

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

198
532
515

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

ПЕРЕБІЛК 20/10

Б.С. Баєв, В.В. Чмовж

ГІДРАВЛІКА ТА ГІДРАВЛІЧНІ СИСТЕМИ

ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Навчальний посібник

Научно-техническая
Библиотека
"ХАИ"



mt0072400

72400 д

**НАУКОВО-ТЕХНІЧНА
БІБЛІОТЕКА**

Національного аерокосмічного
університету ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»



Харків «ХАИ» 2001

УДК 532+629.735.33.064.3

Гідравліка та гідравлічні системи літальних апаратів / Б.С. Басв, В.В. Чмовж.
- Навч. посібник. - Харків: Нац. аерокосмічний ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2001.
- 126 с.

Навчальний посібник містить певні розділи гідравліки, а саме: основні фізико-механічні властивості рідин і газів, основні рівняння гідромеханіки, гідростатики, протікання рідини в трубах, витікання через отвори і насадки, шляхові та місцеві втрати.

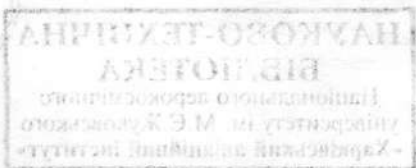
Розглянуто такі питання: розрахунок гідравлічних систем, опис енергетичних пристроїв (насосів), гідропередачі, гідравлічні системи літальних апаратів.

Матеріал розподілено за темами з урахуванням специфіки курсу.

Для студентів літакобудівних спеціальностей та інших механічних спеціальностей при вивченні загального курсу гідравліки.

Лл. 94. Табл. 5. Бібліогр.: 17 назв

Рецензенти: • канд. техн. наук, проф. О.В. Потетенко,
канд. техн. наук, доц. Ю.І. Миргород



© Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», 2001

ВСТУП

Гідравліка є прикладною наукою, що вивчає закони рівноваги та руху рідин, закони їх силової взаємодії з тілами, які з ними стикаються, а також застосування цих законів на практиці.

Гідравліка як технічна наука про закони руху рідин у різних умовах охоплює широке коло питань, для дослідження яких застосовують методи теоретичної механіки і гідромеханіки, фізики, математики, зокрема, методи диференціального та інтегрального числення інших суміжних завдань.

У свою чергу, гідравліка є основою для вивчення багатьох прикладних дисциплін. У будь-якій галузі техніки зустрічаються різні задачі, пов'язані з вивченням руху та рівноваги рідин, а тому інженер, незалежно від спеціальності, повинен знати закони гідравліки та вміти їх використовувати у практичній діяльності.

Можна навести безліч прикладів гідромеханічних задач різних галузей техніки (будівельна, дорожня техніка, верстати, преси, автомобілі, гідротехнічні спорудження, канали та ін.).

Гідравлічні агрегати і пристрої застосовуються на сучасних літальних апаратах (ЛА) досить широко. В наш час крім традиційних гідравлічних систем (паливної, масляної, керування посадочними щитками, випуску і прибирання шасі) з'явилося дуже багато інших, які використовуються в системах керування ЛА, в механізмах повороту крила або двигуна на літаках з вертикальним зльотом, зміни форм і геометрії крила, керування двигунами і повітряними гвинтами, реверсу тяги двигунів, як приводу паливних насосів, електрогенераторів і повітряного компресора для приводу бортової холодильної установки, спецобладнання на літаках сільськогосподарської авіації, радіолокаційних установок, установок озброєння, для запуску авіадвигунів, в системах заправки літаків паливом у повітрі та ін.

Широке застосування гідравлічні системи одержали в різного роду наземному устаткуванні, що обслуговує літальні апарати, в лебідках, установках для запуску ракет та ін.

З досягненням надзвукових і космічних швидкостей виникла значна необхідність широкого впровадження різних засобів механізації і автоматизації в керування літальним апаратом, основними його агрегатами в повітрі та на землі. Під час розробки таких засобів особливу увагу приділяють гідравлічним передачам і обладнанню.

Із наведених прикладів видно виняткову роль гідравліки як науки для сучасного авіаційного інженера.

Гідравліка як наука виникла і розвивалась під впливом потреб і запитів громадської практики, розвитку техніки. Всю історію розвитку гідравліки як науки можна поділити на три періоди.

Перший період охоплює час від давності до появи гідравліки як науки (середина XVIII століття). Це був період накопичення експериментальних даних, відкриття окремих законів для спокою і руху рідини. Але гідравліки і гідромеханіки як науки ще не існувало, оскільки у цей період не було строго наукових досліджень гідравлічних явищ і методи вирішення виникаючих задач не опрацьовувались.

За цей довгий за часом період можна відзначити найвидатніших вчених у галузі, що нас цікавить. Це Архімед, який відкрив знаменитий закон "різне тіло, будучи занурене у воду, втрачає у своїй вазі стільки, скільки важить витиснена ним вода". Це Галілей, який вперше подав основи гідростатики у своєму трактаті "Міркування про тіла, які перебувають у воді". Це Торрічеллі (учень Галілея), який установив закон вільного витікання рідини через отвори. Далі – Паскаль, який показав, що зовнішній тиск передається однаково на всю масу рідини. Нарешті, Ньютон, який установив закон тертя, запропонував поняття про в'язкість рідин і заклав основи теорії гідродинамічної подібності явищ.

Але цілковитої науки про рух рідини не було до середини XVIII століття. Знання були розрізнені та відповідали лише яким-небудь конкретним задачам.

Саме в цей час теоретичні основи гідродинаміки і гідравліки як науки були закладені в працях членів Петербурзької академії наук – Д. Бернуллі, Л. Ейлера і М.В. Ломоносова.

У 1738 р. вийшов трактат Д. Бернуллі "Гідродинаміка або записки про сили і рух рідини", в якому він вивів основне рівняння руху рідини, що зв'язує тиск, швидкість і висоту положення рідини, покладене в основу всієї сучасної гідравліки і гідромеханіки. У 1766 р. Л. Ейлер склав диференціальні рівняння рівноваги і руху рідини. Ломоносов відкрив закон збереження матерії, який покладено в основу рівняння нерозривності, або рівняння витрат.

Так був започаткований теоретичний метод в гідромеханіці, тобто покладено початок гідромеханіки і гідравліки як науки.

Другий період охоплює час від середини XVIII століття і майже увесь період XIX століття. Він характерний накопиченням великого експериментального матеріалу про течію рідин, на підставі якого уточнювались коефіцієнти, широко застосовані у гідравліці.

У цей період вченими Лагранжем, Гельмгольцем та іншими проведені важливі теоретичні дослідження про течії ідеальної рідини. В області експериментальних досліджень слід відзначити імена талановитих інженерів того часу – Шезі, Дарсі, Вейсбаха, Гагена і французького лікаря Пуазейля. З цими іменами ми будемо зустрічатися у наступних розділах навчального посібника.

Третій період - з кінця XIX століття до нашого часу. Це період подальшого поглиблення теоретичних основ гідравліки шляхом урахування в'язких якостей рідини і розвитку теорії подібності гідродинамічних явищ.

Тут теж слід відзначити найвидатніші імена вчених в галузі гідравліки.

Г. Стокс заклав основи теорії руху в'язкої рідини шляхом розвитку, тобто узагальнив рівняння Л. Ейлера на течію рідини за наявності дотичних сил тертя.

О. Рейнольдс на основі узагальнення великого експериментального матеріалу ввів критерій гідродинамічної подібності по в'язкості рідини та газу, він же поклав і початок теоретичному вивченню турбулентного руху.

Професор М.П. Петров дослідями доказав справедливість формули Ньютона про тертя в деяких рідинах і заклав основи гідродинамічної теорії мащення.

Д.І. Менделєєв зробив глибокий критичний аналіз і узагальнив увесь накопичений до нього дослідний матеріал про тертя рідини. Йому належить ідея про пограничний шар. Тільки в 1904 році професор Л. Прандтль утворив математичну теорію пограничного шару.

М.Є. Жуковський вніс великий вклад у розвиток гідравліки. Він одержав експериментальні дані на московському трубопроводі і утворив теорію гідравлічного удару в трубах. До теперішнього часу на підставі цих показників ведуться всі розрахунки трубопроводів при поширенні у них ударних хвиль. М.Є. Жуковський започаткував теорію руху ґрунтових вод, склав рівняння руху ґрунтових вод і одержав результати, дуже корисні для практики, і тим самим поклав початок самостійної науки – підземної гідравліки. Крім того, він вирішив ряд таких задач: з витікання рідини через отвори, з теорії мащення машин, з поширення швидкості у водопровідних трубах, з реакції струменя витікаючої рідини, з коливання рідини.

Професор Л. Прандтль і його учні Т. Карман, І.І. Нікурадзе започаткували теорію турбулентної течії рідини, а останній провів дуже ретельні дослідження, які стали класичними.

У цей період були засновані перші наукові школи гідравліків. В галузі гідравлічної науки працювали і працюють більшість найкрупніших представників науки. До них слід віднести академіків М.М. Павловського, Л.С. Лейбензона, С.А. Чаплигіна, М.В. Келдиша, А.М. Колмогорова, С.А. Христіановича, Г.Ф. Проскура і професорів А.М. Ахутіна, І.І. Агроскіна, І.І. Куколевського, М.Д. Чортоусова, І.А. Чарного та інших.

На жаль, немає можливості висвітлити багатогранну діяльність окремих вчених і різних наукових організацій в галузі гідравліки.

Великі й різнобічні дослідницькі роботи з гідравліки здійснюються протягом багатьох десятиліть на кафедрах гідравліки у вищих навчальних закладах і багатьох науково-дослідних інститутах Академії наук України.

ОСНОВНІ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ ТА ГАЗУ

1.1. Гіпотеза суцільності

Як і вся матерія в природі, рідини та гази складаються з найменших частинок - молекул та атомів, які хаотично рухаються відносно один одного. За звичайних умов (при температурі $t = 15^{\circ}\text{C}$ і тиску $p = 760 \text{ мм рт. ст.}$) в одному кубічному сантиметрі води - $\sim 3.34 \cdot 10^{22}$ молекул, в одному кубічному сантиметрі газу - $\sim 2.7 \cdot 10^{19}$ молекул. Таким чином, у невеликих об'ємах рідини (газу) знаходиться досить велика кількість молекул.

Вивчення практичних питань, наприклад, силової взаємодії між рідиною (газом) і твердим тілом, яке знаходиться в ній, дозволяє зробити відхід від молекулярної будови рідини і розглядати рідину як суцільне середовище, в якому відсутні міжмолекулярні проміжки та хаотичний рух молекул. Ця пропозиція називається гіпотезою суцільності середовища.

Гіпотеза суцільності дає можливість розглядати кінематичні та динамічні параметри рідини, що перебуває у русі (швидкість, тиск і т.д.) як безперервні функції деяких аргументів і дозволяє використовувати математичний апарат, що базується на безперервних функціях.

Гіпотеза про неперервність рідини була введена в гідродинаміку ще у період формування її як науки Л. Ейлером, Ж. Даламбером і Ж. Лагранжем.

Результати обчислень, одержані при використанні гіпотези суцільності середовища, у більшості випадків добре узгоджуються з результатами відповідних спостережень і дослідів.

Гіпотеза суцільності стає недопустимою за наявності в рідині розривів (коли тиск в ній може істотно знизитися і вона починає закипати в холодному стані), а для газів - на великих висотах, де шлях вільного пробігу молекул одного порядку з розмірами частин самого літального апарата.

Не всі властивості, які мають рідини та гази (запах, колір, хімічний склад і т.д.), з точки зору механіки відіграють основну роль. Тиск, густина, питома вага, в'язкість, теплоємність, стисливість і т.д. для гідродинаміки суттєво цікаві, їх ми будемо називати механічними властивостями. Суттєва різниця між рідинами та газами проявляється в їх стисливості. Очевидно що, всі так звані краплинні рідини майже не мають властивості стисливості, в той час як гази можуть стискатися.

Оскільки в курсі розглядаються краплинні рідини, наведемо їх визначення. Краплинною рідиною називають фізичне тіло, яке має велику рухливість своїх частинок та значний опір стискові.

1.2. Густина і питома вага

Важливою характеристикою рідкого середовища є густина. Для визначення густини виділимо об'єм ΔW (рис. 1.1). Позначимо масу рідини в цьому об'ємі через Δm . Тоді відношення $\frac{\Delta m}{\Delta W}$ буде називатись середньою густиною рідини, яка знаходиться в об'ємі ΔW . Стягуючи об'єм ΔW у точку A , одержимо, що відношення $\frac{\Delta m}{\Delta W}$ буде прямувати до деякої межі, яка називається густиною в даній точці:

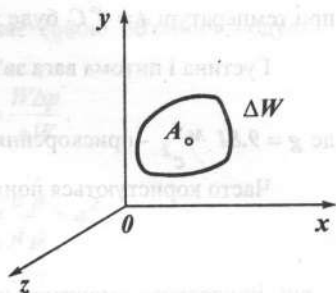


Рис. 1.1

$$\rho_A = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta W}. \quad (1.1)$$

Густина однорідного середовища визначається відношенням

$$\rho = \frac{M}{W}.$$

При температурі $t = 15^\circ \text{C}$ і $p = 760 \text{ мм рт. ст.}$ густина води $\rho_в = 1000 \text{ кг/м}^3$, густина повітря $\rho_{пов} = 1.23 \text{ кг/м}^3$.

Густина краплинної рідини може вважатись однаковою по всьому об'ємові, який вона займає, і мало залежить від тиску і температури.

Густина газу, температура і тиск зв'язані між собою рівнянням стану досконалого газу:

$$\frac{p}{\rho} = RT,$$

де T - абсолютна температура; R - газова стала, яка за умов, близьких до нормальних, для повітря дорівнює 287 Дж/кгК .

За аналогією з густиною вводиться поняття питомої ваги. Якщо вага рідини в об'ємі ΔW дорівнює ΔG , то відношення $\frac{\Delta G}{\Delta W}$ називається середньою питомою вагою, а границя цього відношення в даній точці A при $\Delta W \rightarrow 0$

$$\gamma_A = \lim_{\Delta W \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta W} \quad (1.2)$$

називається питомою вагою.

Питома вага однорідного середовища визначається так:

$$\gamma = \frac{G}{W}.$$

Питома вага повітря (на рівні моря) $\gamma_{пов} = 12 \text{ Н/м}^3$. Питома вага води при температурі $t = 4^\circ\text{C}$ буде $\gamma_w = 9.81 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3$.

Густина і питома вага зв'язані між собою співвідношенням

$$\gamma = \rho \cdot g, \quad (1.3)$$

де $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ - прискорення вільного падіння.

Часто користуються поняттям відносної питомої ваги

$$\delta = \frac{\gamma_{рід}}{\gamma_w, t=4^\circ\text{C}}. \quad (1.4)$$

1.3. Стисливість

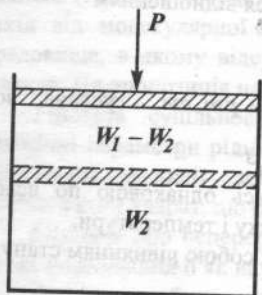


Рис. 1.2

Під стисливістю розуміють якість рідини змінювати свій об'єм під дією тиску. Якщо в рідині, поміщеній в замкнутій посудині, за допомогою зовнішньої сили створити тиск (рис. 1.2), то об'єм цієї рідини зміниться.

Залежно від роду рідини і тиску $p = \frac{P}{S}$ зменшення об'єму буде різним. Нехай при зменшенні тиску на величину Δp початковий об'єм W_1 зміниться до W_2 (кінцевий об'єм).

Число, що виражає відносну зміну об'єму рідини, який приходить на одиницю тиску, називається коефіцієнтом об'ємного стиску:

$$\beta_W = - \frac{W_1 - W_2}{W_1} \frac{1}{\Delta p}. \quad (1.5)$$

Оскільки збільшенню тиску відповідає зменшення об'єму, то в правій частині ставиться знак мінус.

Для краплинних рідин величина β_W незначна, наприклад:

$$\beta_{W \text{ бенз}} = \frac{1}{1305 \text{ МПа}}, \quad \beta_{W \text{ в}} = \frac{1}{2060 \text{ МПа}}.$$

Досліди свідчать, що стисливість краплинних рідин у багато разів менша від стисливості газів; наприклад, стисливість води в 13900 разів менша від стисливості повітря при тиску в одну атмосферу. Зусилля, які виникають в рідинах, при стисненні можуть досягнути величезних значень. Для води при зменшенні об'єму на 0.5% від його первинного попереднього значення в ньому виникає тиск у 10 МПа.

При вирішенні звичайних задач гідродинаміки стисливістю краплинних рідин можна знехтувати.

Величина, обернена коефіцієнту β_W , являє собою об'ємний модуль пружності:

$$K = \frac{1}{\beta_W}, \text{ або } K = \frac{W_1 \Delta p}{W_1 - W_2} = \frac{W \Delta p}{\Delta W}.$$

Виразивши об'єм через густину, одержимо

$$K = - \frac{d p}{\rho d \left(\frac{1}{\rho} \right)} = \rho \frac{d p}{d \rho}, \text{ або } \frac{K}{\rho} = \frac{d p}{d \rho} = a^2,$$

де a - швидкість поширення поздовжніх хвиль у пружному середовищі, що дорівнює швидкості звуку.

Величина швидкості звуку дозволяє висновувати про стисливість середовища. Чим менша швидкість звуку в даному середовищі, тим більше вона стислива і, навпаки, якщо середовище вважати нестисливим, то $a = \infty$.

1.4. Температурне розширення

Із зміною температури змінюється об'єм рідини і газу. За аналогією з коефіцієнтом об'ємного стиску вводиться коефіцієнт температурного розширення

$$\beta_t = \frac{dW}{W} \frac{1}{dt}, \quad (1.6)$$

який являє собою відносну зміну об'єму рідини при зміні температури на один градус. Для води при $p = 0.1 \text{ МПа}$ і $t = (0 \dots 10)^\circ \text{C}$ $\beta_t = 0.000014 \frac{1}{^\circ \text{C}}$, а

при $t = (10 \dots 20)^\circ \text{C}$ $\beta_t = 0.000015 \frac{1}{^\circ \text{C}}$, тому в цьому діапазоні температур ним

дозволяється нехтувати. При більш високих температурах зміною об'єму нехтувати не можна. Так, при температурі від 30 до 100°C об'ємна вага змінюється приблизно на $(0.5 \dots 4)\%$, що необхідно врахувати при проектуванні гідравлічних обладнань та установок, в яких рухається гаряча рідина.

1.5. Опір розтягу

Як відомо, гази, заповнюючи будь-який наданий їм об'єм, яким би великим він не був, не чинять опору дії сил, що їх розтягують.

В краплинних рідинах має місце опір розриву, але він дужий малий. У воді $\tau = 36 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$, що в 10^7 разів менше тимчасового опору на розрив чавуну.

Необхідно відмітити, що це справедливо для технічних краплинних рідин, які містять зважені тверді частинки та дрібні бульбашки газів.

При експериментах із старанно очищеною і дегазованою водою в ній були одержані короткочасні напруги розтягання до $23...28 \text{ МПа}$.

Але в задачах гідравліки ці умови, за яких рідина може проявляти опір розтягуванню, звичайно не беруть до уваги. Враховуючи це і те, що здатність розриву у більшості рідин незначна, вважають, що у звичайних умовах рідина не чинить опору зусиллям розтягування, і в технічних розрахунках їх не враховують.

У рідинах в гідравліці практично мають справу тільки зі всебічним тиском.

1.6. В'язкість

В'язкістю називається якість рідини чинити опір зсуву. При переміщенні одного шару рідини відносно іншого виникають дотичні напруги. Якби рідина була ідеальною (без в'язкості), то по нормалі до гладкої стінки швидкості всіх частинок рідини були б однакові.

У дійсності, як свідчать експерименти, швидкість на стінці дорівнює нулю. В міру віддалення від останньої швидкість швидко зростає (рис. 1.3). Нижчі шари рідини, що мають менші швидкості руху, створюють гальмування вищих шарів, які, рухаючись швидше, прагнуть тягнути за собою нижчі.

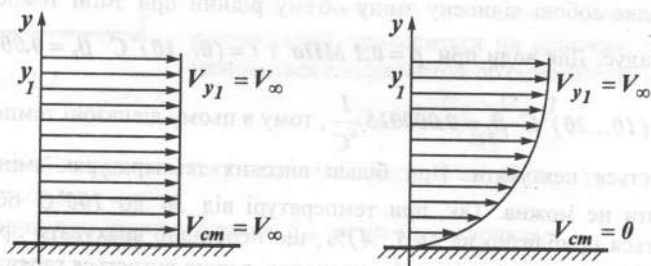


Рис. 1.3

Тертя, яке виникає при русі між суміжними шарами рідини, зумовлюється її в'язкістю. В'язкість рідини - результат взаємодії внутрішньомолекулярних силових полів, які перешкоджають відносному рухові між двома шарами рідини.

Отже, для переміщення частинок одна відносно одної необхідно подолати їх взаємне притягання, причому чим воно більше, тим більша потрібна сила зсуву.

Таким чином, внутрішнє тертя в рідині, на відміну від газів, зумовлено не обміном молекул, а їх взаємним притяганням. Доказом цього є те, що зі збільшенням температури, як відомо, обмін молекул зростає, тертя в рідині зменшується, а в газах - збільшується.

Вперше гіпотеза про в'язкість рідини була висунена Ньютоном в 1686 р.

Ньютон ввів гіпотезу про величину сили, яка переборює в'язкий опір: сила внутрішнього тертя, яка виникає між сусідніми рухомими шарами рідини, пропорційна швидкості відносно руху та площі поверхні зіткнення і залежить від роду рідини та не залежить від тиску.

При постійній дотичній напрузі сила тертя дорівнюватиме

$$T = \mu \frac{dV}{dy} S, \quad (1.7)$$

де T - сила тертя; S - площа тертьової поверхні; $\frac{dV}{dy}$ - градієнт швидкості по

нормалі до поверхні, який являє собою інтенсивність зміни швидкості в напрямку і геометрично дорівнює тангенсу β нахилу дотичної до епюри швидкостей (рис. 1.4); dV - різниця швидкостей руху двох сусідніх шарів рідини; dy - відстань між ними; μ - коефіцієнт динамічної в'язкості.

У подальшому висловлене Ньютоном положення про внутрішнє тертя було експериментально підтверджено науковими працями Н.П. Петрова.

Відношення сили тертя до поверхні S називається дотичним напружком тертя:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy}. \quad (1.8)$$

Коефіцієнт динамічної в'язкості із виразу (1.8)

$$\mu = \frac{\tau}{dV/dy}.$$

Коефіцієнт в'язкості μ виражає напругу тертя за умови, що градієнт швидкості по нормалі до поверхні S дорівнює одиниці, тобто $dV/dy = 1$, $\mu = \tau$.

Коефіцієнт динамічної в'язкості можна тлумачити як міру передачі руху частинок рідини у перпендикулярному до потоку напрямку.

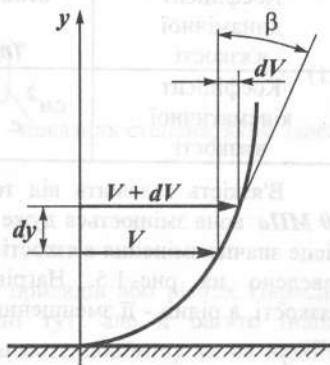


Рис. 1.4

З виразу (1.8) також видно, що у рідин навіть при незначній в'язкості дотичні напруження будуть великими у тих місцях потоку, де значення dV/dy також великі.

У технічній гідравліці широко використовується кінематичний коефіцієнт в'язкості, який являє собою відношення динамічної в'язкості μ до густини ρ

$$v = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.9)$$

Розмірності коефіцієнтів в'язкості наведено в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Система одиниць	Фізична	Технічна	Міжнародна
Коефіцієнт динамічної в'язкості	$\text{дина} \cdot \text{с} / \text{см}^2$ (пуаз)	$\text{кг} \cdot \text{с} / \text{м}^2$	$\text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$
Коефіцієнт кінематичної в'язкості	$\text{см}^2 / \text{с}$ (стокс)	$\text{м}^2 / \text{с}$	$\text{м}^2 / \text{с}$

В'язкість залежить від температури та тиску. При тиску приблизно **10 МПа** вона змінюється дуже мало, при тиску, більшому ніж **10 МПа**, має місце значне зміння в'язкості. Характер зміння в'язкості від температури наведено на рис.1.5. Нагрівання газів супроводжується збільшенням в'язкості, а рідин - її зменшенням. Пояснюється ця різниця самою природою в'язкості в рідинах і газах.

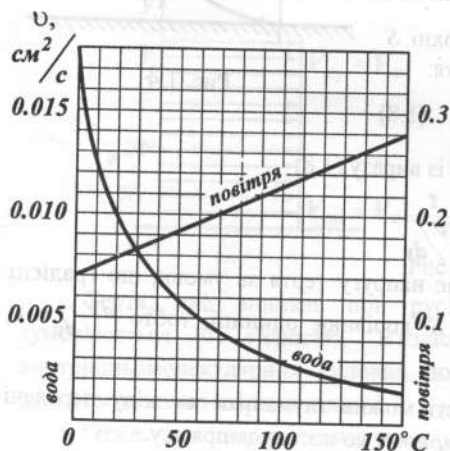


Рис. 1.5

Молекули газу, які належать до одного із виділених нами шарів, в процесі хаотичного теплового руху переходять в інший шар і або прискорюють, або загальмовують його рух. З підвищенням температури зростає швидкість хаотичного руху молекул газу, а також і число зіткнень між молекулами різних шарів в одиницю часу. В остаточному розрахунку цей результат призводить до того, що в'язкість газів з підвищенням температури зростає.

В'язкість краплинної рідини залежить не стільки від швидкості руху молекул (яке носить тут характер коливань біля незакріплених центрів), скільки від сил молекулярного зчеплення. З підвищенням температури ці сили послаблюються, що призводить до зменшення в'язкості.

Для розрахунків (при $t = 20^\circ\text{C}$) можна приймати значення кінематичного коефіцієнта в'язкості води $\nu = 0.01 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$, а повітря – $\nu = 0.15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Слід звернути увагу на те, що при цій температурі кінематична в'язкість повітря в 15 разів більша, ніж води.

У рідині, яка перебуває у спокої, дотичні напруги дорівнюють нулю.

Але є так звані неньютонівські рідини, сили тертя в яких не підпорядковуються формулі Ньютона. До них можна віднести бурові розчини, масляні фарби, зубну пасту, колоїди та ін. Закони зміни дотичних напруг для них загальніші:

$$\tau = \tau_0 + \mu \left(\frac{dV}{dy} \right)^n, \quad (1.10)$$

де τ_0 - дотична напруга рідини у спокої; n - показник степеня, який залежить від роду рідини.

1.7. Інші властивості

Під час вибору робочої рідини для приладів або різних гідросистем необхідно враховувати не тільки названі тут, але й багато інших її властивостей, які впливають на процеси масотеплообміну та на надійність роботи приладів або гідросистем.

До таких властивостей відносяться: сили поверхневого тяжіння, випаровуваність, теплопровідність і теплоємність рідини, її мастильні властивості, ступінь хімічної агресивності відносно стінок, що її обмежують, термостійкість, токсичність, вибухонебезпечність і т.д.

За необхідності читач може одержати відомості про ці властивості в спеціальній літературі.

1.8. Сили, які діють на рідину

У механіці твердого тіла широко використовується поняття зосередження (скупчення) сили. Але ні одне реально тверде тіло не змогло б витримати дії такої сили, оскільки напруги, що створюються нею, виявляються нескінченно великими. Стосовно твердого тіла сприймання цих

напруг зосередженими, тобто прикладеними у точці, слід розглядати як чисто умовне. Щодо рідини цей метод взагалі неприпустимий, оскільки він вступає у протиріччя з самою природою рідини. Внаслідок текучості рідини, тобто рухливості її частинок, у ній не можуть діяти скупчені сили. В рідині можуть діяти лише розподілені сили, які підрозділяються на масові та поверхневі.

Масові сили діють в кожній частині розглядуваного об'єму і пропорційні її масі. До них належать сили тяжіння, інерції, магнітні та ін.

Поверхневі сили безперервно розподілені на поверхні рідини. Ці сили зумовлені безпосередньою дією сусідніх об'ємів рідини на даний об'єм або ж дією інших тіл (твердих або газоподібних), дотичних до даного рідкого тіла.

У загальному випадку поверхнева сила ΔR , яка діє на площинку ΔS , спрямована під деяким кутом до неї. Її можна розкласти на нормальну ΔP і тангенціальну ΔT складові (рис. 1.6). Перша називається силою тиску, а друга - силою тертя.

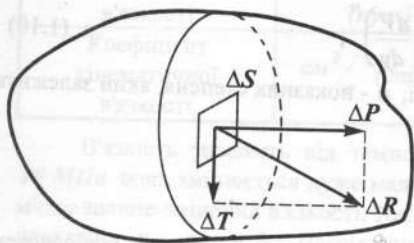


Рис. 1.6

Як масові, так і поверхневі сили в гідромеханіці розглядаються звичайно у вигляді одиничних сил, тобто сил, які віднесені до відповідних одиниць. Масові сили відносяться до одиниці маси, а поверхневі - до одиниці площі.

Оскільки різна масова сила дорівнює добутку маси на прискорення, то одинична масова сила чисельно дорівнює відповідному прискоренню.

Одинична поверхнева сила називається напругою поверхневої сили, а її проекція на нормаль до ΔS і на ΔS - нормальною і дотичною напругою.

Нормальна напруга, тобто напруга сили тиску, називається гідромеханічним тиском, а у випадку спокою - гідростатичним тиском.

У загальному випадку гідромеханічний тиск у заданій точці дорівнює

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta S}, \quad (1.11)$$

де ΔP - нормальна сила тиску, яка діє на площинку ΔS . Співвідношення між найбільш розповсюдженими одиницями тиску подано в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

$\frac{\kappa\Gamma}{\text{м}^2}$	<i>ат</i> (технічна атмосфера)	<i>бар</i>	<i>Па</i>
$1 \frac{\kappa\Gamma}{\text{м}^2} = 10^{-4} \text{ ат} =$ $= 9.806 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$	$1 \text{ ат} = 1 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2} =$ $= 10^4 \frac{\kappa\Gamma}{\text{м}^2}$	$1 \text{ бар} = 10^5 \frac{\text{дн}}{\text{см}^2} =$ $= 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \approx 1.02 \text{ ат}$	$1 \text{ Па} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} =$ $= 10^{-5} \text{ бар} =$ $= 0.102 \frac{\kappa\Gamma}{\text{м}^2} =$ $= 1.02 \cdot 10^5 \text{ ат}$

Дотична напруга в рідині, тобто напруга тертя, визначається за формулою

$$\tau = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta S} \quad (1.12)$$

1.9. Властивість гідростатичного тиску

Виділимо в нерухомій рідині елементарний об'єм у формі тетраедра $ABCD$ з ребрами dx , dy , dz (рис. 1.7). Цей об'єм знаходиться під дією масових і поверхневих сил. Результуючу масових сил позначимо dG . Проекції цієї сили по осі координат дорівнюють:

$$dG_x = \rho F_x \frac{1}{6} dx dy dz,$$

$$dG_y = \rho F_y \frac{1}{6} dx dy dz,$$

$$dG_z = \rho F_z \frac{1}{6} dx dy dz,$$

де F_x , F_y , F_z - складові одиничної масової сили;
 $\frac{1}{6} dx dy dz$ - об'єм елементарного тетраедра.

Нехай p_x , p_y , p_z - тиск на гранях, перпендикулярних до осей $0x$, $0y$, $0z$ відповідно, а p_n - тиск на грані BCD .

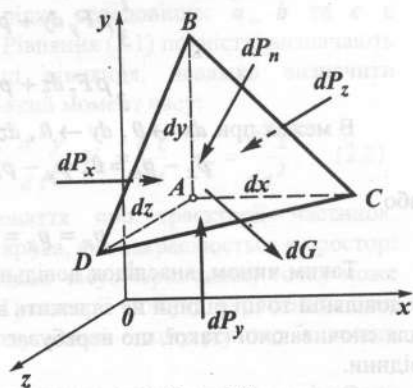


Рис. 1.7

Сили тиску на цих гранях:

$$dP_x = p_x \frac{1}{2} dy dz; \quad dP_y = p_y \frac{1}{2} dx dz; \quad dP_z = p_z \frac{1}{2} dx dy; \quad dP_n = p_n dS_n,$$

де dS_n - площа грані BCD .

Виділений об'єм рідини знаходиться в рівновазі. Рівняння рівноваги цього об'єму в проекціях на осі координат запишемо у вигляді:

$$\rho F_x \frac{1}{6} dx dy dz + p_x \frac{1}{2} dy dz - p_n dS_n \cos(\hat{n}, x) = 0;$$

$$\rho F_y \frac{1}{6} dx dy dz + p_y \frac{1}{2} dx dz - p_n dS_n \cos(\hat{n}, y) = 0;$$

$$\rho F_z \frac{1}{6} dx dy dz + p_z \frac{1}{2} dx dy - p_n dS_n \cos(\hat{n}, z) = 0.$$

Враховуючи, що

$$dS_n \cos(\hat{n}, x) = dS_x = \frac{1}{2} dy dz;$$

$$dS_n \cos(\hat{n}, y) = dS_y = \frac{1}{2} dx dz;$$

$$dS_n \cos(\hat{n}, z) = dS_z = \frac{1}{2} dx dy,$$

і спрощуючи відповідні суми проекцій, одержимо

$$\frac{1}{3} \rho F_x dx + p_x - p_n = 0;$$

$$\frac{1}{3} \rho F_y dy + p_y - p_n = 0;$$

$$\frac{1}{3} \rho F_z dz + p_z - p_n = 0.$$

В межах при $dx \rightarrow 0$, $dy \rightarrow 0$, $dz \rightarrow 0$ будемо мати

$$p_x - p_n = 0, \quad p_y - p_n = 0, \quad p_z - p_n = 0,$$

або

$$p_x = p_y = p_z = p_n. \quad (1.13)$$

Таким чином, внаслідок довільності dx , dy і dz гідродинамічний тиск у довільній точці рідини не залежить від напрямку. Ця властивість правильна для спочиваючої (такої, що перебуває у спокої) рідини і для потоку ідеальної рідини.

Оскільки в реальній (в'язкій) рухомій рідині виникають тангенціальні напруги, ця властивість не має місця.

ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ГІДРОАЕРОДИНАМІКИ

2.1. Деякі поняття із кінематики суцільного середовища

Кінематикою рідини називають розділ гідравліки, в якому вивчають види і форми руху рідини та газу незалежно від діючих сил.

Основною задачею кінематики рідини є визначення швидкостей частинок. Сукупність швидкостей частинок рідкого середовища створює поле швидкостей. Отже, рух рідини лише тоді можна вважати визначеним, якщо відома швидкість V у довільній точці рідкого середовища, тобто якщо відоме поле швидкостей.

Існує два методи вивчення руху рідини: метод Лагранжа і метод Ейлера.

Методом Лагранжа вивчається рух окремих частинок вздовж їх траєкторії. Оскільки частинок нескінченно багато, вони характеризуються координатами в початковий момент часу.

Нехай при $t = 0$ координати заданої частинки - a, b, c . Це означає, що їм із всієї кількості траєкторій заданої частинки буде належати та, яка проходить через координати a, b, c . Координати частинок x, y, z є функціями координат a, b, c та часу t :

$$x = \varphi_1(a, b, c, t); \quad y = \varphi_2(a, b, c, t); \quad z = \varphi_3(a, b, c, t). \quad (2.1)$$

Це рівняння сім'ї траєкторій (у параметричному вигляді), які заповнюють весь простір, що займає рідке середовище: a, b та c є параметрами, які визначають траєкторію. Рівняння (2.1) повністю визначають кінематику потоку. Дійсно, знаючи ці рівняння, неважко визначити швидкість і прискорення частинок у будь-який момент часу:

$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad w_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad V_y = \frac{dy}{dt}, \quad w_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad V_z = \frac{dz}{dt}, \quad w_z = \frac{d^2z}{dt^2}. \quad (2.2)$$

Методу Лагранжа відповідає поняття про траєкторії частинок. Траєкторією рідкої частинки називається крива, яка накреслюється в просторі частинкою, що рухається за деякий проміжок часу. Через кожную точку може проходити безліч траєкторій частинок. Траєкторії можуть перетиняти самі себе, можуть бути дуже складними і заплутаними - тому розгляд їх досить ускладнений.

Але для вирішення практичних задач гідродинаміки зовсім немає необхідності знати траєкторії частинок.

Наприклад, визначити тиск на поверхні крила в кожній точці із рівняння енергії можна, якщо попередньо знайдена швидкість потоку в кожній точці. Як видно, ця практична задача ставить перед кінематикою рідини питання про визначення швидкості в тій або іншій точці простору залежно від індивідуальної особливості частинок, які проходять через цю точку. Траєкторії частинок тут зовсім не потрібні.

Методом Ейлера розглядається нерухомий простір, заповнений рухомою рідиною, і вивчається зміна швидкості за часом у фіксованій точці простору.

Таким чином, метод Ейлера полягає у вираженні швидкостей частинок у функції від часу і координат x , y , z точок простору, тобто в завданні поля швидкостей. Тоді

$$\begin{aligned} V_x &= f_1(x, y, z, t); \\ V_y &= f_2(x, y, z, t); \\ V_z &= f_3(x, y, z, t). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Припустимо, що рух рідини безперервний, тому будемо вважати функції (2.3) однозначними, безперервними і диференціальними функціями координат x , y , z та часу t . У такому випадку для знаходження траєкторії частинок рідини слід у рівняннях (2.3) замінити V_x , V_y , V_z відповідно на

$\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ і проінтегрувати систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y, z, t), \quad \frac{dy}{dt} = f_2(x, y, z, t), \quad \frac{dz}{dt} = f_3(x, y, z, t). \quad (2.4)$$

Після інтегрування одержимо:

$$\begin{aligned} x &= \varphi_1(a, b, c, t); \\ y &= \varphi_2(a, b, c, t); \\ z &= \varphi_3(a, b, c, t). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ці рівняння мають три довільні сталі a , b , c , що визначаються із початкових умов.

Для методу Ейлера характерним є поняття про лінії течії.

Розглянемо в даний момент часу t яку-небудь точку A простору, заповненого рідиною (рис. 2.1). Швидкість точки зображена вектором. У цей момент часу t візьмемо на векторі швидкості V_A точку B , нескінченно близьку до точки A . Швидкість точки B зображена вектором V_B і т.д. Таким чином, одержано ламану $ABCDE$. Збільшуємо число ланок ламаної, прямуючи до нуля кожен її ланку. Тоді одержимо криву, яка називається лінією течії.

Лінія течії - це сукупність рідких частинок, вектори швидкостей яких дотичні до неї в даний момент часу.

Лінії течії не перетинаються ні самі з собою, ні одна з одною, тому що в точці перетину вектор швидкості в даний момент часу мав би два різних напрямки, що фізично неможливо. Виняток складають лише так звані особливі точки потоку, в яких величина швидкості дорівнює нулю (точка гальмування потоку).

Сім'я ліній течії дає картину течії в даний момент часу, тобто моментальний фотографічний знімок напрямків швидкостей потоку. Ряд таких знімків для різних моментів часу являє собою геометричне зображення потоку, що відповідає методу Ейлера.

Отже, було встановлено, що вектори швидкості є дотичними до лінії течії в кожний момент часу. Тому якщо ми візьмемо яку-небудь точку A на кривій, а біля неї - елементарний відрізок dl з проєкціями dx , dy , dz (рис. 2.2) по осях, то вектор швидкості та напрямок цього відрізка в даній точці збігаються, тобто будуть паралельними. Умова їх паралельності виконуватиметься співвідношенням

$$\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} = \frac{dz}{V_z} \quad (2.6)$$

Вираз (2.6) носить назву диференціального рівняння ліній течії.

Введемо поняття про трубку течії.

Для цього проведемо в рідині деякий замкнутий контур (рис. 2.3), який не є лінією течії, і через кожну точку цього контуру проведемо лінію течії. Сукупність проведених таким чином ліній течії утворює поверхню, яка називається трубкою течії. Рідину, яка протікає всередині трубки течії, прийнято називати струменем.

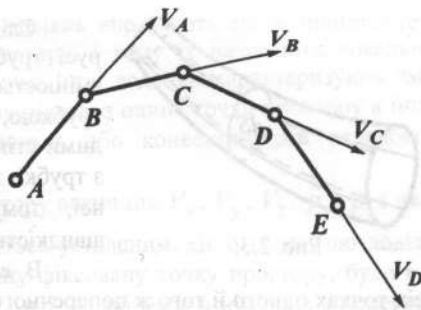


Рис. 2.1

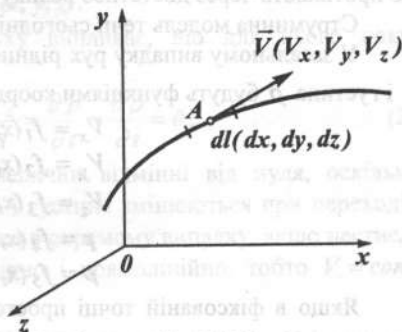


Рис. 2.2

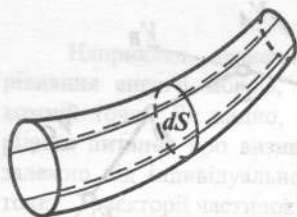


Рис. 2.3.

Слід підкреслити, що при стаціонарному русі трубка течії, утворена лініями течії, не змінюється в часі та є немовби непроникною трубкою, в якій рідина тече як у трубці з твердими стінками, що обмежують її вміст. Рідина з трубки течії не витікає в бік і не додається до неї, тому що в усіх точках струминки швидкість спрямована вздовж лінії течії.

В елементарній струминці швидкості в усіх точках одного й того ж поперечного перерізу можна приймати однаковими і такими, що дорівнюють місцевим швидкостям. Елементарна струминка є наочним кінематичним образом, який істотно полегшує вивчення руху рідини і покладена в основу так званої струминної моделі руху рідини.

Відповідно до цієї моделі, введеної в гідравліку ще в період формування її як науки, простір, зайнятий рухомою рідиною, розглядають як сукупність цілого ряду елементарних струминок. Сукупність елементарних струминок, що протікають через достатньо велику площу, утворює потік рідини.

Струминна модель течії сьогодні є однією з основних моделей рідини.

У загальному випадку рух рідини, проекції швидкості V_x , V_y , V_z , тиск p і густина ρ будуть функціями координат x , y , z та часу t , тобто

$$\begin{aligned} V_x &= f_1(x, y, z, t); \\ V_y &= f_2(x, y, z, t); \\ V_z &= f_3(x, y, z, t); \\ p &= f_4(x, y, z, t); \\ \rho &= f_5(x, y, z, t). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Якщо в фіксованій точці простору з координатами x , y , z проекції швидкості V_x , V_y , V_z , тиск p і густина ρ будуть функціями часу t , то такий рух рідини називається неусталеним.

Водночас зауважимо, що оскільки при неусталеному русі компоненти вектора швидкості є функцією чотирьох змінних x , y , z , t (2.7), то повна похідна кожної зі складових швидкостей буде:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} &= \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} = w_x; \\ \frac{dV_y}{dt} &= \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} = w_y; \\ \frac{dV_z}{dt} &= \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = w_z. \end{aligned}$$

Перші члени правої частини рівнянь виражають зміну швидкостей в полі у певній фіксованій точці простору, і тому їх називають локальною похідною, або складовою прискорення. Інші доданки характеризують зміну швидкості при переміщенні частинок рідини з однієї точки простору в іншу і називаються конвективними похідними, або конвективними складовими прискорення.

Якщо у фіксованій точці простору величини V_x, V_y, V_z, p і ρ з часом не змінюються, рух рідини називається усталеним. Це означає, що довільна рідка частинка, яка потрапляє в дану фіксовану точку простору, буде в ній мати такі самі значення V_x, V_y, V_z, p і ρ , які мала в ній одна з попередніх частинок рідини. В цьому випадку вирази (2.7) запишуться в такому вигляді:

$$\begin{aligned} V_x &= f_1(x, y, z); \\ V_y &= f_2(x, y, z); \\ V_z &= f_3(x, y, z); \\ p &= f_4(x, y, z); \\ \rho &= f_5(x, y, z). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Із визначення усталеного руху випливає, що для нього повинні виконуватися рівності

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = \frac{\partial V_y}{\partial t} = \frac{\partial V_z}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (2.9)$$

Але повні похідні від цих величин відмінні від нуля, оскільки в загальному випадку швидкість, тиск і густина змінюються при переході від однієї точки простору до іншої. Тільки в окремому випадку, якщо нестислива однорідна рідина рухається рівномірно і прямолінійно, тобто $V = const$ і $\rho = const$, то

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{dV_y}{dt} = \frac{dV_z}{dt} = 0 \text{ і } \frac{d\rho}{dt} = 0.$$

2.2. Рівняння нерозривності

Рівняння нерозривності відбивають закон збереження маси.

Припустимо, що рідина, яка рухається, повністю заповнює весь простір або визначену її частину, і порожнечі або розриви відсутні.

Розглянемо деяку нерухому замкнену поверхню довільної форми, що обмежує об'єм W (рис. 2.4). Знайдемо масу рідини, яка протікає через дану поверхню за одиницю часу.

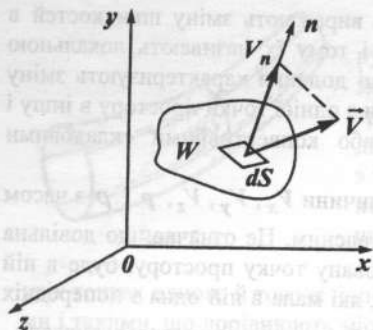


Рис. 2.4

Будемо вважати позитивною ту масу рідини, яка витікає із об'єму, і негативною - ту, що втікає. Знайдемо масу рідини, яка протікає через задану поверхню за одиницю часу.

Через елемент поверхні dS за одиницю часу протікає маса рідини $\rho V_n dS$, де V_n - проекція вектора швидкості \vec{V} на нормаль до поверхні S .

Вся маса рідини, яка протікає через поверхню S за одиницю часу, визначається інтегралом

$$\int_S \rho V_n dS. \quad (2.10)$$

З іншого боку, цю масу рідини можна визначити як зміну маси рідини в об'ємі W за одиницю часу:

$$\int_W \rho dW - \int_W \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dW = - \int_W \frac{\partial \rho}{\partial t} dW, \quad (2.11)$$

де $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ являє собою зміну густини за одиницю часу.

Отже, $\int_S \rho V_n dS = - \int_W \frac{\partial \rho}{\partial t} dW$. Застосовуючи до інтегралу в лівій

частині рівності формулу Остроградського-Гаусса $\int_S \rho V_n dS = \int_W \text{div}(\rho \vec{V}) dW$,

одержимо

$$\int_W \text{div}(\rho \vec{V}) dW = - \int_W \frac{\partial \rho}{\partial t} dW \quad \text{або} \quad \int_W \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) \right] dW = 0.$$

За умови, що записана рівність справедлива для будь-якого довільного об'єму W і підінтегральна функція безперервна, маємо співвідношення

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0, \quad (2.12)$$

яке і є рівнянням нерозривності.

У розгорнутому вигляді рівняння нерозривності (2.12) має вигляд:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0. \quad (2.13)$$

Рівняння (2.13) можна записати і в іншій формі. Враховуючи, що

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} V_x + \rho \frac{\partial V_x}{\partial x};$$

$$\frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} V_y + \rho \frac{\partial V_y}{\partial y};$$

$$\frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial z} V_z + \rho \frac{\partial V_z}{\partial z},$$

одержимо

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x} V_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} V_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} V_z + \rho \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = 0,$$

або

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (2.14)$$

Розглянемо рівняння нерозривності в окремих випадках: при усталеному русі $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, і тоді $\text{div}(\rho \vec{V}) = 0$, або

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0; \quad (2.15)$$

для нестисливої рідини та при усталеному русі $\rho = \text{const}$, і тоді $\text{div}(\vec{V}) = 0$, або

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (2.16)$$

З урахуванням рівняння (2.16) можна стверджувати, що умова збереження маси потребує, щоб швидкість об'ємної деформації при русі нестисливої рідини дорівнювала нулю.

2.3. Рівняння витрати

Рівняння витрати є одним із основних рівнянь гідродинаміки і виражає закон збереження маси.

Витратою називається кількість рідини, яка протікає через живий переріз потоку або струменя за одиницю часу. Витрата може вимірюватися в одиницях об'єму, ваги або маси. Відповідно розрізняють три види витрат: об'ємна, вагова та масова.

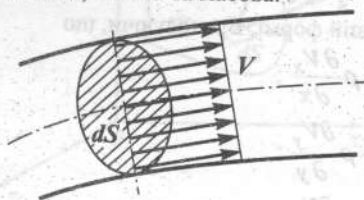


Рис. 2.5

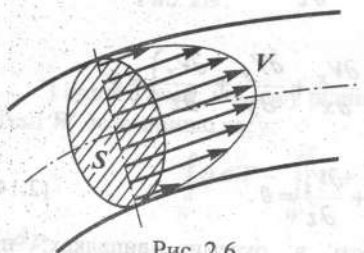


Рис. 2.6

Для елементарної струминки (рис. 2.5) можна вважати розподілення швидкостей рівномірним, тоді об'ємна витрата - $dQ = VdS$; вагова - $dG = \rho gV dS$; масова - $dM = \rho VdS$.

Для потоку кінцевих розмірів, де швидкість в межах живого перерізу непостійна (рис. 2.6), вирази для трьох видів витрат матимуть вигляд:

$$Q = \int_S V dS;$$

$$G = \int_S \rho g V dS;$$

$$M = \int_S \rho V dS.$$

Як завжди, в таких випадках в розгляд течії вводиться поняття середньої швидкості, яка дорівнює

$$V_{cp} = \frac{Q}{S}. \quad (2.17)$$

Одержимо рівняння витрати. Маса рідини, яка протікає через довільну поверхню S і обмежує об'єм W (рис. 2.7), визначається інтегралом (2.10).

Для усталеного руху маємо $\int_S \rho V dS = 0$, тобто маса, яка втікає в об'єм W ,

дорівнює масі, що витікає. Застосуємо одержаний результат до елементарної струминки (рис. 2.7).

Виходячи із наведеного вище, $M = M_1 + M_{бок} + M_2 = 0$. $M_{бок} = 0$, оскільки на боковій поверхні трубки течії $V_n = 0$ (із властивості ліній течії).

Записавши значення для M_1 та M_2 , дістанемо

$$-\int_{S_1} \rho_1 V_1 dS + \int_{S_2} \rho_2 V_2 dS = 0,$$

звідки

$$\rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 V_2 S_2. \quad (2.18)$$

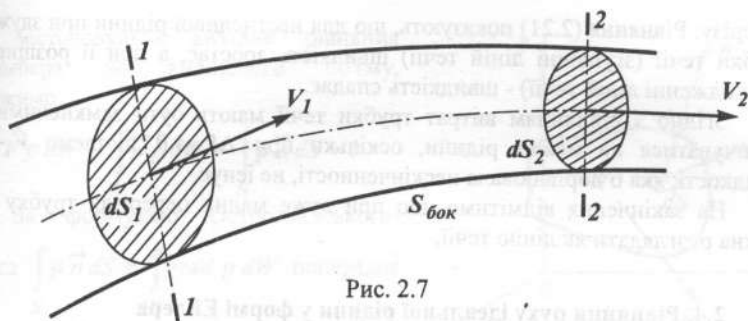


Рис. 2.7

Вираз (2.18) називають витратою для елементарної струминки стисливої рідини. Для нестисливої рідини ($\rho = \text{const}$)

$$V_1 S_1 = V_2 S_2. \quad (2.19)$$

Для каналу кінцевих розмірів (рис. 2.8), виходячи із тих самих міркувань, можна записати: $M = M_1 + M_{\text{бок}} + M_2 = 0$, $M_{\text{бок}} = 0$ (оскільки $V_n = 0$), тоді витрата через переріз 1-1 та 2-2 дорівнюватиме

$$-\int_{S_1} \rho_1 V_1 dS + \int_{S_2} \rho_2 V_2 dS = 0.$$

Використовуючи поняття про середню швидкість (2.17), одержимо

$$\rho_1 V_{1\text{сеп}} S_1 = \rho_2 V_{2\text{сеп}} S_2. \quad (2.20)$$

Вираз (2.20) являє собою рівняння витрати для каналу кінцевого розміру при русі стисливої рідини.

Для нестисливої рідини рівняння витрат

$$V_{1\text{сеп}} S_1 = V_{2\text{сеп}} S_2. \quad (2.21)$$

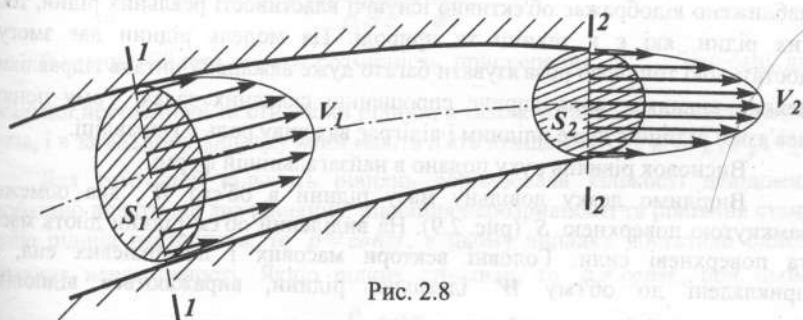


Рис. 2.8

Рівняння витрати має широке застосування при розв'язанні задач гідродинаміки, воно дає прості співвідношення між швидкістю і площею

перерізу. Рівняння (2.21) показують, що для нестисливої рідини при звуженні трубки течії (згущенні ліній течії) швидкість зростає, а при її розширенні (розходженні ліній течії) - швидкість спадає.

Згідно з рівнянням витрат трубки течії мають бути замкненими або закінчуватися на межах рідини, оскільки при $\Delta S \rightarrow 0$ дістаємо $V \rightarrow \infty$; швидкості, яка б дорівнювала нескінченності, не існує.

На закінчення відмітимо, що при дуже малих перерізах трубку течії можна розглядати як лінію течії.

2.4. Рівняння руху ідеальної рідини у формі Ейлера

Виведення основних рівнянь руху середовища ґрунтується на законах Ньютона та інших положеннях класичної механіки. При цьому спочатку складають диференціальні рівняння руху, а потім інтегрують їх. Такий метод застосовується в гідромеханіці.

Цей метод пов'язаний із значними труднощами, що виникають внаслідок специфічного характеру взаємодії частинок рідкого або газоподібного середовища між собою. Якщо при русі твердого тіла, яким би складним цей рух не був, відстань між будь-якими двома точками тіла залишається постійною, то при русі рідини (або газу) внаслідок її рухливості відстань між окремими частинками весь час змінюється, що значно утрудняє складання вихідних диференціальних рівнянь та їх інтегрування.

У 1755 р. Л. Ейлер вперше одержав диференціальні рівняння руху ідеальної рідини. Рідина з повною відсутністю в'язкості називається ідеальною (нев'язкою) рідиною.

Ідеальна (нев'язка) рідина є граничною абстрактною моделлю і лише наближено відображає об'єктивно існуючі властивості реальних рідин, тобто тих рідин, які є в техніці та природі. Ця модель рідини дає змогу з достатньою точністю розв'язувати багато дуже важливих питань гідравліки; у деяких випадках вона сприяє спрощенню складних задач. Тому поняття нев'язкої рідини є дуже плідним і відіграє важливу роль у гідравліці.

Висновок рівнянь руху подано в найзагальнішій формі.

Виділимо деяку довільну масу рідини в об'ємі W , яка обмежена замкнутою поверхнею S (рис. 2.9). На виділений об'єм рідини діють масові та поверхневі сили. Головні вектори масових і поверхневих сил, які прикладені до об'єму W ідеальної рідини, виражаються відповідно інтегралами $\int_W \vec{F} \rho dW$ і $\int_S \vec{p} dS$, де \vec{F} - вектор одиничної масової сили.

Застосовуючи вихідне рівняння Даламбера до виділеного об'єму, одержимо

$$\int_W \vec{F} \rho dW - \int_W \vec{w} \rho dW - \int_S p \vec{n} dS = 0.$$

За формулою Остроградського-

Гауса $\int_S p \vec{n} dS = \int_W \text{grad } p dW$ попереднє

рівняння набуває вигляду

$$\int_W \left[\left(\vec{F} - \vec{w} \right) - \frac{1}{\rho} \text{grad } p \right] dW = 0.$$

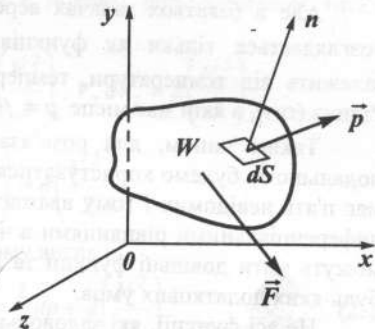


Рис. 2.9

Із умови, що записана рівність справедлива для будь-якого довільного об'єму і що підінтегральна функція безперервна, випливає:

$$\left(\vec{F} - \vec{w} \right) - \frac{1}{\rho} \text{grad } p = 0. \quad (2.22)$$

Вираз (2.22) являє собою векторну форму рівняння руху ідеальної рідини. В проєкціях на осі рівняння Ейлера запишуться таким чином:

$$\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{dV_x}{dt}; \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{dV_y}{dt}; \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{dV_z}{dt}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Рівняння Ейлера мають розмірність прискорення $\frac{m}{c^2}$. Записані для ідеальної нестисливої та стислої рідини, а також усталеного і неусталеного рухів, і в загальному випадку вони мають п'ять невідомих: p, ρ, V_x, V_y, V_z .

Для того щоб кількість рівнянь дорівнювала кількості невідомих, необхідно додати ще два рівняння: рівняння нерозривності та рівняння стану. Якщо рідина нестислива, то $\rho = const$, в цьому випадку достатньо одного рівняння нерозривності. Якщо рідина стислива, то $\rho \neq const$, при цьому додають рівняння стану, тобто $\frac{p}{\rho} = RT$ - тим самим вводиться ще одне невідоме T .

Але в багатьох задачах аерогідродинаміки, наприклад, коли тиск p розглядається тільки як функція одної густини ρ і безпосередньо не залежить від температури, температуру T можна виключити із розгляду. Рідина (газ), в якій має місце $p = f(\rho)$, називається баротропною.

Таким чином, для розв'язання задачі про рух ідеальної рідини в подальшому будемо користуватися п'ятьма рівняннями. Система цих рівнянь має п'ять невідомих і тому вважається замкнутою. Із п'яти рівнянь чотири є диференціальними рівняннями в частинних похідних. Розв'язок цих рівнянь можуть мати довільні функції та довільні сталі, які мають бути визначені з будь-яких додаткових умов.

Не всі функції, які задовольняють диференційним рівнянням, придатні за фізичними умовами задачі. Щоб вибрати із більшості придатних функцій саме ті, які відповідають фізичним умовам задачі побудови того або іншого потоку, вводяться ще так звані граничні та початкові умови. Ці умови полягають в тому, що шукані функції p , ρ , V_x , V_y , V_z (або їх похідні), які знаходимо, при деяких невизначених x , y , z , t повинні також набувати визначених заданих значень.

Рівняння руху ідеальної рідини можна проінтегрувати для деяких окремих, але досить важливих випадків руху. Таких випадків можна відзначити п'ять: для рідини, яка знаходиться у спокої; потенціального та усталеного рухів; тільки потенціального руху; тільки усталеного руху; гвинтового руху, коли осі обертання рідких частинок (осі вихорів) розташовуються вздовж ліній течії.

Із цих п'яти випадків інтегрування розглядатимуться тільки два - для рідини, яка знаходиться у спокої, і для усталеного руху ідеальної рідини.

2.5. Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини

Рівняння Бернуллі - основне рівняння гідравліки. Воно було одержано в 1738 р. Данилом Бернуллі, членом Російської академії наук.

Одержимо це рівняння для усталеного руху ідеальної рідини, припускаючи, що масові сили мають потенціал. Помножимо кожне із рівнянь (2.23) на відповідні проекції елементарного переміщення вздовж лінії течії, які дорівнюють $dx = V_x dt$, $dy = V_y dt$, $dz = V_z dt$, і складемо ці рівняння.

Матимемо

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = \\ = V_x dV_x + V_y dV_y + V_z dV_z \quad (2.24)$$

Враховуючи, що вираз у дужках є повним диференціалом тиску, а також що

$$V_x dV_x = d\left(\frac{V_x^2}{2}\right), V_y dV_y = d\left(\frac{V_y^2}{2}\right), V_z dV_z = d\left(\frac{V_z^2}{2}\right),$$

$$d\left(\frac{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{V^2}{2}\right),$$

рівняння (2.24) можна переписати в такому вигляді:

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = \frac{1}{\rho} dp + d\left(\frac{V^2}{2}\right). \quad (2.25)$$

Оскільки масові сили мають потенціал, то ліва частина рівняння (2.25) - це повний диференціал деякої функції $U(x, y, z)$. Ця функція мусить мати такі властивості: частинні похідні від неї по координатах x, y, z повинні відповідно дорівнювати F_x, F_y, F_z , тобто

$$\frac{\partial U}{\partial x} = F_x, \quad \frac{\partial U}{\partial y} = F_y, \quad \frac{\partial U}{\partial z} = F_z.$$

Функція U називається силовою функцією. Як відомо із теоретичної механіки, ця функція дорівнює потенціалу сил із протилежним знаком.

Вводячи в функцію U , маємо

$$dU = \frac{1}{\rho} dp + d\left(\frac{V^2}{2}\right). \quad (2.26)$$

Інтегруючи рівняння (2.26), одержимо

$$-U + \int \frac{dp}{\rho} + \frac{V^2}{2} = C, \quad (2.27)$$

де C - стала величина вздовж даної лінії течії (траєкторії), яка змінюється в загальному випадку при переході від однієї лінії течії до іншої.

Для нестисливої рідини ($\rho = \text{const}$)

$$-U + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = C. \quad (2.28)$$

Рівняння (2.28) у цьому випадку матиме вигляд

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = C,$$

або

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = H. \quad (2.29)$$

Таким чином, ми одержали рівняння Бернуллі, яке є основним рівнянням гідравліки. Члени рівняння Бернуллі (2.29) мають розмірність довжини і називаються так:

z - нівелірна висота, або геометричний напір;

$\frac{P}{\rho g}$ - п'єзометрична висота, або п'єзометричний напір;

$\frac{V^2}{2g}$ - швидкісна висота, або швидкісний напір;

H - сума всіх перелічених висот, або повний напір.

Рівняння Бернуллі, записане для двох довільно взятих перерізів струменя, виражає рівність повних напорів у цих перерізах, тобто

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} = H. \quad (2.30)$$

Для ідеальної рідини, що рухається, сума трьох висот - нівелірної, п'єзометричної та швидкісної є величина, стала вздовж струменя. Це так звана геометрична інтерпретація рівняння Бернуллі, яку можна проілюструвати графіком, поданим на рис. 2.10.

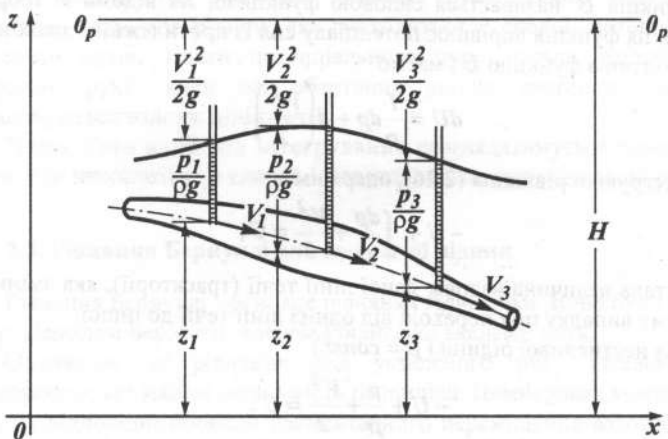


Рис. 2.10

Лінія зміни п'єзометричних висот називається п'єзометричною лінією; її можна розглядати як геометричне місце рівнів у п'єзометрах, установлених вздовж струменя.

Можна розглянути й енергетичну інтерпретацію рівняння Бернуллі.

Таким чином, для ідеальної рідини, що перебуває в русі, сума питомих енергій положення, тиску і кінематичної енергії - величина, стала вздовж струменя. Будемо називати питому енергію рідини енергією, віднесеною до одиниці ваги, тоді:

z - питома енергія положення (оскільки частинка рідини має вагу ΔG , яка знаходиться на висоті z , має енергію положення, що дорівнює $\Delta G z$, а на одиницю ваги припадає $\frac{\Delta G z}{\Delta G} = z$);

$\frac{p}{\rho g}$ - питома енергія тиску рухомої рідини (оскільки частинка рідини вагою ΔG при тиску p здатна піднятися на висоту $\frac{p}{\rho g}$ і тим самим набути енергію $\Delta G \frac{p}{\rho g}$; після ділення тиску на ΔG одержимо $\frac{p}{\rho g}$);

$\frac{V^2}{2g}$ - питома кінетична енергія рідини (оскільки для тієї ж частинки вагою ΔG кінетична енергія, віднесена до одиниці ваги, дорівнює $\frac{\Delta G \frac{V^2}{2g}}{\Delta G} = \frac{V^2}{2g}$);

$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = H$ - повна питома енергія рухомої рідини.

У процесі руху ідеальної рідини одна форма енергії може перетворюватися на іншу, але повна питома енергія залишається незмінною.

Для газу, питома вага якого невелика, членом $\rho g z$ (при малому перепаді висот) нехтують через його мале значення відносно інших членів. Тоді рівняння (2.29) можна записати у вигляді

$$p + \frac{\rho V^2}{2} = C. \quad (2.31)$$

Рівнянням (2.31) звичайно користуються в аеродинаміці. Необхідно зауважити, що воно придатне тільки для таких швидкостей, при яких стисливість рідини можна знехтувати.

При великих швидкостях течії газ необхідно розглядати як стисливе середовище, в якому $\rho \neq const$. При цьому досить часто течію газу можна вважати ізоентропійною (оборотний адіабатичний процес, в якому ентропія постійна).

З урахуванням зазначеного вище та виразу (2.27) для стисливого газу запишемо

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{V^2}{2} = C. \quad (2.32)$$

Для ізоентропійної течії справедливе співвідношення між густиною та тиском: $p = c\rho^\gamma$. Звідси $dp = \gamma c \rho^{\gamma-1} d\rho$. Проведемо розрахунок інтеграла:

$$\int \frac{dp}{\rho} = \int \frac{\gamma c \rho^{\gamma-1}}{\rho} d\rho = \gamma c \int \rho^{\gamma-2} d\rho = \frac{\gamma}{\gamma-1} c \rho^{\gamma-1} + C_1.$$

Оскільки $c \rho^{\gamma-1} = \frac{1}{\rho} c \rho^\gamma = \frac{p}{\rho}$, то

$$\int \frac{dp}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + C_1. \quad (2.33)$$

Підставивши вираз (2.33) у (2.32), одержимо

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = C. \quad (2.34)$$

Вираз (2.34) являє собою рівняння Бернуллі для газу.

2.6. Рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини

Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини (2.29) не враховує впливу в'язкості. При переході від струменя ідеальної рідини до потоку реальної рідини, обмеженого стінками, необхідно врахувати нерівномірне розподілення швидкостей по перерізу (див рис. 2.8) та втрати енергії по довжині каналу. Ці дві обставини є наслідком в'язких властивостей рідини. При русі рідини вздовж стінок каналу в'язкість, а також сили молекулярного зчеплення між рідиною та стінкою призводять до гальмування потоку, а у самої стінки швидкість рідини дорівнює нулю. Тому найбільші швидкості - в центральній частині потоку.

Крім того, рух в'язкої рідини часто супроводжується обертанням частинок, вихроутворенням та переміщенням між шарами рідини - все це потребує затрат енергії. Тому повний напір не залишається постійним, як у випадку ідеальної рідини, а постійно витрачається на подолання опору і в результаті зменшується вздовж потоку.

Внаслідок нерівномірності розподілення швидкостей введемо в розгляд середню швидкість рідини $V_{ср}$, а також середнє значення питомої енергії рідини в кожному перерізі потоку.

В межах розглядуваних поперечних перерізів потоку справедливим будемо вважати співвідношення

$$z + \frac{p}{\rho g} = const.$$

Це означає, що при русі рідини окремі струминки діють одна на одну з таким самим тиском, як і в нерухомому стані.

Введемо поняття потужності потоку.

Потужністю потоку в даному перерізі будемо називати повну енергію, яку проносить потік через заданий переріз в одиницю часу. Оскільки в різних точках перерізу потоку частинки рідини мають різну енергію, то спочатку виразимо елементарну потужність струминки у вигляді

$$dN = H \rho g dQ = \rho g \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} \right) V dS.$$

Потужність всього потоку знаходять як інтеграл від попереднього виразу по всій площі S , тобто

$$N = \rho g \int_S \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} \right) V dS.$$

Враховуючи, що рух паралельно-струминний, одержимо

$$N = \rho g \left(z + \frac{p}{\rho g} \right) \int_S V dS + \frac{\rho g}{2g} \int_S V^3 dS.$$

Знайдемо середнє по площі перерізу значення повної питомої енергії:

$$H_{cep} = \frac{N}{\rho g Q} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{1}{2gQ} \int_S V^3 dS.$$

Помноживши та розділивши останній член на V_{cep}^2 , дістанемо

$$H_{cep} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\int_S V^3 dS}{V_{cep}^3 S} \frac{V_{cep}^2}{2g}.$$

Позначивши через

$$\alpha = \frac{\int_S V^3 dS}{V_{cep}^3 S}, \quad (2.35)$$

будемо мати вираз для середньої питомої енергії в будь-якому з вибраних перерізів:

$$H_{\text{сеп}} = z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{V_{\text{сеп}}^2}{2g}, \quad (2.36)$$

де α - безрозмірний коефіцієнт, який враховує нерівномірність розподілення швидкостей.

Якщо помножити і розділити співвідношення (2.35) на $\frac{\rho}{2}$, то неважко пересвідчитися, що коефіцієнт α являє собою відношення дійсної кінетичної енергії потоку в заданому перерізі до кінетичної енергії того самого потоку і в тому ж перерізі, але при рівномірному розподіленні швидкостей.

Для реальних рідин $\alpha > 1$, для ідеальної рідини (при рівномірному розподіленні швидкостей) $\alpha = 1$.

Вираз (2.36) дає величину середньої питомої енергії в одному перерізі потоку. Щоб одержати рівняння Бернуллі для потоку, необхідно порівняти значення повного напору в різних перерізах. Очевидно, що

$$H_{\text{сеп}1} > H_{\text{сеп}2} \quad (2.37)$$

на величину втрат питомої енергії від перерізу 1-1 до перерізу 2-2 (рис. 2.11). Якщо позначити через $\sum h_{1-2}$ сумарну втрату питомої енергії на ділянці 1-2, то

$$H_{\text{сеп}1} = H_{\text{сеп}2} + \sum h_{1-2}, \quad (2.38)$$

або в розгорнутій формі:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_{1\text{сеп}}^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_{2\text{сеп}}^2}{2g} + \sum h_{1-2}. \quad (2.39)$$

Це і є рівняння Бернуллі для потоку в'язкої нестисливої рідини під час руху.

Одержане рівняння (2.39) відрізняється від рівняння Бернуллі (2.30) для ідеальної рідини членом $\sum h_{1-2}$, який враховує витрати питомої енергії рідини, і коефіцієнтом нерівномірності розподілення швидкостей α .

Крім того, швидкості, які входять в рівняння Бернуллі для реальної рідини, є середніми.

Геометричну інтерпретацію рівняння Бернуллі наведено на рис. 2.11.

З енергетичної точки зору рівняння (2.39) являє собою рівняння балансу енергії з урахуванням втрат. Енергія, яка втрачається рідиною на розглянутій ділянці каналу, не зникає безслідно, а лише перетворюється в другу форму - теплову, що тягне за собою деяке збільшення температури рідини.

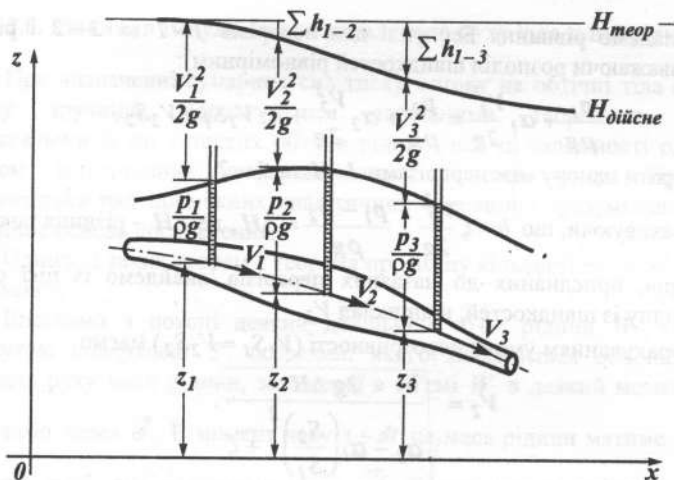


Рис. 2.11

2.7. Приклади використання рівняння Бернуллі в техніці

Рівняння Бернуллі дозволяє розглянути і зрозуміти принцип роботи ряду приладів і обладнання. Розглянемо роботу деяких із них.

1. Дросельний витратомір, або витратомір Вентурі, який являє собою пристрій, що встановлюється в трубопроводах для визначення витрат (або швидкості) рідини. Принцип його роботи базується на утворенні перепаду тиску за рахунок стискання потоку в трубі. Витратомір складається з двох ділянок: плавно звуженої (сопла) та поступово розширюючої (дифузора), які з'єднані між собою горловиною (рис. 2.12).

Нехай в перерізі 1-1 потоку безпосередньо перед звуженням маємо швидкість V_1 , тиск p_1 , площу перерізу S_1 , а в перерізі 2-2, тобто в самому вузькому місці потоку, відповідно швидкість V_2 , тиск p_2 і площу перерізу S_2 .

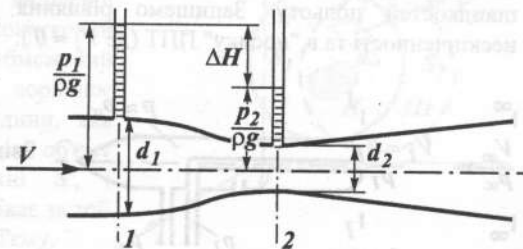


Рис. 2.12

Складемо рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 та 2-2 і рівняння витрат (вважаючи розподіл швидкостей рівномірним):

$$\frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h; V_1 S_1 = V_2 S_2,$$

де h - втрати напору між перерізами 1-1 та 2-2.

Враховуючи, що $h = \zeta \frac{V_2^2}{2g}$ і $\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \Delta H$, де ΔH - різниця показників п'езометрів, приєднаних до названих перерізів, знайдемо із цієї системи рівнянь одну із швидкостей, наприклад V_2 .

З урахуванням умови нерозривності ($V_1 S_1 = V_2 S_2$) маємо

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g \Delta H}{\alpha_2 - \alpha_1 \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 + \zeta}}$$

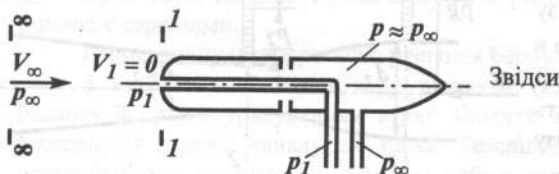
Знаючи швидкість, визначимо об'ємні витрати:

$$Q = V_2 S_2 = S_2 \sqrt{\frac{2g \Delta H}{\alpha_2 - \alpha_1 \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 + \zeta}}, \text{ або } Q = C \sqrt{\Delta H},$$

де $C = S_2 \sqrt{\frac{2g}{\alpha_2 - \alpha_1 \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 + \zeta}}$ - величина, стала для даного витратоміра.

Точніше величину C можна знайти експериментально, протарувавши витратомір.

2. Приймач повітряного тиску (ППТ) дає можливість визначити швидкість польоту літака. На рис. 2.13 показано схему ППТ для невеликих швидкостей польоту. Запишемо рівняння Бернуллі для перерізів на нескінченності та в "носику" ППТ (де $V_1 \approx 0$):



$$\frac{p_\infty}{\rho g} + \frac{V_\infty^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g}$$

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_\infty)}{\rho}}$$

Різницю $p_1 - p_\infty$ можна визначити будь-яким приладом, що вимірює тиск.

Рис. 2.13

2.8. Рівняння імпульсів для усталеного руху ідеальної рідини

При визначенні сумарних сил тиску потоку на обтічні тіла або стінки каналу зручніше користуватися загальними теоремами механіки, застосовуючи їх до кінцевих об'ємів рідини, ніж ці залежності одержувати шляхом інтегрування диференціальних рівнянь руху. При цьому виключається ряд проміжних аналітичних операцій і зрозуміліше виступає механічна основа дослідження.

Однією з таких теорем є теорема про зміну кількості руху, або рівняння імпульсів.

Виділимо в потоці деякий довільний об'єм рідини W , обмежений замкнутою поверхнею S , всередині якого знаходиться обтічне тіло K . Кількість руху маси рідини, замкнутої в об'ємі W в деякий момент часу t ,

позначимо через $\vec{\sigma}$. В момент часу $t + dt$ ця маса рідини матиме вже другу кількість руху, яку позначимо через $\vec{\sigma}'$. Таким чином, змінення кількості руху виділеної маси рідини за нескінченно малий проміжок часу dt буде

$$d\vec{\sigma} = \vec{\sigma}' - \vec{\sigma}.$$

Кількість руху виділеної маси рідини в момент часу t дорівнює сумі кількостей руху мас рідини, які заповнюють об'єми I та II (рис. 2.14). Кількість руху тієї ж маси рідини, але в момент часу $t + dt$ дорівнює сумі кількості руху мас рідини, що заповнюють об'єми II та III . При усталеному русі кількість руху маси рідини, яка заповнює загальний для обох положень об'єм II , не змінюється.

Звідси зміна кількості руху виділеної маси рідини за час dt

визначається виразом $d\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_{III} - \vec{\sigma}_I$, тобто зміна кількості руху виділеної маси рідини, яка займала в початковий момент об'єм W , обмежений замкнутою поверхнею S , дорівнює різниці кількостей руху рідини, яка витікає за час dt із початкового об'єму W через частину поверхні S , і кількості руху рідини, яка втікає за той самий час всередину цього об'єму.

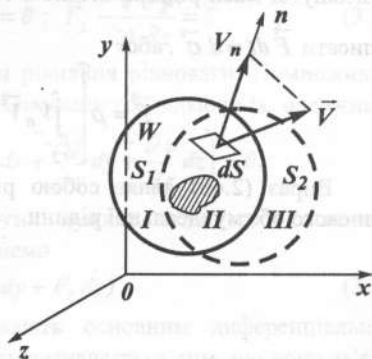


Рис. 2.14

Підрахуємо величину $d\vec{\sigma}$. Через елементарну площинку dS за час dt пройде маса рідини, яка дорівнює $\rho V_n dt dS$, де V_n - складова швидкості по нормалі до S . Відповідно цій масі кількість руху буде $\rho V_n dt dS \vec{V}$.

Кількість руху маси рідини, що витікла із початкового об'єму маси рідини, визначається інтегралом

$$\rho dt \int_{S_2} V_n \vec{V} dS,$$

де S_2 - частина поверхні S , через яку рідина витікає з об'єму W .

Кількість руху маси рідини, яка втікла, знайдеться аналогічним інтегралом

$$\rho dt \int_{S_1} V_n \vec{V} dS,$$

де S_1 - частина поверхні S , через яку рідина втікає в об'єм W .

Зміна кількості руху виділеної маси рідини дорівнюватиме різниці цих величин:

$$d\vec{\sigma} = \rho dt \left[\int_{S_2} V_n \vec{V} dS - \int_{S_1} V_n \vec{V} dS \right].$$

Позначимо через \vec{F} рівнодіючу зовнішніх сил, прикладених до розглянутої маси рідини. Згідно з теоремою про зміну кількості руху можна записати $\vec{F} dt = d\vec{\sigma}$, або

$$\vec{F} = \rho \left[\int_{S_2} V_n \vec{V} dS - \int_{S_1} V_n \vec{V} dS \right]. \quad (2.40)$$

Вираз (2.40) являє собою рівняння імпульсів для усталеного руху кінцевого об'єму ідеальної рідини.

ОСНОВИ ГІДРОСТАТИКИ

Гідростатика є частиною гідравліки, що вивчає рівновагу рідини, яка знаходиться під дією зовнішніх сил, а також питання рівноваги повністю або частково занурених тіл.

У гідростатиці досліджуються два випадки рівноваги: а) абсолютний спокій - рідина та посудина, в яку вона налита, нерухомі; б) відносний спокій - рідина нерухома відносно рухомої посудини.

Гідростатика розглядає стосовно кожного конкретного випадку рівноваги такі питання: 1) розподілення тиску по стінках посудини, в яку налита рідина, і по глибині; 2) форму поверхонь рівня; 3) механічну дію усталеної рідини з зануреними в неї тілами.

3.1. Основне рівняння гідростатики

Однією з основних задач гідростатики є задача про розподілення тиску в рідині по стінці, з якою вона стикається.

Будемо вважати, що зовнішні сили, прикладені до якогось об'єму, не залежать від часу t , хоча в загальному випадку є така залежність. Тоді

$$p = f(x, y, z).$$

Цю функцію можна знайти шляхом інтегрування диференціальних рівнянь рівноваги, які можна одержати з рівняння руху ідеальної рідини у формі Ейлера (2.23), привівнявши праві частини до нуля:

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (3.1)$$

Рівняння (3.1) - це диференціальні рівняння рівноваги. Помноживши рівняння (3.1) відповідно на dx , dy , dz та почленно складаючи їх, одержимо

$$\rho (F_x dx + F_y dy + F_z dz) - \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = 0.$$

Враховуючи, що тричлен в других дужках являє собою повний диференціал функції $p = f(x, y, z)$, дістанемо

$$dp = \rho (F_x dx + F_y dy + F_z dz). \quad (3.2)$$

Це рівняння, як правило, називають основним диференціальним рівнянням гідростатики. Його особливість визначається тим, що воно зв'язує змінення тиску із зміненням координат точки, масовою густиною, а також величиною та напрямком результуючої одиничних масових сил.

Якщо на рідину буде діяти тільки сила тяжіння (абсолютний спокій), то

$$F_x = 0; F_y = 0; F_z = -g,$$

а рівняння рівноваги набере вигляду: $dp = -\rho g dz$.

Інтегруючи рівняння рівноваги, одержимо $p = -\rho g dz + const$,

або
$$z + \frac{p}{\rho g} = const. \quad (3.3)$$

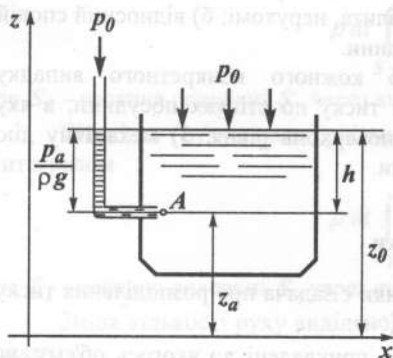


Рис. 3.1

Цей вираз, як правило, називають основним рівнянням гідростатики. Використовуючи його, можна знайти тиск у будь-якій точці виділеного об'єму рідини (рис. 3.1).

Якщо на вільній поверхні тиск - p_0 , а відстань до площини відліку - z_0 , то рівняння (3.3) можна записати для двох перерізів таким чином:

$$z_A + \frac{p_A}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}. \quad (3.4)$$

Геометричний зміст основного рівняння гідростатики полягає в тому,

що сума висот п'езометричної $\frac{p}{\rho g}$ та геометричної z для всіх перерізів рідини, яка перебуває в спокої, є величиною сталою.

Фізичний зміст полягає в тому, що основне рівняння виражає закон збереження енергії стосовно спокійної рідини, тобто сума питомих енергій тиску $\frac{p}{\rho g}$ та положення z є величина стала для всіх перерізів виділеного об'єму.

Рівняння (3.4) можна подати в іншій формі:

$$p_A = p_0 + \rho g(z_0 - z_A),$$

або
$$p_A = p_0 + \rho g h, \quad (3.5)$$

де $h = (z_0 - z_A)$ - глибина занурення точки.

Гідростатичний тиск, виражений формулою (3.5), називається абсолютним тиском і лінійно залежить від глибини занурення h .

Різниця між абсолютним гідростатичним і атмосферним тиском називається зайвим гідростатичним, або манометричним тиском:

$$P_{абс} = P_{атм} + P_{зайв},$$

або
$$P_{зайв} = P_{абс} - P_{атм}. \quad (3.6)$$

Порівнюючи залежності (3.5) і (3.6), можна встановити, що зайвий тиск у відкритих посудинах дорівнює $p_{зайв} = \rho gh$.

Якщо на поверхні рідини тиск буде більше атмосферного, тобто $p_0 = p_{атм} + \Delta p_0$, то зайвий тиск дорівнюватиме

$$p_{зайв} = p_0 + \rho gh - p_{атм} = p_{атм} + \Delta p_0 + \rho gh - p_{атм} = \Delta p_0 + \rho gh.$$

Таким чином, зайвий тиск створюється як за рахунок ваги стовпа рідини ρgh , так і за рахунок різниці тиску Δp_0 .

В інженерній практиці часто зустрічаються області, де має місце розрідження або вакуум, тобто тиск менше атмосферного. Вакуумом називається різниця між атмосферним і абсолютним тисками:

$$p_{вак} = p_{атм} - p_{абс} \cdot p_{атм} = p_{абс} + \rho gh_{вак}.$$

Таким чином, основне рівняння гідростатики свідчить про те, що тиск у нестисливій рідині в спокої розподіляється за лінійним законом.

На рис. 3.2 показано епюри тиску краплинної рідини на вертикальну стінку резервуара. При відкритому резервуарі тиск від сили тяжіння рідини розподіляється по трикутнику з основою ρgh і вершиною на вільній поверхні (рис. 3.2,а). Якщо на вільну поверхню діє ще манометричний тиск (рис. 3.2,б), епюра тиску набирає форми трапеції з основою $p_{ман}$ і $p_{ман} + \rho gh$; інакше кажучи, для побудови епюри тиску треба змістити трикутник вправо на величину $p_{ман}$. У випадку вакууму цей трикутник зміщується вліво, внаслідок чого епюра може мати вигляд, наведений, наприклад, на рис. 3.2,в.

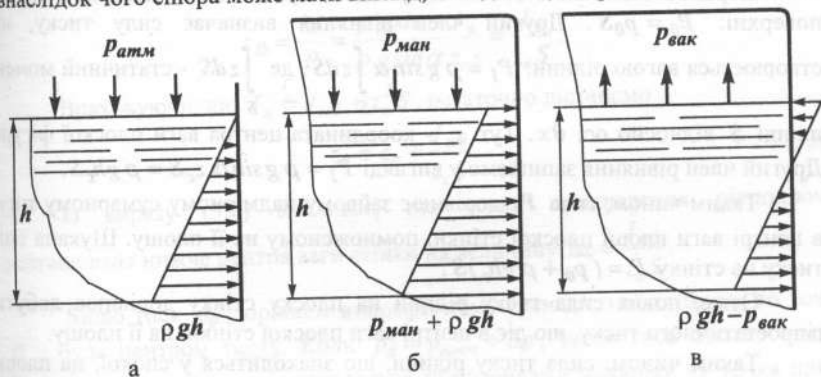


Рис. 3.2

Слід пам'ятати, що при побудові епюри гідростатичного тиску необхідно враховувати одну з властивостей тиску. Нагадаємо її: гідростатичний тиск завжди спрямований по внутрішній нормалі до площини дії.

За наявності двостороннього тиску сумарну епюру тиску можна викреслити, віднявши графічно з однієї епюри іншу.

3.2. Сила тиску рідини на плоску стінку

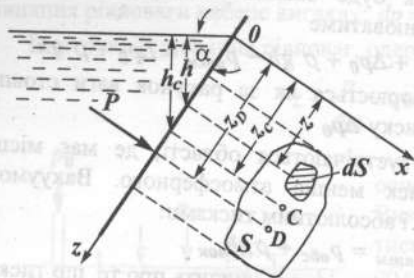


Рис. 3.3

Основне рівняння гідростатики (3.5) застосуємо для знаходження сили тиску рідини на плоску стінку, нахилenu до горизонту під вільним кутом α (рис. 3.3).

Обчислимо сумарний тиск p , з яким рідина діє на деяку ділянку стінки, обмежену довільним контуром S . За вісь θx візьмемо лінію перерізу вільної поверхні з площиною стінки і розгорнемо її в площину креслення. Вісь θz

спрямуємо вниз по стінці, перпендикулярній до осі θx .

Елементарна сила тиску, прикладена в нескінченно малій площинці,

$$dP = p dS = (p_0 + \rho g h) dS = p_0 dS + \rho g h dS.$$

Сумарна сила тиску після інтегрування:

$$P = p_0 \int_S dS + \rho g \int_S h dS = p_0 S + \rho g \sin \alpha \int_S z dS.$$

Перший член являє собою силу від тиску, який передається з вільної поверхні: $P_0 = p_0 S$. Другий член рівняння визначає силу тиску, що

створюється вагою рідини: $P_1 = \rho g \sin \alpha \int_S z dS$, де $\int_S z dS$ - статичний момент

площі S відносно осі θx . Тут z_c - координата центра ваги плоскої фігури.

Другий член рівняння запишемо у вигляді $P_1 = \rho g \sin \alpha z_c S = \rho g h_c S$.

Таким чином, сила P_1 дорівнює зайвому надмірному сумарному тиску в центрі ваги площі плоскої стінки, помноженому на її площу. Шукана сила тиску на стінку $P = (p_0 + \rho g h_c) S$.

Отже, повна сила тиску рідини на плоску стінку дорівнює добутку гідростатичного тиску, що діє в центрі ваги плоскої стінки, на її площу.

Таким чином, сила тиску рідини, що знаходиться у спокої, на плоску стінку не залежить ні від форми стінки, ні від кута її нахилу, а визначається лише питомою вагою рідини, площею заданої ділянки стінки та глибиною занурення центра ваги цієї площадки. Цей висновок увійшов у літературу під назвою гідростатичного парадокса. Стосовно плоского дна посудини гідростатичний парадокс зводиться до того, що сила тиску рідини на дно не залежить від форми посудини і його дна, а визначається лише площею дна, рівнем рідини в посудині і її питомою вагою (рис. 3.4).

Очевидно, що коли площа дна посудини $S = S_1 = S_2 = S_3$, $h = h_i$ та питома вага $\rho = \rho_i$, то сила тиску рідини на дно для всіх посудин дорівнюватиме

$$P = \rho g h S.$$

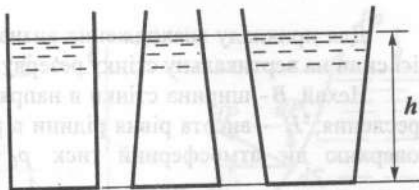


Рис. 3.4

Велике практичне значення має знайдення центра тиску, тобто точки прикладення сили повного гідростатичного тиску. Положення центра тиску не залежить від величини сили абсолютного тиску, а залежить тільки від величини надлишкового тиску, який діє на дану площу. Останню й будемо враховувати при знаходженні положення центра тиску.

Складемо вираз моменту dM елементарної сили dP_1 відносно осі θx :

$$dM = z dP_1 = z \rho g h dS = \rho g \sin \alpha z^2 dS.$$

Тоді для всієї сили P_1

$$M = \rho g \sin \alpha \int_S z^2 dS = \rho g \sin \alpha J_x,$$

де $J_x = \int_S z^2 dS$ - момент інерції площі S відносно осі θx .

Виразивши момент M у формі добутку $M = z_D P$, одержимо плече

$$z_D = \frac{M}{P} = \frac{\rho g \sin \alpha J_x}{\rho g \sin \alpha z_c S} = \frac{J_x}{z_c S}.$$

Враховуючи, що $J_x = J_{x0} + z_c^2 S$, остаточно дістанемо

$$z_D = z_c + \frac{J_{x0}}{z_c S}. \quad (3.8)$$

Із виразу (3.8) випливає, що точка прикладення рівнодіючої розташована нижче центра ваги стінки на величину $\Delta z = \frac{J_{x0}}{z_c S}$.

Якщо тиск p_0 дорівнює атмосферному і він діє з обох боків, то точка D і буде центром тиску. Коли $p_0 = p_{атм} + \Delta p$, тобто тиск більше атмосферного, то центр тиску знаходиться за правилами механіки як точка прикладення рівнодіючої двох сил: $\rho g h_c S$ і $p_0 S$. При цьому, чим більша друга сила відносно першої, тим ближче центр тиску до центра ваги площі S .

Вище було запропоновано визначення однієї координати центра тиску z_D . Знаходження другої його координати потребує складання рівняння моментів відносно осі θz .

Для прикладу знаходження визначимо силу тиску і точку прикладення цієї сили на вертикальну стінку резервуара (рис. 3.5).

Нехай B - ширина стінки в напрямку, перпендикулярному до площини креслення; H - висота рівня рідини в резервуарі. Припустимо, що на вільну поверхню діє атмосферний тиск $P_0 = P_{атм}$. Із врахуванням цього сила надлишкового тиску $P = \rho g h_c S$. Для нашого випадку $h_c = H/2$, $S = BH$,

$$\text{звідки } P_1 = \rho g \frac{H^2}{2} B.$$

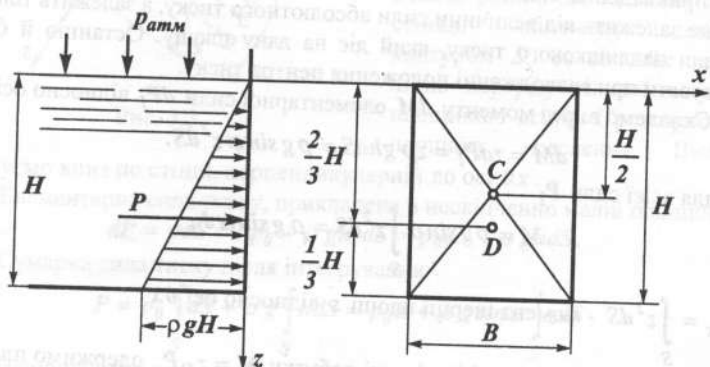


Рис. 3.5

Визначимо глибину занурення центра тиску надлишкового тиску за формулою (3.8), враховуючи, що момент інерції прямокутника $J_{x\theta} = \frac{BH^3}{12}$,

$$z_D = \frac{H}{2} + \frac{B \cdot H^3 \cdot 2}{12 \cdot H \cdot B \cdot H} = \frac{2}{3} H.$$

Як і слід було сподіватися, центр тиску лежить на тій самій глибині, що і центр ваги епюри тиску.

3.3. Сила тиску рідини на криволінійну поверхню

Знаходження сили тиску рідини на криволінійну поверхню ускладнюється тим, що в такому випадку необхідно скласти всі сили гідростатичного тиску, які мають різні напрямки.

Розв'язання задачі про силу тиску рідини на поверхню довільної форми полягає у знайденні трьох складових сумарної сили і трьох моментів. Припустимо, що криволінійна стінка має циліндричну поверхню AB з твірною, перпендикулярною до площини креслення (рис. 3.6). Виділимо на ній смужку площею dS (рис. 3.6,а).

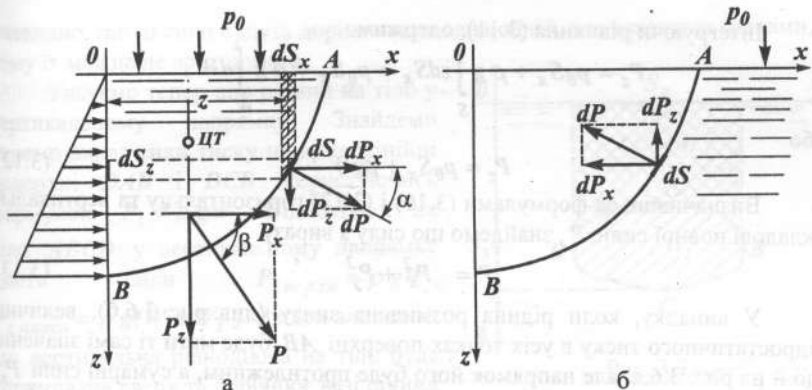


Рис. 3.6

Елементарна сила тиску dP перпендикулярна до елемента стінки dS . Розкладемо її на дві взаємно перпендикулярні складові: dP_x і dP_z , прийнявши за вісь Ox горизонтальну пряму, а вісь Oz спрямуємо вертикально вниз. Якщо позначити через α кут нахилу dP до горизонту, то $dP_x = dP \cos \alpha$, $dP_z = dP \sin \alpha$.

Глибину занурення центра ваги смужки ds під вільною поверхнею позначимо через z , тоді

$$dP = (p_0 + \rho g z) dS.$$

Горизонтальна складова елементарної сили тиску

$$dP_x = (p_0 + \rho g z) dS \cos \alpha = (p_0 + \rho g z) dS_z, \quad (dS \cos \alpha = dS_z). \quad (3.9)$$

Щоб одержати горизонтальну складову повної сили тиску, необхідно проінтегрувати формулу (3.9) по всій площі криволінійної стінки, тобто

$$P_x = p_0 S_z + \rho g \int_S z dS.$$

Але $\int_S z dS$ є статичним моментом вертикальної проекції криволінійної поверхні відносно площини вільної поверхні, тобто

$$P_x = p_0 S_z + \rho g z_c S_z. \quad (3.10)$$

Вираз вертикальної складової елементарної сили тиску рідини dP_z

$$dP_z = (p_0 + \rho g z) dS \sin \alpha = (p_0 + \rho g z) dS_x. \quad (3.11)$$

Оскільки $dS \sin \alpha = dS_x$, то $z dS_x$ - об'єм елементарної призми, заштрихованої на рис. 3.6.

Інтегруючи рівняння (3.11), одержимо

$$P_z = p_0 S_x + \rho g \int_S z dS_x = p_0 S_x + \rho g \int_W dW,$$

або

$$P_z = p_0 S_x + \rho g W. \quad (3.12)$$

Визначивши за формулами (3.10) і (3.12) горизонтальну та вертикальну складові повної сили P , знайдемо цю силу з виразу

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}. \quad (3.13)$$

У випадку, коли рідина розміщена знизу (див. рис. 3.6,б), величина гідростатичного тиску в усіх точках поверхні AB буде мати ті самі значення, що й на рис. 3.6,а, але напрямок його буде протилежним, а сумарні сили P_x і P_y можна знаходити за формулами (3.10) і (3.12), але з протилежним знаком. При цьому величину $\rho g W$ необхідно вважати (як і у випадку рис. 3.6,а) вагою рідини в цьому об'ємі, незважаючи на те, що цей об'єм називають об'ємом тіла тиску, а рідина, яка міститься в ньому, називається тілом тиску.

Тіло тиску називається реальним (рис. 3.6,а), якщо його дія спрямована в бік дії сили ваги. В цьому випадку воно вважається позитивним.

Тіло тиску є фіктивним (див. рис. 3.6,б), якщо його дія спрямована в протилежний бік дії сили ваги. В цьому випадку воно вважається негативним.

Напрямок рівнодіючої визначається кутом β , тангенс якого $tg\beta = \frac{P_z}{P_x}$.

Центр тиску визначиться як перетин ліній дії сили зі стінкою.

Горизонтальна складова P_x пройде через центр ваги епюри тиску на вертикальну проекцію стінки, тобто на відстані $\frac{1}{3}$ висоти від основної епюри.

Вертикальна складова P_z пройде через центр ваги площини перерізу тіла тиску в площині xOz . Результуюча повинна пройти через точку перетину напрямків P_x і P_z під кутом β до горизонту.

3.4. Закон Архімеда

Застосуємо розглянуті вище положення для доказу закону Архімеда. Нехай в рідину занурено тіло довільної форми об'ємом W_T . Розглянемо об'єм рідини і тіло в прямокутній системі координат (рис. 3.7) та сили, які діють на тіло $ABCD$ з боку рідини. Сила тиску в напрямку осі Ox знаходиться за формулою $P_x = \rho g z S_z$.

Оскільки при розгляді сил, які діють справа та зліва, ми маємо одну і ту ж проекцію криволінійних стінок ABC і ADC , яка дорівнює S_z , то

очевидно, що ці сили будуть дорівнювати одна одній, але з різними знаками, а тому їх можна не враховувати.

З'ясуємо тепер дію рідини на тіло у вертикальному напрямку. Знайдемо окремо вираз сили тиску на криволінійні поверхні DAB і DCB , користуючись формулою $P_z = \rho g W$. Відповідно, на тіло $ABCD$ у вертикальному напрямку діють сили $P_{z \text{ верхи}} = \rho g W$, $P_{z \text{ нижи}} = \rho g(W + W_T)$. Звідси випливає, що вертикальна рівнодіюча на тіло буде спрямована вгору та дорівнює вазі рідини в об'ємі, який дорівнює різниці вказаних двох об'ємів, тобто в об'ємі тіла:

$$P_A = P_{z \text{ нижи}} - P_{z \text{ верхи}} = -\rho g(W + W_T) + \rho gW = -\rho gW_T.$$

У цьому і полягає закон Архімеда: рідина діє на занурене тіло знизу вгору з силою, яка дорівнює вазі рідини в об'ємі зануреного тіла. Сила P_A називається архімедовою силою. Залежно від співвідношення сили ваги тіла G і архімедової сили P_A можливі три випадки:

- 1). $G > P_A$ - тіло тоне;
- 2). $G < P_A$ - тіло випливає;
- 3). $G = P_A$ - тіло плаває.

3.5. Відносний спокій рідини

В попередніх підрозділах було розглянуто рівновагу рідини під дією лише однієї масової сили тяжіння - її власної ваги. Але на практиці, особливо в авіації, об'єми, заповнені різними робочими рідинами, знаходяться в русі, коли на всі частинки рідини, крім окремої ваги, діють ще сили інерції переносного руху. Під дією цих сил, якщо вони постійні за часом, рідина займає нове положення рівноваги, тобто стає нерухомою відносно стінок посудини. Цей випадок, як згадувалось, називається відносним спокоєм.

При відносному спокої вільна поверхня рідини може суттєво відрізнитися від вільних поверхонь у випадку спокою. При визначенні форми та положення вільної поверхні у відносному спокої необхідно керуватися основною властивістю будь-якої поверхні, яке полягає у тому, що рівнодіюча масова сила завжди діє нормально до вільної поверхні.

Із механіки твердого тіла відомо, що рівняння відносного спокою може бути одержано із загального рівняння рівноваг шляхом додавання до діючих сил сили інерції переносного руху.

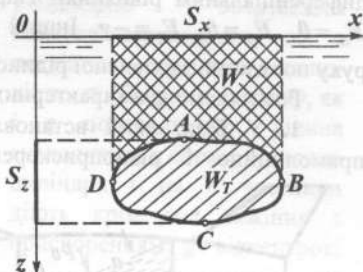


Рис. 3.7

Для розв'язання практичних задач користуються основним диференціальним рівнянням гідростатики (3.23). При абсолютному спокої $F_x = 0$, $F_y = 0$, $F_z = -g$. Інший вигляд матиме це рівняння з урахуванням руху посудини, заповненої рідиною.

Розглянемо два характерних випадки відносного спокою рідини:

1. У баці, який встановлено на літаку (рис. 3.8), що рухається прямолінійно і рівноприскорено з постійним прискоренням a , яке спрямовано в бік руху. Це

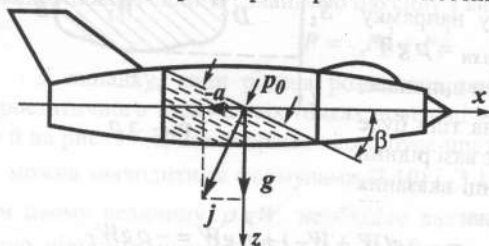


Рис. 3.8

важлива задача з точки зору визначення місця всмоктуючого отвору паливопроводу, оскільки неправильно розміщений отвір може стати оголеним і паливо перестане надходити в двигун.

За таких умов вільна поверхня займе нове положення, і рідина буде знаходитися у відносному спокої.

Знайдемо рівняння вільної поверхні, її нове положення, а також розподілення тиску.

Запишемо диференціальне рівняння гідростатики:

$$dp = \rho(F_x dx + F_y dy + F_z dz).$$

На вільній поверхні тиск в будь-якій точці буде однаковим, звідси $dp = 0$, а рівняння вільної поверхні матиме вигляд

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0. \quad (3.14)$$

Для нашого випадку (див. рис. 3.8) $F_x = -a$; $F_y = 0$; $F_z = -g$.

Тоді $-a dx + g dz = 0$, звідки

$$-ax + gz = c. \quad (3.15)$$

Рівняння (3.15) є рівнянням вільної поверхні, яка має кут нахилу до горизонту β , що визначається із рівності

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{g}. \quad (3.16)$$

Тиск по стінках літакового бака буде розподілятися за законом, який знайдемо, інтегруючи рівняння (3.2):

$$p = \rho(-ax + gz) + c.$$

Із граничних умов $c = p_0$, і тоді

$$p = \rho(-ax + gz) + p_0. \quad (3.17)$$

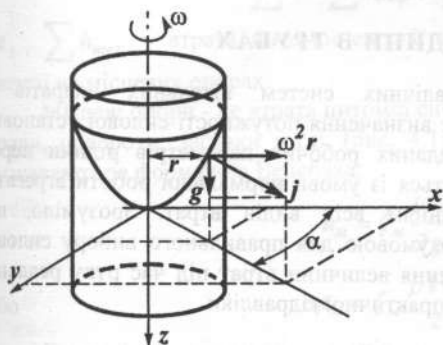


Рис. 3.9

2. У посудині, яка рівномірно обертається навколо вертикальної осі з постійною кутовою швидкістю ω . В цьому випадку, як і в попередньому, рідина знаходиться в спокої відносно циліндра і на її частинки діють крім сил тяжіння з прискоренням g відцентрові сили з прискореннями по осях θx і θy :

$$F_x = \omega^2 r \cos \alpha = \omega^2 x;$$

$$F_y = \omega^2 r \sin \alpha = \omega^2 y.$$

Диференціальне рівняння вільної поверхні при вибраних осях координат (рис. 3.9) буде

$$\omega^2 x dx + \omega^2 y dy + g dz = 0. \quad (3.18)$$

Проінтегрувавши останнє рівняння, маємо

$$\frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} + g z = c,$$

або

$$\frac{\omega^2 r^2}{2} + g z = c. \quad (3.19)$$

Це є рівняння параболоїда обертання, який при перерізі вертикальними площинами дає параболи.

Розподілення тиску всередині рідини в розглянутому випадку буде

$$dp = \rho(\omega^2 x dx + \omega^2 y dy + g dz),$$

або

$$p = \frac{\rho \omega^2}{2} (x^2 + y^2) + \rho g z + c.$$

При $x = y = z = 0$ $p = p_0$ і останнє рівняння набуває вигляду $c = p_0$.

Таким чином,

$$p = \frac{\rho \omega^2}{2} (x^2 + y^2) + \rho g z + p_0, \text{ або } p = \frac{\rho \omega^2}{2} r^2 + \rho g z + p_0. \quad (3.20)$$

З рівняння (3.20) можна одержати рівняння поверхонь рівного тиску:

$$\frac{\rho \omega^2}{2} r^2 + \rho g z = p - p_0 = \text{const}.$$

Отже, поверхні рівного тиску є параболоїдами обертання.

ТЕЧІЯ РІДИНИ В ТРУБАХ

Розрахунок різних гідравлічних систем літальних апаратів в остаточному підсумку передбачає визначення потужності силової установки для забезпечення попередньо заданих робочих параметрів рідини перед споживачем. Потужність вибирається із умов нормальної роботи агрегатів гідравлічних систем з урахуванням всіх видів втрат. Зрозуміло, що знаходження втрат є необхідною умовою для правильного вибору силової установки. Таким чином, визначення величини втрат під час руху реальної рідини є однією з основних задач практичної гідравліки.

4.1. Гідравлічні втрати

Втрати питомої енергії, або, як їх часто називають, гідравлічні втрати, залежать від форми, розмірів і шорсткості русла, від швидкості течії та в'язкості рідини, але практично не залежать від абсолютного значення тиску в рідині.

Розрізняють два види втрат енергії або напору: втрати енергії по довжині та місцеві втрати.

Втрати енергії по довжині позначимо через $h_{\text{тер}}$, а місцеві - через $h_{\text{м}}$. У загальному випадку при русі рідини можуть існувати як втрати енергії по довжині, так і місцеві втрати енергії.

Зауважимо, що наявність місцевих гідравлічних опорів, наприклад в трубопроводі, змінює картину розподілу швидкостей після місцевих опорів, а це, в свою чергу, впливає на роботу сил тертя на прямолінійних ділянках трубопроводу.

Урахування цього впливу досить складне, а кількісно - у ряді випадків неістотне.

При гідравлічних розрахунках і визначенні сумарних втрат енергії використовують принцип незалежності втрат енергії або принцип суперпозиції втрат енергії, згідно з яким повні втрати енергії визначають як арифметичну суму обчислених незалежно одна від одної втрат енергії по довжині та місцевих втрат. Це означає, що при підрахунку втрат енергії по довжині не беруть до уваги вплив місцевих гідравлічних опорів на витрату напору по довжині. Таким чином, принцип незалежності втрат енергії має наближений характер.

Отже, в загальному випадку гідравлічні втрати являють собою суму втрат на тертя (шляхові витрати) і місцеві опори:

$$\sum h = \sum h_{тер} + \sum h_{м},$$

$\sum h_{тер}$ - втрата питомої енергії на тертя; $\sum h_{м}$ - втрата питомої енергії на місцевих опорах.

Місцеві опори - це втрата питомої енергії за рахунок форми, наприклад, гирни, повороти, засувки і т.п. (рис. 4.1). Місцеві втрати питомої енергії визначають за формулою Вейсбаха:

$$h_{м} = \zeta_{м} \frac{V^2}{2g}, \quad (4.1)$$

$$\Delta p_{м} = \zeta_{м} \frac{\rho V^2}{2}.$$

або

Кожний місцевий опір характеризується своїм значенням коефіцієнта опору $\zeta_{м}$, який в багатьох випадках приблизно можна вважати сталим для даної форми місцевого опору.



Рис. 4.1

Опори, які з'являються по всій довжині трубопроводу, зумовлені силами тертя частинок рідини одна з одною і об стінки, які обмежують потік, називаються втратами на тертя, або шляховими втратами.

Основною причиною всіх видів втрат (і зокрема втрат на тертя) є в'язкість рідини. Хоча в'язкість є першопричиною, виявлення її не завжди очевидно.

Втрату напору на тертя можна знайти як

$$h_{тер} = \zeta_{тер} \frac{V^2}{2g}. \quad (4.2)$$

Але це незручно, оскільки $\zeta_{тер} = f(l, d)$. Значно краще, якщо встановити зв'язок $\zeta_{тер}$ з відношенням l/d .

Візьмемо ділянку круглої труби довжиною, що дорівнює її діаметру d (рис. 4.2), і позначимо коефіцієнт опору, що входить у формулу (4.2), через λ .

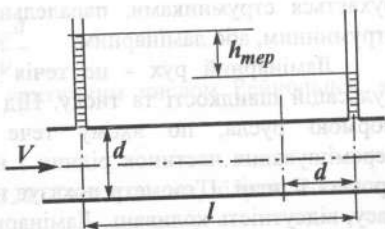


Рис. 4.2

Тоді для всієї труби довжиною l та діаметром d коефіцієнт опору буде в l/d раз більше, тобто $\zeta_{\text{мер}} = \lambda l/d$, і формула (4.2) матиме вигляд

$$h_{\text{мер}} = \lambda \frac{l V^2}{d 2g}, \quad (4.3)$$

або

$$p_{\text{мер}} = \lambda \frac{l \rho V^2}{d 2}.$$

Наведену формулу для втрат питомої енергії по довжині, як правило, називають формулою Дарсі.

Безрозмірний коефіцієнт λ будемо називати коефіцієнтом втрат на тертя, або коефіцієнтом опору тертя.

Як показує практика, втрати залежать від режиму течії рідини. Існування різних режимів течії рідини було підтверджено експериментами англійського фізика Осборна Рейнольдса в 1883 році.

4.2 Режими течії в трубах

Досліди, проведені Рейнольдсом, показали, що існує два режими течії рідини (газів): ламінарний і турбулентний. Існування двох режимів течії відзначав ще Д.І. Менделєєв у монографії «Про опір рідин у повітроплаванні» (1880 р.).

Рейнольдс спостерігав структуру ламінарного та турбулентного потоків на спеціально створеній для цього простій установці (рис. 4.3). Рідина із баку A пропускається по скляній трубі B , швидкість руху регулюється краном K . Рідка фарба (колір її повинен відрізнятися від кольору рідини, що рухається в основному каналі) по трубопроводу C подається в прозорий трубопровід B . При малій швидкості фарба, яка надходить в трубопровід B , має форму різко вираженої нитки, яка не змішується з основним потоком рідини. Рідина рухається струминками, паралельними осі труби. Такий рух називається струминним, або ламінарним.

Ламінарний рух - це течія рідини шарами частинок рідини і без пульсації швидкості та тиску. Під час такої течії лінії течії визначаються формою русла, по якому тече рідина. В течії відсутні поперечні перемішування частинок рідини і не відбувається перемішування рідини в процесі її течії. П'єзометр показує незмінність тиску (і швидкості) відносно часу, відсутність коливань. Ламінарна течія є повністю впорядкованою і при постійному напорі строго усталеною.

При поступовому відкритті крана K швидкість руху в трубі B буде збільшуватися. Зрештою настане такий момент, коли струмінь фарби втратить свою стійку форму і майже несподівано зникне, а потік у трубі

рівномірно зафарбується. Струминність вже не має місця, частинки рухаються безладно, утворюється інтенсивне перемішування рідини. Рух такого роду називається турбулентним.

Турбулентний рух - течія рідини з інтенсивним перемішуванням частинок і пульсацією швидкостей і тиску. При турбулентній течії лінії течії лише приблизно визначаються формою русла. Рух окремих частинок виявляється неупорядкованим, траєкторії мають вигляд вигадливих кривих.

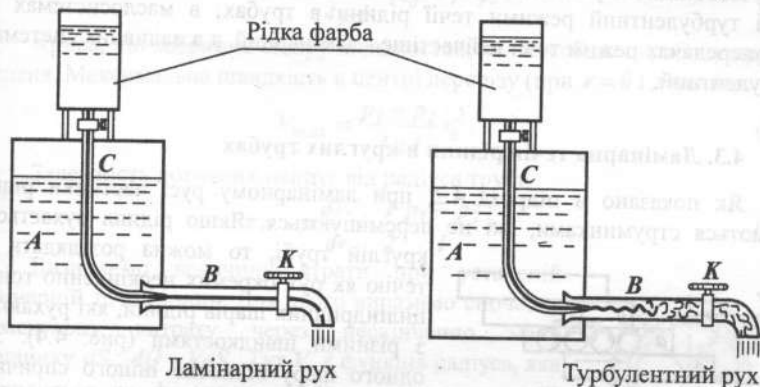


Рис. 4.3

Зміна режиму в трубі відбувається при деякій швидкості, яку називають критичною. Як показує експеримент, $V_{kp} = k \frac{v}{d}$. Безрозмірний коефіцієнт k , який входить у вираз, має універсальне значення, тобто однаковий для всіх рідин і газів та будь-яких діаметрів труб. Це означає, що зміна режиму течії відбувається при цілком визначеному співвідношенні між швидкістю, діаметром і в'язкістю ν , тобто

$$k = \frac{V_{kp} d}{\nu}$$

Це безрозмірне число назвали критичним числом Рейнольдса, який установив цей критерій: $Re_{kp} = \frac{V_{kp} d}{\nu}$.

Як показують досліди, $Re_{kp} \approx 2320$. Таким чином, підрахувавши число Рейнольдса за формулою

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \quad (4.4)$$

можна зробити висновок про режим течії в трубі.

Звичайно, що ламінарний режим буде при $Re < Re_{kp}$, а турбулентний - при $Re > Re_{kp}$. Число Re є критерієм гідродинамічної подібності за в'язкістю і показує співвідношення сил інерції до сил в'язкості. Якщо сили в'язкості перевищують сили інерції, рух буде шаруватий, без зривів і перемішування - режим ламінарний, при більших силах інерції - режим турбулентний.

Необхідно зауважити, що в гідросистемах літака діють як ламінарний, так і турбулентний режими течії рідини в трубах; в маслосистемах і в гідропередачах режим течії найчастіше - ламінарний, а в паливних системах - турбулентний.

4.3. Ламінарна течія рідини в круглих трубах

Як показано в підрозд. 4.2, при ламінарному русі частинки рідини рухаються струминками, які не перемішуються. Якщо рідина рухається в круглій трубі, то можна розглядати цю течію як рух окремих нескінченно тонких циліндричних шарів рідини, які рухаються з різними швидкостями (рис. 4.4). Зсув одного шару відносно іншого спричиняє між шарами дотичні зусилля.

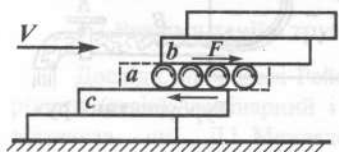


Рис. 4.4

Розглянемо усталений ламінарний потік в горизонтальній циліндричній трубі на достатній відстані від входу в неї. Виділимо із потоку циліндр, співвісний з трубою довжиною l (рис. 4.5), і з основою, перпендикулярною до осі труби.

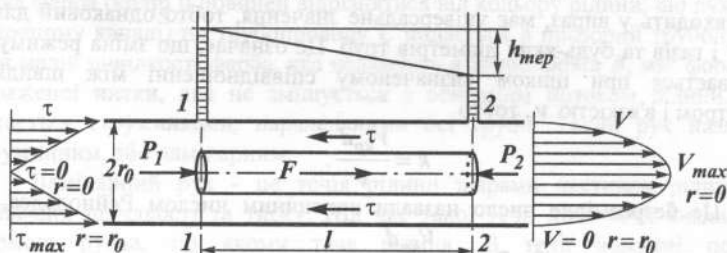


Рис. 4.5

Складемо рівняння руху цього циліндра в проекції на вісь труби. В це рівняння ввійдуть сили нормального тиску P_1 і P_2 і сила тертя F . Оскільки прискорення відсутнє, то сила, під дією якої частинка рідини рухається, повинна зрівноважуватися силами опору: $P_1 - P_2 = F$. Виразивши через напругу ці сили, одержимо $\pi r^2 (p_1 - p_2) = 2\pi r l \tau$.

Відомо, що напруга тертя $\tau = -\mu \frac{dV}{dr}$. Тоді

$$\pi r^2 (p_1 - p_2) = -2\pi r l \mu \frac{dV}{dr}, \text{ звідки } dV = -\frac{p_1 - p_2}{2\mu l} r dr. \text{ Інтегруючи це}$$

рівняння від r_0 до r , знайдемо профіль швидкостей:

$$V = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (r_0^2 - r^2). \quad (4.5)$$

Крива, що зобразує епюру швидкостей, являє собою параболу другого степеня. Максимальна швидкість в центрі перерізу (при $r = 0$) дорівнює

$$V_{max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} r_0^2. \quad (4.6)$$

Залежність дотичних напруг від радіуса труби

$$\tau = -\mu \frac{dV}{dr} = \frac{1}{2} \frac{p_1 - p_2}{l} r. \quad (4.7)$$

Визначимо величину втрати при усталеній ламінарній течії рідини. Для цього виразимо спочатку елементарну витрату через нескінченно малу площинку dS : $dQ = V dS$. Тут V є функція радіуса, яка знаходиться за формулою (4.5), а площинку dS доцільно взяти у вигляді кільця радіусом r та шириною dr (рис. 4.6). Тоді

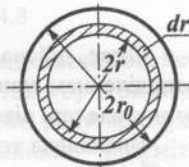


Рис. 4.6

$$dQ = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (r_0^2 - r^2) 2\pi r dr.$$

Після інтегрування по всій площі поперечного перерізу, тобто від $r = 0$ до $r = r_0$, маємо

$$Q = \frac{\pi (p_1 - p_2)}{2\mu l} \int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2) r dr = \frac{\pi (p_1 - p_2)}{8\mu l} r_0^4. \quad (4.8)$$

Середня швидкість в перерізі

$$V_{сер} = \frac{Q}{S} = \frac{\pi (p_1 - p_2) r_0^4}{8\mu l \cdot \pi r_0^2} = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} r_0^2. \quad (4.9)$$

Звідки $V_{сер} = 0.5 V_{max}$. Для визначення втрат на тертя при ламінарному режимі використаємо такі співвідношення:

$$h_{тер} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{128\mu l Q}{\rho g \pi d^4} \text{ і } h_{тер} = \lambda \frac{l V^2}{d 2g}.$$

Прирівнюючи останні дві формули, знайдемо λ . Якщо виразити Q через V_{cep} , то

$$\lambda = \frac{128 \mu l \pi d^2 V_{cep} d 2g}{4 \rho g \pi d^4 l V_{cep}^2} = \frac{64 \mu}{\rho V_{cep} d} = \frac{64}{Re}$$

Таким чином, коефіцієнт тертя при усталеному ламінарному русі рідини дорівнює

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (4.10)$$

Коефіцієнт нерівномірності розподілення швидкості знаходять за

формулою $\alpha = \frac{\int V^3 dS}{V_{cp}^3 S}$. Враховуючи (4.5) і (4.9), а також, що $S = \pi r_0^2$, а

$dS = 2\pi r dr$, після підстановки границь та інтегрування і скорочень, одержимо

$$\alpha_{лам} = 2. \quad (4.11)$$

Отже, дійсна кінематична енергія ламінарного потоку з параболічним розподіленням швидкостей в два рази перевищує кінематичну енергію того ж потоку, але при рівномірному розподіленні швидкостей.

Викладена теорія ламінарної течії рідини в круглій трубі взагалі добре підтверджується дослідом, а виведені закони розподілення швидкостей і опору, як правило, не потребують яких-небудь поправок, за винятком таких випадків: 1) течія у початковій ділянці труби, де відбувається формування параболічного профілю швидкостей; 2) течія із значним теплообміном; 3) течія під час великого перепаду тиску.

Формування параболічного профілю швидкостей відбувається не зразу, а поступово, протягом деякої довжини трубопроводу. Майже рівномірне розподілення швидкостей на вході в трубу під дією сил тертя в міру руху рідини вперед стає все менш рівномірним, доки, нарешті, не перетвориться на параболічний (рис. 4.7). Відстань від початку труби, на якій відбувається трансформація профілю швидкостей до закону квадратної параболи, називається

початковою ділянкою течії (l_n). Зрозуміло, що коефіцієнт нерівномірності розподілу швидкостей в перерізі потоку поступово зростатиме від $\alpha = 1$ на вході в трубу до $\alpha = 2$ в кінці початкової ділянки.

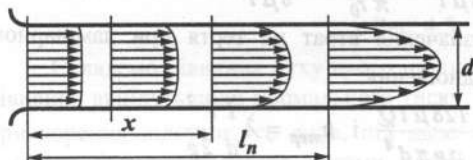


Рис. 4.7

4.4. Турбулентна течія

Складність кінематичної структури турбулентного потоку ускладнює застосування звичайних методів математичного аналізу для його опису.

Для турбулентної течії характерно перемішування рідини, пульсації швидкостей і тиску в процесі течії. Важливо підкреслити те, що такі змінення неперіодичні і взагалі не підпорядковуються яким-небудь видимим закономірностям. Типова крива зміни швидкості показана на графіку

(рис. 4.8), де зазначені характерні для турбулентної течії пульсації швидкості. Існування пульсацій ускладнює дослідження турбулентного потоку. Опосередкована за часом місцева швидкість дорівнює

$$V_{\text{оносер}} = \frac{1}{t} \int_{t_1}^{t_2} V dt.$$

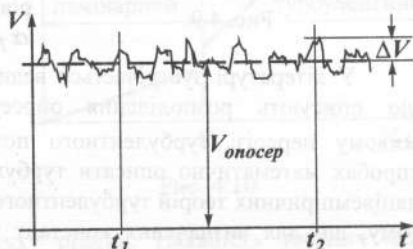


Рис. 4.8

При одній і тій самій усередненій швидкості середнє відхилення від неї, яке характеризує інтенсивність пульсацій, може у різних потоків бути різним.

Під ступенем турбулентності, який являє собою свого роду критерій кінематичної подібності турбулентних потоків, прийнято розуміти відношення середньоквадратичної пульсаційної швидкості за час до опосередкованої швидкості у тій самій точці за той самий проміжок часу:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\frac{1}{t} \int_{t_1}^{t_2} \Delta V^2 dt}}{\frac{1}{t} \int_{t_1}^{t_2} V dt} \quad (4.12)$$

Таким чином, турбулентна течія є неусталеною, оскільки величини швидкостей і тиску, а також траєкторії частинок змінюються за часом.

Але для практичного застосування цю течію можна розглядати як усталену за умови, що опосередковане значення швидкостей та тисків, а також величина повної витрати потоку не змінюються за часом, тобто немає необхідності знати миттєві значення швидкості та тиску. В цьому випадку можна користуватися рівнянням Бернуллі в такій формі, в якій воно застосовується для усталеного потоку в'язкої рідини.

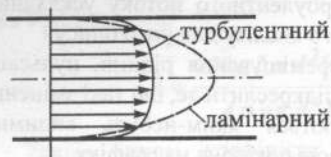


Рис. 4.9

Інтенсивне перемішування частинок рідини в турбулентному потоці приводить до вирівнювання швидкостей у перерізі. Розподіл швидкостей у перерізі більш рівномірний, ніж при ламінарному русі (рис. 4.9). Коефіцієнт α , який враховує нерівномірність розподілу швидкостей в рівнянні Бернуллі, значно менший: $\alpha_T \approx 1.15 \dots 1.05$.

У літературі зустрічається велика кількість напівемпіричних рівнянь, що описують розподілення опосередкованих місцевих швидкостей у живому перерізі турбулентного потоку. Труднощі, які виникають при спробах математично описати турбулентний рух, призвели до виникнення напівемпіричних теорій турбулентного руху. Напівемпіричними їх називають тому, що для визначення констант у співвідношеннях, які виводяться за допомогою цих теорій, необхідні дослідні дані. Це теорії Блазіуса, Прандтля, Кармана, Тейлора, Альтшуля та ін. Але більш складний характер нових теорій, мабуть, не виправдовує тих уточнень в кінцевих результатах, які дають ці теорії. Перспективніші теорії базуються на методах статичної фізики.

Одне із найпоширеніших рівнянь має такий вигляд:

$$V = V_{max} \left(1 - \frac{r}{r_0}\right)^{\frac{1}{7}}, \quad (4.13)$$

де V - місцева усереднена швидкість; V_{max} - максимальна місцева опосередкована за часом швидкість; r - поточний радіус труби; r_0 - увесь радіус труби.

Рівняння (4.13) звичайно називають законом степеня однієї сьомої.

Середня швидкість турбулентного потоку мало відрізняється від максимальної, що також свідчить про більш рівномірне розподілення швидкостей, ніж при ламінарному режимі: $V_{сеп} = 0.816V_{max}$. Втрати енергії при турбулентній течії рідини в трубах постійного перерізу (тобто втрати напору на тертя) також виходять іншими, ніж при ламінарному при таких самих розмірах, витраті та в'язкості.

Це збільшення втрат зумовлюється вихреутворенням, перемішуванням та викривленням траєкторії. Якщо при ламінарному режимі течії втрати напору на тертя збільшуються пропорційно швидкості (витрат) в першому степені, то при переході до турбулентного режиму помітні деякий скачок опору і потім більш круте зростання величини $h_{тер}$ по кривій, близькій до параболи другого степеня (рис. 4.10).

У турбулентному потоці завжди спостерігається пульсація кінематичних і динамічних параметрів, які характеризують рідину. Під дією пульсацій частинки рідини, які рухаються в осьовому напрямку потоку, одержують також і поперечне переміщення. Внаслідок цього між сусідніми шарами рідини виникає обмін частинками, який спричиняє безперервне перемішування рідини, завдяки чому опосередковані швидкості вирівнюються по поперечному перерізу потоку.

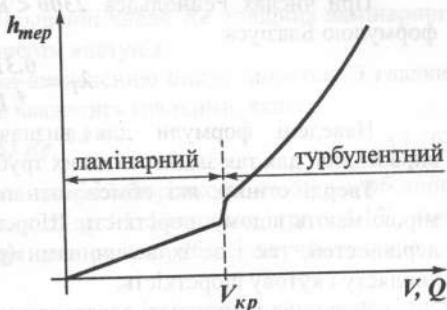


Рис. 4.10

Але біля стінок, які обмежують потік, мають місце зовсім інші, особливі, умови для руху рідини. Наявність твердих меж зумовлює неможливість поперечного руху, тому перемішування рідини не виникає і частинки рухаються злегка звивистими траєкторіями, майже паралельними стінкам.

Зазначене дозволяє встановити схему руху потоку рідини (рис. 4.11), яку приймають за основну робочу схему при дослідженні турбулентного режиму. Біля стінок виникає тонкий шар, в якому рух рідини відбувається за законами ламінарного режиму. Основна



Рис. 4.11

центральна частина потоку, зв'язана з цим шаром (який називається підшаром) короткою перехідною зоною, рухається турбулентно з майже однаковою для всіх частинок рідини усередненою швидкістю.

При турбулентному режимі проявлення в'язкості незначне, а коефіцієнт тертя λ залежить від числа Re меншою мірою.

Існує ряд емпіричних і напівемпіричних формул, якими користуються для визначення залежності у гладких трубах. Однією із зручних і найбільш вживаних є формула Конакова, яка застосовується від $Re_{кр}$ до

$$Re \approx (5 \dots 6) 10^6 :$$

$$\lambda_T = \frac{1}{(1.8 \lg Re - 1.5)^2} \quad (4.14)$$

При числах Рейнольдса $2300 < Re < 10^4$ можна користуватися також формулою Блазіуса:

$$\lambda_T = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad (4.15)$$

Наведені формули для визначення коефіцієнта втрат на тертя справедливі для так званих гладких труб, шорсткість яких на опір не впливає.

Тверді стінки, які обмежують потік рідини, завжди тою чи іншою мірою мають відому шорсткість. Шорсткість розрізняється як за характером нерівностей, так і за їх величинами (рис. 4.12). В основному розрізняють хвилясту і кутову шорсткість.

Величина шорсткості характеризується середньою висотою виступів k . Середня висота виступів k , виражена в абсолютних одиницях довжини, називається абсолютною шорсткістю.

Відношення середньої висоти до діаметра труби називається відносною шорсткістю (ε): $\varepsilon = \frac{k}{d}$.

При турбулентному русі шорсткість стінок не впливатиме на втрати напору тільки в тому випадку, коли ламінарний підшар δ повністю покриває всі виступи, тобто коли δ (товщина ламінарного шару) більше абсолютної шорсткості k (рис. 4.12, а). Із збільшенням числа Re товщина ламінарного підшару зменшується, і при досягненні відомого значення вона може стати менше виступів $\delta < k$ (рис. 4.12, б). У цьому випадку виступи будуть підсилювати вихороутворення і підвищувати втрати напору. Коефіцієнт λ суттєво залежатиме не тільки від числа Re , але й від шорсткості стінок.

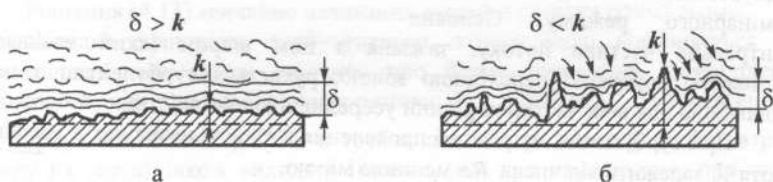


Рис. 4.12

Таким чином, на основі зазначеного, з точки зору гідравлічних опорів, можна розрізняти гладкі труби, коли висота виступів k менша за товщину ламінарного підшару δ , і шорсткі, коли товщина ламінарного підшару δ менша за висоту виступів.

Поняття "гладка труба" - відносне. Одна і та сама труба з виступами граничного розміру, яка є гладкою при деякому інтервалі чисел Re , має бути розглянута як шорстка, коли при збільшенні числа Re товщина ламінарного підшару стає меншою за величину висоти виступів.

Дослідженнями, присвяченими визначенню опору шорстких і гладких труб, встановлено, що труби можуть вважатись гладкими, якщо

$$\varepsilon \leq 17.85 Re^{-0.876} \quad (4.16)$$

Характер впливу чисел Re та відносної шорсткості на опір труб добре ілюструє графік, що є результатом досвіду І.І. Нікурадзе (рис. 4.13), який визначив коефіцієнт втрат на тертя для ряду труб із штучно утвореною шорсткістю.

Розподілена шорсткість була утворена наклеюванням зерен піску відомої величини на зовнішню поверхню труб. В трубах з одержаною таким чином визначеною шорсткістю при різних витратах вимірялась витрата напору та обчислювався коефіцієнт λ , значення якого наносилось на графік у функції числа Рейнольдса. Графік $\lambda = f(Re, \varepsilon)$ подано у логарифмічних координатах.

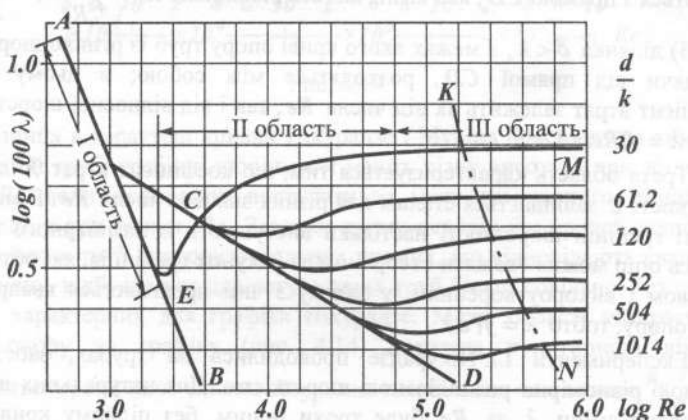


Рис. 4.13

Аналіз кривих коефіцієнта втрат на тертя гладких і шорстких труб (рис. 4.13) свідчить про існування трьох різних областей при русі рідини в трубах:

AE - I область, $\lambda = 64/Re$;

EC - перша ділянка II області, $\lambda = f(Re)$;

CD - друга ділянка II області, $\lambda = 0.3164 / \sqrt[4]{Re}$;

$DNKC$ - третя ділянка II області, $\lambda = f(Re, \epsilon)$;

NKM - III область, $\lambda = f(\epsilon)$.

Перша область відповідає ламінарному руху. Вона відноситься до малих значень чисел Re (до $Re = 2000$ або $\lg Re = 3.3$) і характеризується тим, що шорсткість не впливає на величину δ . Всі експериментальні криві цієї області збігаються з кривою AB , яка виражається рівнянням $\lambda = 64 / Re$. В межах цієї області λ залежить тільки від числа Re .

Друга область відповідає турбулентному руху і охоплює три ділянки кривих опору:

1) ділянка, яка належить до перехідного режиму ламінарного руху в турбулентний ($Re = 2000 \dots 3000$ або $\log Re = 3.3 \dots 3.6$). В межах цієї ділянки коефіцієнт втрат λ швидко зростає із збільшенням числа Re . Разом з тим він залишається однаковим для різних значень відносної шорсткості ϵ ;

2) ділянка $\delta > k$, в межах якої криві опору труб з різною шорсткістю збігаються з прямою CD , яка визначається рівнянням $\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}}$;

3) ділянка $\delta < k$, в межах якої криві опору труб із різною шорсткістю, відходячи від прямої CD , розходяться між собою; в цьому випадку коефіцієнт втрат залежить як від числа Re , так і від відносної шорсткості ϵ , тобто $\lambda = f(Re, \epsilon)$.

Третя область характеризується тим, що коефіцієнт втрат λ для даної шорсткості ϵ залишається сталим для різних значень числа Re . В межах цієї області гребінці шорсткості настільки виступають із ламінарного підшару, що весь опір можна вважати створеним за рахунок гребінців, які обтікаються зі зривом і вихороутворенням, у зв'язку з чим проявляється квадратичний закон опору, тобто $\lambda = f(\epsilon)$.

Експерименти І.І. Нікурадзе проводились на трубах, забезпечених штучною рівномірно розподіленою шорсткістю. Для натуральних шорстких труб закон зміни λ за Re буде трохи іншим, без підйому кривих після відхилення їх від закону для гладких труб. На рис. 4.14 наведено результати дуже ретельних експериментів, поставлених Г.А. Мурінім.

Коефіцієнт λ для натуральних шорстких труб на графіку поданий залежно від чисел Re для різних значень d/k_e , де k_e - абсолютна шорсткість, еквівалентна зернистій шорсткості в експериментах Нікурадзе.

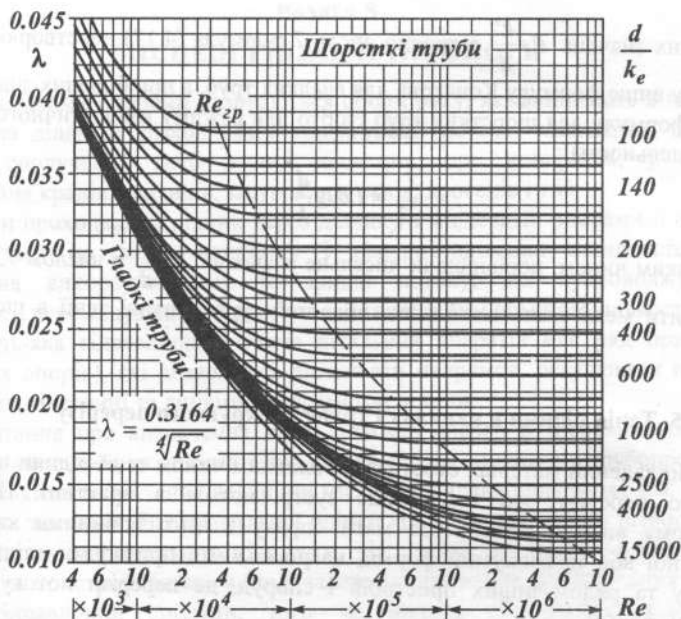


Рис. 4.14

Різниця в характері кривих Нікурадзе і Муріна пояснюється тим, що в натуральній трубі гребінці шорсткості мають різну висоту, і при збільшенні числа Re вони починають виступати за межі ламінарного підшару не одночасно, а при різних Re . Завдяки цьому перехід від кривої, відповідної опору гладких труб, до горизонтальних прямих, що відповідають квадратичному закону, відбувається для натуральних труб більш повільно, без провалу кривих, характерних для графіка Нікурадзе. Межа області квадратичного закону опору на графіку (рис. 4.14) показана пунктирною лінією і визначається граничним числом $Re_{z,p}$, яке тим більше, чим менше k_e/d .

Для практичних розрахунків по визначенню опору реальних шорстких труб можна запропонувати таку нову універсальну формулу А.Д. Альтшуля:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.8 \lg \frac{Re}{Re \frac{k'}{d} + 7}, \quad (4.17)$$

де d - діаметр труби; k' - розмір, пропорційний абсолютній шорсткості.

Для малих значень $Re \frac{k'}{d}$ відносно числа 7 формула (4.17) перетворюється у наведену вище формулу Конакова для гладких труб, а при більших значеннях Re - у формулу для шорстких труб [тобто для режиму квадратичного опору (автомодельності)]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.8 \lg \frac{d}{k}. \quad (4.18)$$

Таким чином, порівнюючи чисельне значення $Re \frac{k'}{d}$ з числом 7, можна встановити межі зазначених вище областей турбулентної течії в шорстких трубах.

4.5. Течія рідини в каналах і трубах некруглого перерізу

Викладений матеріал стосувався головним чином течії рідини в трубах круглого перерізу, які найчастіше зустрічаються в практиці. Проте у літальному апараті доводиться мати справу з вентиляційними каналами квадратної або прямокутної форми, нагрівальними приладами еліптичного перерізу та рядом інших пристроїв і споруд, де перерізи потоку мають некруглу форму.

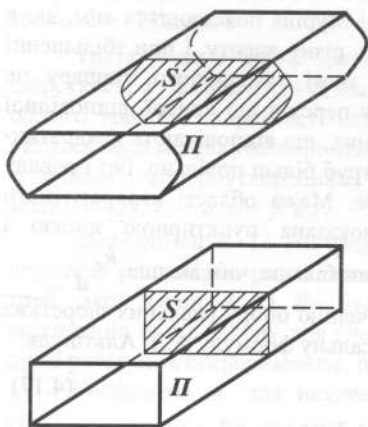


Рис. 4.15

При розгляді рівномірного руху в руслах довільної форми (рис. 4.15) введемо поняття гідравлічного радіуса $R_z = \frac{S}{P}$, лінійного параметра, який визначається відношенням площі живого перерізу потоку S до його змоченого периметра P . Отже, втрати по довжині будуть

$$h_{\text{теп}} = \lambda \frac{l V^2}{d 2g} = \lambda \frac{l V^2}{4R_z 2g} \quad (d = 4R_z),$$

тобто для розрахунку трубопроводів некруглого перерізу звичайно застосовують поняття еквівалентного діаметра, який дорівнює $d = 4R_z$. Іншими словами, трубопровід довільної форми замінюють круглим, якому властивий такий самий гідравлічний опір.

МІСЦЕВІ ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ

Місцевими опорами називаються опори руху, які виникають в потоках рідини на ділянках різкої зміни конфігурації потоку, наприклад, під час різкого сполучення труб різних діаметрів, при поворотах, у місцях приєднання кранів, вентилів, засувок, клапанів, дроселів і т.ін.

При проходженні рідини через ділянку з місцевими опорами її енергія витрачається на зміну напрямку і перерозподілення швидкостей, на виникання вихороутворення та зривів потоку, які супроводжуються бурхливим перемішуванням частинок та інтенсивним обміном кількості руху.

Будь-яка гідравлічна система літальних апаратів має ряд пристроїв (місцевих опорів), які дозволяють змінювати напрямок, регулювати подачу, змінювати кінетичні та динамічні параметри рідини.

Питання про визначення втрат питомої енергії в місцевих опорах є таким же важливим, як і питання про втрати енергії по довжині трубопроводу.

Кількісне визначення величини місцевих гідравлічних втрат має велике практичне значення. Від правильної оцінки гідравлічного опору різного роду пристроїв, які спричиняють ці втрати, від уміння вибирати раціональніші форми цих пристроїв багато в чому залежить правильне проектування тієї чи іншої гідравлічної споруди, того чи іншого обладнання, якості та економічності їх роботи.

Найпростіше місцеві гідравлічні опори можна поділити на такі групи:

- 1) розширення русла - несподіване, повільне;
- 2) звуження русла - несподіване, повільне;
- 3) поворот русла - раптовий, плавний.

Складні випадки місцевих опорів являють собою з'єднання або комбінації перелічених найпростіших опорів. Але, незважаючи на велику різноманітність геометричних форм пристроїв, що створюють місцеві опори, гідравлічні втрати виникають в результаті відриву потоку від твердої стінки та вихороутворення, яке супроводжується різким перерозподілом швидкостей потоку.

Втрати питомої енергії на подолання місцевих гідравлічних опорів

визначають за формулою (4.1): $h_m = \zeta_m \frac{V_{сеп}^2}{2g}$, де h_m - питома енергія, яка йде на подолання даного місцевого опору; ζ_m - коефіцієнт місцевих втрат;

$\frac{V_{сеп}^2}{2g}$ - питома кінетична енергія живого перерізу потоку до або після пристрою, який спричинив місцеві втрати.

Як видно із формул (4.1), коефіцієнт місцевих втрат являє собою відношення втраченої питомої енергії до питомої кінетичної енергії:

$$\zeta_m = \frac{h_m}{V_{сеп}^2 / 2g}$$

Течія рідини через місцеві опори - дуже складне явище і в більшості випадків не підлягає розрахуванню теоретичним шляхом. Тому для встановлення значення величини коефіцієнта ζ_m того чи іншого місцевого опору необхідно проводити досліди, іноді численні з копіткою обробкою.

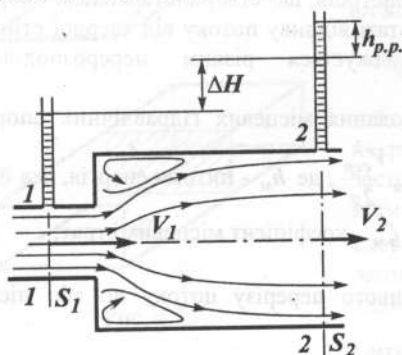
Дослідженню місцевих опорів присвячена велика кількість робіт, в основному експериментальних. Вони свідчать про те, що величина коефіцієнта місцевого опору ζ_m залежить від геометричної форми пристрою, який створив цей опір, і від режиму руху рідини, тобто від числа Рейнольдса Re .

Найбільш ґрунтовно досліджено питання про місцеві опори при турбулентному режимі. Встановлено, що в цьому випадку зміна коефіцієнта місцевого опору залежно від числа Рейнольдса настільки незначна, що нею повністю можна знехтувати. Тому при практичних розрахунках в області турбулентного режиму цей коефіцієнт вважають залежним тільки від геометричної форми місцевого опору.

Таким чином, на практиці вважають, що коефіцієнт місцевого опору при турбулентному режимі є функцією тільки однієї форми пристрою. Для прикладу розглянемо найпростіші місцеві гідравлічні опори.

5.1. Раптове розширення русла

Для раптового розширення русла при турбулентній течії втрати напору дається досить точно знайти теоретичним шляхом. Припустимо, що рідина



тече в трубі, площа перерізу якої S_1 , і раптово збільшується до S_2 (рис. 5.1). Потік зривається з гострої кромки та розширюється не раптово, як русло, а поступово, втрачаючи свою швидкість від V_1 до V_2 , доки не заповнить весь переріз труби. Між основним потоком та стінками труби виникає кільцеподібна застійна область, заповнена вихорами і така, що майже не бере участі в русі.

Рис. 5.1

Запишемо рівняння Бернуллі, яке зв'язує перерізи 1-1 і 2-2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{p.p.},$$

де $h_{p.p.}$ - втрати питомої енергії на раптове розширення.

Рівняння Бернуллі записано з таким розрахунком, що розподілення швидкостей по перерізах рівномірне, тобто $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1$, а дотичні напруги на бічній поверхні циліндра від перерізу 1-1 до 2-2 дорівнюють нулю.

Обчислимо зміну кількості руху в об'ємі 1-2-2-1, використовуючи формулу (2.40): $\vec{F} = \rho \int_S V_n \vec{V} dS$, або для нашого випадку, $F_x = \rho \int_S V_n V_x dS$.

Сили, які діють в проекції на вісь труби: $F_x = (p_1 - p_2)S_2$. Інтеграл по відповідному контуру 1-2-2-1 дорівнюватиме:

$$\rho \int_S V_n V_x dS = \rho \int_{1-1} V_1 (-V_1) dS + \rho \int_{2-2} V_2 V_2 dS.$$

Оскільки два інтеграли по контуру 1-2 і 2-1 будуть дорівнювати нулю, тому що $V_n = 0$ (внаслідок непротікання), то остаточно маємо $(p_1 - p_2)S_2 = \rho (-V_1)V_1 S_1 + \rho V_2^2 S_2$, або $(p_1 - p_2)S_2 = \rho Q(V_2 - V_1)$. Поділивши рівняння на $\rho g S_2$ та враховуючи, що $Q = V_2 S_2$, запишемо праву частину рівняння з перетворенням:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{V_2}{g} (V_2 - V_1) = \frac{V_2}{2g} + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{2V_1 V_2}{2g} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}.$$

Тоді
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}.$$

Порівнявши одержане рівняння з раніше записаним рівнянням Бернуллі, переконаємося в повній аналогії цих двох рівнянь, звідки робимо

висновок, що $h_{p.p.} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$, тобто втрата напору під час раптового

розширення русла дорівнює швидкісному напору втраченої швидкості. Якщо врахувати, що згідно з рівнянням витрати $V_1 S_1 = V_2 S_2$, то одержаний результат можна записати ще у вигляді, який відповідає загальному способу вираження місцевих втрат:

$$h_{p.p.} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \zeta_{p.p.} \frac{V_1^2}{2g}, \quad (5.1)$$

тобто для випадку раптового розширення русла коефіцієнт опору

$$\zeta_{p.p} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \quad (5.2)$$

Доведена теорема добре підтверджується експериментом при турбулентній течії та використовується в розрахунках.

Якщо відношення площ для різних пристроїв цього типу буде сталим, то величина коефіцієнта місцевого опору залишається такою самою. В тому окремому випадку, коли площа S_2 досить велика порівняно з площею S_1 і можна вважати, що швидкість V_2 дорівнює нулю, втрата на розширення дорівнюватиме

$$h_{p.p} = \frac{V_1^2}{2g}, \quad (5.3)$$

тобто втрачається весь швидкісний напір, вся кінетична енергія, яку має рідина; коефіцієнт опору $\zeta_{p.p} = 1$. Такому випадку відповідає, наприклад, підведення рідини по трубі до резервуара досить великих розмірів.

Необхідно підкреслити, що втрати напору на раптовому розширенні русла витрачаються виключно на вихороутворення.

5.2. Плавне розширення русла

Перехід від трубопроводу з меншим діаметром до трубопроводу з більшим діаметром можна здійснити у вигляді плавного розширення так званого дифузора (рис. 5.2). В пристроях, перерізи яких поступово збільшуються (дифузор), швидкості потоку в процесі руху зменшуються, а тиск зростає. На перший погляд, при такому русі немає умов для утворення поверхні поділу і наступного утворення вихорів. Однак, як показує досвід, коли кути

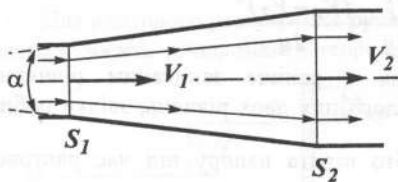


Рис. 5.2

конусності дифузора $\alpha > 13^\circ$, потік відривається від стінки і утворюється вихрова зона, найчастіше біля однієї із стінок (біля якої саме - це залежить від випадкових причин).

Струминки поблизу стінки внаслідок малої швидкості мають дуже малу кінетичну енергію, тому їх рух взагалі утруднений у напрямі додатного градієнта тиску, тобто в бік від менших тисків до більших. Іноді настає момент, коли частинки рідини у цих струминках зупиняються і починають

рухатись у зворотному напрямі, незважаючи на те, що в основному потоці частинки продовжують рухатись уперед. Кількість загальмованої рідини між стінкою і основним потоком швидко збільшується, і зона зворотної течії все більше розширюється, поки зовсім не витиснить транзитний потік від стінки.

Повні втрати напору у дифузорі можна розглядати умовно як суму двох доданків:

$$h_{\text{диф}} = h_{\text{тер}} + h_{\text{розш}}, \quad (5.4)$$

де $h_{\text{тер}}$ - втрати напору на тертя, $h_{\text{розш}}$ - втрати напору на розширення (вихороутворення).

Втрати напору залежать від геометрії дифузора, яка характеризується параметрами:

α - кут розчину дифузора (кут конусності);

$n = \frac{S_2}{S_1}$ - ступінь розширення дифузора.

Очевидно, що частки втрат на тертя та на розширення будуть залежати від кута розчину α і ступеня розширення n . Отже, втрати напору на тертя на безмежно малій ділянці дифузора, згідно з формулою Дарсі, становлять

$$dh_{\text{тер}} = \lambda \frac{dl V^2}{2r 2g}, \text{ де } V - \text{середня швидкість у перерізі радіуса } r.$$

Враховуючи, що $dl = \frac{dr}{\sin \frac{\alpha}{2}}$, відповідно до рівняння нерозривності

(витрати) $V = V_1 \left(\frac{r_1}{r} \right)^2$ записуємо:

$$dh_{\text{тер}} = \frac{\lambda}{2r \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{V_1^2}{2g} \left(\frac{r_1}{r} \right)^4 dr.$$

Якщо знехтувати зміною коефіцієнта λ по довжині дифузора, то після інтегрування від r_1 до r_2 і деяких перетворень знайдемо, що

$$h_{\text{тер}} = \frac{\lambda}{2r \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{V_1^2}{2g} r_1^4 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^5} = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^4 \right] \frac{V_1^2}{2g},$$

або

$$h_{\text{тер}} = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{V_1^2}{2g}. \quad (5.5)$$

Втрата напору на поступове розширення може бути визначена за формулою Борда з введенням в неї коригуючого множника k - коефіцієнта

пом'якшення, який залежить від кута конусності α .

Отже,
$$h_{розш} = k \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g},$$

або
$$h_{розш} = k \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = k \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g}. \quad (5.6)$$

При $\alpha < 20^\circ$ за формулою Флігнера $k = \sin \alpha$.

Таким чином, сумарні втрати напору в дифузори

$$h_{диф} = \left[\frac{\lambda}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + k \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \right] \frac{V_1^2}{2g} = \zeta_{диф} \frac{V_1^2}{2g}. \quad (5.7)$$

Вираз у квадратних дужках являє собою коефіцієнт опору дифузора:

$$\zeta_{диф} = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + k \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2. \quad (5.8)$$

Очевидно, що $\zeta_{диф} = f(\lambda, \alpha, n)$. Ця функція має мінімум при певному найвигоднішому оптимальному значенні кута α . Значення це можна знайти, замінивши k через $\sin \alpha$ і $\sin \frac{\alpha}{2}$ через $\frac{1}{2} \sin \alpha$. Тоді диференціювання $\zeta_{диф}$ за α дає

$$\frac{d\zeta_{диф}}{d\alpha} = -\frac{\lambda}{4} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \cos \alpha \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 = 0,$$

звідки
$$\alpha = \alpha_{opt} = \arcsin \sqrt{\frac{n+1}{n-1} \frac{\lambda}{4}}.$$

При $\lambda = 0.015 \dots 0.025$ і $n = 2 \dots 4$ одержимо оптимальне значення кута $\alpha = 6^\circ$, що відповідає експериментальним даним. Практично вважають, що найвигодніший кут конусності $\alpha = (7 \dots 9)^\circ$

5.3. Раптове звуження русла

Раптове звуження русла (рис. 5.3) спричиняє звичайно менші втрати напору, ніж раптове розширення русла при тому ж відношенні площин.

У куті перед перешкодою виникають вихрові рухи рідини. Однак інтенсивність цих рухів незначна, тому що швидкості одного потоку поблизу цієї зони малі.



Далі струмінь стискується і має найменшу площу живого перерізу "x-x", потім поступово розширюється і на певній відстані охоплює вже весь переріз труби. Втрати напору в даному випадку пов'язані головним чином зі збільшенням перерізу на ділянці розширення, і тому можна використати формулу Борда. Отже, повна втрата напору дорівнює

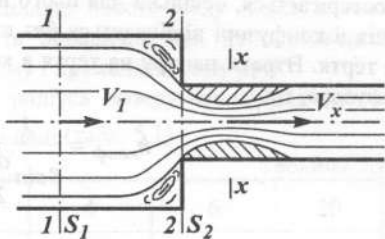


Рис. 5.3

$$h_{звуж} = \zeta_0 \frac{V_x^2}{2g} + \frac{(V_x - V_2)^2}{2g} = \zeta_{звуж} \frac{V_2^2}{2g},$$

де ζ_0 - коефіцієнт опору за рахунок тертя на вході, V_x - швидкість у вузькому перерізі "x-x".

При раптовому звуженні коефіцієнт опору можна визначити і за наближеною формулою І.Е. Ідельчика:

$$\zeta_{звуж} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{S_1}{S_2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right). \quad (5.9)$$

Вхід з резервуара до труби можна розглядати як раптове звуження від дуже великого діаметра до дуже малого ($S_2 \ll \omega_1$), і тоді для входу в трубу одержимо $\zeta_{вх} = 0.5$. При незначному заокругленні вхідних кромek значення $\zeta_{вх}$ різко зменшується.

5.4. Плавне звуження руслу

Перехід від трубопроводу з більшим діаметром до трубопроводу з меншим діаметром можна здійснити у вигляді плавного звуження труби, що називається конфузором (рис. 5.4). У конфузорах відбувається наростання швидкості вздовж потоку і зменшення тиску.

При цьому розподіл швидкостей у перерізі 2-2 є більш рівномірним, ніж у перерізі 1-1. Утворення вихорів у конфузорах не

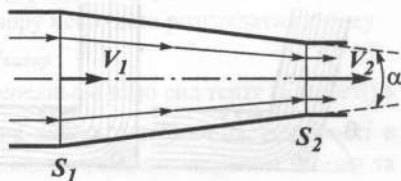


Рис. 5.4

спостерігається, оскільки для цього немає причин. Це, однак, не означає, що течія в конфузорі відбувається без втрат. Можна враховувати втрати тільки на тертя. Втрати напору на тертя в конфузорі знаходять аналогічно, як і для дифузора, тобто

$$h_{\text{конф}} = \frac{\lambda}{8 \sin^2 \alpha} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{V_1^2}{2g}$$

5.5. Поворот русла

Раптовий поворот русла спричиняє значні втрати напору, оскільки відбувається відрив потоку та утворення вихорів: очевидно, що чим більший кут повороту θ , тим значніше втрати напору (рис. 5.5, а). Коефіцієнт опору $\zeta_{\text{кол}}$ з ростом θ збільшується дуже круто і при $\theta = 90^\circ$ $\zeta_{\text{кол}} = 1$. Плавність повороту (відводу) (рис. 5.5, б) значною мірою ліквідує вихрові зони, і тому опор повороту зменшується. Це зменшення тим більше, чим більше відносний радіус кривизни повороту R/d , і при деяких значеннях вихори зникнуть.

Але втрат напору немає, що можна пояснити гвинтовим рухом, який одержується сумою двох потоків: плоско-паралельного та парного вихорів.

У зігнутій трубі рідина, яка тече в її центрі і має найбільшу швидкість своїх частинок, рухається за інерцією прямолінійно. Але на частинки, що рухаються по викривлених траєкторіях, діють ще відцентрові сили інерції. Додатковий тиск від відцентрових сил може бути позитивним або негативним. Це залежить від того, в який бік звернена опуклість струминок.

Оскільки розподіл швидкостей по поперечному перерізу є нерівномірним (по осі швидкість більша, а біля стінки менша), то відцентрова сила інерції, пропорційна квадрату швидкості, буде на осі більшою, ніж у периферійній частині. Тому під дією різниці відцентрових сил частинки рідини будуть переміщуватись у поперечному напрямку, утворюючи так звані вторинні течії. В даному випадку потік роздвоюється і утворюється парний вихор (рис. 5.6).

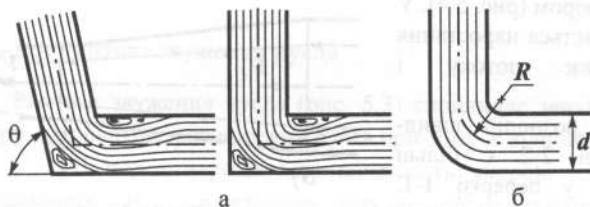


Рис. 5.5



Рис. 5.6

Зрозуміло, що втрати напору на ділянці такого руху через значне подовження шляху руху частинок будуть більшими, ніж на відповідній ділянці однакової довжини при рівномірному і прямолінійному русі.

Для ілюстрації впливу відносного радіуса заокруглення (під кутом $\theta = 90^\circ$) на величину опору наведемо деякі дані (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

R/d	0.5	1	2	4	6	20
$\zeta_{кол}$	0.80	0.51	0.30	0.23	0.18	0.20

Отже, опір відводу швидко зменшується із збільшенням відношення R/d . Проте при великих R/d зростають втрати тертя в самому відводі. Тому існує визначене оптимальне співвідношення між радіусом заокруглення і діаметром труби, що дорівнює приблизно $R/d = 4...6$, причому $\zeta_{кол} = 0.2$.

При $R/d < 3$ опір відводу вже значний. При плавному повороті труби $\zeta_{кол}$ залежить від відносного радіуса заокруглення R/d , кута повороту θ і гідравлічного коефіцієнта тертя λ , тобто $\zeta_{кол} = f(R/d, \theta, \lambda)$. Цю залежність можна записати, наприклад, формулою Альтшуля:

$$\zeta_{кол} = a \left[0.2 + 0.001(100\lambda)^8 \right] \sqrt{\frac{d}{R}}$$

де a - коефіцієнт, який залежить від кута повороту θ (при $\theta = 90^\circ$ $a = 1$). Значення коефіцієнта a у функції кута повороту наведено в довідковій літературі. Існують інші емпіричні формули, на яких ми не зупиняємося.

5.6. Місцеві опори при ламінарному режимі

Під час ламінарного режиму місцеві опори, як правило, відіграють незначну роль порівняно з тертям; закон опору в цьому випадку є більш складним і менш дослідженим, ніж при турбулентному режимі.

При ламінарному режимі втрату напору необхідно розглядати як суму

$$h_m = h_{тер} + h_{вихор} \quad (5.10)$$

де $h_{тер}$ - втрата напору, зумовлена безпосередньою дією сил тертя (в'язкості) в заданому місцевому опорі та пропорційна в'язкості рідини та швидкості в першому степені; $h_{вихор}$ - втрата напору, яка пов'язана з відривом потоку та вихороутворенням, що виникають у самому місцевому опорі або за ним, і пропорційна квадрату швидкості.

Враховуючи закон опору під час ламінарного режиму з поправкою на початкову ділянку і формулу (4.1), суму (5.10) можна записати у вигляді

$$h_m = \frac{A V^2}{Re \ 2g} + B \frac{V^2}{2g}, \quad (5.11)$$

де A та B - безрозмірні коефіцієнти, які залежать від форми місцевого опору.

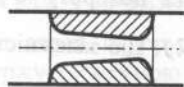
Після ділення рівняння (5.11) на швидкісний напір одержимо загальний вираз для коефіцієнта місцевого опору:

$$\zeta_m = \frac{A}{Re} + B. \quad (5.12)$$

Співвідношення між першим і другим членами у формулах (5.11) і (5.12) залежить від форми місцевого опору та числа Рейнольдса. У місцевих опорах, де є вузький канал, довжина якого значно перебільшує його поперечний розмір, з плавним окресленням входу та виходу (рис. 5.7, а), при малих числах Re втрати напору визначаються в основному тертям і закон опору близький до лінійного. Другий член у формулах (5.11) і (5.12) в цьому випадку дорівнює нулю або дуже малий відносно першого.

Якщо в місцевому опорі тертя зведено до мінімуму, наприклад, внаслідок наявності гострого краю (рис. 5.7, б), та є відриви потоку і вихороутворення, а числа Re досить великі, то втрати напору пропорційні швидкості приблизно в другому степені.

При широкому діапазоні зміни чисел Re в одному й тому місцевому опорі можливі як лінійний (при малих Re), так і квадратичний (при великих Re) закони опору, а також перехідна область опору між ними (при середніх Re). Типовий графік залежності ζ від чисел Re в логарифмічних координатах зображено на рис. 5.8, де показано результати дослідів чотирьох діафрагм:



а



б

Рис. 5.7

$n = \frac{S_d}{S_m}$. Нахилені прямі відповідають лінійному закону змінення

опору (ζ залежить від Re , $\zeta = \frac{A}{Re}$), криволінійні ділянки - перехідній області (ζ залежить від Re і форми місцевого опору B), а горизонтальні прямі - квадратичному закону або зоні автотурбулентності (коефіцієнт ζ не залежить від числа Re , а є функцією форми місцевого опору B).

У системах літака, як правило є місцеві гідравлічні опори у вигляді фільтрів, кранів, клапанів, косинців та інших агрегатів і деталей, дуже різноманітних за своєю геометричною формою. Течія рідин через ці опори може бути як ламінарною, так і турбулентною, залежно від швидкості та

температури рідини. На рис. 5.9 у логарифмічних координатах наведено криві зміни коефіцієнта ζ від числа Re для місцевих опорів, які найчастіше зустрічаються: 1) фільтр фетровий; 2) кран від'єднання; 3) клапан рознімний; 4) косинець 90° ; 5) зворотний клапан.

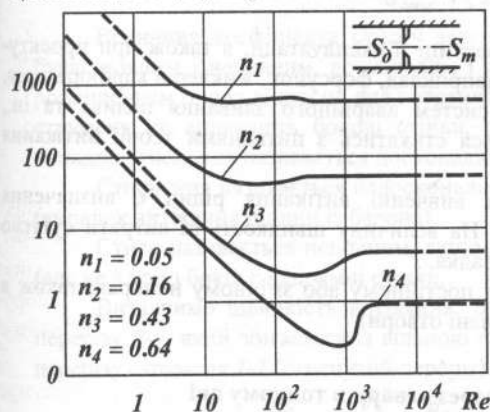


Рис. 5.8

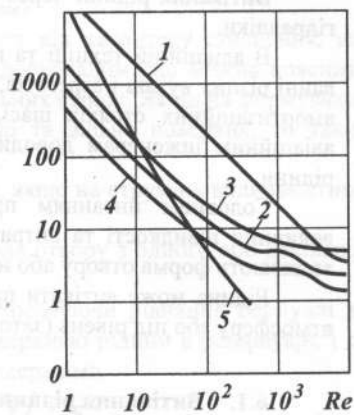


Рис. 5.9

У паливних системах літака числа Re , як правило, значно більші, ніж в гідросистемах. Це дає можливість вважати, що коефіцієнти місцевих опорів паливопроводів від числа Re не залежать.

В табл. 5.2 вказано значення коефіцієнтів ζ на режимах автомобільності для найзастосованіших агрегатів і деталей. Значення віднесені до швидкісного напору на вхідному штуцері агрегату (деталі).

Таблиця 5.2

Вигляд опору	ζ
Гнучке з'єднання труб	0.3
Стандартний косинець 90° (отвір у корпусі)	1.2...1.3
Трійник (відгалуження)	3.5
Датчик витратоміра: при крильчатці, яка обертається; при зафіксованій крильчатці	7.0 11...12
Вхід у трубу	0.5...1.0
Вихід із труби	1.0

Таким чином, при розрахунку різних гідросистем для правильного визначення коефіцієнтів місцевих опорів необхідно встановити, який режим течії на ділянках трубопроводу, умови, в яких працює даний опір (вібрація, температура), а також провести врахування взаємного впливу одного агрегату на інший, якщо відстань між ними менша за 20 діаметрів трубопроводу.

ВИТІКАННЯ РІДИНИ ЧЕРЕЗ ОТВОРИ ТА НАСАДКИ

Витікання рідини через отвори та насадки є однією з основних задач гідравліки.

В авіаційній техніці та практиці її експлуатації, а також при проектуванні різних вузлів і агрегатів, наприклад, форсунок, жиклерів карбюраторів, амортизаційних стояків шасі, систем аварійного зливання палива та ін., авіаційним інженерам доводиться стикатись з питаннями теорії витікання рідини.

Головним питанням при вивченні витікання рідин є визначення величини швидкості та витрат. На величину швидкості та витрати суттєво впливають форма отвору або насадка.

Рідина може витікати при постійному або змінному напорах, також в атмосферу або під рівень (затоплені отвори).

6.1. Витікання рідини через отвори в тонкому дні або стінці резервуара при постійному рівні

Гідравлічна суть терміна "тонке дно" або "тонка стінка" не пов'язана з поняттям про фактичну товщину самого дна або стінки. Тут мова йде про той випадок, коли краї отвору являють собою гостру кромку і товщина дна або стінки не впливає на форму струменя.

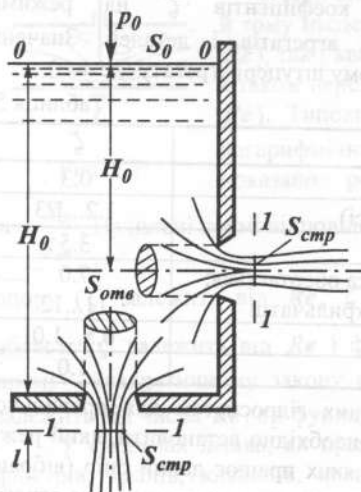


Рис. 6.1

Розглянемо витікання рідини через отвір (рис. 6.1) у тонкому дні або тонкій стінці резервуара при постійному рівні рідини. Частинки рідини, яка витікає через отвори, рухаються по непаралельних траєкторіях внаслідок впливу стінок. На деякій відстані від площини отвору кривизна траєкторій частинок зменшується і окремі струмінки будуть все більше і більше наближатися до паралельних.

При цьому буде виникати стиск струменя (тобто зменшення його перерізу). Ближче розташований до отвору переріз струменя $l-l$, в якому рух рідини набуває майже паралельного напрямку, називається стиснутим перерізом струменя.

Відношення площі стисненого перерізу S_{cmp} до площі отвору S_{ome} називається коефіцієнтом стиску і позначається літерою ϵ . Звідси

$$\epsilon = \frac{S_{cmp}}{S_{ome}} = \left(\frac{d_{cmp}}{d_{ome}} \right)^2.$$

Величина коефіцієнта стиску залежить від характеру стиснення, яке буває повним і неповним, досконалим і недосконалим, що можна пояснити розміщенням опору відносно дна і вертикальних стінок. Якщо на формування струменя не впливають бокові стінки, дно та вільна поверхня, то такий випадок стиснення називається досконалим.

Стиснення називається недосконалим, якщо на струмінь впливає стінка (випадок витікання рідини із балона).

Стиск називається неповним, якщо біля отвору з одного або декількох (але не з усіх) боків є напрямні стінки.

Визначимо швидкість витікання. Застосовуючи рівняння Бернуллі до перерізу $\theta-\theta$, який збігається із вільною поверхнею рідини в резервуарі, і до перерізу струменя $I-I$ (стиснутий переріз), одержимо

$$H_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \alpha_0 \frac{V_0^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \sum h_{\theta-I}, \quad (6.1)$$

де H_0 - висота рівня рідини в резервуарі; p_0 - абсолютний тиск на вільній поверхні рідини в резервуарі; α_1 - коефіцієнт нерівномірності розподілення швидкості в стиснутому перерізі; V_1 - середня швидкість частинок рідини в стиснутому перерізі; p_a - тиск у стисненому перерізі, який дорівнює атмосферному тиску (при витіканні рідини до атмосфери); $\sum h_{\theta-I} = h_{тер} + h_m$ - гідравлічний опір на ділянці між перерізом $I-I$ і $\theta-\theta$, який складається із втрат на тертя і місцеві опори.

У нашому випадку величиною тертя опору можна знехтувати, тоді $\sum h_{\theta-I} = h_m$. Таким чином, у випадку витікання рідини через отвори місцеві гідравлічні опори будуть складатися тільки із опорів, пов'язаних зі стиском струменя і дорівнюватимуть $h_m = \zeta_0 \frac{V_1^2}{2g}$, де ζ_0 - коефіцієнт місцевих втрат на стиск струменя; V_1 - середня швидкість у стиснутому перерізі струменя. Підставляючи значення h_m у рівняння (6.1), маємо

$$H_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \alpha_0 \frac{V_0^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \zeta_0 \frac{V_1^2}{2g}. \quad (6.2)$$

Скориставшись рівнянням витрати $V_0 S_0 = V_1 S_{cmp}$, знайдемо $V_0 = V_1 \frac{S_{cmp}}{S_0}$. Вважаючи $S_0 \gg S_{cmp}$, можна припустити, що $\frac{S_{cmp}}{S_0} = 0$.

Тоді рівняння (6.2) запишеться так:

$$H_0 + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \zeta_0 \frac{V_1^2}{2g},$$

звідки дійсне значення швидкості витікання

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 + \zeta_0}} \sqrt{2g \left(H_0 + \frac{p_0 - p_a}{\rho g} \right)}.$$

Величина $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 + \zeta_0}}$ називається коефіцієнтом швидкості. Тоді

$$V_1 = \varphi \sqrt{2g \left(H_0 + \frac{p_0 - p_a}{\rho g} \right)}. \quad (6.3)$$

Якщо тиск на вільній поверхні дорівнює атмосферному, то $p_0 = p_a$ і формула (6.3) матиме вигляд $V_1 = \varphi \sqrt{2gH_0}$.

Для ідеальної рідини $\varphi = 1$, а швидкість витікання буде визначатися добре відомою формулою Торічеллі: $V_{теор} = \sqrt{2gH_0}$.

Таким чином, коефіцієнт швидкості φ - це відношення дійсної швидкості витікання до теоретичної:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta_0}} = \frac{V_d}{V_{теор}}.$$

У зв'язку з тим, що швидкість витікання ідеальної рідини завжди більша за середню швидкість V_1 частинок рідини в стиснутому перерізі, то коефіцієнт φ завжди менший за одиницю.

Дійсні витрати в перерізі 1-1 дорівнюватимуть добутку дійсної швидкості витікання на фактичну площу перерізу струменя:

$$Q_d = S_{cmp} V_1 = \varepsilon \varphi S_{отв} \sqrt{2gH_0}. \quad (6.4)$$

Добуток коефіцієнтів ε і φ прийнято позначати літерою μ і називати коефіцієнтом витрат: $\mu = \varepsilon \varphi$. Тоді формула (6.4) остаточно запишеться у вигляді $Q_d = \mu S_{отв} \sqrt{2gH_0}$. Цей вираз для визначення витрат є основним, оскільки він розв'язує основну задачу і застосовується для всіх випадків витікання. Складність використання цього виразу полягає у не досить точному визначенні коефіцієнта витрат μ , який являє собою відношення

дійсних витрат до теоретичних: $\mu = \frac{Q_0}{Q_{теор}}$. Слід мати на увазі, що

теоретичні витрати $Q_{теор} = S_{oms} \sqrt{2gH_0}$, коли $\varphi = 1$ і $\varepsilon = 1$, не є витратами при витіканні ідеальної рідини, оскільки стиск струменя буде і за відсутності гідравлічних втрат.

Дійсна витрата завжди менша за теоретичну і, відповідно, коефіцієнт витрат μ теж завжди менший за одиницю за рахунок впливу двох факторів: стиснення струменя та опору. В одних випадках більше впливає перший фактор, у інших - другий. Таким чином, коефіцієнт витрат μ характеризує зменшення витрати в'язкої рідини порівняно з витратою нев'язкої рідини внаслідок наявності енергії та стиснення струменя.

Коефіцієнти, які характеризують витікання рідини через отвори ε , φ , μ , залежать у першу чергу від типу отвору і насадка, а також від основного критерію гідродинамічної подібності числа Re . На рис. 6.2 подано графік залежності коефіцієнтів ε , φ та μ для круглого отвору від числа Re , розрахованого через теоретичну швидкість витікання, тобто $Re = \frac{V_{теор} d_0}{\nu}$. Із

графіка видно, що зі збільшенням числа Re , тобто із зменшенням впливу сил в'язкості, коефіцієнт φ зростає, тому що зменшується коефіцієнт опору ζ , а коефіцієнт ε зніжується внаслідок зменшення гальмування швидкості біля краю отвору та збільшення радіусів кривизни поверхні струменя на його ділянці від країв до початку циліндричної частини. Обидва коефіцієнти φ і ε при цьому асимптотично наближаються до їх значень, які відповідають витіканню ідеальної рідини, тобто при $Re \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow 1$, а коефіцієнт стиску ε наближається до значення 0.61 , яке для ідеальної рідини може бути знайдено теоретично.

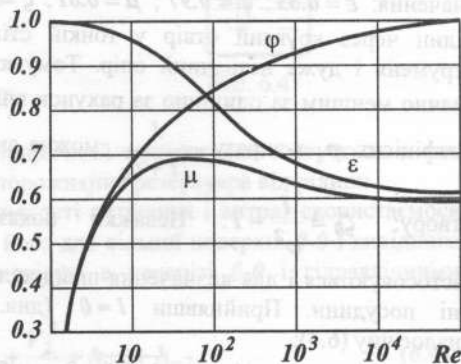


Рис. 6.2

Коефіцієнт витрат μ , який знаходиться як добуток ϵ на φ , із збільшенням числа Re спочатку збільшується, що зумовлено крутим зростанням φ , а потім, досягнувши максимального значення ($\mu = 0.69$ при $Re = 350$), зменшується в зв'язку із значним спадом ϵ і при великих Re стає практично сталим і дорівнює $\mu = 0.59 \dots 0.60$. Як вже зазначалось, теоретично визначити коефіцієнти ϵ , φ , μ і ζ_0 дуже важко. Тому їх значення звичайно знаходять експериментально. Для обчислення коефіцієнта стиснення відповідно до формули ($\epsilon = \frac{S_{cmp}}{S_0}$) треба заміряти площу струменя у стиснутому перерізі та в площині перерізу отвору. Розміри струменя у стиснутому перерізі можна визначити спеціальними шайбами з мікрометричними гвинтами.

Для знаходження коефіцієнта μ використовують формулу (6.4). При цьому в досліді вимірюють значення Q (витратний бак) і H_0 (віддалення від центра отвору до вільної поверхні). Коефіцієнт швидкості φ можна визначити за формулою $\varphi = \frac{Q}{S_{cmp} \sqrt{2gH_0}}$ і в досліді вимірюють значення Q ,

S_{cmp} , H_0 . Для рідин з невеликим значенням в'язкості витікання звичайно відбувається при досить великих числах Re , і тому коефіцієнти витікання змінюються в невеликих межах; як показує експеримент, вони мають такі значення: $\epsilon = 0.63$; $\varphi = 0.97$; $\mu = 0.61$; $\zeta = 0.065$. При витіканні малов'язких рідин через круглий отвір у тонкій стінці мають місце значний стиск струменя і дуже незначний опір. Тому коефіцієнт витрат μ одержується значно меншим за одиницю за рахунок впливу стиснення струменя. Знаючи коефіцієнт φ , з виразу $\frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_0}}$ можна знайти коефіцієнт місцевого опору

отвору: $\zeta_0 = \frac{1}{\varphi^2} - 1$. Неважко показати, що одержані формули застосовуються і для визначення швидкості витікання і витрат через отвір у дні посудини. Приймавши $l \approx 0$ (див. рис. 6.1), дістанемо формулу, аналогічну (6.4):

$$V_0 = \varphi \sqrt{2gH_0}, \quad Q_0 = \mu S_{отв} \sqrt{2gH_0}.$$

Для врахування неповноти і недосконалості стиснення на коефіцієнт витрати використовують різні наближені залежності.

6.2. Витікання рідини через насадки

Насадком називається коротка труба круглого поперечного перерізу довжиною, яка дорівнює декільком діаметрам отвору: $l = (2 \dots 6)d$.

На практиці такий насадок часто одержують у тих випадках, коли робиться свердління в товстій стінці, а отвір і вхідну кромку не обробляють (рис. 6.3.). При витіканні рідини через такий насадок можливі два режими витікання. Схему течії, яка відповідає першому режимові, показано на рис. 6.3, а, б. Струмінь під час виходу стискається і створює на деякій відстані від входу стиснений переріз S_1 . Потім він знову розширюється і повністю заповнює переріз отвору та насадка.

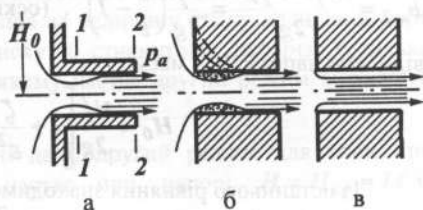


Рис. 6.3

Характерна особливість витікання рідини (рис. 6.4) через зовнішній циліндричний насадок полягає у тому, що в стиснутому перерізі (переріз I-I) має місце вакуум, тобто розрідження, величина якого дорівнює $\approx 75\%$ від наявного напору H_0 . Тому при однакових напорах H_0 і діаметрах d отвору та насадка витрата рідини через насадок буде більша, ніж через отвір.

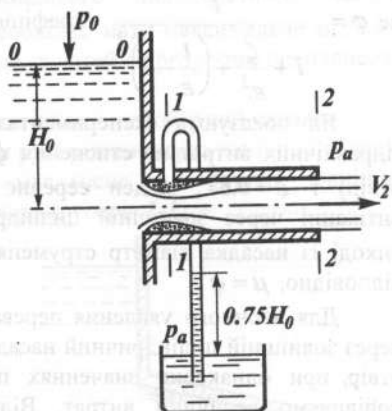


Рис. 6.4

Таким чином, зовнішній циліндричний насадок застосовується в тих випадках, коли необхідне швидке спорожнення резервуара від рідини.

Для визначення величини швидкості витікання і витрат скористаємося рівнянням Бернуллі. Застосовуючи його для вільної поверхні 0-0 і вихідного перерізу насадка і нехтуючи швидкістю в перерізі 0-0 і гідравлічними витратами на тертя, одержимо

$$H_0 + \frac{P_a}{\rho g} = \frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{m1} + h_{m2}, \quad (6.4)$$

де P_a - атмосферний тиск; V_2 - швидкість на виході; h_{m1} - місцеві гідравлічні витрати на звуження; h_{m2} - місцеві гідравлічні витрати на розширення.

Підставляючи в рівняння (6.4) значення $h_{m1} = \zeta \frac{V_1^2}{2g}$,

$$h_{m2} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2, \text{ (оскільки } V_1 = \varepsilon V_2) \text{ та розв'язуючи його}$$

відносно напору H_0 , маємо

$$H_0 = \frac{V_2^2}{2g} \left[1 + \frac{\zeta}{\varepsilon^2} + \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 \right]. \quad (6.5)$$

Із останнього рівняння знаходимо

$$V_2 = \varphi \sqrt{2gH_0}, \quad (6.6)$$

де $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\zeta}{\varepsilon^2} + \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2}}$ - коефіцієнт швидкості.

Як показують експериментальні дослідження, коефіцієнт місцевих гідравлічних витрат на стиснення $\zeta = 0.06$ (як і у випадку витікання через отвір) і $\varepsilon = 0.64$, звідси середнє значення коефіцієнта швидкості при витіканні через зовнішній циліндричний насадок $\varphi = 0.82$. Оскільки на виході із насадка діаметр струменя дорівнює діаметру отвору, то $\varepsilon = 1$ і, відповідно, $\mu = \varphi$.

Для наочного уявлення переваги спорожнення резервуара від рідини через зовнішній циліндричний насадок відносно спорожнення через круглий отвір при однакових значеннях площі їх перерізів і величини напору порівняємо величини витрат. Відношення витрат при витіканні через зовнішній циліндричний насадок до витрат при витіканні через отвір дорівнюватиме відношенню коефіцієнтів їх витрат, тобто

$$\frac{Q_{нас}}{Q_{отв}} = \frac{\mu_{нас}}{\mu_{отв}} = \frac{0.82}{0.625} = 1.32. \quad (6.7)$$

Очевидно, що зовнішній циліндричний насадок збільшує витрати на 32% порівняно з витратами отвору.

Розглянутий режим витікання, коли струмінь повністю заповнює переріз насадка при виході, називають першим режимом, і при такому витіканні рідин усередині насадка утворюється значний вакуум.

Якщо до стиснутого перерізу підвести атмосферний тиск, який усуне розрідження, то буде порушена умова, необхідна для витікання рідини з повним заповненням перерізу насадка на виході.

У цьому випадку переріз струменя всередині насадка після стиску не розшириться і струмінь буде витікати із насадка, не торкаючись його стінок.

При цьому витікання через насадок нічим не відрізняється від витікання через отвір. Таке витікання через насадок називається другим режимом витікання (див. рис. 6.3, в).

Другий режим витікання може відбуватися і довільно, якщо величина тиску в стиснутому перерізі буде менша за величину тиску насиченої пари даної рідини. Оскільки величина тиску в стиснутому перерізі є тільки функцією напору H_0 , то напір, при якому настає другий режим витікання, називається критичним напором $H_{кр}$.

Як показують експериментальні дані, другий режим для води при нормальних атмосферних умовах настає при напорі $H = H_{кр} \approx 14$ м водяного стовпа. Таким чином, для резервуарів, які мають напір $H > 14$ м вод. ст., застосування зовнішнього циліндричного насадка нерациональне. В тому випадку, коли необхідно мати максимальне значення живої сили струменя (підведення води до лопатей гідротурбін, брендспойтів та ін.), застосовують збіжні насадки.

Найпоширенішим збіжним насадком є конічний збіжний насадок (рис. 6.5). Як видно з цього рисунка, при русі рідини через конічний збіжний насадок крім внутрішнього звуження має місце і повторний зовнішній підтиск струменя при виході його із насадка (переріз I-I).

Коефіцієнт зовнішнього стиснення струменя позначимо через $\epsilon_{зовн} = \frac{S_I}{S}$, де S_I - площа зовнішнього стиску перерізу; S - площа насадка на зрізі (виході).

Як показують дослідження та спостереження, коефіцієнт зовнішнього стиснення $\epsilon_{зовн}$, коефіцієнт витрат μ і коефіцієнт швидкості ϕ конічних збіжних насадків залежать від кута конусності α насадка.

При $\alpha = 0$ конічний збіжний насадок перетворюється в зовнішній циліндричний насадок, при $\alpha = 180^\circ$ - в отвір у тонкій стінці.

При малих кутах α коефіцієнт зовнішнього стиску змінюється мало, залишається близьким до одиниці, а коефіцієнт швидкості ϕ різко зростає, прямуючи до одиниці. В силу цього коефіцієнт витрати $\mu = \epsilon \phi$ зростає разом зі збільшенням α при його малому значенні. При куті α , який дорівнює 13.5° , коефіцієнт витрат має максимум $\mu = 0.946$. При подальшому

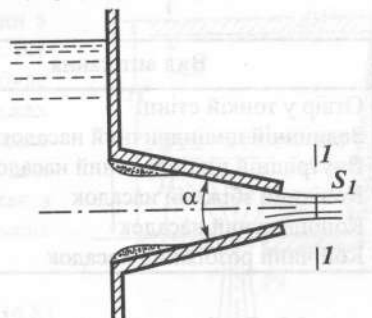


Рис. 6.5

збільшенні кута α коефіцієнт швидкості залишається майже незмінним, але коефіцієнт зовнішнього стиску $\epsilon_{зовн}$ безперервно спадає, в зв'язку з чим коефіцієнт витрати теж зменшується. На рис. 6.6 наведено криві коефіцієнтів $\epsilon_{зовн}$, ϕ і $\mu_{зовн}$ залежно від кута конусності досліджених конічних змінних насадків.

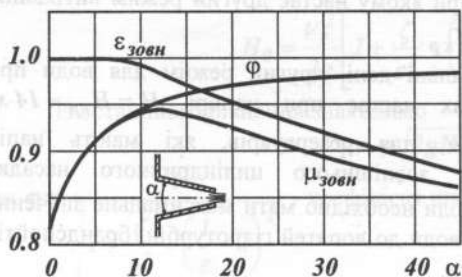


Рис. 6.6

В інженерній практиці зустрічаються різноманітні типи насадків: зовнішній циліндричний, або насадок Вентурі; внутрішній циліндричний, або насадок Борда, конічний (збіжний або конфузорний), коноїдальний (сопло), вхідна частина якого має форму струменя, що витікає з отвору; так звані комбіновані, що являють собою поєднання,

Таблиця 6.1

Вид витікання	ϵ	ϕ	μ	ζ
Отвір у тонкій стінці	0.64	0.97	0.62	0.06
Зовнішній циліндричний насадок Вентурі	1.0	0.82	0.82	0.5
Внутрішній циліндричний насадок Борда	1.0	0.71	0.71	1.0
Конічний збіжний насадок	0.98	0.97	0.95	0.08
Конікоїдальний насадок	1.0	0.97	0.97	0.04
Конічний розбіжний насадок	1.0	0.45	0.45	4.0

6.3. Витікання рідини через отвори і насадки при змінному напорі

При дослідженні питань, пов'язаних з розглядом витікання рідини при змінному рівні, виникають труднощі спричинені наявністю неусталеного руху. Таким чином, рівняння Бернуллі, одержане раніше буде недейсним.

Але ряд задач гідравліки звичайно розв'язується без урахування цієї обставини, оскільки можна нехтувати величиною інерційного напору

$$\frac{l}{g} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl, \text{ вважаючи, що він дорівнює нулю.}$$

В інженерних задачах мають місце випадки, коли поряд з витіканням через отвір або насадок одночасно в посудину надходить рідина. Якщо приплив не дорівнює відливу, то останнє відбуватиметься при змінному рівні, тобто при змінному напорі. Якщо витрата рідини, що втікає, перевищуватиме витрату рідини, яка витікає через отвір, то відбувається наповнення посудини, у протилежному випадку починається її спорожняння.

Для розв'язання задачі у загальному вигляді приймемо таке: 1) тиск на поверхні рідини дорівнює p_1 ; 2) тиск, куди витікає рідина, дорівнює p_2 ; 3) площа перерізу є функцією H , $\Omega = f(H)$.

Для практичних потреб важливо вміти обчислити час, протягом якого в посудині відбудеться зміна рівнів у заданому інтервалі від висоти H_1 до H_2 . Нехай для посудини довільної форми (рис. 6.7) залежність зміни поперечного перерізу посудини Ω за висотою відома і задана як $\Omega = f(H)$. Приплив рідини в резервуар позначимо через Q_0 .

Для знаходження часу витікання рідини з посудини скористаємося таким наближеним заходом: рідину, що перебуває у посудині, умовно розіб'ємо на ряд горизонтальних шарів.

Для кожного з таких шарів (один з них при напорі H на рис. 6.7 заштрихований) зміна в часі буде незначною. Таким чином, у межах невеликого інтервалу часу, протягом якого рівень змінюється на величину dH , для визначення витрати рідини, що витікає з достатньою для практики точністю, можна використати формулу

$$Q = \mu S_{отв} \sqrt{2g \left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right)}. \quad (6.8)$$

За час dt різниця між припливом і відливом становитиме

$$dW = \left[Q_0 - \mu S_{отв} \sqrt{2g \left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right)} \right] dt.$$

У результаті різниці між припливом і відливом рівень в посудині також збільшиться або зменшиться порівняно з початковим напором H на dH , а відповідна зміна об'єму (на рис. 6.7 він заштрихований) буде $dW = \Omega dH$.

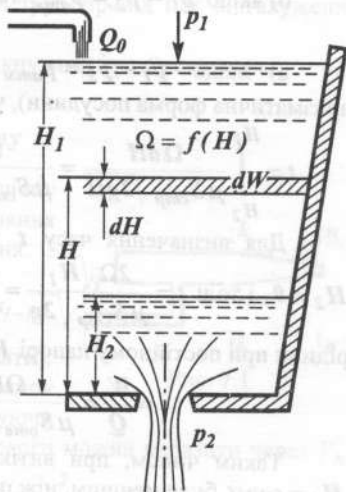


Рис. 6.7

Прирівняємо праві частини залежностей dW , тоді

$$\Omega dH = \left[Q_0 - \mu S_{cmp} \sqrt{2g \left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right)} \right] dt. \quad (6.9)$$

Так, коли відома функція $\Omega(H)$, задача має розв'язок. В загальному вигляді час спорожнення посудини дорівнюватиме

$$t = \int_{H_2}^{H_1} \frac{\Omega(H)}{\mu S_{cmp} \sqrt{2g \left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right)} - Q_0} dH. \quad (6.10)$$

Відомі простіші задачі:

а) якщо припливу рідини немає, $Q_0 = 0$;

б) якщо $p_1 - p_2 = p_{атм}$ та $Q_0 = 0$, час $t = \int_{H_2}^{H_1} \frac{\Omega(H)}{\mu S_{cmp} \sqrt{2gH}} dH$;

в) якщо $p_1 - p_2 = p_{атм}$, $Q_0 = 0$ та $\Omega = const$ (циліндрична або призматична форма посудини), час

$$t = \int_{H_2}^{H_1} \frac{\Omega dH}{\mu S_{cmp} \sqrt{2gH}} = \frac{\Omega}{\mu S_{cmp} \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{dH}{\sqrt{H}} = \frac{2\Omega}{\mu S_{cmp} \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}).$$

Для визначення часу t повного спорожнення посудини приймаємо

$$H_2 = 0, \text{ і тоді } t = \frac{2\Omega \sqrt{H_1}}{\mu S_{cmp} \sqrt{2g}} = \frac{2\Omega H_1}{\mu S_{cmp} \sqrt{2gH_1}}.$$

Час витікання тієї ж кількості рідини при постійному напорі H_1 з тієї самої посудини дорівнюватиме

$$t = \frac{W}{Q} = \frac{\Omega H_1}{\mu S_{отв} \sqrt{2gH_1}} = \frac{\Omega}{\mu S_{отв} \sqrt{2g}} \sqrt{H_1}.$$

Таким чином, при витіканні рідини з посудини $\Omega = const$ час при $H_1 = const$ буде меншим, ніж при змінному, у два рази.

Ці результати можна поширити і на витікання під рівень. За цих умов, як це вже було з'ясовано раніше, напір витікання дорівнює різниці рівнів у посудині. Тому замість величини H в розрахункові формули треба підставляти різницю рівнів.

РОЗРАХУНОК ГІДРАВЛІЧНИХ МЕРЕЖ

При проектуванні умовно розрізняють два типи трубопроводів: довгі та короткі.

Довгими називаються трубопроводи значної протяжності, в яких шляхові втрати, тобто втрати на тертя, є основними, а місцеві втрати невеликі та складають приблизно 5...10 % шляхових втрат.

Короткими називаються трубопроводи, які мають порівняно невелику довжину, в яких місцеві втрати приблизно дорівнюють шляховим втратам або порівнянні з ними. Такі трубопроводи найчастіше зустрічаються в гідравлічних системах літака (паливні, масляні, гідравлічні системи керування та ін.).

Трубопроводи можуть бути простими і складними. Простий трубопровід не має відгалуження. Складний трубопровід має відгалуження або складається із декількох ліній.

Трубопровідні мережі можуть бути замкнутими і розімкнутими.

7.1. Розрахунок простого трубопроводу

На рис. 7.1 показано просту гідравлічну мережу. Запишемо для цієї мережі рівняння Бернуллі, вибравши деяку площину порівняння:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_{1cep}^2}{2g} = z_n + \frac{p_n}{\rho g} + \alpha_n \frac{V_{ncep}^2}{2g} + \sum h_{1-n}$$

(Тут і надалі знак "cep" при V будемо випускати).

Якщо трубопровід складається із ділянок труб різних діаметрів, то, використовуючи рівняння витрат, швидкість у будь-якому перерізі можна виразити через V_n .

Наприклад, у перерізі "k-k" $V_k = V_n \frac{S_n}{S_k} = V_n \left(\frac{d_n}{d_k} \right)^2$, тоді

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_n + \frac{p_n}{\rho g} \right) = \left[\alpha_n - \alpha_1 \left(\frac{d_n}{d_1} \right)^4 \right] \frac{V_n^2}{2g} + \sum h_{1-n}$$

Гідравлічні втрати в загальному випадку в трубопроводі складаються із шляхових і місцевих.

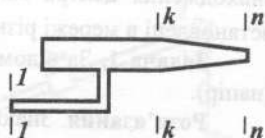


Рис. 7.1

Шляхові втрати $h_{\text{шл}} = \sum_{k=1}^{k=n} \lambda_k \frac{l_k V_k^2}{d_k 2g} = \sum_{k=1}^{k=n} \lambda_k \frac{l_k}{d_k} \left(\frac{d_n}{d_k}\right)^4 \frac{V_n^2}{2g}$ являють

собою суму шляхових втрат на окремих ділянках, які мають сталий діаметр.

Місцеві втрати $h_m = \sum_{i=1}^{i=m} \zeta_i \frac{V_i^2}{2g} = \sum_{i=1}^{i=m} \zeta_i \left(\frac{d_n}{d_i}\right)^4 \frac{V_n^2}{2g}$ враховуються, як пра-

вило, за принципом складання втрат, який дає добрий результат, коли місцеві опори не взаємодіють між собою, тобто відстань між ними не менше $20d$.

Сумарні гідравлічні втрати дорівнюють

$$\sum h_{1-n} = h_{\text{шл}} + h_m = \left[\sum_{k=1}^{k=n} \lambda_k \frac{l_k}{d_k} \left(\frac{d_n}{d_k}\right)^4 + \sum_{i=1}^{i=m} \zeta_i \left(\frac{d_n}{d_i}\right)^4 \right] \frac{V_n^2}{2g}. \quad (7.1)$$

Вважаючи вираз у квадратних дужках коефіцієнтом опору системи та позначаючи його через ζ_c , матимемо такий запис рівняння Бернуллі:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_n + \frac{p_n}{\rho g}\right) = \left[\alpha_n - \alpha_1 \left(\frac{d_n}{d_1}\right)^4\right] \frac{V_n^2}{2g} + \zeta_c \frac{V_n^2}{2g}.$$

Одержане рівняння дозволяє розв'язати три типи задач, якщо відомі геометричні параметри трубопроводу (d_k , l_k), шорсткість стінок, місце знаходження центра ваги вхідної та вихідної ділянок (z_1 , z_n), пристрої, встановлені в мережі різного призначення (кран, фільтр і т.п.)

Задача 1. За відомою швидкістю (витратою) визначити перепад тиску (напір).

Розв'язання. Знаючи Q , знаходимо швидкість, а потім - величину Re . Визначивши режим течії рідини в трубопроводі або на її ділянках, можна за відповідними формулами знайти значення λ_k . Обчислюючи відповідні значення ζ_i різних пристроїв (або оцінивши їх), можна розрахувати значення ζ_c , а в результаті - $\sum h$, і тоді задача розв'язується однозначно відносно $H(\Delta p)$.

Задача 2. За заданою різницею тисків (напору) визначити швидкість (витрати).

Розв'язання. Під час турбулентного режиму течії рідини задачу розв'яжемо методом послідовного зближення. Задаємо коефіцієнтом тертя в межах $\lambda = 0.015 \dots 0.04$, це дає можливість обчислити ζ_c і знайти V_n (витрати). За відомим значенням V визначаємо число Re , а потім - λ_i . Розрахунок повторюємо за вказаною вище схемою доти, доки λ_n буде за своєю величиною приблизно дорівнювати λ_{n-1} . На цьому розрахунок завершуємо.

При ламінарному режимі задачу 2 розв'язуємо трохи простіше.

Задача 3. Відомі швидкість (витрати), перепад тиску (напір). Визначити діаметр трубопроводу d .

Розв'язання. Позначимо ліву частину рівняння (7.1) через H .

Приймаючи $d = \text{const}$, маємо $H = \left[\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta_i \right] \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4}$.

Відкривши дужки даного рівняння, одержимо $H = \lambda \frac{l}{d} \frac{8Q^2}{\pi^2 d^4 g} + \sum \zeta_i \frac{8Q^2}{\pi^2 d^4 g}$. Звідси $d^4 = \lambda \frac{l}{d} \frac{8Q^2}{\pi^2 d^4 g} + \sum \zeta_i \frac{8Q^2}{\pi^2 H g}$, або,

якщо $A = \frac{8Q^2 l}{\pi^2 g H}$, $B = \sum \zeta_i \frac{8Q^2}{\pi^2 g H}$, маємо $d^4 = A \frac{\lambda(d)}{d} + B$.

Розв'язання рівняння четвертого степеня відносно d утруднено, тому простіше воно може бути розв'язано графічно. Якщо записати

$y_1 = A \frac{\lambda(d)}{d} + B$, $y_2 = d^4$ та побудувати їх у координатах $y = f(d)$, то точка перетину функцій $y_1 = f(d)$ та $y_2 = f(d)$ дасть $d_{\text{шук}}$.

7.2. Крива потрібного напору. Характеристика трубопроводу

Для простого трубопроводу змінного діаметра (рис. 7.2) необхідно визначити тиск на вході (переріз 1-1), який повинна створювати силова установка (насос), щоб забезпечити роботу споживача на виході (переріз 2-2).

Запишемо рівняння Бернуллі для відповідних перерізів:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum h.$$

Необхідний напір $H_{\text{необх}} = \frac{p_1}{\rho g}$ дорівнюватиме

$$H_{\text{необх}} = \frac{p_1}{\rho g} = z_2 - z_1 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} - \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \sum h.$$

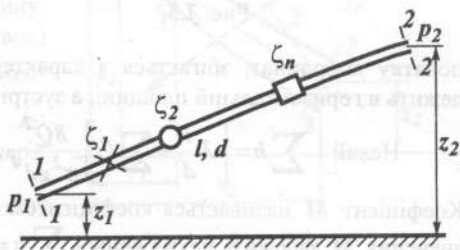


Рис. 7.2

Позначивши $z_2 - z_1 = \Delta z$ та $\Delta z + \frac{P_2}{\rho g} = H_{cm}$, а різницю швидкісних напорів і $\sum h$ виразивши через Q , маємо

$$H = H_{cm} + BQ^2 + MQ^m. \quad (7.2)$$

Для трубопроводу постійного перетину вираз для $H_{необх}$ такий:

$$H_{необх} = H_{cm} + MQ^m. \quad (7.3)$$

Залежність $H_{необх} = f(Q)$ називається кривою потрібного напору. Для ламінарного режиму степінь при Q дорівнюватиме $m=1$, а для турбулентного режиму - $m=2$.

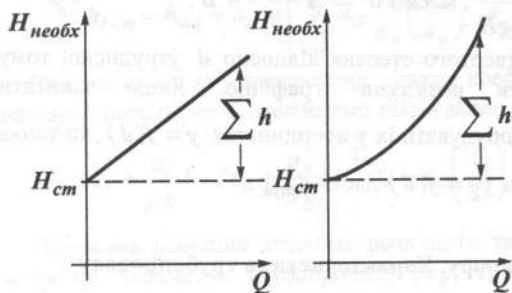


Рис. 7.3

Графічно криві потрібного напору для відповідних режимів будуть мати вигляд, зображений на рис. 7.3.

Другу частину рівняння (7.3) можна записати таким чином: $\sum h = MQ^m$.

Цю залежність називають характеристикою трубопроводу. Крива необхідного напору, яка виходить з початку координат, збігається з характеристикою трубопроводу, коли він лежить в горизонтальній площині, а зустрічний тиск відсутній.

Нехай $\sum h = \left[\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta_i \right] \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^5}$, тоді $M = \left[\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta_i \right] \frac{8}{\pi^2 g d^5}$.

Коефіцієнт M називається коефіцієнтом характеристики трубопроводу. Від значення M залежить нахил кривої $\sum h = f(Q)$ (див. рис.7.3).

7.3. Деякі особливості гідравлічного розрахунку систем літаків

Рівняння Бернуллі справедливе в тих випадках усталеної течії рідини, коли з числа масових сил на рідину діє лише одна сила ваги.

На відміну від стаціонарних гідравлічних пристроїв, гідросистеми на ЛА піддаються додатковим діям сил інерції на перехідних режимах роботи системи (запуск, зупинка), а також різноманітним діям при розгоні, гальмуванні і т.ін. Якщо інерційна сила, яка при цьому виникає, постійна за часом, то течія рідини відносно стінок русла може бути усталеною і для неї можна вивести рівняння Бернуллі.

Наявність сил інерції приводить до зміни напору на деяку величину h_i . Рівняння Бернуллі для даного випадку таке:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_{1-2} \pm h_i,$$

де h_i - так званий інерційний напір, який являє собою роботу сил інерції, віднесену до одиниці маси.

Якщо знак при h_i плюс, то вплив інерційних сил позитивний, якщо мінус - негативний. В першому випадку H (напір) зменшується, в другому - збільшується. Розглянемо ряд найпростіших задач, пов'язаних з виникненням інерційних сил.

7.3.1. Прямолінійний рівноприскорений рух русла

Для визначення сил, які діють на рідину під час відносного руху, скористаємося моделлю ідеальної рідини.

Трубопровід, в якому тече рідина, сам рухається з прискоренням a (рис.7.4). В цьому випадку на рідину діє крім сил ваги ще й постійна сила інерції, одиничну величину якої (тобто величину, віднесену до одиниці маси) позначимо через $G/m = j$, а компоненти її по осях - через j_x та j_z .

Скористаємося інтегралом Ейлера:

$$-U + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = c. \text{ У даному випадку}$$

силова функція U матиме вигляд

$$U = -gz + (j_x \cdot x + j_z \cdot z), \text{ тобто } gz = -(j_x \cdot x + j_z \cdot z) + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = c, \text{ або}$$

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} - \frac{1}{g}(j_x \cdot x + j_z \cdot z) = H. \quad (7.4)$$

Четвертий член правої частини рівняння являє собою додатковий напір h_i , спричинений силою інерції поступального переносного руху:

$$h_i = \frac{1}{g}(j_x \cdot x + j_z \cdot z).$$

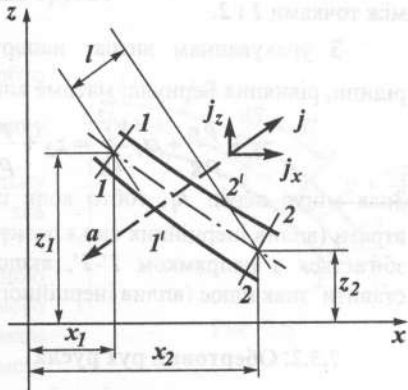


Рис. 7.4

Перепишемо рівняння (7.4) для двох перерізів трубопроводу:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{l}{g}(j_x x_1 + j_z z_1) = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{l}{g}(j_x x_2 + j_z z_2), \quad (7.5)$$

або

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{l}{g}[j_x(x_2 - x_1) + j_z(z_2 - z_1)],$$

тобто

$$h_i = \frac{l}{g}[j_x(x_2 - x_1) + j_z(z_2 - z_1)]$$

є інерційним напором на ділянку трубопроводу 1-2.

Оскільки сила інерції - це потенціальна сила, то справедливим буде співвідношення $\frac{j_x}{g}(x_2 - x_1) - \frac{j_z}{g}(z_2 - z_1) = \frac{j}{g}l$, де $l = L \cos(\hat{L}, j)$ - відстань між точками 1 і 2.

З урахуванням витрат напору $\sum h$, що спричиняються в'язкістю рідини, рівняння Бернуллі матиме вигляд

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_{1-2} \pm h_i.$$

Знак мінус перед h_i , тобто коли інерційний напір компенсує гідравлічні втрати (вплив інерційних сил - позитивний), буде у випадку, якщо вектор $l-2$ збігається з напрямком $l'-2'$; якщо ж вони не збігаються, то необхідно ставити знак плюс (вплив інерційного напору - негативний).

7.3.2. Обертовий рух русла

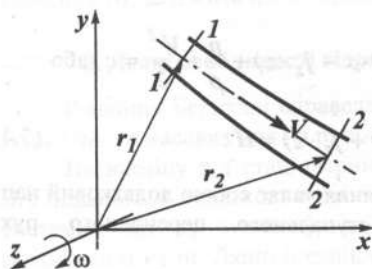


Рис. 7.5

В випадку обертового руху трубопроводу з постійною кутовою швидкістю ω (рис. 7.5) силова функція матиме вигляд

$$U = -gz + \frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} = -gz + \frac{\omega^2 r^2}{2},$$

інтеграл Ейлера $gz - \frac{\omega^2 r^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = c$,

$$\text{або } z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} - \frac{\omega^2 r^2}{2} = H.$$

Перепишемо рівняння (7.5) для перерізів 1-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{\omega^2 r_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{\omega^2 r_2^2}{2g}.$$

Перенесемо член $\frac{\omega^2 r_1^2}{2g}$ в

праву частину, одержимо $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{\omega^2}{2g}(r_2^2 - r_1^2)$. Член

$h_i = \frac{\omega^2}{2g}(r_2^2 - r_1^2)$ являє собою інерційний напір на ділянці труби 1-2.

З урахуванням гідравлічних втрат рівняння Бернуллі буде таким:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_{1-2} \pm h_i.$$

При $r_2 > r_1$ напір h_i матиме знак мінус, а при $r_2 < r_1$ - знак плюс.

7.3.3. Неусталений рух рідини в трубах

При неусталеному русі $V = \varphi_1(x, y, z, t)$, $p = \varphi_2(x, y, z, t)$, тобто

$\frac{dV}{dt} \neq 0$ і $\frac{\partial p}{\partial t} \neq 0$. Для оцінки впливу

інерційних сил розглянемо ідеальну рідину. В потоці ідеальної рідини, яка рухається з прискоренням j (рис. 7.6), виділимо елемент струменя довжиною dl та площиною dS . Для даного випадку застосуємо другий закон Ньютона, причому рівняння запишемо в проекції на напрямок дотичної до осьової лінії струменя:

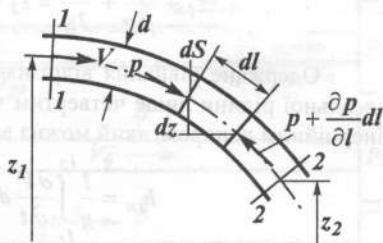


Рис. 7.6

$$p dS - \left(p + \frac{\partial p}{\partial l} dl \right) dS + \rho g dS dl \cos \alpha = \rho dS dl \frac{dV}{dt},$$

або

$$-\frac{\partial p}{\partial l} dl + \rho g \cos \alpha dl = \rho \frac{dV}{dt} dl. \quad (7.6)$$

Використана частинна похідна від тиску p , оскільки тиск так, як і швидкість V , є функцією двох змінних l та t .

У правій частині рівняння повна похідна швидкості від часу дорівнює

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial l} \frac{dl}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial l}.$$

Враховуючи, що $\cos \alpha = -\frac{\partial z}{\partial l}$, рівняння (7.6) матиме вигляд

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} dl + g \frac{\partial z}{\partial l} dl + \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{V}{2} \right)^2 dl + \frac{\partial V}{\partial t} dl = 0.$$

Інтегруючи одержаний вираз при фіксованому моменті часу від перерізу 1-1 до перерізу 2-2, дістанемо

$$\frac{1}{\rho} \int_{p_2}^{p_1} \frac{\partial p}{\partial l} dl + g \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial z}{\partial l} dl + \int_{V_1}^{V_2} \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{V}{2} \right)^2 dl + \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl = 0,$$

або

$$\frac{1}{\rho} (p_1 - p_2) + g(z_2 - z_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl = 0.$$

Після ділення даного рівняння на g і перегрупування членів маємо

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl.$$

Одержане рівняння відрізняється від рівняння Бернуллі для струменя ідеальної рідини лише четвертим членом у правій частині, який називається інерційним напором, який можна визначити за формулою

$$h_{in} = \frac{1}{g} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\partial V}{\partial t} dl = \frac{j}{g} (l_2 - l_1) = \frac{j}{g} l.$$

Отже, маємо різницю повних напорів (повних енергій рідини, віднесених до одиниці ваги рідини) у перерізах 1-1 і 2-2 у даний фіксований момент часу, зумовлений прискоренням (або гальмуванням) потоку рідини.

Рівняння Бернуллі для реальної рідини з урахуванням інерційних сил:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_{l-2} \pm h_{in}.$$

Тут h_{in} має знак мінус при гальмуванні та знак плюс при розгоні.

Таким чином, із врахуванням відносного руху трубопроводів і можливих неусталених течій рідини в них рівняння Бернуллі для літакових гідравлічних мереж буде таким:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_{l-2} \pm h_i \pm h_{in}.$$

7.4. Гідравлічний удар

Гідравлічний удар - це коливальний процес, який виникає у пружному трубопроводі з малостисливою рідиною під час несподіваної зміни тиску. Цей процес відбувається досить швидко та характеризується чергуванням різких підвищень і знижень тиску. Зміна тиску пов'язана з пружними деформаціями рідини та стінок трубопроводу.

Гідравлічний удар найчастіше виникає внаслідок швидкого перекриття і відкривання крана. Теоретичне і експериментальне дослідження гідравлічного удару було вперше проведено М.Є. Жуковським (1898 р.).

Скористуємося основними положеннями його фундаментальної роботи «Про гідравлічний удар».

Нехай на кінці труби (рис. 7.7), по якій рідина рухається із швидкістю V_0 і тиском p_0 , зроблено миттєве закриття крана A (Рис. 7.7,а). Тоді швидкість частинок рідини, які наштовхнулися на кран, буде погашена, а їх кінетична енергія перейде в роботу деформації стінок труби та рідини. При цьому стінки труби розтягнуться, а рідина стиснеться згідно з підвищенням тиску $p_{уд}$ (знехтувати стисливістю рідини, як це частіше за все робиться в задачах гідравліки, тут не можна, оскільки мала стисливість рідини є причиною виникнення великого кінцевого ударного тиску $p_{уд}$).

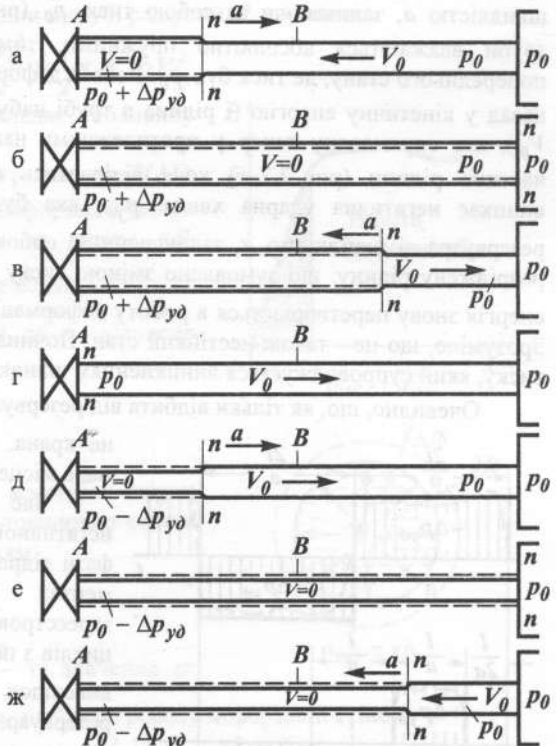


Рис. 7.7

На загальмовані частинки біля крана наштовхнуться інші, які також втратять швидкість, в результаті чого переріз $n-n$ рухатиметься вправо зі швидкістю a , яка називається швидкістю ударної хвилі. Сама перехідна

область, в якій тиск змінюється на величину $p_{y\partial}$, називається ударною хвилею.

Швидкість поширення пружних деформацій називається швидкістю ударної хвилі.

Коли ударна хвиля дійде до резервуара, рідина буде зупинена та стиснута по всій трубі, а стінки її стануть розтягнутими. Ударне підвищення тиску $p_{y\partial}$ поширюється по всій трубі (рис. 7.7, б). Але такий стан не може бути в рівновазі. Під дією перепаду тисків $p_{y\partial}$ рідина надходить із труби в резервуар, причому цей рух почнеться безпосередньо із перерізу, який прилягає до резервуара. Переріз *n-n* буде рухатись тепер назад до крана зі швидкістю a , залишаючи за собою тиск p_0 (рис. 7.7, в). Рідина та стінки труби вважаються абсолютно пружними, тому вони повертаються до попереднього стану, де тиск був p_0 . Робота деформацій повністю переходить назад у кінетичну енергію (і рідина в трубі набуває попередньої швидкості V_0), але спрямовану тепер у протилежному напрямку. З цією швидкістю частина рідини (рис. 7.7, г) хоче відірватись від крана, внаслідок чого виникає негативна ударна хвиля $p_{y\partial}$, яка буде рухатись від крана до резервуара зі швидкістю a , залишаючи за собою стиснуті стінки труби та розріджену рідину, що зумовлено зміною тиску $p_{y\partial}$ (рис. 7.7, д). Кінетична енергія знову перетворюється в роботу деформацій, але протилежного знака. Зрозуміло, що це - також нестійкий стан. Починається процес вирівнювання тиску, який супроводжується виникненням швидкості V_0 .

Очевидно, що, як тільки відбита від резервуара ударна хвиля $p_{y\partial}$ досяг-

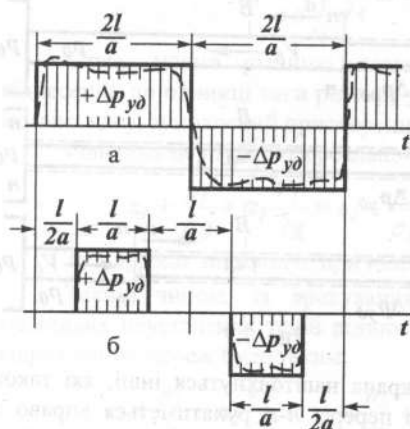


Рис. 7.8

не крана, виникає ситуація, яка вже мала місце в момент закриття крана.

Час пробігу позитивної та негативної ударних хвиль складає фази гідравлічного удару. В експериментах М.С. Жуковського було зареєстровано по дванадцять повних циклів з поступовим зменшенням $p_{y\partial}$ внаслідок тертя та виходу енергії в резервуар. Протікання гідравлічного удару можна проілюструвати діаграмами, наведеними на рис. 7.8. На верхній діаграмі суцільними лініями зображено теоретичну зміну тиску в точці А безпосередньо біля крана.

У точці B , яка знаходиться на середині труби, ударний тиск $p_{y\delta}$ з'являється із запізненням на час $\frac{l}{2a}$. Він утримується протягом проміжку, необхідного для пробігу ударної хвилі від точки B до резервуара та назад, тобто протягом $\frac{l}{a}$. Потім у точці встановлюється тиск p_0 ($p_{y\delta} = 0$), що утримується до приходу в точку B негативної ударної хвилі від крана, що настає через проміжок часу, який дорівнює $\frac{l}{a}$.

Величину ударного тиску $p_{y\delta}$ знайдемо із умови, що кінетична енергія рідини перетворюється в роботу деформації стінок труби та деформації рідини. Кінетична енергія рідини в трубі радіусом R дорівнює

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{1}{2} \pi R^2 l \rho V_0^2.$$

Робота деформації складає половину добутку сили на подовження.

Це добре видно із діаграми $p = f(\Delta l)$ (рис. 7.9). Виразивши роботу деформації стінок труби як роботу сил тиску на шляху ΔR

(рис. 7.10), одержимо $\frac{1}{2} p_{y\delta} 2\pi R l \Delta R$.

За законом Гука $\sigma = E\varepsilon$, де ε - відносне подовження $\varepsilon = \frac{\Delta R}{R}$,

$$\sigma = E \frac{\Delta R}{R}.$$

Нормальні напруги в матеріалі стінки труби σ зв'язані з тиском і товщиною стінки труби δ таким співвідношенням:

$$\sigma = \frac{p_{y\delta} R}{\delta}.$$

Маючи вираз $\Delta R = \frac{\sigma R}{E}$ та значення σ

для циліндричного резервуара, знайдемо роботу деформації стінок:

$$\frac{1}{2} p_{y\delta} 2\pi R l \frac{p_{y\delta} R^2}{E\delta} = \frac{p_{y\delta}^2 \pi R^3 l}{E\delta}.$$



Рис. 7.9

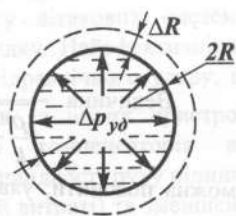


Рис. 7.10

Роботу стиснення об'єму W рідини (рис. 7.11) можна зобразити як роботу сил тиску на шляху Δl , тобто

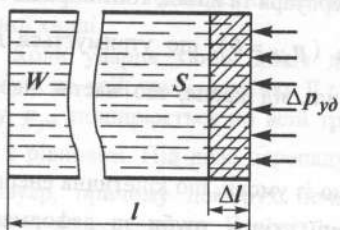


Рис. 7.11

$$\frac{1}{2} p_{y0} S \Delta l = \frac{1}{2} p_{y0} \Delta W.$$

Аналогічно закону Гука для лінійного подовження відносно зменшення об'єму рідини $\frac{\Delta W}{W}$ зв'язано із тиском залежністю

$$\frac{\Delta W}{W} k = p_{y0},$$

де k - об'ємний модуль пружності.

Прийнявши за W об'єм рідини в трубі, одержимо співвідношення роботи стиску рідини:

$$\frac{1}{2} \frac{p_{y0}^2 \pi R^2 l}{k}.$$

Таким чином, вираз кінетичної енергії набуває вигляду

$$\frac{1}{2} \pi R^2 l \rho V_0^2 = \frac{\pi R^3 l p_{y0}^2}{E \delta} + \frac{\pi R^3 l p_{y0}^2}{2k}.$$

Розв'язавши дане рівняння відносно p_{y0} , дістанемо формулу

М.Є. Жуковського:

$$p_{y0} = \rho V_0 \frac{l}{\sqrt{\frac{\rho}{k} + \frac{2gR}{E\delta}}}.$$

Величина $\frac{l}{\sqrt{\frac{\rho}{k} + \frac{2gR}{E\delta}}}$ має розмірність швидкості. Її фізичний зміст

можна пояснити, уявивши, що труба має абсолютно жорсткі стінки, тобто $E \rightarrow \infty$. Тоді з останнього виразу залишається тільки $\sqrt{\frac{k}{\rho}}$, тобто швидкість звуку в однорідному пружному середовищі густиною ρ та об'ємним модулем пружності k .

Для води ця швидкість дорівнює 1435 м/с , для бензину - 1116 м/с , для масла - 1400 м/с .

Оскільки в нашому випадку $E \neq \infty$, то величина $\frac{l}{\sqrt{\frac{\rho}{k} + \frac{2\rho R}{E\delta}}} = a$ являє

собою швидкість поширення ударної хвилі в рідині, яка заповнює пружний трубопровід.

Звідси

$$p_{y\delta} = \rho V_0 a.$$

У випадку, коли зменшення швидкості в трубі доходить не до нуля, а до величин V_0 , виникає так званий неповний гідравлічний удар, а формула

М.С. Жуковського набуває вигляду

$$p_{y\delta} = \rho a (V_0 - V).$$

Якщо час закриття засувки менший від часу перебігу ударної хвилі подвійної довжини трубопроводу l , тобто

$$t_{закр} < t_0 = \frac{2l}{a},$$

то маємо так званий прямий удар.

У випадку, якщо $t_{закр} > t_0$, то $p_{y\delta}$ виявиться меншим, ніж $\rho V_0 a$, а удар називається непрямим. Найнебезпечнішим є позитивний повний прямий гідравлічний удар, при якому підвищення тиску може досягати значної величини.

Гідравлічний удар здатний спричинити розрив трубопроводів, руйнування деталей гідромашин і приладів, несвоєчасне спрацювання окремих пристроїв гідросистем (реле тиску, реле часу, гідрозамків та ін.).

Способи боротьби з гідравлічним ударом у літакових системах вибираються окремо для кожного конкретного випадку. Найефективнішим методом зниження тиску $p_{y\delta}$ є усунення прямого гідравлічного удару, що можливо при збільшенні часу спрацювання кранів та інших пристроїв. Аналогічний ефект досягається встановленням компенсаторів або гідроаккумуляторів і запобіжних клапанів. Зниження швидкості руху рідини в трубопроводах (збільшення діаметра труб при заданій витраті) та зменшення довжини трубопроводів (для одержання непрямого удару) теж сприяє зниженню ударного тиску. Іноді зменшенню тиску $p_{y\delta}$ допомагає підвищення міцності слабкіших ланок системи. Якщо є можливість, то збільшують час закриття крана, що приводить до непрямого удару, а тому й до зменшення підвищення тиску.

Розділ 8

ГІДРАВЛІЧНІ МАШИНИ (НАСОСИ)

Авіаційні насоси - головний елемент у різних гідросистемах, і від надійності їх роботи залежить стабільність роботи гідравлічних пристроїв.

Насос мусить забезпечити необхідний робочий тиск і потрібну продуктивність, що залежить від типу насоса та його розміру.

Авіаційний насос має бути легким, компактним, ефективним за продуктивністю і подавати рідину з мінімальною пульсацією. При тривалій роботі насос не повинен перегріватися та знижувати ефективність під час роботи з рідиною малої в'язкості з низькими мастильними властивостями.

Насоси характеризуються величиною продуктивності або витратою Q (об'єм рідини, що накачується насосом за одиницю часу) і розвинутим при цьому тиском рідини P_n .

Крім цих параметрів насос характеризується числом обертів і мінімальним тиском всмоктування $P_{вс.мін}$.

Таким чином, насосами називаються гідравлічні машини, призначені для утворення напірного потоку рідкого середовища.

Насоси класифікують на два великих класи: динамічні та об'ємні.

В авіації із класу динамічних насосів найчастіше застосовуються лопатеві, які мають велику продуктивність, високий ККД, прості за конструкцією і в експлуатації, широко застосовуються для подачі великих об'ємів рідини при невеликому тиску. В основному вони використовуються в літакових паливних системах, а також при перекачуванні палива для зміни положення центра ваги ЛА та перекачування палива при заправці в повітрі.

Із класу об'ємних насосів в сучасних ЛА застосовують переважно роторні насоси.

8.1. Відцентрові насоси

8.1.1. Принцип дії відцентрового насоса. Основні конструктивні елементи

Залежно від застосування відцентрові насоси відрізняються один від одного конструктивним виконанням. Усі вони мають чотири основні елементи (рис. 8.1): 1 - вхідний, або всмоктуючий, патрубок; 2 - робоче колесо, жорстко насаджене на вал, яке складається із диска та лопаток; 3 - спіральний кожух; 4 - вихідний патрубок.

Рідина через всмоктуючий патрубок, який використовується для організації входу, надходить на робоче колесо, що надає їй обертового руху та передає частину енергії, яку насос одержує від електродвигуна (або іншого двигуна). За законами механіки частинки рідини під дією відцентрових сил відкидаються до периферії, а вільне місце знов заповнюється рідиною із вхідного патрубку. Робоче колесо є основним конструктивним елементом, де відбувається передача енергії рідини.

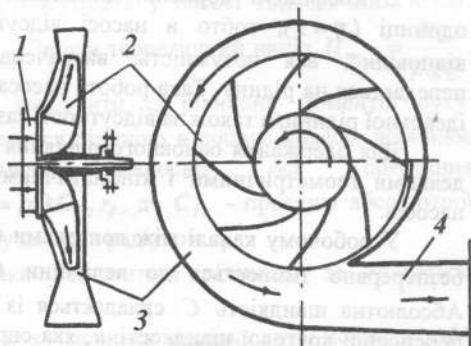


Рис. 8.1

Рідина витікає з робочого колеса, надходить в спіральний кожух, призначений в основному для перетворення кінетичної енергії в енергію тиску та для спрямування рідини на вихідний патрубок, з'єднаний з нагнітальною лінією.

Щоб утворити необхідне розрідження на вході, відцентровий насос слід перед запуском залити рідиною.

8.1.2. Основне рівняння відцентрового насоса

Лопатки робочого колеса, число яких залежно від конструкції насоса буває різним, сприяють правильному потоку рідини. Під час нормальної роботи колеса (за відсутності зриву) потік рухається в формі лопаті тільки в області, яка безпосередньо прилягає до лопаті. На відомому віддаленні від лопаток спрямовуючий вплив їх зменшується і рідина рухається по складнішим траєкторіям. Для доведення основного рівняння відцентрового насоса вводяться такі припущення:

1. Вважають, що всі лінії течії відносно колеса визначаються профілем лопаток, тобто всі частинки рідини, віддалені на однакові відстані від осі обертання, мають однакові відносні швидкості w при однаковому куті нахилу вектора цієї швидкості до радіуса (рис. 8.2). Така схема відповідає нескінченній кількості тонких лопаток і дуже спрощує теоретичні дослідження.

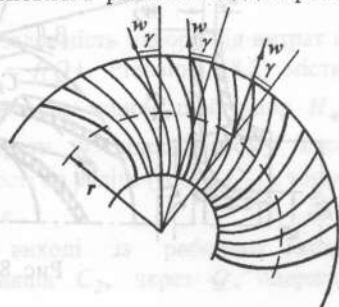


Рис. 8.2

2. Коефіцієнт корисної дії насоса приймають таким, що дорівнює одиниці ($\eta = 1$), тобто в насосі відсутні всі види витрат енергії, та, відповідно, вся потужність, витрачена на обертання колеса, цілком передається на рідину. Така робота насоса можлива лише при перекачуванні ідеальної рідини, а також за відсутності зазорів у насосі і механічних втрат.

Для одержання основного рівняння лопатевих машин ознайомимося з деякими геометричними і кінематичними характеристиками відцентрових насосів.

У робочому каналі між лопатками (рис. 8.3) абсолютна швидкість C_1 безперервно змінюється до величини C_2 на зовнішньому колі колеса. Абсолютна швидкість C складається із швидкості w відносно лопатки і переносної кругової швидкості u , яка спричинена обертанням колеса, тобто

$\vec{C} = \vec{u} + \vec{w}$. Для робочого колеса введемо такі позначення: r_1, r_2 - радіуси вхідного та вихідного кіл; b_1, b_2 - ширина лопаток на вході та виході; u_1, u_2 - кругові швидкості на вході та виході ($u = \omega r$); ω - кутова швидкість; w_1, w_2 - відносні швидкості на вході та виході; β_1, β_2 - кути між відносною та кутовою швидкостями на вході та виході.

Необхідно сказати, що кут α залежить від ω , в той час як β є чисто конструктивним кутом і від режиму не залежить. На практиці користуються не паралелограмами швидкостей, а в основному трикутниками, наприклад, трикутник швидкостей на виході матиме вигляд, зображений на рис. 8.4.

Основне рівняння відцентрового насоса можна одержати, використовуючи наведені вище припущення, і знайти теоретичний напір, який розвивається насосом.

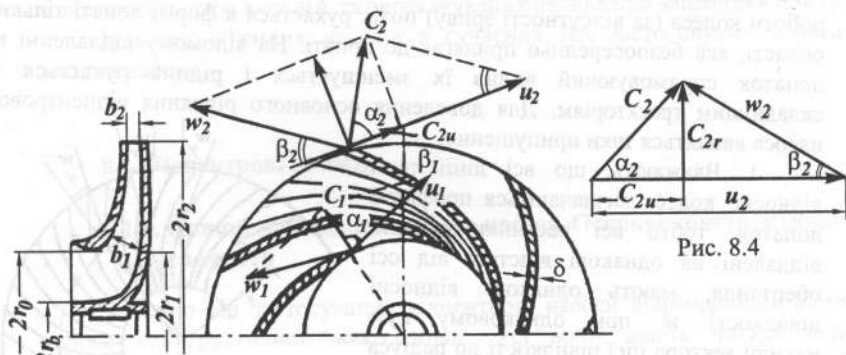


Рис. 8.3

Рис. 8.4

Теоретичним напором будемо називати висоту, на яку насос міг би подати рідину, якщо припустити відсутність у насосі гідравлічних втрат.

Потужність насоса $N_{\infty} = \rho g Q H_{m_{\infty}}$. Звідси теоретичний напір $H_{m_{\infty}} = \frac{N_{\infty}}{\rho g Q}$.

Потужність насоса N_{∞} можна визначити із рівняння моментів руху. Секундна кількість руху, яка вноситься рідиною в робоче колесо, дорівнює $J_1 = \rho Q C_{1r}$, а її момент відносно осі обертання $M_1 = J_1 \cos \alpha_1 r_1 = \rho Q C_{1r} \cos \alpha_1 r_1 = \rho Q C_{1u} r_1$, де C_{1u} - проекція абсолютної швидкості входу рідини на дотичну до кола радіусом r_1 .

Момент кількості руху, яка відноситься рідиною, за аналогією дорівнюватиме $M_2 = \rho Q C_{2u} r_2$.

Приріст моменту кількості руху повинен дорівнювати моменту ΔM імпульсу зовнішніх сил за одну секунду, тобто скручувальному моменту на валу насоса: $\Delta M = M_2 - M_1 = M_{ckp}$. Оскільки $N_{\infty} = M_{ckp} \omega = \rho g Q H_{m_{\infty}}$, то,

виразивши ΔM через M_1 і M_2 , одержимо $H_{m_{\infty}} = \frac{\rho Q (C_{2u} r_2 - C_{1u} r_1)}{\rho g Q} \omega$,

або, остаточно,

$$H_{m_{\infty}} = \frac{\omega}{g} (C_{2u} r_2 - C_{1u} r_1). \quad (8.1)$$

Вираз (8.1) являє собою основне рівняння відцентрового насоса, одержане Ейлером, з якого видно, що теоретичний напір не залежить від виду рідини, яка перекачується. За відсутності спрямовуючого апарата рідина входить на лопатку із швидкістю C_1 , яка спрямована майже радіально, тобто під кутом $\alpha \approx 90^\circ$. Тому $C_{1u} = C_1 \cos 90^\circ = 0$, і тоді

$$H_{m_{\infty}} = \frac{\omega}{g} C_{2u} r_2 = \frac{u_2 C_{2u}}{g}. \quad (8.2)$$

8.1.3. Теоретична характеристика відцентрового насоса

Характеристикою насоса називається залежність напору від витрат під час сталої кількості обертів, тобто $H_{m_{\infty}} = f(Q)$. Рівняння (8.2) містить витрати Q , тому перетворимо це рівняння таким чином, щоб напір $H_{m_{\infty}}$ виразити як функцію витрат Q . Витрати у відцентровому насосі визначаються проекцією абсолютної швидкості на радіус (тобто C_{2r}), тому

$$Q = 2\pi r_2 b_2 C_{2r}. \quad (8.3)$$

Із трикутника швидкостей на виході із робочого колеса $C_{2u} = u_2 - C_{2r} \operatorname{ctg} \beta_2$. Тоді із (8.3), виразивши C_{2r} через Q , одержимо

$C_{2u} = u_2 - \frac{Q}{2\pi r_2 b_2} \operatorname{ctg} \beta_2$. Підставивши значення C_{2u} у вираз (8.2), матимемо шуканий зв'язок між H_{m_∞} і Q :

$$H_{m_\infty} = \frac{u_2}{g} \left(u_2 - \frac{Q}{2\pi r_2 b_2} \operatorname{ctg} \beta_2 \right). \quad (8.4)$$

Із рівняння (8.4) видно, що H_{m_∞} являє собою лінійну функцію від Q . При заданих u_2 , r_2 і b_2 нахил прямої буде залежати від кута β_2 на виході рідини з лопатки. Кутовий коефіцієнт прямої визначається кутом нахилу лопатки β_2 : 1) $\beta_2 < 90^\circ$, 2) $\beta_2 = 90^\circ$, 3) $\beta_2 > 90^\circ$. Схеми вигину лопаток для цих трьох випадків зображено на рис. 8.5, відповідні їм характеристики мають вигляд, наведений на рис. 8.6. Для кутів $\beta_2 < 90^\circ$ величина $\operatorname{ctg} \beta_2 > 0$, і напрямком характеристики насоса має негативний нахил і відсікає на координатних осях відрізки: $H_{m_\infty} = \frac{u_2^2}{g}$ при $Q = 0$ та $Q = \frac{2\pi r_2 b_2 u_2}{\operatorname{ctg} \beta_2}$ при $H_{m_\infty} = 0$. Якщо $\beta_2 = 0$, $\operatorname{ctg} \beta_2 = 0$, то напрямком характеристики насоса піде паралельно осі абсцис на відстані Q , яка дорівнює $\frac{u_2^2}{g}$, і H_{m_∞} не залежить від Q . Нарешті, коли $\beta_2 > 90^\circ$, тобто коли лопатки загнуті уперед ($\operatorname{ctg} \beta_2 < 0$), то перед другим членом рівняння одержуємо знак плюс (напір зростає із збільшенням витрат).

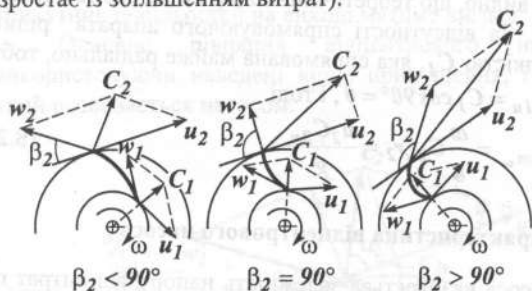


Рис. 8.5

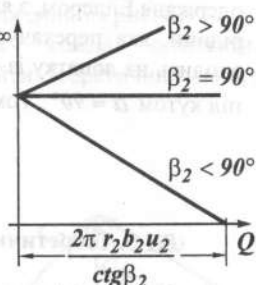


Рис. 8.6

Із розглянутих залежностей $H_{m_\infty} = f(Q)$ найкращі результати (для одержання напору) дає насос з лопатками, загнутими уперед, тобто при $\beta_2 > 90^\circ$, оскільки при цьому створюється найбільший напір. Як показує практика, в такому випадку дістають низький коефіцієнт корисної дії.

В експлуатації найвигіднішими є відцентрові насоси з лопатками, загнутими назад ($\beta_2 < 90^\circ$), в більшості випадків $\beta_2 \approx 30^\circ$.

Застосовують і колеса з радіально розташованими лопатками ($\beta_2 = 90^\circ$); хоча це і пов'язано із зниженням ККД, але диктується умовами міцності.

Розглянемо причини зниження ККД у реальних насосах із збільшенням кута β_2 : при $\beta_2 = 90^\circ$ $H_{m\infty} = \frac{u_2^2}{g}$; при $\beta_2 < 90^\circ$ $H_{m\infty} < \frac{u_2^2}{g}$;

при $\beta_2 > 90^\circ$ $H_{m\infty} > \frac{u_2^2}{g}$.

Таким чином, якщо записати $H_{m\infty} = H_{cm} + H_\delta$, де H_{cm} - статичний напір $\frac{p_2 - p_1}{\rho g}$, H_δ - динамічний напір $\frac{C_2^2 - C_1^2}{\rho g}$, то видно, що доля динамічного напору із збільшенням кута β_2 зростає. Звідси, щоб перетворити кінетичну енергію в потенціальну, необхідно застосувати спеціальні пристрої, які зменшують втрати на великих швидкостях. Тому вигідно, щоб більша частина надлишку $\frac{p_2 - p_1}{\rho g}$, тобто H_{cm} , створювалась всередині робочого колеса.

Відношення $\frac{H_{cm}}{H_\delta} = \rho$ називається ступенем реактивності робочого колеса. Ступінь реактивності дозволяє оцінити долю H_{cm} у загальному напорі. З точки зору ККД вигідно, щоб ступінь реактивності був більшим.

8.1.4. Теоретична характеристика відцентрового насоса зі скінченною кількістю лопаток

У відцентровому насосі необхідно врахувати скінченну кількість лопаток. У цьому випадку відносна течія в міжлопаткових каналах колеса вже не є такою струменистою, як уявлялось раніше, і розподілення швидкостей стає нерівномірним. На передній поверхні лопатки (рис. 8.7, а) тиск підвищений, а швидкість менша, тому розподілення швидкостей у міжлопаткових каналах нерівномірне. Розподілення швидкостей у міжлопатковому просторі робочого колеса можна розглядати як результат додавання двох течій: течії з рівномірним розподіленням швидкостей (як при $z = \infty$, рис. 8.7, б) та обертової течії в міжлопатковому каналі в сторону, зворотну обертанню колеса (рис. 8.7, в). У зв'язку з тим, що мають місце нерівномірності розподілення відносних, а також абсолютних швидкостей в міжлопаткових каналах із скінченною кількістю лопаток, необхідно знову вводити середнє значення швидкостей на колі з даним радіусом.

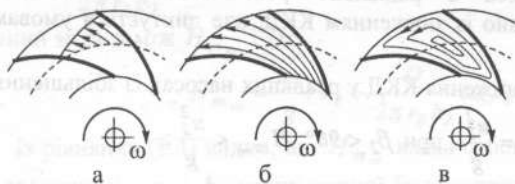


Рис. 8.7

У насосі зі скінченною кількістю лопаток відбувається зменшення C_{2u} до C'_{2u} на величину ΔC_{2u} , направлену в зворотний бік обертання робочого колеса. У зв'язку з цим

трикутник швидкостей на виході з робочого колеса видозмінюється.

Таким чином, можна записати вираз для теоретичного напору насоса із скінченною кількістю лопаток: $H_z = \frac{u_2}{g} C'_{2u}$, де $C'_{2u} = C_{2u} - \Delta C_{2u}$.

Теоретичний напір для насоса зі скінченною кількістю лопаток

$$H_{mz} = \frac{u_2}{g} C'_{2u} = \frac{u_2}{g} (C_{2u} - \Delta C_{2u}) = \frac{u_2}{g} C_{2u} \left(1 - \frac{\Delta C_{2u}}{C_{2u}}\right), \text{ або, позначаючи } \left(1 - \frac{\Delta C_{2u}}{C_{2u}}\right) = k, \text{ одержимо } H_{mz} = k \frac{u_2}{g} C_{2u} = k H_{m\infty},$$

де k - коефіцієнт, який враховує скінченну кількість лопаток. Очевидно, що $k \rightarrow 1$, коли $z \rightarrow \infty$,

крім цього, як показують дослідження, k залежить від геометрії робочого колеса.

Існує ряд формул для визначення k (формули Г.Ф. Проскури, Пфлейдерера та ін.).

На рис. 8.8 показано характеристики насоса із скінченною кількістю лопаток при $\beta_2 < 90^\circ$ та характеристика насоса з $z = \infty$.

Обидві ці характеристики мають загальну точку перерізу на осі абсцис. Це справедливо для ідеальної рідини та нескінченно тонких лопаток.

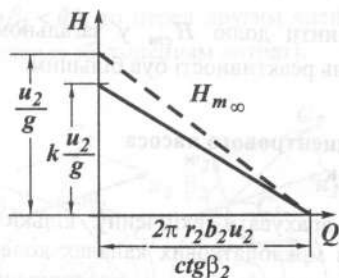


Рис. 8.8

8.1.5. Дійсна характеристика насоса

Під час одержання теоретичних характеристик насоса вважалося, що рідина ідеальна. В дійсності виникають значні гідравлічні втрати, головним чином - через вихороутворення і тертя під час руху рідини в робочому колесі,

тому трохи зменшується величина H_{mz} , яка враховується гідравлічним коефіцієнтом корисної дії η_c . Цей коефіцієнт являє собою відношення дійсного напору H_c до теоретичного зі скінченною кількістю лопаток H_{mz} :

Звідси дійсний напір $H_c = \eta_z H_{m_z}$. Величина гідравлічного ККД η_r залежить від багатьох факторів, і в першу чергу - від досконалості конструкції робочого колеса. Сучасні насоси мають $\eta_z = 0.75 \dots 0.95$. Дійсний напір насоса буде $H_c = \eta_z k H_{m_\infty}$.

Графік залежності дійсного напору від витрат Q при $\beta_2 < 90^\circ$ разом з характеристиками $H_{m_\infty} = f(Q)$ і $H_{m_z} = f(Q)$ показано на рис. 8.9. Різниця між H_{m_z} і H_c буде $\sum h_z$, тобто $H_{m_z} - H_c = \sum h_z$. Таким чином, знаючи $\eta_z = f(Q)$, можна одержати зміну $H_c = f(Q)$. На практиці цю залежність одержують в основному експериментально.

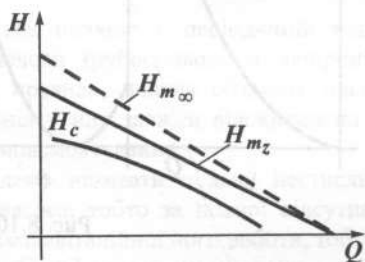


Рис. 8.9

8.1.6. Коефіцієнт корисної дії насоса

Розглянемо втрати енергії в насосі, які враховуються повним ККД. Гідравлічні втрати в насосі мають два основних види: а) втрати на тертя $h_{тер}$ та місцеві опори h_m ; б) втрати за рахунок вектора швидкості, напрямленого вздовж дотичної до лопатки, що веде до зриву та вихороутворення (іноді їх називають втратами на удар h_y).

Втрати першої групи можна прийняти пропорційними квадрату швидкості, або квадрату витрати (рис. 8.10, а): $h = k_1 Q^2$.

Втрати другої групи відсутні тільки при роботі на розрахунковому режимі (за відсутності регулювання входу): $h_y = k_2 (Q - Q_0)^2$ (рис. 8.10, б).

Отже, $\sum h_z = k_1 Q^2 + k_2 (Q - Q_0)^2$ (рис. 8.10, в), і тоді $H_c = H_{m_z} - \sum h_z$.

Очевидно, що гідравлічний ККД $\eta_z = \frac{H_c}{H_{m_z}}$. Таким чином, гідравлічний ККД

залежить від гідравлічної досконалості робочого колеса відцентрового насоса.

Об'ємні втрати виникають в результаті витікання рідини через щілини в конструкції, а також за рахунок паразитної циркуляції її навколо диска робочого колеса (рис. 8.11). Відношення подачі рідини Q_0 у трубопровід до можливих витрат рідини Q_m через робоче колесо називається об'ємним ККД,

він дорівнює $\eta_0 = \frac{Q_0}{Q_m} = \frac{Q_0}{Q_0 + q}$, де q - витрати, спричинені витіканням.

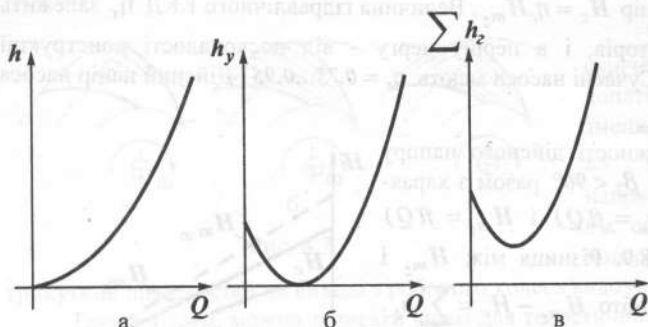


Рис. 8.10

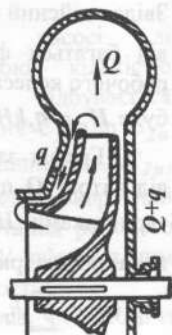


Рис. 8.11

Механічні втрати - це втрати на тертя валів, підшипників, у сальниках насоса, а також втрати на тертя зовнішніх поверхонь дисків колеса з рідиною, яка розміщена між дисками та корпусом насоса.

Позначимо через ΔN потужність механічних втрат. Тоді потужність N_i , яка передається рідині, дорівнюватиме

$$N_i = N_B - \Delta N = \rho g(Q_0 + q)H_{mz}.$$

Потужність N_i називається внутрішньою (або індикаторною). Величина N_B - це потужність на валу насоса. Відношення індикаторної потужності до потужності на валу називається механічним ККД: $\eta_M = \frac{N_i}{N_B}$.

Повний ККД насоса - відношення корисної потужності до потужності на валу: $\eta = \frac{N_k}{N_B}$.

Якщо помножити і розділити вираз повного ККД на N_i , одержимо

$$\eta = \frac{N_n}{N_B} \frac{N_i}{N_i} = \frac{N_i}{N_B} \frac{\rho g Q_0 H_0}{\rho g (Q_0 + q) H_{mz}}.$$

Враховуючи сказане вище, можна повний ККД виразити як добуток гідравлічного, об'ємного та механічного ККД: $\eta = \eta_z \eta_0 \eta_M$.

8.2. Об'ємні насоси

Об'ємним називається насос, в якому рух рідини здійснюється шляхом витиснення її з робочих камер витискувачами.

Робоча камера об'ємного насоса - це простір, який поперемінно з'єднується зі всмоктуючою порожниною насоса під час заповнення та із

напірною порожниною при витисненні. В об'ємному насосі можуть бути одна або декілька робочих камер.

Витискувач - це робочий орган об'ємного насоса, який безпосередньо виконує роботу витискання (або всмоктування). Кількість витискувачів може дорівнювати кількості робочих камер.

Таким чином, дія об'ємного насоса полягає в періодичній подачі визначених об'ємів рідини із всмоктуючого трубопроводу в напірний з одночасним підвищенням її тиску. Як правило, подача об'ємних насосів нерівномірна, крім того, всмоктуюча лінія у них завжди відокремлена від напірної. Ці насоси мають властивість самовсмоктування.

Теоретичною подачею насоса будемо називати подачу нестисливої рідини при абсолютній герметичності насоса, тобто за повної відсутності витікання рідини через зазори та під час безкавітаційної його роботи, тобто

$$Q_T = \frac{Wn}{60} = \frac{wzn}{60} \left[\frac{м^3}{с} \right], \quad (8.5)$$

де W - робочий об'єм насоса, тобто об'єм нестисливої рідини, яка подається насосом за один оберт ведучого вала; w - об'єм, який витискається із кожної робочої камери; z - число камер; n - кількість обертів вала насоса за хвилину.

8.2.1. Роторні насоси. Основні поняття та особливості

Роторний насос - це об'ємний насос, в якому витиснення рідини відбувається з робочих камер, які переміщуються в результаті обертового або складного руху витискувачів відносно статора.

Статором називають нерухому частину насоса, його корпус, який має всмоктувальну та напірну порожнини. Частина роторного насоса, яка обертається безпосередньо від ведучого вала, називається ротором. Витискувачі (один або декілька) виконують той або інший циклічний рух відносно ротора.

Характерною особливістю всіх роторних насосів, яка зумовлена процесом витискання, є відсутність клапанного розподілення рідини. Крім того, в роторних насосах відсутні кривошипно-шатунні механізми.

У зв'язку з відсутністю всмоктуючих і напірних клапанів роторні насоси характеризуються властивістю оборотності, тобто способом працювати як гідродвигуни (гідромотори) у тому випадку, коли до них підводиться рідина під тиском.

Робочий процес роторного насоса складається з трьох етапів:

- 1) заповнення робочих камер рідиною;
- 2) замикання робочих камер, тобто ізоляція від всмоктуючої та напірної порожнин і перенесення рідини із всмоктуючої порожнини в напірну;
- 3) витиснення рідини з робочих камер.

Всі роторні насоси за видом абсолютного руху витискувача поділяють на **коловратні та кулісні**.

За характером переносу робочих камер (за видом руху рідини, яка витискається всередині насоса) коловратні насоси бувають **плоскоколовратні та гвинтові**.

За способом обмеження (замикання) робочих камер і за формою витискувачів кулісні насоси поділяють на **пластинчасті та роторно-поршневі**.

За розміщенням робочих камер відносно осі обертання ротора роторно-поршневі насоси бувають **радіальні та аксіальні**.

Розглянемо схеми дії кожного з перерахованих різновидів насосів та одержимо формули для визначення усередненої теоретичної подачі.

8.2.2. Шестеренні насоси

Насоси цього типу виконують із шестернями зовнішнього або внутрішнього виду зачеплення. Найпоширенішим є насос першого типу, який складається із пари шестерень, що входять у зачеплення між собою, та розміщених у корпусі, який щільно прилягає до шестерень та називається

статором. Ротором вважається ведуче колесо, витискувачем - ведене (рис. 8.12). Рідина, яка перекачується зубами та заповнює простір між ними та корпусом, при обертанні шестерень переноситься із всмоктуючої частини насоса в нагнітальну.

Таким чином, функцію витиснення рідини в такому насосі виконують дві шестерні, тобто ротор і витискач одночасно, а робочими камерами в насосі будуть впадини між зубами. Корисним об'ємом робочої камери w вважають об'єм зуба w_z .

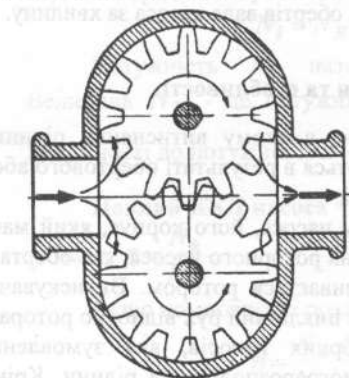


Рис. 8.12

Кількість таких об'ємів, що заповнюються за один оберт вала насоса, дорівнює сумі кількостей зубців двох шестерень ($2z$). Тому опосередкована теоретична подача шестеренного насоса за секунду дорівнює

$$Q_T = \frac{2z w_z n}{60} \quad (8.6)$$

Максимальний тиск, який розвиває цей насос, дорівнює **10...15 МПа**, продуктивність при цьому тиску доходить до **1000 л/хв**. Частота обертів насосів - **1000...4000 об/хв**. Об'ємний ККД сучасних зразків доведений до **0.95...0.96**, а загальний ККД - до **0.87...0.9**. Недолік цього насоса - неможливість регулювання робочого об'єму.

8.2.3. Гвинтові насоси

На практиці поширені тригвинтові насоси (рис. 8.13). Насоси складаються з трьох гвинтових роторів, середній з яких є ведучим, а два бічних - веденими, ротори містяться в корпусі із всмоктуючою та напірною лініями.

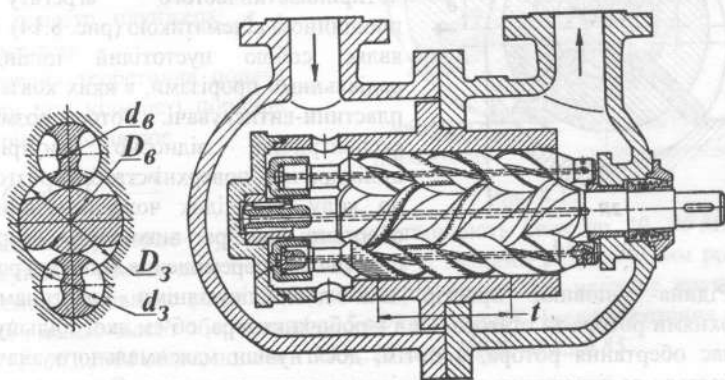


Рис. 8.13

При обертанні гвинтів їх нарізка, взаємно змикаючись, витискає із впадин деякий об'єм рідини, яка переміщується вздовж осі обертання. Оскільки виступи нарізки гвинтів у цих насосах виконують роль поршнів і рухаються безперервно в одному напрямку, пульсації подачі практично відсутні.

Теоретичну подачу гвинтового насоса можна визначити із виразу

$$Q_T = \frac{S t n}{60}, \quad (8.7)$$

де S - площа поперечного перерізу робочих камер насоса, яка дорівнює $2.4D_B$; D_B - внутрішній діаметр нарізки ведучого гвинта, що дорівнює зовнішньому діаметру веденого гвинта ($D_B = d_3$); t - крок гвинтів, який дорівнює $\frac{10}{3}D_B$.

Гвинтові насоси характеризуються рівномірною подачею, можливістю працювати при невеликих обертах ($3000 \dots 5000 \text{ об/хв}$) і відрізняються безшумністю та надійністю, мають високий ККД ($0.8 \dots 0.85$) у широкому діапазоні навантажень і можуть працювати при тисках до 20 МПа .

Тригвинтові насоси мають той же недолік, що і шестеренні насоси - неможливість регулювання робочого об'єму під час роботи, крім того, вони складні за виготовленням.

8.2.4. Пластинчасті насоси

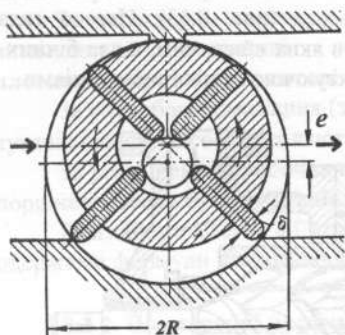


Рис. 8.14

Пластинчасті насоси є найпростішими із існуючих типів насосів. В авіації вони часто застосовуються у вигляді чотирипластинчастого агрегату з площинною кінематикою (рис. 8.14). Ротор являє собою пустотілий циліндр з радіальними прорізами, в яких ковзають пластини-витискувачі. Ротор розміщено ексцентрично відносно внутрішньої циліндричної поверхні статора, розточеної по колу, внаслідок чого пластини при обертанні ротора виконують зворотно-поступальні переміщення відносно ротора.

Рідина заповнює простір між двома сусідніми пластинами та поверхнями ротора та статора. Це і є робоча камера, об'єм якої збільшується під час обертання ротора, а потім, досягнувши максимального значення, замикається та переноситься в напірну порожнину насоса. Одночасно з цим починається витиснення рідини з робочої камери в тій кількості, яка дорівнює корисному об'єму цієї камери w .

Як правило, насоси цього типу виготовляють з тиском до 7 МПа, числом обертів 1500...3000 об/хв та продуктивністю 3...950 л/хв. Переміщенням ексцентриситету e можна регулювати робочий об'єм пластинчастих насосів. Загальний ККД цих насосів - 0.65...0.8.

8.2.5. Радіальні роторно-поршневі насоси

Роторно-поступальний насос, в якому витискувачі мають форму поршнів (плунжерів), а робочі камери обмежуються витискувачами в циліндричних порожнинах ротора, називаються роторно-поршневими.

У радіальних роторно-поршневих насосах робочі камери розміщені радіально відносно осі ротора (рис. 8.15). Поршни 2, вставлені в робочі камери, при обертанні ротора 1 рухаються зворотно-поступально відносно ротора, ковзаючи своїми кінцями по внутрішній поверхні статора 3. Через радіальні отвори робочі камери по чергово з'єднуються з порожнинами всмоктування та нагнітання, які розділені вертикальною перегородкою 4. Із всмоктуючої порожнини рідина надходить в робочі камери, а потім, після їх замикання та переносу, витискається в напірну порожнину.

Корисний об'єм робочої камери в даному насосі дорівнює об'єму, який витискається кожним поршнем, тобто

$$w = \frac{\pi d^2}{4} 2e, \quad (8.8)$$

де d - діаметр плунжера; e - ексцентриситет.

Середня теоретична подача в секунду при кількості поршнів (плунжерів) z дорівнює

$$Q_T = \frac{\pi d^2 e z n}{120}. \quad (8.9)$$

Радіальні роторно-поршневі насоси створюють тиск до **20...30 МПа**. Застосовуються насоси як з постійним, так і зі змінним регульованим робочим об'ємом. Радіальне розміщення циліндрів краще для великих крутних моментів і малих частот обертання (до **5 об/хв** і менше). Число обертання цих насосів - **1500...2500 об/хв**, подача - **0.25...20 л/хв**, ККД - **0.8...0.85**.

8.2.6. Аксіальні роторно-поршневі насоси

Насоси з аксіальним розміщенням циліндрів одержали на практиці назву просторових. Циліндричні робочі камери розміщені в роторі насоса паралельно його осі обертання або під невеликим кутом до неї.

Аксіальні роторно-поршневі насоси виготовляють з нахиленим диском або з нахиленим блоком. Одна із схем першого з них показана на рис. 8.16.

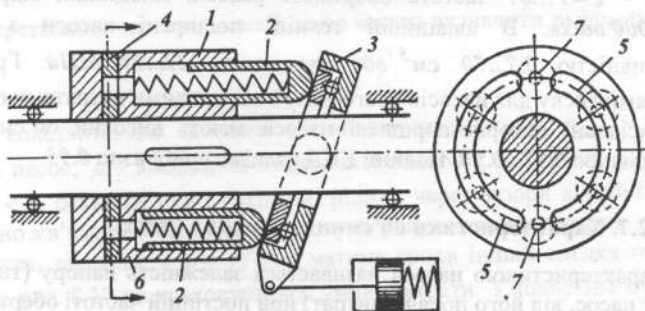


Рис. 8.16

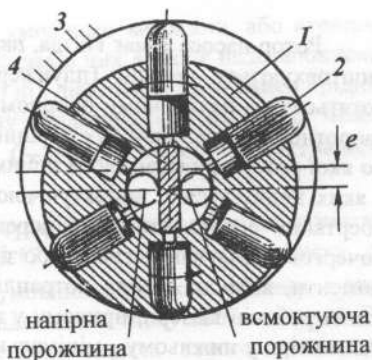


Рис. 8.15

Ротор насоса 1 має гнізда, паралельні осі обертання, з яких пружинами виштовхуються поршні (плунжери) 2 і ковзають своїми кінцями (або котяться) по нахиленому опорному диску (шайбі) 3. Таким чином виникає зворотньо-поступальний рух поршнів у гніздах. У нерухомій частині насоса 4, до якої ротор прилягає своїм іншим торцем, є два дугоподібних вікна 5, одне з яких з'єднується зі всмоктуючою лінією, а інші - з нагнітальною. Під час обертання ротора отвори 6 переміщуються по дугоподібних вікнах 5 та почергово сполучають гнізда або зі всмоктуючою лінією, або з напірною. У ті моменти, коли ці отвори потрапляють на перемички 7, відбувається замикання робочої камери, причому у верхньому положенні її об'єм буде максимальним, а у нижньому - мінімальним. Нахилений диск закріплено шарнірно так, що його можна повертати навколо осі, яка перетинає вісь ротора під прямим кутом, та змінювати кут нахилу γ для регулювання подачі.

Середня теоретична подача розглянутого насоса за секунду дорівнює

$$Q_T = \frac{\pi d^2}{4} l z \frac{n}{60} = \frac{\pi D d^2 \operatorname{tg} \gamma z n}{4 \cdot 60}, \quad (8.10)$$

де D - діаметр кола, на якому в роторі розміщені осі циліндрів; d - діаметр поршнів (плунжерів); z - кількість циліндрів; l - хід поршня.

Аксіальні роторно-поршневі насоси широко застосовуються в різних гідравлічних системах ЛА. Особливостями цих насосів є малий момент інерції частин, які обертаються, велика прийомистість під час регулювання витрат, варіювання продуктивності від нульового до максимального значення за 0.04 с та від максимального до нульового - за 0.02 с.

Найбільша кількість циліндрів в аксіальних роторно-поршневих насосах - $z = 7 \dots 8$. Частота обертання насосів авіаційних гідросистем - $3000 \dots 4000$ об/хв. В авіаційній техніці поширені насоси з питомою продуктивністю $0.7 \dots 70$ см³/об при тисках $22 \dots 28$ МПа. Граничними значеннями тиску для насосів цього типу з маленькими витратами є 70 МПа.

Аксіальні роторно-поршневі насоси мають високий об'ємний ККД, який дорівнює $0.97 \dots 0.98$. Повний ККД складає приблизно 0.95 .

8.2.7. Характеристики об'ємних роторних насосів

Характеристикою насоса називається залежність напору (тиску), який утворює насос, від його подачі (витрат) при постійній частоті обертів.

Із виразу для теоретичної подачі (8.5) видно, що характеристика об'ємних насосів всіх типів є прямою, паралельною осі p . На практиці дійсна характеристика об'ємного насоса відрізняється від теоретичної за рахунок перетікання (об'ємних втрат). Таким чином, подача буде менша розрахунковою на величину об'ємних втрат рідини ΔQ .

Останні втрати прийнято називати умовними витокми, або втратами на всмоктування насоса. Основними причинами цих втрат є недозаповнення робочих камер насоса, а також деформації під дією тиску його камер і рідини з газами, які знаходяться в ній. Фактичну продуктивність насоса Q можна виразити рівнянням $Q_d = Q_T - \Delta Q$, де Q_T - теоретична продуктивність, $\Delta Q = q + \Delta Q_y$ - перетікання рідини.

На рис. 8.17 наведено принципові графіки залежності продуктивності насоса від частоти обертання n (рис. 8.17, а) та від перепаду тиску Δp (рис. 8.17, б) для випадків відсутності умовних перетікань рідини і такої конструкції насоса, при якій зазори при підвищенні тиску не змінюються. Під час підвищення перепаду тисків фактична подача такого насоса Q_d знижується лінійно. Відповідно до цього такою лінією буде залежність від Δp величини перетікань рідини q , що зумовлюється перепадом тисків.

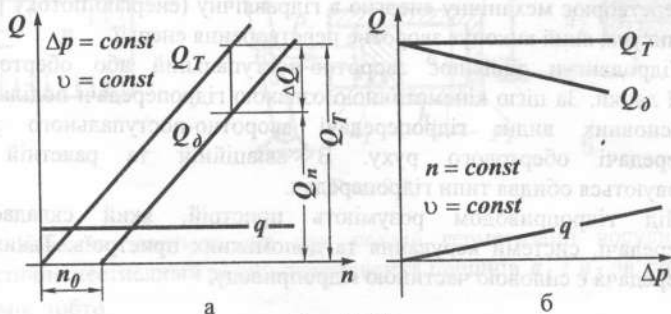


Рис. 8.17

Перетікання через кільцевий зазор можна визначити за формулою

$$q = A \frac{p_{нас}}{\mu^m},$$

де A - константа, яка залежить від конструкції насоса; $p_{нас}$ - тиск, який створює насос; μ - коефіцієнт динамічної в'язкості; m - степінь (степінь m завжди < 1 , оскільки при протіканні рідини через зазори в'язкість її менша порівняно з в'язкістю основного потоку за рахунок температури).

Отже, залежність $p = f(Q_d)$ матиме трохи інший вигляд тому, що на графіках рис. 8.17 не враховувались умовні втрати. Умовне значення Q_y залежить від опору всмоктуючих ліній, а також від наявності в рідині повітря.

Опір всмоктуючої лінії, який залежить від величини абсолютного тиску на вході в насос, може призвести до розриву потоку рідини внаслідок кавітації. Реально такий режим роботи насоса з'являється при зниженні атмосферного тиску, а також при великій частоті обертання.

ГІДРАВЛІЧНІ ПРИВОДИ ТА ГІДРАВЛІЧНІ ПЕРЕДАЧІ

Гідравлічні передачі та їх комбінації є складовою частиною будь-якої гідравлічної системи.

Широке застосування гідравлічних передач на сучасних літальних апаратах зумовлено перевагами цих приводів - невеликими габаритами та масою відносно одиниці потужності. Вага часто оцінюється питомою потужністю (відношенням потужності приладу до його ваги).

Гідропередачею називається пристрій для передачі механічної енергії та перетворення руху рідиною.

Гідропередача складається з таких двох основних елементів: насоса, який перетворює механічну енергію в гідравлічну (енергію потоку рідини), і гідродвигуна, який виконує зворотне перетворення енергії.

Гідродвигун здійснює зворотно-поступальний або обертовий рух веденої ланки. За цією кінематичною ознакою гідропередачі поділяються на два основних види: гідропередачі зворотно-поступального руху та гідропередачі обертового руху. В авіаційній та ракетній техніці застосовуються обидва типи гідропередач.

Під гідроприводом розуміють пристрій, який складається із гідропередачі, системи керування та допоміжних пристроїв. Таким чином, гідропередача є силовою частиною гідроприводу.

9.1. Принцип дії літакових гідравлічних приводів об'ємного типу

Із трьох відомих в гідравліці форм механічної енергії рідини найважливішою є енергія тиску, яка легко перетворюється в механічну роботу з допомогою простіших гідравлічних пристроїв (гідродвигунів).

У літальних апаратах застосовуються, як було вже зазначено, гідросистеми (гідроприводи об'ємного типу, які забезпечують завдяки високому об'ємному модулю пружності рідини практично жорсткий зв'язок між ведучим та веденими ланками гідравлічного механізму. Принцип їх дії базується на законі Паскаля, який свідчить про те, що всяка зміна тиску в якій-небудь точці, що знаходиться в спокої, не порушуючи її рівноваги, передається в інші точки без змін. Отже, якщо до поршня площею S прикласти силу P , яка діє на рідину в закритій посудині, то вона зрівноважиться силою тиску рідини $p = \frac{P}{S}$ на цей поршень. Згідно з указаним законом цей тиск діятиме в будь-якій точці рідини (рис. 9.1, а).

Положення збережеться, якщо як посудину візьмемо два закритих поршнями циліндри 1 та 2, з'єднані трубопроводом (рис. 9.1, б). При переміщенні поршня a_1 циліндра 1 рідина буде витискатися в циліндр 2, приводячи його поршень у рух, причому тиск $p_1 = \frac{P_1}{S_1}$, який створюється силою, діятиме за законом Паскаля і на поршень a_2 (втрати напору в трубопроводі знехтуємо).

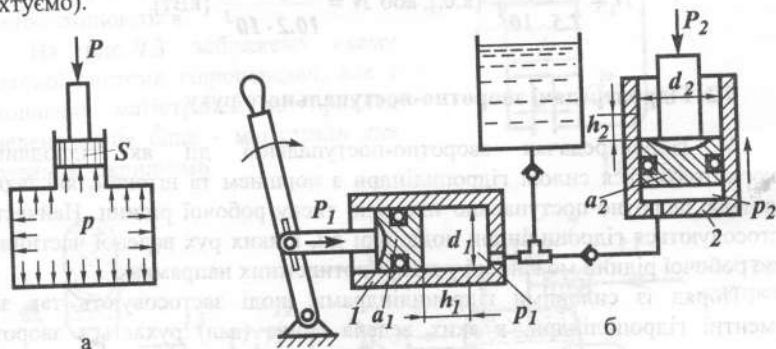


Рис. 9.1

Неважко замітити, що при повній герметизації посудин 1 і 2 і практично нестисливій рідині переміщення поршнів a_1 і a_2 зв'язані рівністю об'ємів, тобто

$$h_1 S_1 = h_2 S_2, \quad (9.1)$$

де h_1 , h_2 та S_1 , S_2 - відповідно переміщення та площі поршнів a_1 та a_2 .

На основі рівняння (9.1) можна скласти такі вирази:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}, \quad h_2 = h_1 \frac{S_1}{S_2} = h_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}.$$

Нехтуючи гідравлічним опором і тертям поршнів a_1 та a_2 під час їх руху (приймаючи $p_1 = p_2 = p$), можна також записати

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{p S_2}{p S_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2}, \quad P_2 = P_1 \frac{S_2}{S_1} = P_1 \frac{d_2^2}{d_1^2},$$

де p - питомий тиск рідини в посудинах; P_1 та P_2 - сили тиску рідини, які діють на поршні a_1 та a_2 . Якщо переміщення поршня a_1 на величину h_1

відбувається за час t , то швидкість руху поршня $V_1 = \frac{h_1}{t}$.

Потужність дорівнює добутку сили P_1 , яка діє на поршень a_1 , на швидкість V_1 :

$$N = P_1 V_1 = p S_1 V_1.$$

Враховуючи, що добуток $V_1 S_1$ є розрахункова витрата рідини Q , а також зробивши перетворення в останньому виразі та записавши його в загальноприйнятих одиницях виміру, одержимо потужність

$$N = \frac{pQ}{7.5 \cdot 10^3} \text{ [к.с.]}, \text{ або } N = \frac{pQ}{10.2 \cdot 10^3} \text{ [кВт]}.$$

9.2. Гідропередачі зворотно-поступального руху

У гідропередачах зворотно-поступальної дії як гідродвигуни використовуються силові гідроциліндри з поршнем та штоком, які переміщуються зворотно-поступально під дією тиску робочої рідини. Найчастіше застосовуються гідроциліндри подвійної дії, в яких рух веденої частини під дією робочої рідини можливий у двох протилежних напрямках.

Поряд із силовими гідроциліндрами іноді застосовують так звані моментні гідроциліндри, в яких ведена ланка (вал) рухається зворотноповоротно на кут, менший 360° .

Гідропередачі зворотно-поступального руху дуже широко застосовуються на ЛА, причому це, як правило, не прості гідропередачі, а системи гідропередач, складені з одного або декількох об'ємних насосів та декількох гідродвигунів. Вони зв'язані між собою магістральними лініями (трубопроводами) та виконують різні функції одночасно або в різний час.

Для керування літаком передбачена спеціальна гідросистема (система бустерів, або гідропідсилювачів), яка виготовляється разом із дублюючою та аварійною системами. Для виконання інших функцій на літаку є система гідропередач загального призначення. Така система гідропередач, як правило, складається з основної (насосної) магістралі та декількох паралельно сполучених виконавчих магістралей з відповідними гідроциліндрами, кожна з яких призначена для виконання якоїсь певної функції (керування шасі, закритками і т.д.).

Принципову схему простої гідропередачі зворотно-поступального руху з однією виконавчою магістраллю і одним силовим циліндром показано на рис. 9.2.

До складу гідропередачі входять: бачок 1, всмоктуюча магістраль, насос 2, напірна магістраль 3 з деякими агрегатами загального призначення, виконавча та зливна магістралі.

Виконавча магістраль починається з розподільника, далі йде ділянка магістралі, яка підводить рідину до гідроциліндра 4, та ділянка магістралі, яка відводить рідину від гідроциліндра до розподільника. Під час реверсування гідродвигуна перемиканням розподільника функції підвідної і відвідної ділянок змінюються.

На рис. 9.3 зображено схему літакової системи гідропередач, але з виконавчих магістралей як приклад наведена лише одна - магістраль для керування закрилками.

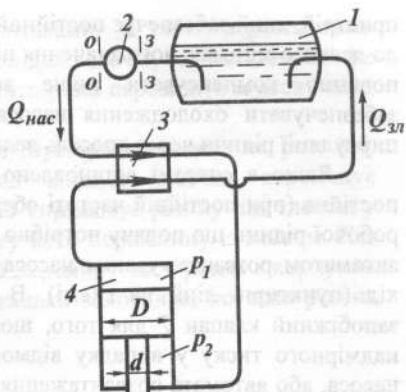


Рис. 9.2

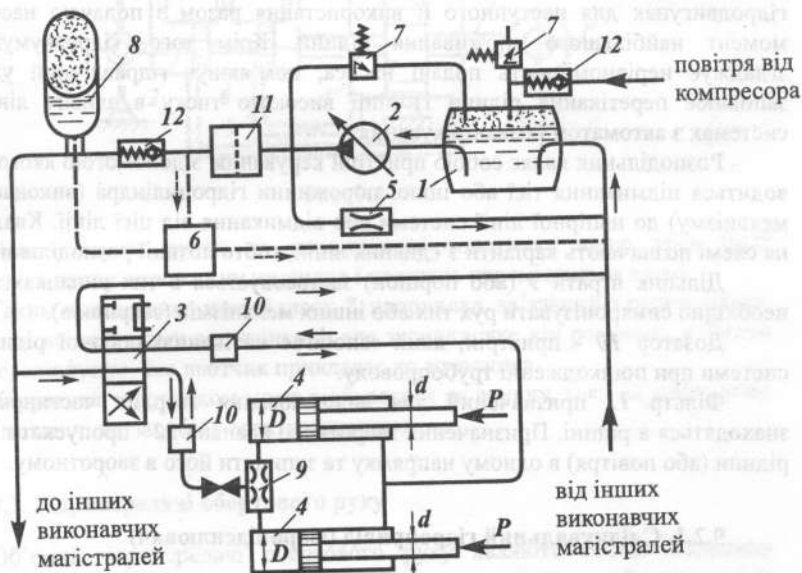


Рис. 9.3

Будова основної гідромагістралі залежить від того, який насос буде застосовано в гідросистемі - регульований чи нерегульований. В літакових системах використовують шестеренні (нерегульовані) та роторно-поршневі (регульовані) насоси. Регульований насос, як правило, має відповідний

пристрій, який забезпечує постійний тиск і зменшення подачі робочої рідини до деякого мінімального значення під час відсутності її споживання. Останнє повинно компенсувати лише внутрішнє перетікання в системі та забезпечувати охолодження насоса, яке створюється внаслідок постійної циркуляції рідини через дросель великого опору 5.

Якщо в системі встановлено нерегульований насос, то його подача постійна (при постійній частоті обертання). Тому за відсутності споживання робочої рідини цю подачу потрібно повертати в бачок з найменшим опором-автоматом розвантажування насоса 6, який перемикає насос на "холостий" хід (пунктирні лінії на схемі). В усіх гідросистемах звичайно ставиться запобіжний клапан 7 для того, щоб забезпечити безпеку гідросистеми від надмірного тиску у випадку відмови системи автоматичного регулювання насоса, або автомата розвантаження, або регулювача тиску повітря в системі наддування бачка.

Гідроакумулятор 8 накопичує робочу рідину під тиском при зупинених гідродвигунах для наступного її використання разом з подачею насоса в момент найбільшого споживання рідини. Крім того, гідроакумулятор згладжує нерівномірність подачі насоса, пом'якшує гідравлічний удар і заповнює перетікання рідини із лінії високого тиску в зливну лінію в системах з автоматом розвантажування.

Розподільник являє собою пристрій керування, з допомогою якого проводиться підмикання тієї або іншої порожнини гідроциліндра (виконавчого механізму) до напірної лінії системи або відмикання від цієї лінії. Квадрати на схемі позначають варіанти з'єднання ліній, тобто позиції розподільника.

Дільник втрати 9 (або порціон) застосовується в тих випадках, коли необхідно синхронізувати рух тих або інших механізмів (закрилків).

Дозатор 10 - пристрій, який запобігає витіканню робочої рідини із системи при пошкодженні трубопроводу.

Фільтр 11 призначений для вилучення твердих частинок, які знаходяться в рідині. Призначення зворотного клапана 12 - пропускати потік рідини (або повітря) в одному напрямку та зупиняти його в зворотному.

9.2.1. Слідкувальний гідропривід (гідропідсилювач)

У системах керування літаком шток силового гідроциліндра повинен автоматично слідкувати за переміщенням ручки керування, причому кожному положенню ручки відповідає певне положення штока. Такі гідросистеми називають гідропідсилювачем, або бустером, оскільки його виконавчий шток не просто повторює рух ручки, а й розвиває при цьому зусилля, яке значно більше зусилля, прикладеного до ручки.

Керування сучасними швидкісними літаками, а також вертольотами відбувається, як правило, з допомогою гідропідсилювачів, оскільки необхідне зусилля на органах керування нерідко в багато разів перевищує м'язову силу льотчика.

Принципову схему гідропідсилювача (бустера) показано на рис. 9.4. Рухаючи ручку керування 1, наприклад вправо, льотчик переміщує командний золотник 2, який через канали 3 спрямовує рідину під тиском у ліву порожнину циліндра 4 та з'єднує праву його порожнину із зливом. Під дією тиску, який створює насос, поршень 5 переміщується разом з корпусом золотника 6 доти, доки не перекриються канали золотника, по яких рідина перетікає в циліндр і відводиться від нього.

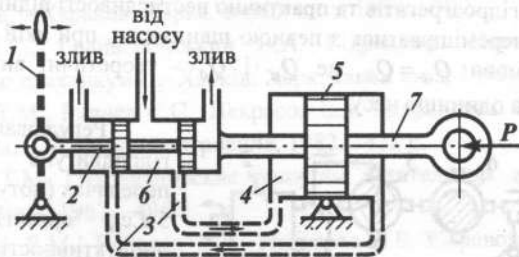


Рис. 9.4

При повороті ручки та переміщенні золотника вліво тиск буде підведено в праву порожнину циліндра і поршень переміститься вліво.

Таким чином, виконавчий шток 7, наприклад, зв'язаний з рулем літака, слідкує за всіма рухами золотника 2, але зусилля, яке він розвиває, у багато разів перевищує те, яке льотчик прикладає до золотника.

Керування золотником може відбуватися як вручну, так і за допомогою різних механічних засобів і електромагнітом.

9.3. Гідропередачі обертового руху

Об'ємні гідропередачі обертового руху являють собою з'єднання насоса та гідравлічного двигуна об'ємно-роторного типу, який називається гідродвигуном. Гідродвигун за своєю конструкцією є таким же насосом, але виконує роль двигуна. Усім об'ємно-роторним насосам властива якість оборотності, тобто вони можуть бути використані і як насоси, і як гідродвигуни. Це означає, що якщо до роторного насоса підводити рідину під достатнім тиском, то його ротор буде обертатися і виконувати роботу.

Основною перевагою гідропередачі обертового руху порівняно із звичайними механічними передачами є можливість повільного регулювання передаточного числа та трансформації моменту.

На рис. 9.5, а і б показано схеми гідравлічної передачі з гідродвигуном 2 обертового руху. Реверс гідравлічного двигуна 2 цих гідропередач відбувається або за допомогою розподільного обладнання 3 (рис. 9.5, а), або шляхом зміни напрямку потоку рідини самим насосом 1 (рис. 9.5, б). В останньому випадку система повинна мати запобіжні клапани 7, які відокремлюють позитивну лінію від бака 5 і одночасно забезпечують підживлення всмоктуючої порожнини насоса у випадку, якщо в ній виникає вакуум у результаті перетікань рідини. Очевидно, що за умов герметичності гідроагрегатів та практично нестисливості рідини вхідна ланка двигуна буде переміщуватися з певною швидкістю, при якій забезпечується дотримання умови $Q_n = Q_d$, де Q_n і Q_d - теоретичні витрати насоса і гідродвигуна за одиницю часу.

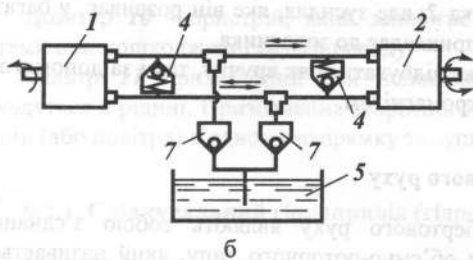
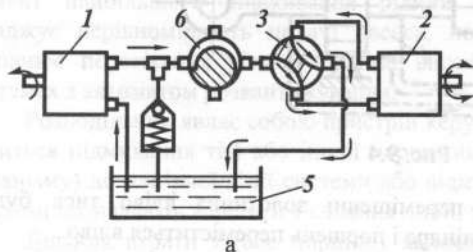


Рис. 9.5

Регулювання швидкості гідродвигуна в потужних передачах (потужність більше 5 к.с.) організують зміною продуктивності насоса, а в передачах менших потужностей - за допомогою дроселя 6 (див. рис. 9.5, а, б), який частину рідини відводить через запобіжний (переливний) клапан 4 у бак 5. При повному перекритті трубопроводу дроселем 6 вся рідина виливається у бак і швидкість гідродвигуна 2 дорівнюватиме нулю.

Неважко помітити, що дросельне регулювання пов'язано з витратою потужності та підігрівом рідини.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- Акопов М.Г., Бекасов В.И. Системы оборудования ЛА. – М.: Машиностроение, 1986. –368 с.
- Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов Л.П. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987. –414 с.
- Баев Б.С. Гидравлика и гидравлические системы летательных аппаратов: Консп. лекций. –Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1976. Ч. 1. –82 с.
- Баев Б.С. Гидравлика и гидравлические системы летательных аппаратов. Консп. лекций. –Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1987. Ч. 2. –92 с.
- Баев Б.С., Домаев Л.А. Определение характеристик объемного насоса: Учеб. пособие. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1979. –30 с.
- Баев Б.С., Грайворонський В.А. Гідравліка: Навч. посібник до лабораторного практикуму. – Харків: Харк. авиац. ин-т, 1998. –50 с.
- Башта Т.М., Руднев С.С., Некрасов Б.Б. Гидравлика. Гидромашины и гидроприводы. – М.: Машиностроение, 1982. –422 с.
- Башта Т.М. Гидравлические приводы летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1967. –496 с.
- Вильнер Я.М., Ковалев Я.Т., Некрасов Б.Б. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам. – Минск: Вышэйш. шк., 1976. –415 с.
- Копырин М.А. Гидравлика и гидравлические машины. – М.: Высш. шк., 1961. –300 с.
- Косоуров К.Ф. Основы общей и авиационной гидравлики. – Л.: ЛКВИА, 1952. –342 с.
- Левицький Б.Ф., Лещій Н.Т. Гідравліка. Загальний курс. – Львів: Світ, 1994. –264 с.
- Матвиенко А.М., Зверев Н.И. Проектирование гидравлических систем летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1982. –290 с.
- Носов Ю.А., Попов Д.Н., Рождественский С.Н. Некоторые вопросы расчета и конструирования авиационных гидравлических систем. – М.: Оборонгиз, 1962. –229 с.
- Смислов В.В. Гідравліка і аеродинаміка. –Київ: Вища шк., 1971. –343 с.
- Черненко Ж., Лагосюк А.С., Никульский Г.Н. Гидравлические системы транспортных самолетов. – М.: Транспорт, 1975. –181 с.
- Чугаев Р.Р. Гидравлические термины. –М: Высш. шк., 1974. –104 с.

ЗМІСТ

ВСТУП	3
Розділ 1. Основні фізико-механічні властивості рідини та газу	6
1.1. Гіпотеза суцільності	6
1.2. Густина і питома вага	7
1.3. Стисливість	8
1.4. Температурне розширення	9
1.5. Опір розтягу	9
1.6. В'язкість	10
1.7. Інші властивості	13
1.8. Сили, які діють на рідину	13
1.9. Властивість гідростатичного тиску	15
Розділ 2. Основні рівняння гідроаеродинаміки	17
2.1. Деякі поняття із кінематики суцільного середовища	17
2.2. Рівняння нерозривності	21
2.3. Рівняння витрати	23
2.4. Рівняння руху ідеальної рідини у формі Ейлера	26
2.5. Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини	28
2.6. Рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини	32
2.7. Приклади використання рівняння Бернуллі в техніці	35
2.8. Рівняння імпульсів для усталеного руху ідеальної рідини	37
Розділ 3. Основи гідростатики	39
3.1. Основне рівняння гідростатики	39
3.2. Сила тиску рідини на плоску стінку	42
3.3. Сила тиску рідини на криволінійну поверхню	44
3.4. Закон Архімеда	46
3.5. Відносний спокій рідини	47
Розділ 4. Течія рідини в трубах	50
4.1. Гідравлічні втрати	50
4.2. Режими течії в трубах	52
4.3. Ламінарна течія рідини в круглих трубах	54
4.4. Турбулентна течія	57
4.5. Течія рідини в каналах і трубах некруглого перерізу	64
Розділ 5. Місцеві гідравлічні опори	65
5.1. Раптове розширення русла	66
5.2. Плавне розширення русла	68
5.3. Раптове звуження русла	70
5.4. Плавне звуження русла	71
5.5. Поворот русла	72
5.6. Місцеві опори при ламінарному режимі	73

Розділ 6.	Витікання рідини через отвори та насадки	76
6.1.	Витікання рідини через отвори в тонкому дні або стінці резервуара при постійному рівні	76
6.2.	Витікання рідини через насадки	81
6.3.	Витікання рідини через отвори і насадки при змінному напорі	84
Розділ 7.	Розрахунок гідравлічних мереж	87
7.1.	Розрахунок простого трубопроводу	87
7.2.	Крива потрібного напору. Характеристика трубопроводу	89
7.3.	Деякі особливості гідравлічного розрахунку систем літаків	90
7.3.1.	Прямолінійний рівноприскорений рух русла	91
7.3.2.	Обертовий рух русла	92
7.3.3.	Неусталений рух рідини в трубах	93
7.4.	Гідравлічний удар	95
РОЗДІЛ 8.	Гідравлічні машини (насоси)	100
8.1.	Відцентрові насоси	100
8.1.1.	Принцип дії відцентрового насоса. Основні конструктивні елементи	100
8.1.2.	Основне рівняння відцентрового насоса	101
8.1.3.	Теоретична характеристика відцентрового насоса	103
8.1.4.	Теоретична характеристика відцентрового насоса зі скінченною кількістю лопаток	105
8.1.5.	Дійсна характеристика насоса	106
8.1.6.	Коефіцієнт корисної дії насоса	107
8.2.	Об'ємні насоси	108
8.2.1.	Роторні насоси. Основні поняття та особливості	109
8.2.2.	Шестеренні насоси	110
8.2.3.	Гвинтові насоси	111
8.2.4.	Пластинчасті насоси	112
8.2.5.	Радіальні роторно-поршневі насоси	112
8.2.6.	Аксіальні роторно-поршневі насоси	113
8.2.7.	Характеристики об'ємних роторних насосів	114
Розділ 9.	Гідравлічні приводи та гідравлічні передачі	116
9.1.	Принцип дії літакових гідравлічних приводів об'ємного типу	116
9.2.	Гідропередачі зворотно-поступального руху	118
9.2.1.	Слідкувальний гідропривід (гідропідсилювач)	120
9.3.	Гідропередачі обертового руху	121
	Список використаної та рекомендованої літератури	123

Баєв Борис Сергійович
Чмовж Віталій Віталійович

ГІДРАВЛІКА ТА ГІДРАВЛІЧНІ СИСТЕМИ
ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Редактори: Є.О. Александрова,
Л.О. Кузьменко
Коректор Н.М. Сікульська

Зв. план, 2001

Підписано до друку 27.07.2001

Формат 60×84 1/16. Папір офс. №2. Офс. друк.

Умовн.-друк. арк. 7. Облік.-вид. арк. 7,87.

Замовлення 332.

Т. 300 прим.

Ціна вільна

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»
610070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
Друкарня «ХАІ»
610070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
E-mail: izdat@khai.edu