

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

621.01
4436

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є.Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

І.Г. Шебанов

**ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ ТА СИНТЕЗУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ
ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ АВІАЦІЙНИХ ПРИСТРОЇВ**

Навчальний посібник

Научно-техническая
библиотека
"ХАИ"



mt0184029

**НАУКОВО-ТЕХНІЧНА
БІБЛІОТЕКА**

Національного аерокосмічного
університету ім. М.Є.Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Харків «ХАИ» 2002

Основи кінематики та синтезу диференціальних зубчастих механізмів авіаційних пристроїв / І.Г. Шебанов. – Навч. посібник. – Харків: Нац.аерокосмічний ун-т "Харк.авіац.ін-т", 2002. – 30 с.

Розглянуто питання з кінематики та синтезу диференціальних зубчастих механізмів, які мають суттєві переваги порівняно з іншими передаточними механізмами і набули широкого застосування в авіаційній техніці, в суднобудуванні, а також в автомобілях, тракторах, верстатах, в будівельній техніці, робототехніці.

Для студентів, які виконують курсові проекти з теоретичної механіки та ТММ, деталей машин, з робототехніки, конструкції авіадвигунів.

Іл. 9. Табл. 1. Бібліогр.: 4 назви

Рецензенти: канд.техн.наук, доц. В.В. Бурлака,
канд.техн.наук, доц. В.К. Євтушенко



© Національний аерокосмічний університет ім.М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», 2002 р.

1. КІНЕМАТИКА ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ

Диференціальними називаються складні зубчасті механізми (рис.1.1) зі ступенем рухомості, більшим за одиницю, у складі яких є зубчасті колеса з рухомими осями обертання.

Ланки з рухомими осями обертання — сателіти — можуть мати один зубчастий вінець (рис.1.1,а) або декілька зубчастих вінців (рис.1.1,б,в).

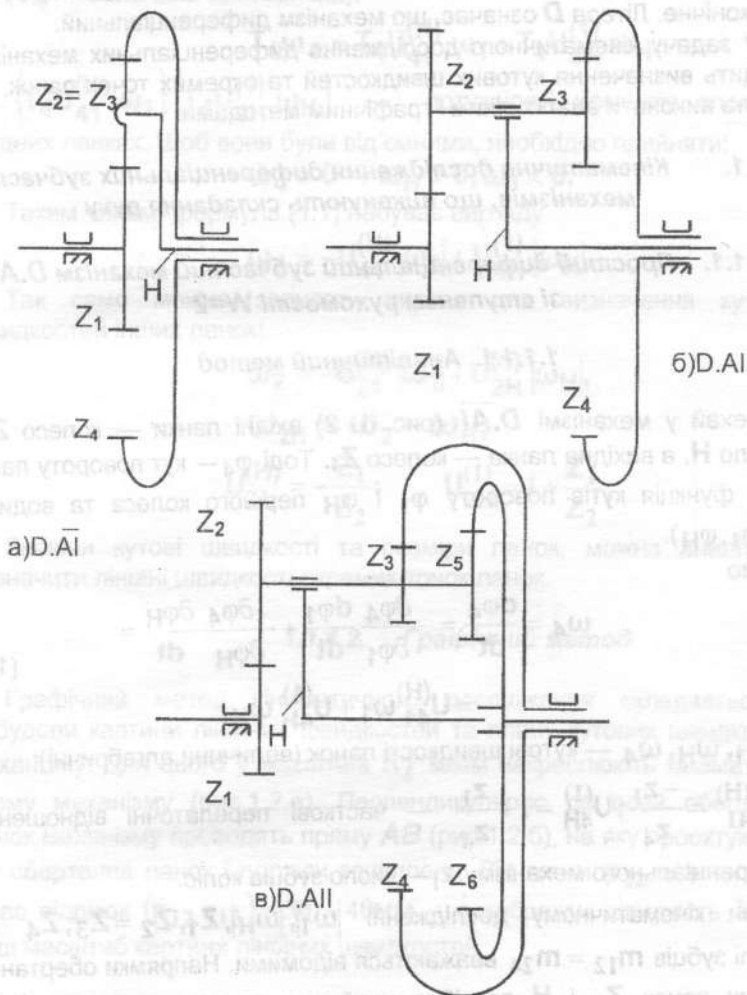


Рис.1.1

Диференціальні зубчасті механізми можуть виконувати складання рухів декількох вхідних ланок на одній вихідній ланці або розкладання руху однієї вхідної ланки на рухи декількох вихідних ланок. У тих випадках, коли число вхідних ланок менше за ступінь рухомості механізму, рух вихідних ланок залежатиме від моментів сил опору, що до них прикладені.

Позначення диференціальних механізмів прийняті на основі класифікації їх за видами зачеплень [2]: **A** — зовнішнє, **I** — внутрішнє, **K** — конічне. Літера **D** означає, що механізм диференціальний.

У задачу кінематичного дослідження диференціальних механізмів входить визначення кутових швидкостей та окремих точок ланок, яке можна виконати аналітичним і графічним методами.

1.1. Кінематичне дослідження диференціальних зубчастих механізмів, що виконують складання руху

1.1.1. Простий диференціальний зубчастий механізм $D.AI$ зі ступенем рухомості $W=2$

1.1.1.1. Аналітичний метод

Нехай у механізмі $D.AI$ (рис. 1. 2) вхідні ланки — колесо Z_1 і водило **H**, а вихідна ланка — колесо Z_4 . Тоді φ_4 — кут повороту ланки Z_4 є функція кутів повороту φ_1 і φ_H першого колеса та водила, $\varphi_4(\varphi_1, \varphi_H)$.

Маємо

$$\begin{aligned} \omega_4 &= \frac{d\varphi_4}{dt} = \frac{\partial\varphi_4}{\partial\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{\partial\varphi_4}{\partial\varphi_H} \frac{d\varphi_H}{dt} = \\ &= U_{41}^{(H)} \omega_1 + U_{4H}^{(1)} \omega_H, \end{aligned} \quad (1.1)$$

де $\omega_1, \omega_H, \omega_4$ — кутові швидкості ланок (величини алгебричні);

$$U_{41}^{(H)} = \frac{-z_1}{z_4}; U_{4H}^{(1)} = 1 + \frac{z_1}{z_4} \quad \text{— часткові передаточні відношення}$$

диференціального механізму; z_1 — число зубців коліс.

При кінематичному дослідженні $|\omega_1|, |\omega_H|, Z_1, Z_2 = Z_3, Z_4$ та модулі зубців $m_{12} = m_{24}$ вважаються відомими. Напрямки обертання вхідних ланок Z_1 і **H** потрібно приймати такими, щоб ні один із

двигунів не працював у генераторному режимі. Покажемо, як це можна забезпечити у механізмі $D.AI$ (рис.1.2).

Як відомо, потужність моменту опору на валу вихідної ланки Z_4 має бути від'ємною. Тобто, якщо прийняти $\omega_4 > 0$, то момент опору буде від'ємним ($T_4 < 0$).

Помножимо у формулі (1.1) ліву та праву частини на T_4

(T_4 — величина алгебрична):

$$T_4 \omega_4 = T_4 U_{41}^{(H)} \omega_1 + T_4 U_{4H}^{(1)} \omega_H, \quad (1.2)$$

де $(T_4 U_{41}^{(H)} \omega_1)$, $(T_4 U_{4H}^{(1)} \omega_H)$ — потужності моментів опору на вхідних ланках. Щоб вони були від'ємними, необхідно прийняти:

$$\omega_4 > 0 \rightarrow \omega_H > 0, \omega_1 < 0. \quad (1.3)$$

Таким чином, формула (1.1) набуває вигляду

$$\omega_4 = -U_{41}^{(H)} |\omega_1| + U_{4H}^{(1)} |\omega_H|. \quad (1.4)$$

Так само можна записати вирази для визначення кутових швидкостей інших ланок:

$$\omega_2 = -U_{21}^{(H)} |\omega_1| + U_{2H}^{(1)} |\omega_H|, \quad (1.5)$$

$$\omega_{2H} = \omega_2 - \omega_H, \quad (1.6)$$

де

$$U_{21}^{(H)} = -\frac{Z_1}{Z_2}; \quad U_{2H}^{(1)} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2}.$$

Знаючи кутові швидкості та розміри ланок, можна аналітично визначити лінійні швидкості окремих точок ланок.

1.1.1.2. Графічний метод

Графічний метод кінематичного дослідження складається із побудови картини лінійних швидкостей та плану кутових швидкостей механізму. Для цього у масштабі K_ℓ м/мм накреслюють кінематичну схему механізму (рис.1.2,а). Перпендикулярно до осей обертання ланок механізму проводять пряму AB (рис.1.2,б), на яку проєктуються осі обертання ланок і полюси зачеплень. Від точки p_{12} відкладають вліво відрізок $(p_{12} a_{12}) \approx 30 \dots 40 \text{ мм}$, що зображує швидкість $V_{p_{12}}$. Тоді масштаб картини лінійних швидкостей

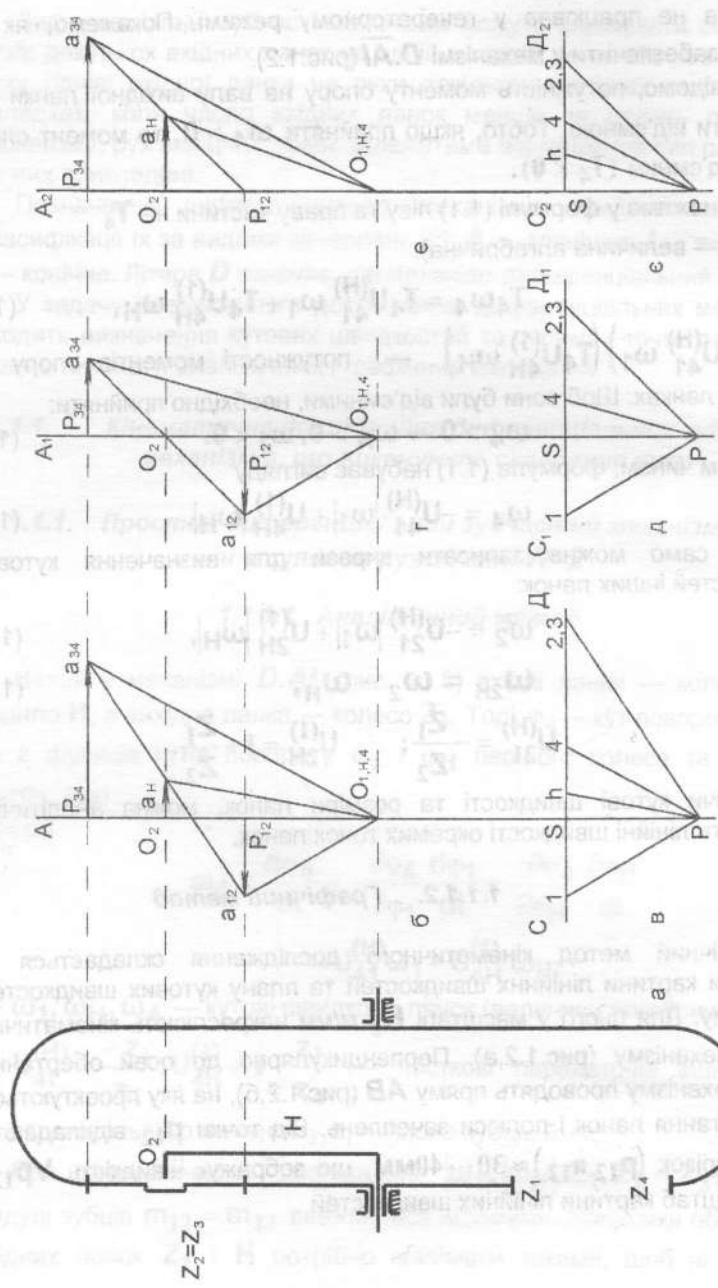


Рис. 1.2

$$K_V = \frac{V_{P12}}{(p_{12} a_{12})} = \frac{\omega_1 r_{W1}}{(p_{12} a_{12})} \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$$

де $r_{W1} = \frac{m_{12} z_1}{2}$ — радіус початкового кола колеса Z_1 . Від точки

O_2 вправо (напрямки ω_1 і ω_H протилежні) відкладають відрізок

$$O_2 a_H = \frac{V_H}{K_V} = \frac{\omega_H (r_{W1} + r_{W2})}{K_V}, \text{ що зображує швидкість осі сателіта;}$$

$r_{W2} = \frac{m_{12} z_1}{2}$ — радіус початкового кола колеса Z_2 . Після цього

будують прямі $a_{12} o_1$, $a_H o_1$, $a_{34} a_{12}$, $a_{34} o_4$ відповідно до закону розподілу лінійних швидкостей по колесу Z_1 , водилу H , колесу Z_2 і колесу Z_4 . Для побудови плану кутових швидкостей механізму (див. рис. 1.2,в) проводять пряму CD перпендикулярно до прямої AB .

Від точки S відкладають відрізок $SP = 20...30\text{мм}$ — полюсну відстань. З полюса P проводять промені $P1, PH, P4, P23$, паралельні відповідним законам розподілу лінійних швидкостей $o_1 a_{12}, o_1 a_H, o_1 a_{34}, a_{34} a_{12}$. Точки перетину променів з прямою CD позначають 1; h; 4; 2,3. Масштаб плану кутових швидкостей —

$$K_\omega = \frac{\omega_1 \text{ рад}}{S1 \text{ мм}}. \text{ Картина лінійних швидкостей механізму дає наочне}$$

уявлення про розподіл швидкостей по усіх точках ланок механізму, план кутових швидкостей — про величини та напрямки кутових швидкостей ланок. Так, наприклад, напрямки обертання сателіта $Z_2 - Z_3$ буде збігатися з напрямком обертання ланок H, Z_4 (відрізки, що зображують кутові швидкості, розташовані по один бік відносно прямої AB .)

Кутові швидкості ланок $Z_2 = Z_3$ і Z_4 відповідно дорівнюють

$$\omega_{23} = (S 2, 3) \cdot K_\omega \frac{1}{\text{с}}; \omega_4 = (S 4) \cdot K_\omega \frac{1}{\text{с}}.$$

Кутова швидкість сателіта відносно водила —

$$\omega_{2H} = (2, 3 h) \cdot K_\omega \frac{1}{\text{с}}.$$

Часткові передаточні відношення u_{41}' і u_{4H}' диференціального механізму можуть бути знайдені із планів кутових швидкостей

(див.рис.1.2,д,е) умовних планетарних механізмів, що утворюються із диференціального зупинкою водила H (колеса Z_1):

$$U_{41}^{(H)} = -\frac{S_4}{S_1}; \quad U_{4H}^{(1)} = \frac{S_4}{Sh}. \quad (1.7)$$

1.1.2. Складний диференціальний механізм D.AI-II зі ступенем рухомості $W=2$

Нехай у механізмі **D.AI-II** (рис. 1.3,а) вхідні ланки – Z_1 , Z_5 , а вихідна ланка – Z_8 .

Кутова швидкість вихідної ланки визначається за формулою

$$\omega_8 = U_{81}^{(4.5)}\omega_1 + U_{85}^{(4.1)}\omega_5, \quad (1.8)$$

де ω_1, ω_5 – кутові швидкості вхідних ланок;

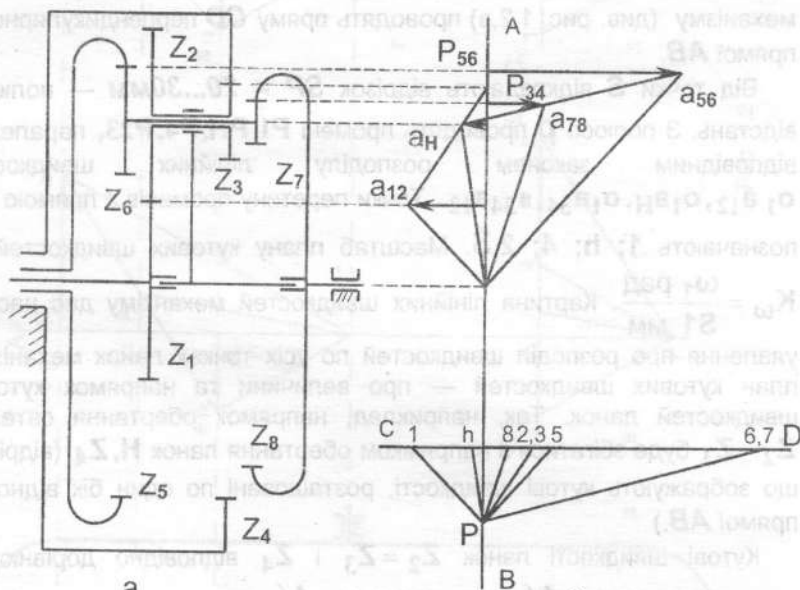


Рис.1.3

$U_{81}^{(4.5)}, U_{85}^{(4.1)}$ – часткові передаточні відношення диференціального механізму.

Виразимо часткові передаточні відношення через числа зубців коліс:

$$U_{81}^{(4,5)} = U_{8H}^{(5)} \cdot U_{H1}^{(4)} = \frac{1 - \frac{Z_7 Z_5}{Z_8 Z_6}}{1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}}$$

$$U_{85}^{(4,1)} = \frac{Z_7 Z_5}{Z_8 Z_6}$$

Напрямок обертання вхідних ланок Z_1 і Z_5 потрібно вибрати таким, щоб ні один з двигунів не працював у генераторному режимі. Вважатимемо, що $\omega_8 > 0$, тоді момент опору на вихідній ланці буде від'ємним ($T_8 < 0$).

Рівняння потужностей має вигляд

$$T_8 = T_8 U_{81}^{(4,5)} \omega_1 + T_8 U_{85}^{(4,1)} \omega_5 \quad (1.9)$$

(T_8 у рівнянні (1.9) – алгебрична величина).

Нехай $\left| \frac{Z_7 Z_5}{Z_8 Z_6} \right| > 1$, тоді швидкості ланок Z_1 і Z_5 мають бути $\omega_1 < 0$,

$\omega_5 > 0$, і рівняння (1.8) набуває вигляду

$$\omega_8 = -U_{81}^{(4,5)} |\omega_1| + U_{85}^{(4,1)} |\omega_5|. \quad (1.10)$$

Для визначення кутових швидкостей ω_{2H}, ω_{62} запишемо вирази

$U_{24}^{(H)}$ і $U_{65}^{(H)}$:

$$U_{24}^{(H)} = \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{Z_4}{Z_3}; \quad (1.11)$$

$$U_{65}^{(H)} = \frac{\omega_6 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H} = \frac{Z_5}{Z_6}. \quad (1.12)$$

З рівняння (1.11) маємо

$$\omega_{2H} = -\frac{U_{24}^{(H)} \omega_1}{U_{1H}^{(4)}}, \quad (1.13)$$

з рівняння (1.12) –

$$\omega_{6H} = U_{65}^{(H)} \omega_5 - \frac{U_{65}^{(H)} \omega_1}{U_{1H}^{(4)}}. \quad (1.14)$$

Тоді

$$\begin{aligned} \omega_{62} &= \omega_{6H} - \omega_{2H} = \\ &= U_{65}^{(H)} \omega_5 - \frac{\omega_1}{U_{1H}^{(4)}} \left(U_{65}^{(H)} - U_{24}^{(H)} \right). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Графічне дослідження диференціального механізму **D.AI-II** наведено на рис.1.3,б.

1.2. Кінематичне дослідження диференціальних зубчастих механізмів, що виконують розкладання руху

1.2.1. Простий диференціальний зубчастий механізм типу **D.AI** зі ступенем рухомості $W=2$

1.2.1.1. Аналітичний метод

У механізмі **D.AI** приймаємо за вхідну ланку колесо Z_1 (рис. 1.4,а),

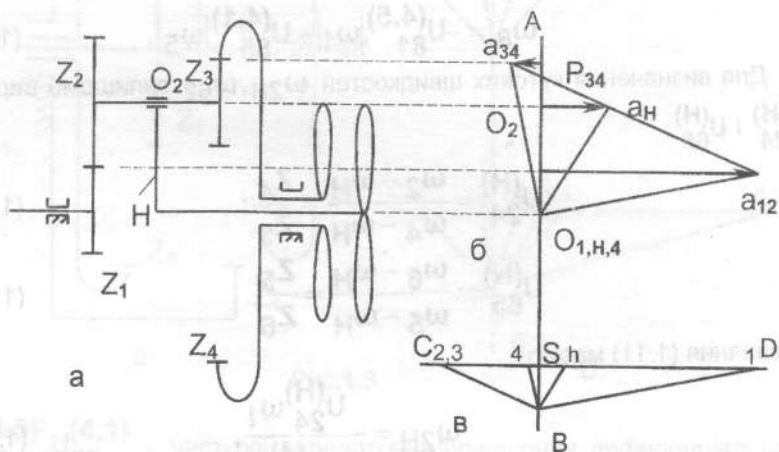


Рис. 1.4

а за вихідні ланки – колесо Z_4 і водило H . На вихідних ланках установлені повітряні гвинти. Швидкість обертання гвинтів залежатиме від співвідношення моментів сил опору. Напрямок обертання гвинтів має бути протилежним. Для $\omega_H = -\omega_4$ необхідно забезпечити практичну однаковість кутів установки лопатів гвинтів

$$\Phi_{\text{зад}} = \Phi_{\text{пер}} + (1..1,5^0) \cdot [4].$$

Нехай відомі: ω_1 - кутова швидкість вхідної ланки; Z_1 - число зубців; $m_{12}=m_{34}$ - модулі зубців. Знайдемо вирази передаточних відношень U_{14} і U_{1H} .

Співвідношення між кутовими швидкостями ланок 1, 4, H має вигляд

$$\omega_1 = U_{1H}^{(4)} \omega_H + U_{14}^{(H)} \omega_4. \quad (1.16)$$

При $\omega_H = -\omega_4$ та $U_{1H}^{(4)} = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}$, $U_{14}^{(H)} = -\frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}$,

$$U_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = -\left(1 + 2 \cdot \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}\right), \quad (1.17)$$

$$U_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + 2 \cdot \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}. \quad (1.18)$$

Порівнюючи (1.18) з виразом передаточного відношення планетарного механізму типу AI $\left(U_{1H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}\right)$, зробимо

висновок: редукція диференціального механізму **D.AI** вища приблизно в два рази при однаковому числі зубців коліс.

Формули (1.17), (1.18) дозволяють визначити кутові швидкості вихідних ланок.

Кутова швидкість ω_{2H} сателіта відносно водила визначається за формулою

$$\omega_{2H} = -2U_{24}^{(H)}, \quad (1.19)$$

де $U_{24}^{(H)} = \frac{Z_4}{Z_3}$.

1.2.1.2. Графічний метод

Побудову картини лінійних швидкостей механізму $D.AI$ починають зі швидкостей точок вихідних ланок, тобто приймають ці ланки за початкові (див. рис. 1.4,б).

Величини відрізків $(P_{34}a_{34})$ і (O_2a_H) , якими позначають швидкості точок P_{34} і O_2 механізму, знаходяться у співвідношенні $(P_{34}a_{34}) = \frac{(O_2a_H)}{O_2O_1} \cdot P_{34}O_1$. Відрізки $(P_{34}a_{34})$ та (O_2a_H) напрямлені в протилежні боки. Тоді пряма $a_{34}a_Ha_{12}$ є законом розподілу лінійних швидкостей по сателіту Z_2-Z_3 . Відрізок $(P_{12}a_{12})$ - масштабне зображення швидкості полюса зачеплення коліс Z_1-Z_2 . Масштаб картини швидкостей $K_v = V_{P_{12}} / (P_{12}a_{12}) = \omega_1 r_{W1} / (P_{12}a_{12})$. Відрізки $a_{12}O_1$, a_HO_H , $a_{34}O_4$ - відповідно закони розподілу лінійних швидкостей по ланках Z_1 , H , Z_4 . План кутових швидкостей (див.рис.1.4,в) будується так само, як і в п.1.1.1.2.

Передаточні відношення від вхідної ланки Z_1 до вихідних ланок H і Z_4 можуть бути визначені за планом кутових швидкостей:

$$U_{14} = -\frac{S_1}{S_4}, U_{1H} = -\frac{S_1}{S_H} \quad (1.20)$$

1.2.2. Простий диференціальний зубчастий механізм типу $D.KAI$ зі ступенем рухомості $W=2$

1.2.2.1. Аналітичний метод

Диференціальний зубчастий механізм $D.KAI$ (рис. 1.5,а) застосовується в автомобілях і тракторах.

Вхідна ланка - H , яка за допомогою передачі Z_2-Z_1 зв'язана з двигуном, вихідні ланки - Z_4 , Z_5 .

Кутові швидкості вхідної ланки та вихідних ланок зв'язані співвідношенням

$$\omega_H = U_{H4}^{(5)} \omega_4 + U_{H5}^{(4)} \omega_5, \quad (1.21)$$

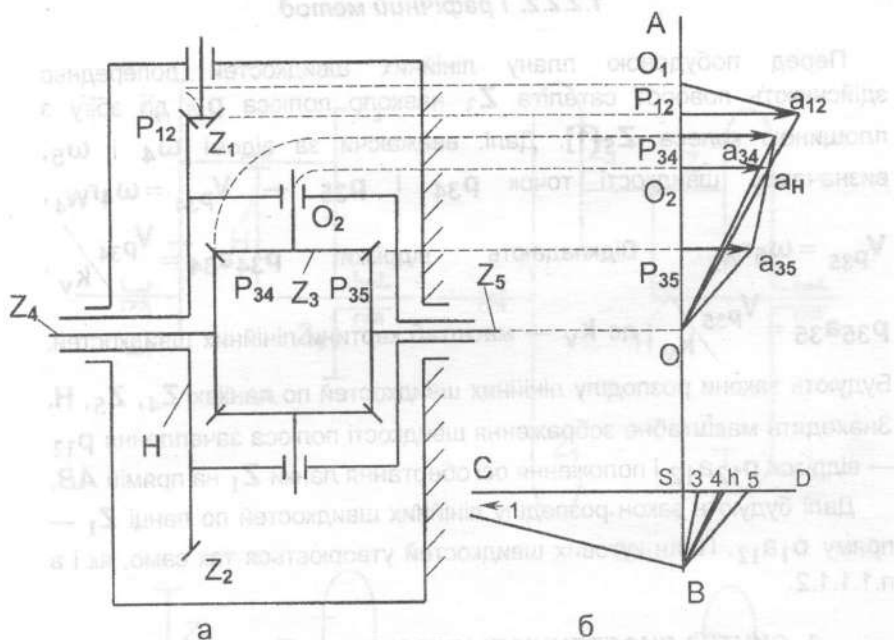


Рис. 1.5

Напрямок обертання вихідних ланок однаковий. Це цілком відповідає раціональному використанню потужності двигуна:

$$T_H \omega_H = T_H U_{H4}^{(5)} \omega_4 + T_H U_{H5}^{(4)} \omega_5, \quad (1.22)$$

де T_H - рушійний момент.

Оскільки числа зубців $Z_4 = Z_5$, то

$$U_{H4}^{(5)} = U_{H5}^{(4)} = 2 \text{ і } \omega_H = \frac{\omega_4 + \omega_5}{2}. \quad (1.23)$$

Наприклад, якщо $\omega_4 = 0$, то $\omega_5 = 2\omega_H$. Необхідно відзначити, що механізм працює як диференціальний тільки тоді, коли моменти опору на колесах Z_4 і Z_5 різні та $\omega_4 \neq \omega_5$. Якщо моменти опору на вихідних ланках однакові, водило H із сателітами 3 та колеса 4 і 5 обертаються як одне ціле.

1.2.2.2. Графічний метод

Перед побудовою плану лінійних швидкостей попередньо здійснюють поворот сателіта Z_3 навколо полюса p_{35} до збігу з площиною колеса Z_5 [1]. Далі, вважаючи за відомі ω_4 і ω_5 , визначають швидкості точок p_{34} і p_{35} — $V_{p_{34}} = \omega_4 r_{w_4}$,

$V_{p_{35}} = \omega_5 r_{w_5}$. Відкладають відрізки $p_{34}a_{34} = \frac{V_{p_{34}}}{k_v}$,

$p_{35}a_{35} = \frac{V_{p_{35}}}{k_v}$; де k_v — масштаб картини лінійних швидкостей.

Будують закони розподілу лінійних швидкостей по ланках Z_4 , Z_5 , H . Знаходять масштабне зображення швидкості полюса зачеплення p_{12} — відрізок $p_{12}a_{12}$ і положення осі обертання ланки Z_1 на прямій AB .

Далі будують закон розподілу лінійних швидкостей по ланці Z_1 — пряму o_1a_{12} . План кутових швидкостей утворюється так само, як і в п.1.1.1.2.

2. СИНТЕЗ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ЗУБЧАСТИХ МЕХАНІЗМІВ

2.1. Умови застосування диференціальних зубчастих механізмів

Проектування диференціальних механізмів починають з вибору схеми механізму. Виконання однакових функцій можна забезпечити механізмами, що утворені за різними схемами і відрізняються коефіцієнтами корисної дії, габаритами, вагою та іншими умовами синтезу.

Схеми вибирають шляхом детального порівняння різних варіантів, але деякі загальні питання можуть бути викладені при розгляді чотирьох типових схем простих диференціальних зубчастих механізмів (рис. 2.1).

Механізми **D.AA** і **D.II** внаслідок низького коефіцієнта корисної дії використовуються тоді, коли робочі навантаження незначні, або для короткочасової роботи.

Диференціальні механізми **D.AI** та **D.AI** мають високий ККД і використовуються для передачі значних потужностей, наприклад, для приводу співвісних повітряних гвинтів.

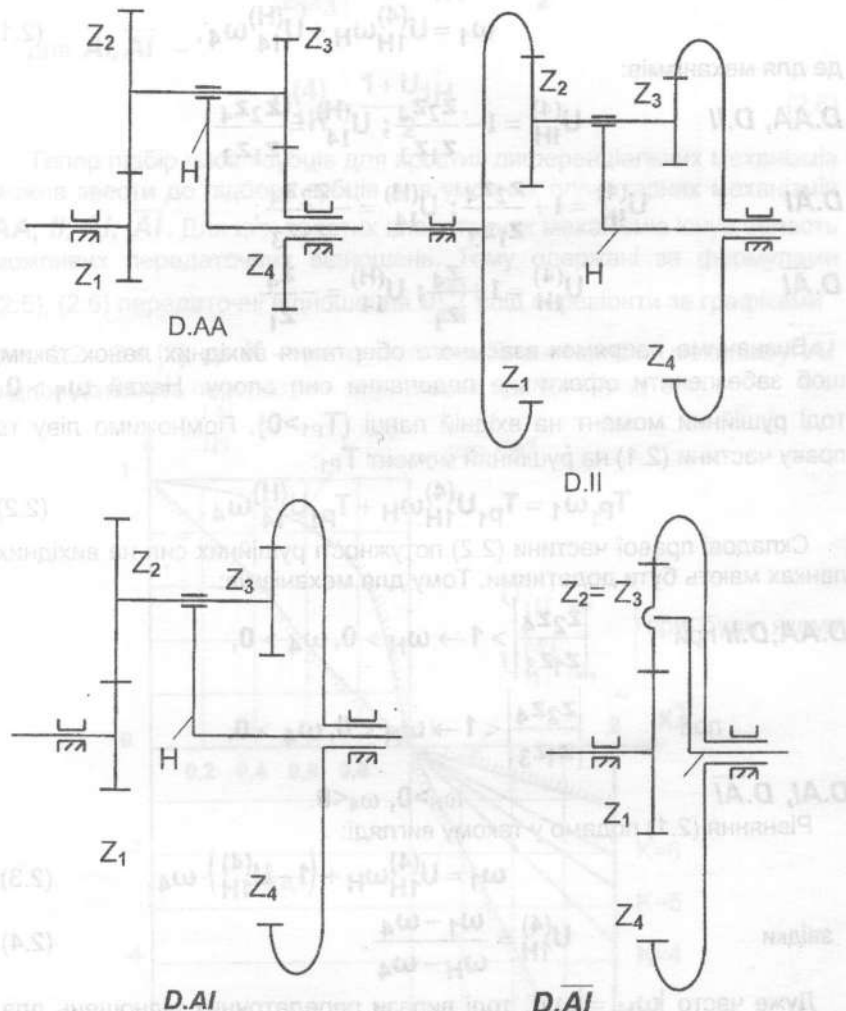


Рис. 2.1

Нехай вхідною буде ланка Z_1 , а вихідними – ланки H і Z_4 .

Тоді

$$\omega_1 = U_{1H}^{(4)}\omega_H + U_{14}^{(H)}\omega_4, \quad (2.1)$$

де для механізмів:

$$D.AA, D.II \quad U_{1H}^{(4)} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}; \quad U_{14}^{(H)} = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3};$$

$$D.AI \quad U_{1H}^{(4)} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}; \quad U_{14}^{(H)} = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3};$$

$$D.A\bar{I} \quad U_{1H}^{(4)} = 1 + \frac{z_4}{z_1}; \quad U_{14}^{(H)} = -\frac{z_4}{z_1}.$$

Визначимо напрямок взаємного обертання вихідних ланок таким, щоб забезпечити ефективне подолання сил опору. Нехай $\omega_1 > 0$, тоді рушійний момент на вхідній ланці ($T_{P1} > 0$). Помножимо ліву та праву частини (2.1) на рушійний момент T_{P1} :

$$T_{P1}\omega_1 = T_{P1}U_{1H}^{(4)}\omega_H + T_{P1}U_{14}^{(H)}\omega_4. \quad (2.2)$$

Складові правої частини (2.2) потужності рушійних сил на вихідних ланках мають бути додатними. Тому для механізмів:

$$D.AA, D.II \text{ при } \left| \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right| > 1 \rightarrow \omega_H > 0, \omega_4 > 0,$$

$$\text{при } \left| \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right| < 1 \rightarrow \omega_H < 0, \omega_4 > 0,$$

$$D.AI, D.A\bar{I} \quad \omega_H > 0, \omega_4 < 0.$$

Рівняння (2.1) подамо у такому вигляді:

$$\omega_1 = U_{1H}^{(4)}\omega_H + (1 - U_{1H}^{(4)})\omega_4, \quad (2.3)$$

$$\text{звідки } U_{1H}^{(4)} = \frac{\omega_1 - \omega_4}{\omega_H - \omega_4}. \quad (2.4)$$

Дуже часто $|\omega_H| = |\omega_4|$, тоді вирази передаточних відношень для умовних планетарних механізмів мають вигляд:

для механізмів AA, II

$$\text{при } \left| \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right| < 1 \quad U_{1H}^{(4)} \rightarrow \infty,$$

при $\left| \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right| > 1 \quad U_{1H}^{(4)} = \frac{1 - U_{1H}}{2}, \quad (2.5)$

для AI, \overline{AI} —

$$U_{1H}^{(4)} = \frac{1 + U_{1H}}{2}. \quad (2.6)$$

Тепер підбір чисел зубців для простих диференціальних механізмів можна звести до підбору зубців для умовних планетарних механізмів $AA, II, AI, \overline{AI}$. Для цих простих планетарних механізмів існує область можливих передаточних відношень. Тому одержані за формулами (2.5), (2.6) передаточні відношення $U_{1H}^{(4)}$ слід перевірити за графіками рис. 2.2 - 2.4 [2], де K - число сателітів. Планетарному механізму \overline{AI} відповідатимуть передаточні відношення при $X=1$ (рис. 2.4).

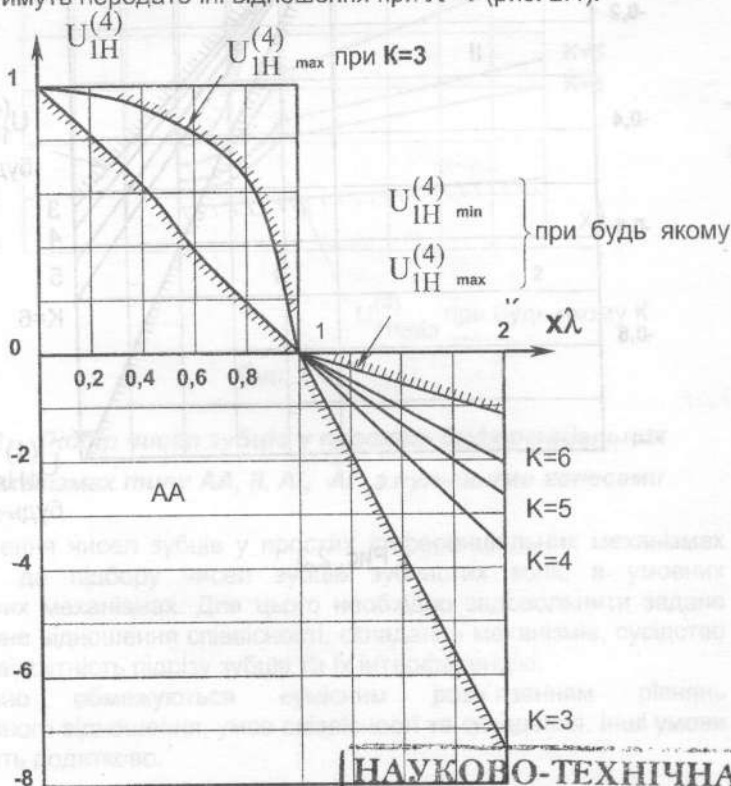


Рис. 2.2

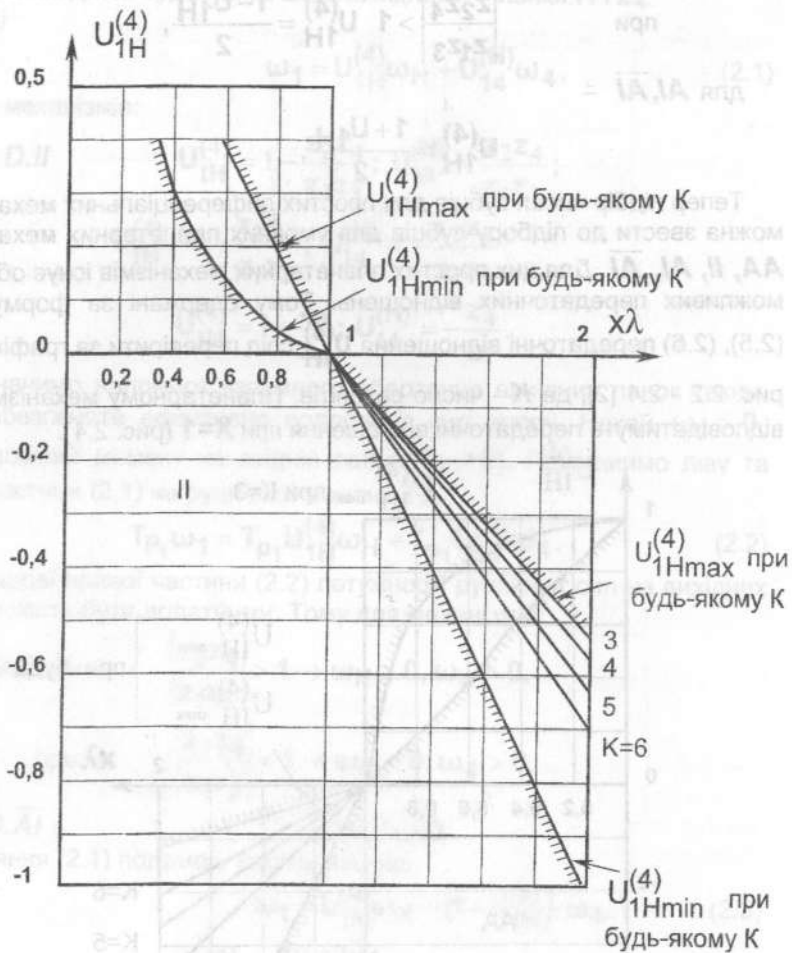


Рис. 2.3

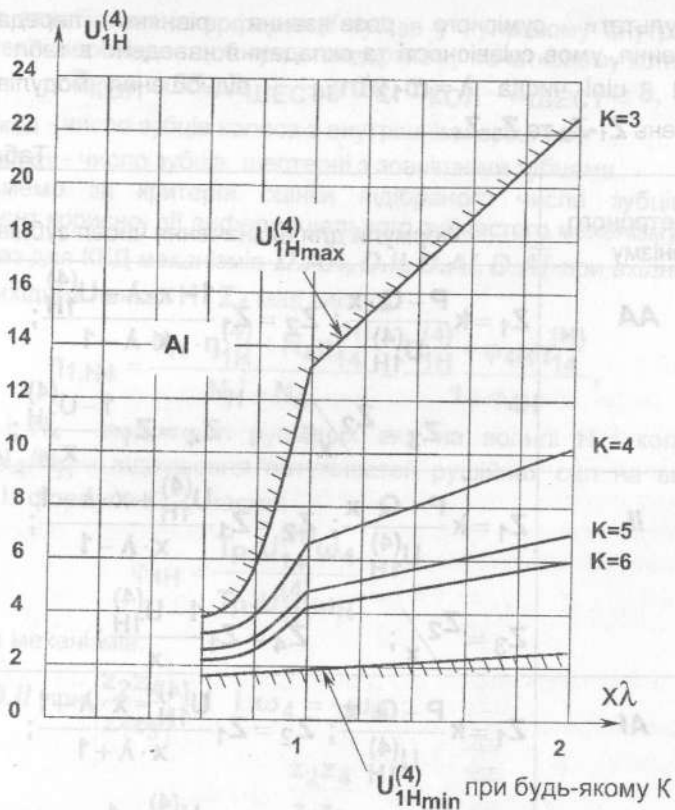


Рис. 2.4

2.2. Підбір чисел зубців у простих диференціальних механізмах типу AA, II, AI, \overline{AI} з нульовими колесами

Визначення чисел зубців у простих диференціальних механізмах зводиться до підбору чисел зубців зубчастих коліс в умовних планетарних механізмах. Для цього необхідно задовольнити задане передаточне відношення співвісності, складання механізмів, сусідство сателітів, відсутність підрізу зубців та їх інтерференцію.

Звичайно обмежуються сумісним розв'язанням рівнянь передаточного відношення, умов співвісності та складання. Інші умови перевіряють додатково.

Результати сумісного розв'язання рівнянь передаточного відношення, умов співвідності та складання наведено в табл. 2.1. Тут P і Q - цілі числа $\lambda = m_{12}/m_{34}$ - відношення модулів зубців зачеплень Z_1-Z_2 та Z_3-Z_4 .

Таблиця 2.1

Тип планетарного механізму	Формули для визначення чисел зубців
AA	$Z_1 = k \frac{P - Q \cdot x}{U_{1H}^{(4)}}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{1 - x \cdot \lambda - U_{1H}^{(4)}}{x \cdot \lambda - 1};$ $Z_3 = Z_2 / x; \quad Z_4 = Z_1 \frac{1 - U_{1H}^{(4)}}{x};$
II	$Z_1 = k \frac{P - Q \cdot x}{U_{1H}^{(4)}}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} + x \cdot \lambda - 1}{x \cdot \lambda - 1};$ $Z_3 = Z_2 / x; \quad Z_4 = Z_1 \frac{1 - U_{1H}^{(4)}}{x};$
AI	$Z_1 = k \frac{P + Q \cdot x}{U_{1H}^{(4)}}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - x \cdot \lambda - 1}{x \cdot \lambda + 1};$ $Z_3 = Z_2 / x; \quad Z_4 = Z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{x};$
AI	$Z_1 = k \frac{P}{U_{1H}^{(4)}}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - 2}{2};$ $Z_4 = Z_1 \cdot (U_{1H}^{(4)} - 1)$

Умови сусідства задовольняються нерівностями:

$$\lambda \cdot (Z_1 \pm Z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{k} > Z_3 + 2 \text{ при } x\lambda < 1; \quad (2.7)$$

$$(Z_1 \pm Z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{k} > Z_2 + 2 \text{ при } x\lambda > 1. \quad (2.8)$$

Знак (-) відноситься до внутрішнього зачеплення.

Для запобігання інтерференції зубців у нульовому внутрішньому зачепленні необхідно, щоб при стандартному початковому контурі

$$Z_{\text{КОЛ}} \geq 85, Z_{\text{ШЕСТ}} \geq 20, Z_{\text{КОЛ}} - Z_{\text{ШЕСТ}} \geq 8, \quad (2.9)$$

де $Z_{\text{КОЛ}}$ - число зубців колеса з внутрішніми зубцями;

$Z_{\text{ШЕСТ}}$ - число зубців шестерні з зовнішніми зубцями.

Візьмемо за критерій оцінки підбраного числа зубців коліс коефіцієнт корисної дії диференціального зубчастого механізму.

Вираз для ККД механізмів $D.AA, D.II, D.AI, D.A\bar{I}$ при вхідній ланці Z_1 та вихідних ланках H і Z_4 має вигляд

$$\eta_{1,H4} = \frac{N_H \cdot \eta_{1H}^{(4)} + N_4 \eta_{14}^{(H)}}{N_H + N_4} = \frac{\eta_{1H}^{(4)} + \phi_{4H} \eta_{14}^{(H)}}{1 + \phi_{4H}}, \quad (2.10)$$

де N_H і N_4 - потужності рушійних сил на водилі H і колесі Z_4 ; $\phi_{4H} = N_4/N_H$ - відношення потужностей рушійних сил на вихідних ланках. Із формули (2.2) маємо:

$$\phi_{4H} = \frac{T_{P1} U_{14}^{(H)} \omega_4}{T_{P1} U_{1H}^{(4)} \omega_H}. \quad (2.11)$$

Тоді для механізмів:

$D.AA, D.II$ при $\left| \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right| > 1$ і $\omega_4 = -\omega_H$;

$$\phi_{4H} = \frac{\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}}{\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} - 1}; \quad (2.12)$$

$D.AI, D.A\bar{I}$ при $\omega_H = -\omega_4$ $\phi_{4H} = \frac{\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}}{1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}};$ (2.13)

$$\eta_{1H}^{(4)} = 1 - \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{U_{1H}^{(4)}} \psi^{(H)}, \quad (2.14)$$

де $\psi^{(H)} = \psi_{12}^{(H)} + \psi_{34}^{(H)}$ (для механізмів AA, II, AI);

$$\psi^{(H)} = \psi_{12}^{(H)} + \psi_{24}^{(H)} \quad (\text{для механізму } \overline{AI});$$

$$\psi_{12}^{(H)} = 2,3f\left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right); \psi_{34}^{(H)} = 2,3f\left(\frac{1}{z_3} \pm \frac{1}{z_4}\right);$$

$$\psi_{24}^{(H)} = 2,3f\left(\frac{1}{z_2} \pm \frac{1}{z_4}\right);$$

$f=0,08\dots0,12$ - коефіцієнт тертя в змазаній зубчастій парі. Знак (-) відноситься до внутрішнього зачеплення:

$$\eta_{14}^{(H)} = 1 - \psi^{(H)}.$$

Приклад 1

Для редуктора $D.AI$ (див. рис. 2.1) необхідно підібрати число зубців нульових коліс і визначити коефіцієнт корисної дії при таких даних: $U_{1H}=29$, кількість сателітів - $K=3$; $m_{12}/m_{34}=1$; $\omega_H = -\omega_4$; коефіцієнт тертя в зачепленнях $f = 0,12$.

Використовуючи формулу (2.6), визначимо передаточне відношення умовного планетарного механізму:

$$U_{1H}^{(4)} = \frac{1 + U_{1H}}{2} = \frac{1 + 29}{2} = 15.$$

За рис. 2.4 встановлюємо, що для механізму AI при $K=3$ і $U_{1H}^{(4)} = 15$ необхідно вибрати значення $X > 1,2$. Приймаємо $X=2$.

Вважаючи, що $P=80$, $Q=10$, згідно з табл. 2.1 одержимо

$$z_1 = k \frac{P + Qx}{U_{1H}^{(4)}} = 3 \frac{80 + 10 \cdot 2}{15} = 20,$$

$$z_2 = z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - x\lambda - 1}{x\lambda + 1} = 20 \frac{15 - 2 - 1}{2 + 1} = 80;$$

$$z_3 = \frac{z_2}{x} = \frac{80}{2} = 40;$$

$$z_4 = z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{x} = 20 \frac{15 - 1}{2} = 140.$$

Перевіряємо за рівнянням (2.8) умову сусідства для першого ступеня редуктора:

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z_2 + 2,$$

$$(20+80)\sin\frac{\pi}{3}=86.6>82.$$

Вибрані числа зубців задовольняють умови сусідства та відсутності інтерференції у внутрішньому зачепленні [див. формулу (2.9)].

Знайдемо величини, що входять до формули (2.10), для визначення ККД механізму:

$$\varphi_{4H} = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 + 1} = \frac{14}{14 + 1} = 0.93;$$

$$\begin{aligned} \psi^{(H)} &= 2,3f \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} - \frac{1}{z_4} \right) = \\ &= 2,3 \cdot 0,12 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{80} + \frac{1}{40} - \frac{1}{140} \right) = 0.022; \end{aligned}$$

$$\eta_{1H}^{(4)} = 1 - \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{U_{1H}^{(4)}} \psi^{(H)} = 1 - \frac{15 - 1}{15} \cdot 0.022 = 0.979;$$

$$\eta_{14}^{(H)} = 1 - \psi^{(H)} = 1 - 0.022 = 0.978.$$

Визначимо ККД диференціального редуктора:

$$\eta_{1,H4} = \frac{\eta_{1H}^{(4)} + \varphi_{4H} \eta_{14}^{(H)}}{1 + \varphi_{4H}} = \frac{0.979 + 0.93 \cdot 0.978}{1 + 0.93} = 0.978.$$

Зазначимо, що задані умови можуть задовольнятися різними комбінаціями чисел зубців із відповідними ККД. Якщо за критерій оптимальності прийняти $\eta_{1,H4}^{\max}$, то найкращий варіант чисел зубців встановлюється аналізом одержаних результатів.

2.3. Підбір чисел зубців у складному диференціальному зубчастому механізмі з нульовими колесами

Розглянемо диференціальний зубчастий механізм **D.AI- II** (рис.2.5) зі ступенем рухомості $W=2$. Вхідна ланка механізму – Z_1 , вихідні ланки – Z_4 , Z_8 . Вираз кутової швидкості вхідної ланки має вигляд

$$\omega_1 = U_{14}^{(8)} \omega_4 + U_{18}^{(4)} \omega_8. \quad (2.15)$$

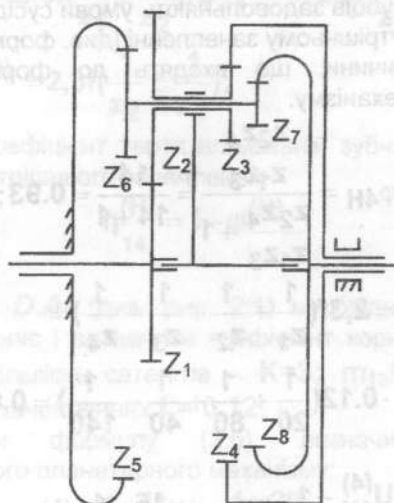


Рис. 2.5

Знайдемо залежність $U_{18}^{(4)}$ від $U_{14}^{(8)}$:

$$U_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{U_{18}^{(4)} - U_{H8}}{-U_{H8}}; \quad (2.16)$$

$$U_{85}^{(H)} = \frac{\omega_8 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H} = \frac{1 - U_{H8}}{-U_{H8}}, \quad (2.17)$$

звідки

$$U_{18}^{(4)} = \frac{1 - U_{14}^{(H)}}{1 - U_{85}^{(H)}} = \frac{U_{1H}^{(4)}}{U_{8H}^{(5)}}, \quad (2.18)$$

тоді

$$\omega_1 = U_{14}^{(8)} \omega_4 + \frac{U_{1H}^{(4)}}{U_{8H}^{(5)}} \omega_8. \quad (2.19)$$

Визначимо напрямок взаємного обертання вихідних ланок. Нехай $\omega_1 > 0$, тоді рушійний момент на ланці $Z_1 - T_{P1} > 0$. Помножимо ліву та праву частини (2.19) на T_{P1} :

$$T_{P1}\omega_1 = T_{P1}U_{14}^{(8)}\omega_4 + T_{P1}\frac{U_{1H}^{(4)}}{U_{8H}^{(5)}}\omega_8. \quad (2.20)$$

Нехай $\frac{z_7z_5}{z_8z_6} > 1$,

тоді

$$\frac{U_{1H}^{(4)}}{U_{8H}^{(5)}} = \frac{1 + \frac{z_2z_4}{z_1z_3}}{1 - \frac{z_7z_5}{z_8z_6}} < 0 \quad ; \quad U_{14}^{(8)} = -\frac{z_2z_4}{z_1z_3} < 0.$$

$$\omega_4 < 0, \quad \omega_8 < 0$$

Беручи до уваги $\omega_4 = \omega_8$, одержимо

$$U_{18} = -[1 - U_{1H}^{(4)} + \frac{U_{1H}^{(4)}}{U_{8H}^{(5)}}], \quad (2.21)$$

де $U_{1H}^{(4)}$ і $U_{8H}^{(5)}$ - передаточні відношення умовних планетарних механізмів.

Знаючи необхідне передаточне відношення U_{18} диференціального редуктора і задаючись, наприклад $U_{8H}^{(5)}$,

визначають $U_{1H}^{(4)}$. Після цього, враховуючи умову зв'язку $Z_8 - Z_7 = Z_1 + Z_2$ і те, що кількість сателітів в умовних планетарних механізмах однакова ($K_{AI} = K_{II}$), підбирають їх числа зубців.

Приклад 2

Для редуктора *D.AI-II* (див. рис. 2.5) підібрати числа зубців нульових коліс і визначити ККД при таких даних:

$$U_{18} = 31; \quad K_{AI} = K_{II} = 3;$$

$$\lambda = \lambda_1 = \frac{m_{12}}{m_{34}} = \lambda_2 = \frac{m_{78}}{m_{65}} = 1; \quad \omega_1 > 0, \quad \omega_4 < 0, \quad \omega_8 < 0.$$

Коефіцієнт тертя в зачепленнях $f = 0,12$.

Задаємо $U_{8H}^{(5)} = -0.6; x = x_{II} = 2$. Підбираємо числа зубців для умовного планетарного механізму типу II:

$$z_8 = k \frac{P - Qx}{U_{8H}^{(5)}} = 3 \frac{24 - 24 \cdot 2}{-0.6} = 120;$$

$$z_7 = z_8 \frac{U_{8H}^{(5)} + x\lambda}{x\lambda - 1} = 120 \frac{-0.6 + 2 - 1}{2 - 1} = 48;$$

$$z_6 = \frac{z_7}{x} = \frac{48}{2} = 24;$$

$$z_5 = z_8 \frac{1 - U_{8H}^{(5)}}{x} = 120 \frac{1 + 0.6}{2} = 96.$$

Перевіряємо підібрані числа зубців щодо умови сусідства:

$$(z_1 - z_2) \sin(\pi/k) > z_2 + 2, (120 - 48) \sin(\pi/3) = 62.3 > 50.$$

Вибрані числа зубців Z_8, Z_7, Z_6, Z_5 задовольняють умову сусідства та відсутності інтерференції [див. формулу(2.9)].

Підберемо числа зубців для умовного планетарного механізму AI:

$$U_{1H} = \frac{U_{8H}^{(5)} U_{18} + U_{8H}^{(5)}}{U_{8H}^{(5)} - 1} = \frac{-0.6 \cdot 31 - 0.6}{-0.6 - 1} = 12,$$

$$x = x_{AI} = 2, \quad \lambda = 1.$$

При утворенні механізму *D.AI-II* накладено умову зв'язку

$$Z_8 - Z_7 = Z_1 + Z_2,$$

звідки

$$z_2 = z_8 - z_7 - z_1 = z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - x\lambda - 1}{x\lambda + 1};$$

$$z_1 = \frac{z_8 - z_7}{1 + \frac{U_{1H}^{(4)} - x\lambda - 1}{x\lambda + 1}} = \frac{120 - 48}{1 + \frac{12 - 2 - 1}{2 + 1}} = 18.$$

Перевіряємо Z_1 за табл. 2.1:

$$z_1 = k \frac{P + Qx}{U_{1H}^{(4)}} = 3 \frac{36 + 18 \cdot 2}{12} = 18,$$

тоді $z_2 = z_8 - z_7 - z_1 = 120 - 48 - 18 = 54; z_3 = z_2/x = 54/2 = 27;$

$$z_4 = z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{2} = 18 \frac{12 - 1}{2} = 99.$$

Перевіряємо підбрану кількість зубців Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 щодо умови сусідства:

$$(Z_1 + Z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{\kappa} > Z_2 + 2,$$

$$(18 + 54) \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 62.3 > 56.$$

Вибрані числа зубців задовольняють умову сусідства, а також відсутність інтерференції у внутрішньому зачепленні [див. формулу(2.9)].

Знайдемо величини, що входять до формули (2.10) для визначення ККД редуктора:

$$\varphi_{48} = \frac{U_{14}^{(H)} \cdot U_{8H}^{(5)}}{U_{1H}^{(4)}} = \frac{-z_2 \cdot z_4 \cdot \left(1 - \frac{z_7 \cdot z_5}{z_8 \cdot z_6}\right)}{1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}} =$$

$$= \frac{-54 \cdot 99 \cdot \left(1 - \frac{48 \cdot 96}{120 \cdot 24}\right)}{1 + \frac{54 \cdot 99}{18 \cdot 27}} = 0.55;$$

$$\psi_{14}^{(H)} = 2.3f \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} - \frac{1}{z_4}\right) =$$

$$= 2.3 \cdot 0.12 \cdot \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{27} - \frac{1}{99}\right) = 0.028;$$

$$\eta_{1H}^{(4)} = 1 - \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{U_{1H}^{(4)}} \psi_{14}^{(H)} = 1 - \frac{12 - 1}{12} \cdot 0.028 = 0.974.$$

$$\psi_{85}^{(H)} = 2.3f \cdot \left(\frac{1}{z_8} + \frac{1}{z_7} + \frac{1}{z_6} - \frac{1}{z_5}\right) =$$

$$= 2.3 \cdot 0.12 \cdot \left(\frac{1}{120} + \frac{1}{48} + \frac{1}{24} + \frac{1}{96}\right) = 0.005;$$

$$\eta_{H8}^{(5)} = \frac{1 - \psi_{85}^{(H)}}{1 - U_{H8}^{(5)} \psi_{85}^{(H)}} = \frac{1 - 0.005}{1 + 1.66 \cdot 0.005} = 0.987;$$

$$\eta_{18}^{(4)} = \eta_{1H}^{(4)} \cdot \eta_{H8}^{(5)} = 0.974 \cdot 0.987 = 0.961;$$

$$\eta_{14}^{(H)} = 1 - \psi_{14}^{(H)} = 1 - 0.028 = 0.972.$$

Визначимо ККД диференціального редуктора:

$$\eta_{1,48} = \frac{N_8 \cdot \eta_{18}^{(H)} + N_4 \cdot \eta_{14}^{(8)}}{N_8 + N_4} = \frac{\eta_{18}^{(4)} + \varphi_{48} \eta_{14}^{(8)}}{1 + \varphi_{48}} = \frac{0.961 + 0.55 \cdot 0.972}{1 + 0.55} = 0.964.$$

Аналогічно вирішуються задачі синтезу інших простих і складних диференціальних зубчастих механізмів.

Бібліографічний список

1. Ткаченко В.А. Проектирование многосателлитных планетарных передач. Х., 1961.
2. Ткаченко В.А., Абрамов В.Т., Коровкин М.Д. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам. Х., 1983.
3. Теория механизмов. / Под ред. В.А. Гавриленко. М., 1973.
4. Кириченко В.К. Редукторы ТВД и вертолетных двигателей. Х., 1978.

ЗМІСТ

1. Кінематика диференціальних зубчастих механізмів.....	3
1.1. Кінематичне дослідження диференціальних зубчастих механізмів, що виконують складання руху.....	4
1.2. Кінематичне дослідження диференціальних зубчастих механізмів, що виконують розкладання руху.....	10
2. Синтез диференціальних зубчастих механізмів.....	14
2.1. Умови застосування диференціальних зубчастих механізмів	14
2.2. Підбір чисел зубців у простих диференціальних механізмах типу <i>D.AA, D.II, D.AI, D.AI</i> з нульовими колесами.....	19
2.3. Підбір чисел зубців у складному диференціальному механізмі з нульовими колесами.....	23
Бібліографічний список.....	28

Редактор: Є. О. Александрова
Л. О. Кузьменко

Замовлення 340. Ціна вільна
Ум-друк 49к. Ч. Обл.-внд. 49к. 1.93. Т. 100 прмм.
Формат 60x84 1/16. Папір офс. ІМС. Офс-друк.
Групаєно до друку 22.07.2002
30.08.2002

Национальня академия наук Украины
«Харківський державний інститут»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
<http://www.khai.edu>
Відви́льний центр ХАІ
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
info@khai.edu

Шебанов Ігор Георгійович

Основи кінематики та синтезу диференціальних зубчастих механізмів авіаційних пристроїв

Редактори: Є.О. Александрова,
Л.О. Кузьменко

Зв. план, 2002

Підписано до друку 22.07.2002

Формат 60x84 1/16. Папір офс. №2. Офс. друк.

Ум.-друк. арк.1,7. Обл.-вид. арк. 1,93. Т. 100 прим.

Замовлення 340. Ціна вільна

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є.Жуковського

«Харківський авіаційний інститут»

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

<http://www.khai.edu>

Видавничий центр „ХАІ”

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

izdat@khai.edu