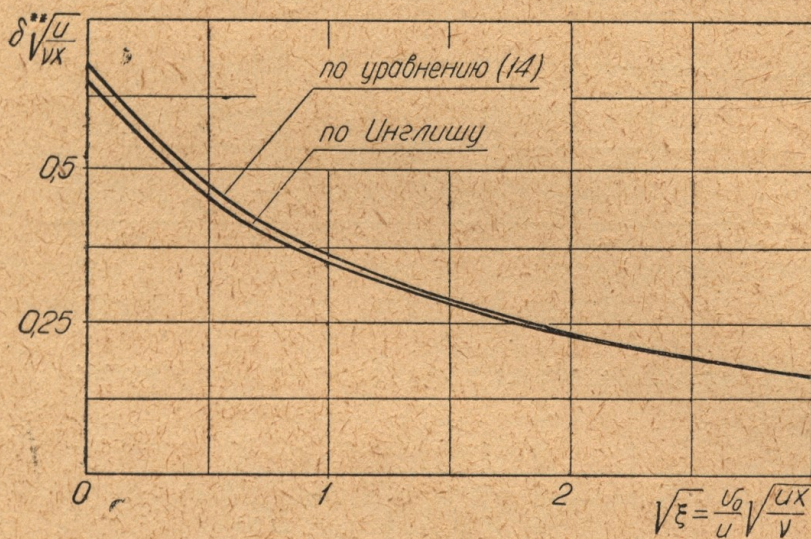


Рис. 4.

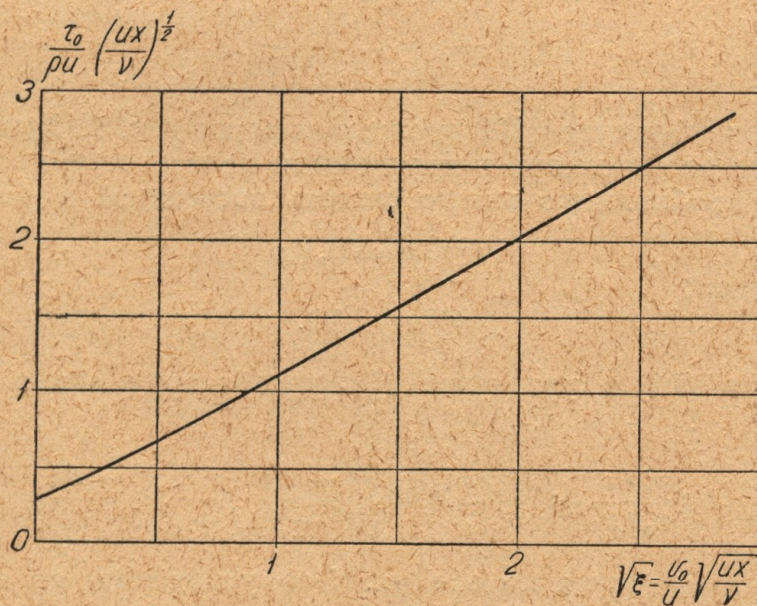


Рис. 5.

Тогда уравнение (15) представляется как:

$$\frac{(60 - 12t + t^2)t}{10(120 - 60t + 12t^2 - t^3)} dt = \frac{v_0^2}{\nu U} dx. \quad (15')$$

Интегрируя уравнение (15') и учитывая, что при $x=0$, $\delta=0$ и $t=0$, получаем:

$$\sqrt{\xi} = \pm \sqrt{\frac{0,90596 \ln \frac{25,83773 - 7,35563t + t^2}{4 \cdot 64437 - t} + 2,49550x}{x \operatorname{arctg} \frac{-7,35563 + 2t}{7,01755} - \frac{t}{10} - 1,7365}}, \quad (16)$$

где

$$\xi = \frac{v_0^2 x}{\nu U}.$$

Знак «+» принимается для случая отсасывания, знак «-» для сдувания.

Формула (16) при заданных значениях U и v_0 позволит определить параметр t (рис. 3).

Зная параметр t , можно рассчитать толщину пограничного слоя по следующей формуле:

$$\delta(x) = \frac{t}{\sqrt{\xi}} \sqrt{\frac{\nu x}{U}}. \quad (17)$$

Профиль скорости в пограничном слое определяется по формулам (5) и (7). А по формулам (9) и (14) можно найти изменения толщин вытеснения и потери импульса пограничного слоя. На рис. 4 приведена кривая изменения толщины потери импульса в функции от величины $\sqrt{\xi}$. Для сравнения там же приведена кривая, построенная по данным Иглиша.

На рис. 5 изображена кривая изменения напряжения трения на стенке пластины в зависимости от параметра $\sqrt{\xi}$. Расчет производился по формуле (11) и (12). Из графика видно, что по мере увеличения интенсивности отсасывания напряжение трения растет; следовательно, точка перехода пограничного слоя удаляется от передней кромки.

Из уравнения (16) видно, что при $t=4 \cdot 64437$ величина $\sqrt{\xi}$ становится бесконечно большой, т. е. в случае равномерного отсасывания на бесконечном расстоянии от передней кромки толщина пограничного слоя будет равна:

$$\delta = 4 \cdot 64437 \left| \frac{\nu}{v_0} \right|.$$

Данный метод является приближенным, и из приведенных результатов расчета при равномерном отсасывании ($v_0 = \text{const}$) можно установить, что сделанные упрощения являются вполне допустимыми.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. Изд-во иностр. лит-ры, 1956.
2. Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа, Физматгиз, М., 1959.