

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

629.195  
КБЗ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»

Г.П. КУРОЧКА, В.О. ЗАХАРЕНКО

ОСНОВИ ПОПЕРЕДНЬОГО ВИБОРУ ПРОЕКТНИХ ПАРАМЕТРІВ  
КОСМІЧНОГО АПАРАТА З ДВИГУНАМИ МАЛИХ ТЯГ

Навчальний посібник

Научно-техническая  
библиотека  
"ХАИ"



mt0184057

НАУКОВО-ТЕХНІЧНА  
БІБЛІОТЕКА

Національного аерокосмічного  
університету ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Харків «ХАІ» 2002

УДК 629.195

52.3.72.01 / 075.2  
Основи попереднього вибору проектних параметрів космічного апарата з двигунами малих тяг / Г.П. Курочка, В.О. Захаренко. - Харків: Нац. аерокосмічний ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2002. - 137 с.

На прикладі розв'язання деяких конкретних космічних задач викладено методику наближеного вибору оптимальних проектних параметрів енергетичної установки та двигунів малих тяг у складі космічного апарата.

Наведено необхідні довідкові матеріали.

Для студентів університету при виконанні курсового та дипломного проектування.

Іл. 27. Табл. 13. Бібліогр.: 16 назв.

Рецензенти: канд. фіз.-мат. наук М.О. Коваль, канд. техн. наук С.Д. Ковальов

## ПЕРЕДМОВА

Проектування - це один з початкових етапів створення сучасних космічних літальних апаратів (КЛА). Безпосереднім результатом проектування є технічний проект, в якому виражають загальний задум і план створення КЛА, а також конкретні технічні рішення стосовно його елементів, агрегатів і бортових систем.

Мета посібника - на прикладі розв'язання деяких конкретних космічних задач познайомити студента з початковим етапом проектування - попереднім вибором та обґрунтуванням основних проектних параметрів енергетичної (ЕУ) та рушійної установок у складі КЛА. Із усієї можливої різноманітності КЛА розглядаються тільки так звані КЛА з двигунами малих тяг (ДМТ).

З точки зору динаміки польоту двигунами малих тяг будемо називати такі двигуни, що здатні надати КЛА прискорення в межах  $(10^{-5} \dots 10^{-1}) g_c$ , де  $g_c$  - прискорення земного тяжіння на рівні моря.

До сучасних ДМТ відносять головним чином електроракетні двигуни (ЕРД). Ці двигуни відрізняються від інших ракетних двигунів тим, що в них використовується джерело енергії, що не залежить від робочого тіла двигуна, а робоча речовина прискорюється електромагнітним полем. Це дає змогу на один-два порядки збільшити питомий імпульс тяги (ефективну швидкість витікання) і, відповідно, такою ж мірою знизити секундну витрату маси.

Пригадаємо відому формулу К.Е. Ціолковського

$$\frac{m_{\theta}}{m_{\text{кінь}}} = e^{\frac{\Delta V}{c}},$$

де  $m_{\theta}$  - початкова маса КЛА;  $m_{\text{кінь}}$  - кінцева маса КЛА;  $\Delta V$  - сумарна характеристична швидкість, яку надає двигун КЛА;  $c$  - ефективна швидкість витікання. Як видно з формули, КЛА з двигуном, що має більшу швидкість витікання, може забезпечити більш низьке співвідношення мас для виконання тієї ж космічної задачі (одержання потрібного приросту швидкості  $\Delta V$ ) або при заданій початковій масі нести більший корисний вантаж.

КЛА з неперервно працюючим ДМТ може здійснити міжпланетний переліт за короткий час, внаслідок чого зменшується потрібна маса КЛА та поліпшуються умови роботи екіпажу.

У зв'язку з дуже низьким прискоренням, що створюється ДМТ, злетіти з поверхні планети з його допомогою неможливо. Але при польоті в космосі, де практично відсутній опір атмосфери, ДМТ може бути дуже корисним.

Працюючи протягом великого відрізка часу (від кількох тижнів до кількох років), ДМТ може розігнати КЛА до великих швидкостей.

Основні напрямки використання ДМТ:

1. Підтримування тривалого польоту КЛА в зовнішніх розріджених шарах атмосфери, де рух штучного супутника через гальмівну дію атмосфери неможливий.

2. Маневрування на орбіті (зміна її геометрії, положення в просторі, перехід з однієї орбіти на іншу, компенсація збурень, зустріч, причалювання).

3. Скорочення тривалості міжпланетних перельотів.

4. Забезпечення заданої орієнтації та стабілізації КЛА.

Виконати ці задачі можливо з допомогою таких елементарних маневрів, як перехід між заданими компланарними орбітами, поворот площини орбіти, вихід з гравітаційного поля планети із заданої колової орбіти, захоплення КЛА гравітаційним полем планети та вихід на задану орбіту навколо неї, та інших.

Кожна з поставлених задач може бути здійснена КЛА з різними ДМТ, витратами часу та робочої речовини. Тому необхідно оптимізувати саму траєкторію, КЛА та рушійну установку (ДМТ). Розв'язання цієї комплексної проблеми пов'язане з великими витратами машинного часу (ЕОМ) і здійснюється на заключних етапах проектування.

Як правило, основним параметром, що чисельно характеризує маневри КЛА при виконанні задач польоту, приймають характеристичну швидкість  $\Delta V$ , що її забезпечує ДМТ, а критерієм оцінки ефективності виконання задачі - масу корисного вантажу.

Для попередньої оцінки складну задачу комплексної оптимізації ДМТ, ЕУ, КЛА та траєкторії поділяють на дві незалежні: траєкторну (динамічну) та параметричну (вагову).

У динамічній частині задачі треба знайти траєкторію (керування), що забезпечує мінімальні енергетичні витрати на виконання поставленої задачі незалежно від співвідношення мас у КЛА, типу двигуна і ЕУ. Результати цього етапу одержують, наприклад, у вигляді залежностей  $\Delta V_{min}$  від ефективної швидкості витікання та початкового прискорення при фіксованій масі КЛА та тривалості роботи ДМТ.

У параметричній задачі вибирають оптимальні параметри ЕУ та ДМТ у складі КЛА.

Нижче подано послідовність розв'язання параметричної частини комплексної оптимізації ЕУ і ЕРД у складі КЛА. При цьому вважалось, що траєкторна частина вже розглянута і потрібна сумарна характеристична швидкість  $\Delta V$  для виконання поставленої космічної задачі відома.

Викладена методика параметричної оптимізації є загальною для всіх космічних задач, що розглядаються в подальшому у посібнику.

Методика розв'язання траєкторної частини оптимізації описана далі для кожної космічної задачі окремо.

## ОСНОВНІ СКОРОЧЕННЯ

- БР - балістична ракета
- ЕОМ - електронна обчислювальна машина
- ВК - ваговий коефіцієнт
- ДВТ - двигун великої тяги
- ДК - датчик кутового положення КЛА
- ДКШ - датчик кутової швидкості
- ДМТ - двигун малих тяг
- ЕОМ - електронна обчислювальна машина
- ЕРД - електроракетний двигун
- ЕУ - енергетична установка
- КГЧ - космічна головна частина
- КК - космічний корабель
- КЛА - космічний літальний апарат
- ККД - коефіцієнт корисної дії
- МІД - модуль іонних двигунів
- РБ - розгінний блок
- РДТТ - ракетний двигун твердопаливний
- РІЕУ - радіоізотопна енергетична установка
- РКП - ракета космічного призначення
- РН - ракетноносій
- РРД - рідинний ракетний двигун
- СКС - система кутової стабілізації
- СШСЗ - стаціонарний штучний супутник Землі
- ТКС - транспортна космічна система
- ЦПГ - центральне поле тяжіння
- ШСЗ - штучний супутник Землі
- ШСМ - штучний супутник Місяця
- ЯЕУ - ядерна енергетична установка
- ЯР - ядерний реактор

# 1. ВИБІР ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ЕУ І ЕРД У СКЛАДІ КЛА

## 1.1. Загальні положення

Як зазначалось в передмові, найперспективнішими ДМТ для КЛА вважають електроракетні двигуни, в яких використовують джерело енергії, що не залежить від робочого тіла двигуна, а робоча речовина прискорюється електромагнітним полем. Сучасні ЕРД за принципом перетворення електричної енергії, що підводиться до двигуна, в кінетичну енергію робочого тіла, що витікає з двигуна, можна поділити на три групи - електротермічні, електростатичні, або іонні та електромагнітні, або плазмові. В свою чергу, кожна з цих груп містить різні серії двигунів. Не зупиняючись на суті процесів, що мають місце в кожному виді двигунів, а також на особливостях їх розрахунків, розглянемо деякі загальні параметри, які вибираються в процесі комплексної оптимізації систем КЛА двигун-траєкторія.

При проведенні комплексної оптимізації звичайно використовують різні вагові та енергетичні коефіцієнти, що вибираються за статистичними матеріалами залежно від типу ЕРД.

Енергетичні характеристики ЕРД визначають потрібну електричну потужність для роботи двигуна, вони ж служать вихідними параметрами для розрахунків основних характеристик енергоустановки.

Потрібну величину електричної потужності енергоустановки, як правило, визначають за формулою

$$W_e = \frac{W_d}{\eta_{np} \cdot \varphi_N}, \quad (1.1)$$

де  $W_d$  - потужність, що підводиться до двигуна,

$$W_d = \xi P, \quad (1.2)$$

або

$$W_d = \frac{Pc}{2\eta_d}; \quad (1.3)$$

$\eta_{np}$  - коефіцієнт корисної дії (ККД) перетворювача електричної енергії (за відсутності перетворювача  $\eta_{np} = 1$ );

$\varphi_N$  - коефіцієнт, що показує, яка частка від загальної потужності енергоустановки йде на створення тяги ЕРД ( $0 < \varphi_N \leq 1$ , частіше  $\varphi_N = 0,7 \dots 0,9$ );

$\xi$  - ціна тяги;  $P$  - тяга ЕРД;  $c$  - ефективна швидкість витікання робочої речовини з двигуна;  $\eta_d$  - тяговий коефіцієнт корисної дії ЕРД.

З іншого боку,

$$W_d = \frac{mc}{2\eta_d}, \quad (1.4)$$

або

$$W_{\delta} = \frac{W_j}{\eta_{\delta}}, \quad (1.5)$$

де  $W_{\delta} = \frac{\dot{m}c^2}{2}$  - реактивна (ефективна) потужність струменя робочого тіла двигуна;  $\dot{m}$  - масова секундна витрата робочого тіла.

Ціна тяги та коефіцієнт корисної дії зв'язані співвідношенням

$$\xi = \frac{c}{2\eta_{\delta}}.$$

Щоб визначити потужність, потрібну для роботи ЕРД, необхідно мати залежності  $\eta_{\delta}$ ,  $\eta_{np}$ ,  $\xi$  від проектних параметрів ЕРД. За статистичними даними залежності  $\eta_{\delta} = f(c)$ ,  $\xi_{\delta} = f(c)$ ,  $\eta_{np} = f(W_e)$  для деяких типів ЕРД наведено у підрозд. 1.3.

## 1.2. Параметричний метод оптимізації ЕУ і ЕРД у складі КЛА

Для розв'язання задачі про вибір ЕУ і ЕРД, що потрібні для виконання поставленої космічної задачі, критерієм ефективності виберемо масу корисного вантажу.

Для проведення оптимізації загальну масу КЛА (рис. 1.1) зручно розділити на мінімальне число систем, маси яких можна виразити через проектні параметри та параметри, що оптимізуються.

Подамо стартову масу КЛА у вигляді

$$m_0 = m_{кв} + m_n + m_b + m_{\delta} + m_e + m_{np} + m_z + m_k,$$

де  $m_{кв}$  - маса корисного вантажу;  $m_n$  - маса робочої речовини;  $m_b$  - маса паливних баків;  $m_{\delta}$  - маса двигунів (ЕРД);  $m_e$  - маса енергоустановки;  $m_{np}$  - маса перетворювача енергії;  $m_z$  - маса протирадіаційного захисту;  $m_k$  - маса інших неврахованих конструктивних елементів (інколи масу енергоустановки та перетворювача енергії об'єднують, тоді  $m_e + m_{np} = m_{e+np}$ ). Звідси маса корисного вантажу

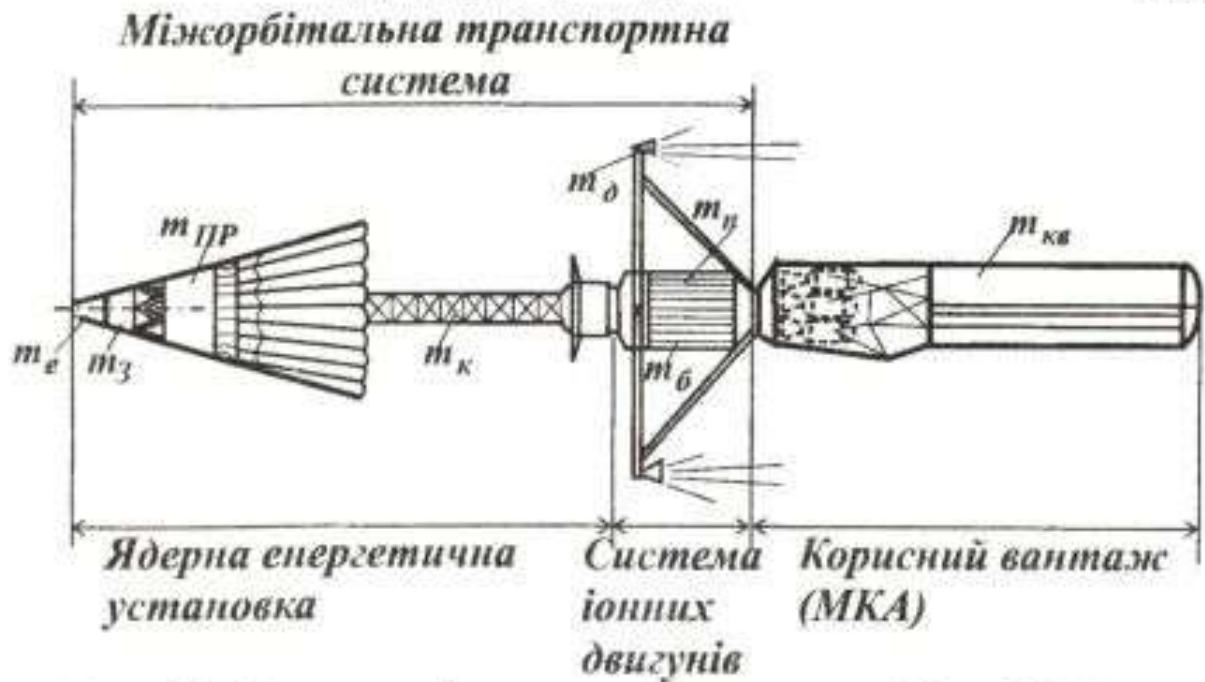
$$m_{кв} = m_0 - m_n - m_b - m_{\delta} - m_e - m_{np} - m_z - m_k, \quad (1.6)$$

ібо

$$m_{кв} = m_0 - m_n - m_b - m_{\delta} - m_{e+np} - m_z - m_k. \quad (1.7)$$

Початкову масу вважатимемо заданою. Потрібний запас робочої речовини на борту КЛА з ДМТ можна знайти через величину характеристичної швидкості  $\Delta V$ , стартову масу КЛА  $m_0$  та ефективну швидкість витікання  $c$  або питомий імпульс тяги  $J_{пит}$  з рівняння Ціолковського

$$m_n = m_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta V}{c}}\right). \quad (1.8)$$



**Рис. 1.1.** Схема космічного апарата з ядерною ЕУ та ДМТ:  $m_e$  - ядерна ЕУ;  $m_z$  - система тіньового захисту;  $m_{нр}$  - перетворювач енергії;  $m_к$  - конструктивні елементи;  $m_n$  - робоча речовина (паливо);  $m_б$  - паливні баки;  $m_д$  - двигуни малих тяг (ДМТ);  $m_{кв}$  - корисний вантаж

Інші складові маси з рівняння (1.6) або (1.7) знайдемо, користуючись залежностями:

$$m_б = \gamma_б \cdot m_n; \quad (1.9)$$

$$m_д = \gamma_д \cdot P; \quad (1.10)$$

$$m_e = \gamma_e \cdot W_e; \quad (1.11)$$

$$m_{нр} = \gamma_{нр} \cdot W_e; \quad (1.12)$$

$$m_z = \gamma_z \cdot W_e; \quad (1.13)$$

$$m_к = \gamma_к \cdot m_0; \quad (1.14)$$

$$m_{e+нр} = \gamma_{e+нр} \cdot W_e; \quad (1.15)$$

де  $\gamma_б, \gamma_д, \gamma_e, \gamma_{нр}, \gamma_z, \gamma_к, \gamma_{e+нр}$  - вагові коефіцієнти, або питомі маси, які визначаються за результатами обробки статистичних матеріалів (див. підрозд. 1.3).

Як правило, параметром, що оптимізується, вважають ефективну швидкість витікання  $c$  (питомий імпульс тяги). Сумарну тривалість роботи двигунів  $t_\mu$  задають як вихідний параметр. Величина  $t_\mu$  може лежати в широких межах - від кількох діб до кількох місяців і навіть років. Її попередній вибір визначається конкретними умовами поставленої космічної задачі.



Оптимізацію ЕРД та ЕУ у складі КЛА з заданою початковою масою  $m_0$  можна провести у такій послідовності:

1. Розв'язати конкретну задану траєкторну частину космічної задачі та знайти сумарну величину потрібної для її виконання характеристичної швидкості  $\Delta V$ .

2. Якщо за умовою задачі тип енергоустановки і ЕРД невідомі, задати їх із числа тих, для яких у проектувальника є необхідні статистичні матеріали.

3. Провести обробку статистичних матеріалів для вибраних типів ЕУ і ЕРД і знайти величини вагових коефіцієнтів для енергоустановки  $\gamma_e = \frac{m_e}{W_e}$ ,

перетворювача енергії  $\gamma_{np} = \frac{m_{np}}{W_e}$ , системи протирадіаційного захисту

$\gamma_z = \frac{m_{nz}}{W_e}$ , двигунів  $\gamma_d = \frac{m_d}{m}$ , паливних баків  $\gamma_b = \frac{m_b}{W_e}$ , конструкції  $\gamma_k = \frac{m_k}{m_0}$ .

У разі відсутності статистичних даних можна для попередніх розрахунків скористуватись даними, наведеними в підрозд. 1.3.

4. Якщо за умовою задачі сумарна тривалість роботи ЕРД не задана, задати її перше пробне значення  $t_{\mu 1}$ .

5. Задати ряд значень можливої для прийнятого типу ЕРД ефективної швидкості витікання  $c_1, c_2, c_3, \dots$

6. Для кожного з прийнятих значень  $c_i$  розрахувати:

6.1. Початкове прискорення КЛА  $j_{0i}$ , що створюється двигунами (ЕРД).

Як відомо  $j_0 = \frac{P}{m_0}$ , де  $P = \dot{m} \cdot c$ ,  $\dot{m} = \frac{m_n}{t_\mu}$ , а згідно з рівнянням Ціолковського

то  $m_n = m_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta V}{c}}\right)$ , тому

$$j_{0i} = \frac{c_i}{t_{\mu 1}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta V}{c_i}}\right). \quad (1.16)$$

6.2. Сумарну тягу ЕРД:  $P_{\theta i} = j_{\theta i} \cdot m_{\theta}$ .

6.3. Потужність, що підводиться до ЕРД,

$$W_{\theta i} = \frac{-c_i \cdot P_{\theta i}}{2\eta_{\theta i}} \text{ або } W_{\theta c} = \xi_i \cdot P_{\theta i}.$$

Ціну тяги  $\xi_i$  або тяговий коефіцієнт корисної дії  $\eta_{\theta i}$  знаходять із статистичних матеріалів як функції типу ЕРД та величини  $c_i$ :

$$\xi = f(\text{тип ЕРД}, c), \eta_{\theta} = f(\text{тип ЕРД}, c).$$

6.4. Потужність енергоустановки  $W_{ei} = \frac{W_{\theta i}}{\eta_{npi} \cdot \varphi_N}$ ,

де  $\eta_{npi}$  - ККД перетворювача енергії (див. статистичні матеріали),  $\varphi_N$  - див. формулу (1.1).

6.5. Маса складових систем КЛІА  $m_{ei}, m_{npi}, m_{zi}, m_{\theta i}, m_{\theta i}, m_{ni}$  за формулами (1.8) - (1.15).

6.6. Масу корисного вантажу, що відповідає кожному прийнятому значенню  $c_i$ :

$$m_{kvi} = m_{\theta} - m_{ei} - m_{npi} - m_{zi} - m_{\theta i} - m_{\theta i} - m_{ni} - m_k.$$

7. За розрахунками п.6 побудувати залежність  $m_{kvi} = f(c)$ . Знайти оптимальну ефективну швидкість витікання  $c_i^*$ , що відповідає максимальному значенню  $m_{kvi}$  і прийнятій величині  $t_{\mu}$ .

8. Для знайденої величини  $c_i^*$  визначити всі параметри ЕРД, ЕУ та КЛІА  $m_{\theta i}^*, j_{\theta i}^*, P_{\theta i}^*, W_{\theta i}^*, W_{ei}^*, m_{zi}^*, m_{npi}^*, m_k^*, m_{\theta i}^*, m_{\theta i}^*$ , користуючись формулами, наведеними в п. 6.

9. Якщо одна або кілька із знайдених величин проектувальника не задовольняє, то такі розрахунки (п.п. 4 - 8) провести для інших значень  $t_{\mu}: t_{\mu_2}, t_{\mu_3}, \dots$ , причому збільшення тривалості роботи ЕРД приводить, як правило, до зменшення потрібних потужності та тяги і збільшення  $m_{kvi}$ .

10. За розрахунками (п.п. 8 - 9) побудувати залежності оптимальних параметрів ЕУ, ЕРД та КЛІА від тривалості роботи ЕРД  $t_{\mu}: m_{kvi}^* = f(t_{\mu}), P_{\theta}^* = f(t_{\mu}), W_{ei}^* = f(t_{\mu}), W_{\theta}^* = f(t_{\mu}), c^* = f(t_{\mu})$ .

Одержані залежності і служать для остаточного вибору оптимального варіанта, який задовольняє проектувальника.

Критерієм для прийняття рішення може бути додатково задана одна з величин, наприклад,  $m_{kvi}, m_{\theta}, W_{ei}, t_{\mu}$  або їх комбінація.

### 1.3. Деякі статистичні матеріали

У табл. 1.1 наведено деякі статистичні матеріали, що були опубліковані у відкритому друці та мають відношення до існуючих і тих, що знаходяться в стадії проектування, зарубіжних систем КЛА з ЕРД. Матеріали можна використати в курсовому та дипломному проектуванні за відсутності інших даних як параметри першого наближення.

Таблиця 1.1

Деякі статистичні вагові коефіцієнти (ВК), параметри ЕРД та ЕУ

Найменування коефіцієнта	Умовне позначення	Розмірність	Величина коефіцієнта
ВК двигунів ЕРД	$\gamma_d$	$\frac{\text{кг}}{\text{Н}}$	26...33, в перспективі 3...6 (імпульсні з об'ємною іонізацією)
ВК перетворювача енергії	$\gamma_{np}$	$\frac{\text{кг}}{\text{кВт}}$	2...5, в перспективі 0,98
ВК паливних баків	$\gamma_b$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг}}$	0,025...0,06
ВК конструктивних елементів	$\gamma_k$	$\frac{\text{кг}}{\text{кг}}$	0,05
ВК протирадіаційного захисту	$\gamma_{mz}$	$\frac{\text{кг}}{\text{кВт}}$	$\frac{\exp(4,96 + 0,17 \ln W_e [\text{кВт}])}{W_e [\text{кВт}]}$
ВК енергоустановки з перетворювачем	$\gamma_{e+np}$	$\frac{\text{кг}}{\text{кВт}}$	$13 + \frac{40,61}{W_e [\text{кВт}]}$ - сонячна батарея
			130...160 - радіоізотопне джерело енергії
			$21 + \frac{370,3}{W_e [\text{кВт}]}$ - ядерний реактор (ЯР) з термоелектричним перетворювачем
			$18 + \frac{514}{W_e [\text{кВт}]}$ - ЯР з термоемісійним перетворювачем
			$19 + \frac{190,6}{W_e [\text{кВт}]}$ - ЯР з машинним перетворювачем Брайтона

Найменування коефіцієнта	Умовне позначення	Розмірність	Величина коефіцієнта
			$0,1 + \frac{1900,1}{W_e [кВт]}$ - ЯР з магнітогазодинамічним перетворювачем
Тяговий коефіцієнт корисної дії (ККД) ЕРД	$\eta_0$	1	$0,159 + 6,01 \cdot 10^{-6} c \left[ \frac{M}{c} \right]$ - імпульсний плазмовий ЕРД
			$0,129 + 4,8 \cdot 10^{-6} c \left[ \frac{M}{c} \right]$ - холлівський ЕРД на літій 0,75 - іонний з анодним шаром
			$0,86 - 2,96 \cdot 10^{-5} c \left[ \frac{M}{c} \right]$ - електродуговий ЕРД на гелій
ККД перетворювача енергії	$\eta_{пр}$	1	0,7...0,98
Ціна тяги	$\xi$	$\frac{кВт}{Н}$	13...17 - електронагрівні і електродугові ЕРД 20...40 - імпульсні плазмові ЕРД 40...80 - холлівські з поверхневою іонізацією
Ефективна швидкість вигікання (питомий імпульс тяги)	$(\bar{J}_{пит}^c)$	$\frac{м}{с}$	4000...22000 - електронагрівні і електродугові ЕРД 6000...60000 - холлівські ЕРД 10000...100000 - іонні та плазмові ЕРД
Частка потужності, що йде на створення тяги	$\varphi_N$	1	0,7...0,9 - треба перевірити, щоб залишок потужності був достатнім для забезпечення інших систем КЛА

Якщо тип джерела не заданий, то радіоізотопні ЕУ слід використовувати, коли  $W_e = 0,5 \dots 2$  кВт, сонячні батареї - коли  $W_e \approx 2 \dots 15$  кВт, і ядерні реактори для ЕУ - з  $W_e = 10 \dots 100$  кВт і більше.

При проведенні оптимізації певні труднощі виникають у проєктувальника при виборі першого пробного значення сумарної тривалості роботи ЕРД (маневру). Якщо характеристична швидкість менша  $1 \frac{км}{с}$ , то величину  $t_{\mu}$  можна взяти рівною кільком добам або тижням, при цьому маса корисного ван-

тажу в кінці розрахунків має бути достатньою, якщо ж вага від'ємна, треба збільшити  $t_{\mu}$ . У випадку, коли  $\Delta V$  становить кілометри за секунду, величину  $t_{\mu}$  треба брати у діапазоні: кілька десятків діб ... кілька місяців.

#### 1.4. Оптимізація ЕРД та ЕУ із застосуванням ЕОМ

Наведений у підрозд. 1.2 параметричний метод визначення оптимальних параметрів ЕРД та ЕУ у складі КЛА використано в каталогізованій програмі, розробленій на кафедрі №101 і записаній на ЕОМ.

Для виклику та роботи з програмою необхідно:

1. Увімкнути ЕОМ у мережу, для чого на лівій панелі дисплея перевести тумблер («ВКЛ - ВЫКЛ») у положення «ВКЛ». Після нетривалого прогріву на екрані з'являється блимаючий курсор.

2. Перевести ЕОМ у режим роботи з латинським шрифтом, натиснути клавішу <C\A\DS> на літерно-цифровому клавішному наборному пристрої (на клавіші повинна світитися сигнальна лампочка).

3. Натиснути клавішу <CR>. При цьому на екрані дисплея з'явиться знак «>», який свідчить, що ЕОМ готова до введення команд.

4. Набрати команду <HEL\_101,22 / 10122> та ввести її натиском клавіші <CR>.

5. Після появи на дисплеї знака «>» набрати і ввести команду <RUN\_OPT2> <CR>.

6. Далі роботу з ЕОМ виконувати у режимі діалогу шляхом введення необхідної інформації на запит ЕІМ. Якщо при наборі цифрової інформації вкратлася помилка до введення її у машину командою <CR>, стерти її можна за допомогою клавіші <Del>. Зупиняють переміщення інформації на дисплеї одночасним натиском клавіш <Ctrl> <S>. Подальше продовження переміщення з'явиться при команді <Ctrl> <Q>, вихід із програми - <Ctrl> <Z>.

7. Для завершення роботи з ЕОМ ввести команду <BYE> <CR>, після чого тумблер «ВКЛ - ВЫКЛ» перевести в положення «ВЫКЛ».

У режимі діалогу величини в ЕОМ вводяться згідно з табл. 1.2 (див. також табл. 1.1).

Таблиця 1.2

Величини, що вводяться за запитом ЕОМ

Величина	Умовне позначення	Ідентифікатор	Розмірність	Примітки
Початкова маса КЛА на вихідній орбіті	$m_0$	M0	кг	Задається умовою задачі

Величина	Умовне позначення	Ідентифікатор	Розмірність	Примітки
Потрібна сумарна характеристична швидкість	$\Delta V$	DV	$\frac{м}{с}$	Визначається розв'язанням траєкторної частини задачі
Тип ЕРД		L2		0 - холлівський 1 - плазмовий 2 - іонний 3 - електродуговий 4 - інший
Нижня межа можливої для даного ЕРД ефективної швидкості витікання	$c_0$	C0	$\frac{м}{с}$	
Крок у програмі ЕОМ по швидкості витікання	$\Delta c$	DC	$\frac{м}{с}$	Таких кроків 12
Тип ЕУ		L		1 - РІЕУ (радіоізотопна) 2 - сонячна батарея 3 - ядерна
ККД перетворювача енергії	$\eta_{пр}$	EP	1	0,7...0,98
Частка загальної потужності ЕУ, що йде на ЕРД	$\varphi_N$	FN	1	0,5...0,9 Береться тим більша, чим більша потужність ЕУ
Вагові коефіцієнти: двигунів, паливних баків, конструктивних елементів	$\gamma_D$ $\gamma_B$ $\gamma_K$	GD GB GK	$\frac{кг}{Н}$ $\frac{кг}{кг}$ $\frac{кг}{кг}$	Див. табл. 1.1

Величина	Умовне позначення	Ідентифікатор	Розмірність	Примітки
Мінімальна тривалість (сумарна)роботи ЕРД	$t_{\mu 0}$	T0	доба	У програмі передбачено розрахунок для шести значень $t_{\mu} = t_{\mu 0} \cdot n$ , де $n=1..6$
Тип виведення результатів на роздруківку		L1		1 - таблиці залежно від швидкості витікання 2 - тільки оптимальні параметри
Тяговий ККД ЕРД	$\eta_0$	ED		Вводиться, якщо в ц. 3 табл. 1.2 вибрано позицію «4»
Завершення роботи				1 - друкування результатів 0 - закінчення роботи без друку 2 - повторити розрахунки з новими даними

У роздруківку, якщо параметр програми L<sub>1</sub> вибраний рівним одиниці, виводиться шість таблиць для різних значень загальної тривалості роботи ЕРД (T), в яких залежно від швидкості витікання  $c$  (12 значень) друкуються тяга ЕРД (P0), потужність енергоустановки (WE), маси робочої речовини (MT), енергоустановки з перетворювачем енергії (MEP), корисного вапгажу (MPG). Крім цього, для кожного значення T виводяться оптимальні параметри (табл. 1.3).

Ідентифікатори параметрів ЕРД, ЕУ та КЛА,  
що виводяться на роздруківку

Найменування величини	Умовне позначення	Ідентифікатор	Розмірність
Швидкість витікання	$c$	C	$\frac{м}{с}$
Тяга ЕРД	$P_0$	PO	Н
Потужність енергоустановки	$W_e$	WE	кВт
Маса робочої речовини (палива)	$m_R$	MT	кг
Маса перетворювача енергії разом з енергоустановкою	$m_{e+np}$	MEP	кг
Маса системи протирадіаційного захисту	$m_x$	MZ	кг
Маса корисного вантажу КЛА	$m_{kb}$	MPG	кг
Загальна тривалість роботи ЕРД	$t_{\mu}$	T	доба
Початкове прискорення КЛА під дією тяги	$j_0$	AJ	$\frac{м}{с^2}$
Маса конструкції	$m_k$	MK	кг
Маса енергоустановки	$m_e$	ME	кг
Маса двигунів (рушійв) ЕРД	$m_d$	MD	кг
Маса паливних баків	$m_b$	MB	кг
Тяговий ККД	$\eta_0$	ED	
Потужність, що йде на створення тяги	$W_0$	WD	кВт

## 2. ПЕРЕХІД (МАНЕВР) КЛА З ДМТ МІЖ ЗАДАНИМИ КОМПЛАНАРНИМИ ТА НЕКОМПЛАНАРНИМИ ОРБИТАМИ

### 2.1. Загальні положення

Враховуючи те, що діючі на КЛА збурення, в тому числі й тяга ДМТ, невеликі, при проведенні траєкторних розрахунків зручно користуватися рівняннями руху КЛА в оскулюючих елементах (рівняннями Ньютона-Лагранжа). Якщо незалежною змінною взяти аргумент положення КЛА ( $u$ ) для збуреної орбіти, то система рівнянь матиме вигляд:

$$\frac{dp}{du} = 2 \frac{\gamma r^3}{K_{\oplus}} j_{a\Sigma}; \quad (2.1)$$



$$\frac{di}{du} = -\frac{\gamma' r^3}{pK_{\oplus}} j_{W\Sigma} \cos u; \quad (2.2)$$

$$\frac{d\Omega}{du} = -\frac{\gamma' r^3}{pK_{\oplus}} \frac{\sin u}{\sin i} j_{W\Sigma}; \quad (2.3)$$

$$\frac{d\lambda_1}{du} = \frac{\gamma' r^2}{K_{\oplus}} \left[ -j_{r\Sigma} \cdot \cos u + j_{a\Sigma} \left( 1 + \frac{r}{p} \sin u + \frac{r}{p} (\lambda_1 j_{a\Sigma} + \lambda_2 j_{W\Sigma} \cdot \text{ctgi} \cdot \sin u) \right) \right]; \quad (2.4)$$

$$\frac{d\lambda_2}{du} = \frac{\gamma' r^2}{K_{\oplus}} \left[ j_{r\Sigma} \cdot \sin u + j_{a\Sigma} \left( 1 + \frac{r}{p} \cos u + \frac{r}{p} (\lambda_2 j_{a\Sigma} - \lambda_1 j_{W\Sigma} \cdot \text{ctgi} \cdot \sin u) \right) \right]; \quad (2.5)$$

$$\frac{d\bar{u}}{du} = 1 - \frac{\gamma' r^2 \sqrt{(p)}}{\sqrt{p} (r)^2}; \quad (2.6)$$

$$\frac{dt}{du} = \frac{\gamma' r^2}{\sqrt{pK_{\oplus}}}; \quad (2.7)$$

$$\gamma' = \frac{1}{1 + \frac{r^3}{pK_{\oplus}} j_{W\Sigma} \cdot -\text{tgi} \sin u}. \quad (2.8)$$

Якщо орбіти не близькі до кругової, то замість рівнянь (2.4) та (2.5) можна скористатися рівняннями

$$\frac{d\varepsilon}{du} = \frac{\gamma' r^2}{K_{\oplus}} \left[ j_{r\Sigma} \sin \Phi + j_{a\Sigma} \left( 1 + \frac{r}{p} \right) \sin \Phi + j_{a\Sigma} \frac{\varepsilon}{p} r \right], \quad (2.9)$$

$$\frac{d\omega}{du} = \frac{\gamma' r^2}{K_{\oplus}} \left[ -j_{r\Sigma} \frac{\cos \Phi}{\varepsilon} + j_{a\Sigma} \left( 1 + \frac{r}{p} \right) \frac{\sin \Phi}{\varepsilon} + j_{W\Sigma} \frac{r}{p} \text{ctgi} \cdot \sin u \right]. \quad (2.10)$$

У рівняннях (2.1) - (2.10)  $p$  - параметр орбіти;  $\varepsilon$  - ексцентриситет;  $i$  - нахил площини орбіти;  $\omega$  - аргумент перицентра;  $\Omega$  - довгота лінії вузлів;  $\lambda_1 = \varepsilon \sin \omega$ ,  $\lambda_2 = \varepsilon \cos \omega$  - компоненти вектора Лапласа;  $\bar{u}$  - приріст збуреного аргументу положення КЛА відносно його незбуреного значення ( $\bar{u} = u - (\bar{u})$ ), де  $(\bar{u})$  - значення аргументу положення для незбуреної орбіти);  $r$  - радіус-вектор положення КЛА відносно центрального тіла;  $K_{\oplus}$  - гравітаційний параметр Землі;  $j_{r\Sigma}$ ,  $j_{a\Sigma}$ ,  $j_{W\Sigma}$  - сумарні радіальна, трансверсальна та ортогональна складові збурюючого прискорення, що діє на КЛА;  $\Phi$  - істинна аномалія КЛА;  $(p)$ ,  $(r)$  - відповідні величини для незбуреної орбіти.

Чисельне інтегрування систем рівнянь (2.1) - (2.8) дає змогу розрахувати зміни основних параметрів, що визначають витрати характеристичної швидкості КЛА при виконанні заданого конкретного маневру. В зв'язку з великою громіздкістю цієї роботи в практичній роботі використано космічний пошук поширен-

ня набув наближений метод усереднення параметрів руху КЛІА, що дає розв'язок без проведення чисельного інтегрування.

Суть методу полягає в тому, що ряд параметрів руху КЛІА з деякими припущеннями на одному витку можна прийняти незмінними. Якщо збурюючі прискорення малі, то  $\gamma' \approx 1$ , тому з рівнянь в оскулюючих елементах можна одержати зміни параметрів за один виток КЛІА:

$$\Delta p = \int_0^{2\pi} \frac{2r^3}{K_{\oplus}} j_{a\Sigma} du; \quad (2.11)$$

$$\Delta i = - \int_0^{2\pi} \frac{r^3 j_{w\Sigma} \cos u}{pK_{\oplus}} du; \quad (2.12)$$

$$\Delta \Omega = - \int_0^{2\pi} \frac{r^3}{pK_{\oplus}} \cdot \frac{\sin u}{\sin i} j_{w\Sigma} du; \quad (2.13)$$

$$\Delta \varepsilon = \int_0^{2\pi} \frac{r^2}{K_{\oplus}} \left[ j_{r\Sigma} \sin \Phi + j_{a\Sigma} \left( 1 + \frac{r}{p} + \frac{\varepsilon}{p} r \right) \right] du; \quad (2.14)$$

$$\Delta \omega = \int_0^{2\pi} \frac{r^2}{K_{\oplus}} \left[ -j_{r\Sigma} \frac{\cos \Phi}{\varepsilon} + j_{a\Sigma} \left( 1 + \frac{r}{p} \right) \frac{\sin \Phi}{\varepsilon} + j_{w\Sigma} \frac{r}{p} \operatorname{ctgi} \cdot \sin u \right] du; \quad (2.15)$$

$$\Delta t = \int_0^{2\pi} \frac{r^3}{\sqrt{pK_{\oplus}}} du. \quad (2.16)$$

У розрахунках у підінтегральних виразах  $p, \varepsilon, \omega, i$  вважають незмінними.

Так, якщо вихідна орбіта колова ( $p = r$ ) і збурююче прискорення незмінне, наприклад, легко визначити зміну радіуса КЛІА за один виток під дією трансверсальної тяги. Через те, що

$\int_0^{2\pi} du = 2\pi$ , а  $\frac{dr}{du} = \frac{2r^3}{K_{\oplus}} \cdot j_{a\Sigma}$ , за один виток маємо

$$\Delta r = \frac{4\pi r^3}{K_{\oplus}} j_{a\Sigma}. \quad (2.17)$$

Метод усереднення дає добрі результати для початкового етапу розгону, коли прискорення  $j \ll 9,81 \frac{M}{c^2}$ , а швидкість витікання значно перевищує першу космічну швидкість (7,90 км/с).

Враховуючи, що для вихідної колової орбіти  $\lambda_1 = \lambda_2 = \theta$ ,  $\gamma' \approx 1$ , а  $\dot{p} = r$ , одержимо таку систему диференціальних рівнянь, що визначають рух КЛА з ЕРД на ділянках, де можна прийняти припущення про незмінність параметрів на одному витку:

$$\frac{dr}{du} = \frac{2r^3}{K_{\oplus}} j_{a\Sigma}; \quad (2.18)$$

$$\frac{di}{du} = -\frac{r^2}{h_{\oplus}} j_{W\Sigma} \cos u; \quad (2.19)$$

$$\frac{dt}{du} = \frac{r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_{\oplus}}}; \quad (2.20)$$

$$\frac{d\Omega}{du} = -\frac{r^2 \sin u}{K_{\oplus} \sin i} j_{W\Sigma}. \quad (2.21)$$

Користуючись матеріалами праці [12], запишемо сумарні збудуючі прискорення, що діють на КЛА від тяги ЕРД  $P$ , опору атмосфери  $X_a$  та несферичності Землі через проекції на осі орбітальної ЛА - центричної рухомої системи координат:

$$\begin{aligned} j_{r\Sigma} &= \frac{j_0}{\mu} \cos \varphi_W \cdot \cos \varphi_r + \frac{\varepsilon}{r^4} (3 \sin^2 i \cdot \sin^2 u - 1); \\ j_{a\Sigma} &= \frac{j_0}{\mu} \cos \varphi_W \cdot \cos \varphi_a - \frac{\varepsilon}{r^4} \sin^2 i \cdot \sin 2u - \frac{\sigma_{\pm} K_{\oplus}}{2\mu r} \rho; \\ j_{W\Sigma} &= \frac{j_0}{\mu} \sin \varphi_W - \frac{\varepsilon}{r^4} \sin 2i \cdot \sin u, \end{aligned} \quad (2.22)$$

де  $\varphi_r$ ,  $\varphi_a$ ,  $\varphi_W$  - кути між вектором тяги ЕРД та осями прийнятої системи координат;  $j_0 = \frac{P}{m_0}$ ;  $m_0$ ,  $m$  - початкова та поточна маси КЛА;  $\mu = \frac{m}{m_0}$  - відно-

сна маса КЛА;  $\varepsilon = K_{\oplus} \cdot a_{el}^2 \left( \alpha - \frac{\omega_{\oplus}^2 a}{2g_c} \right)$ ;  $a_{el} = 6378160$  м - велика вісь земного

еліпсоїда,  $\alpha = 0,003353454$  - стиск еліпсоїда,  $\omega_{\oplus} = 7,29211 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$  - кутова швидкість обертання Землі;  $g_c = 9,7803 \text{ м/с}^2$  - прискорення вільного падіння

на екваторі;  $a$ ,  $\varepsilon$  - велика піввісь та ексцентриситет орбіти;  $\sigma_{\delta} = \frac{c_{xa} \cdot S_M}{2m}$ ;

$c_{xa} = X_a / \left( \rho \frac{V^2}{2} S_M \right)$  - коефіцієнт лобового опору КЛА;

$\rho = \exp\left(\bar{a}_0 - \bar{\omega}\sqrt{r - R_{\oplus} - \bar{h}_0}\right) \cdot \frac{\kappa^2}{M^3}$  - густина повітря;  $\bar{a}_0, \bar{\omega}, \bar{h}_0$  - сталі прийнятої моделі атмосфери ( $\bar{a}_0 = -17,748$ ;  $\bar{\omega} = 0,014490$ ;  $\bar{h}_0 = 125700\text{м}$ );  $S_M$  - характерна площа КЛА;  $R_{\oplus} = 6371000\text{ м}$  - середній радіус Землі.

Інтегрування системи (2.18) - (2.22) по  $u$  дає можливість обчислити витрати характеристичної швидкості на маневр  $\Delta V$ , при цьому кути  $\varphi_a$  та  $\varphi_W$  приймають сталими ( $\varphi_a = 0$ ;  $\varphi_W = \varphi_{W0}$ ) [6]:

$$\Delta V = \int_{r_0}^{r_{ck}} \frac{dr}{f_2(r, j_0, \sigma_6, c, \varphi_{W0}, \varphi_a)}. \quad (2.23)$$

Тут

$$f_2(r, j_0, \sigma_6, c, \varphi_{W0}, \varphi_a) = \frac{2 \cos \varphi_{W0} \cdot \cos \varphi_a \cdot r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_{\oplus}}} - \frac{2 \sigma_6 \sqrt{K_{\oplus}} \cdot r \cdot \exp\left(\bar{a}_0 - \bar{\omega}\sqrt{r - R_{\oplus} - \bar{h}_0}\right)}{j_0},$$

де  $c$  - ефективна швидкість витікання.

Величину  $\varphi_{W0}$  визначають із рівняння

$$\Delta i + \int_{r_0}^{r_{ck}} \frac{dr}{f_2(r, j_0, \sigma_6, c, \varphi_{W0}, \varphi_a)} = 0, \quad (2.24)$$

де  $\Delta i = i_{ck} - i_0$ ;  $i_{ck}, i_0$  - кути нахилу скінченної та початкової орбіт;

$$f_2(r, j_0, \sigma_6, c, \varphi_{W0}, \varphi_a) = \frac{\pi \sigma_6 K_{\oplus} \exp\left(\bar{a}_0 - \bar{\omega}\sqrt{r - R_{\oplus} - \bar{h}_0}\right)}{2 j_0 \sin \varphi_{W0}}.$$

При розрахунках витрат характеристичної швидкості на просторовий маневр спочатку за заданими величинами  $r_0, r_{ck}, i_0, i_{ck}, j_0, \sigma_6, \varphi_a$  визначають, користуючись виразом (2.24), кут  $\varphi_{W0}$ , а потім для одержаного  $\varphi_{W0}$  та прийнятої швидкості витікання  $c$  знаходять  $\Delta V$  (2.23). Змінюючи вихідні дані, можна знайти залежність  $\Delta V = f(j_0, \sigma_6, c)$ .

Інтегралі, що входять до формул (2.23), (2.25) визначають методом трапецій, розраховуючи спочатку для довільних значень  $r$  підінтегральні функції

$F_2(r) = \frac{1}{f_2}$  та  $F_3(r) = \frac{1}{f_3}$ . Площі, обмежені кривими  $F_2(r), F_3(r)$  та віссю абсцис, дадуть значення шуканих інтегралів. Для розв'язання рівняння (2.24)

величину інтеграла визначають для кількох фіксованих значень кута  $\varphi_{W\theta}$  в діапазоні  $0...2\pi$ .

Якщо не враховувати вплив опору атмосфери та несферичності Землі на рух КЛА, можна одержати замість (2.23) та (2.24)

$$\operatorname{tg} \varphi_{W\theta} = -\frac{\pi \Delta i}{\ln \frac{r_{CK}}{r_\theta}}; \quad (2.25)$$

$$\Delta V = \frac{V_{1ko}}{\cos \varphi_{W\theta}} \left( 1 - \sqrt{\frac{r_\theta}{r_{CK}}} \right), \quad (2.26)$$

де  $V_{1ko} = \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_\theta}}$  - значення першої космічної швидкості на початковій орбіті,

$\Delta i$  - кут повороту площини орбіти в радіанах.

Звідси видно, що у випадку переходу між компланарними коловими орбітами без врахування опору атмосфери та інших збурюючих факторів при незмінній трансверсальній тязі витрати характеристичної швидкості на маневр можна оцінити за виразом

$$\Delta V = V_{1ko} \left( 1 - \sqrt{\frac{r_\theta}{r_{CK}}} \right). \quad (2.27)$$

Наближений аналітичний розв'язок цієї задачі див. також у підрозд. 6.1.1.

При незмінній трансверсальній тязі в площині орбіти та відсутності інших збурень можна одержати значення потрібної характеристичної швидкості  $\Delta V$  для переходу з орбіти, що має початковий ексцентриситет  $\varepsilon_\theta$  і велику піввісь  $a_\theta$ , на орбіту з великою піввіссю  $a_K$ :

$$\Delta V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_\theta}} \int_1^{\bar{a}_K} \frac{d\bar{a}}{\bar{a}^{\frac{3}{2}} \sqrt{\bar{a}^{\frac{3}{2}} - \varepsilon_\theta^2}}, \quad (2.28)$$

де  $\bar{a}_K = \frac{a_K}{a_\theta}$  - відносна величина великої півосі скінченної орбіти,

$\bar{a} = \frac{a}{a_\theta} = 1... \bar{a}_K$ . Інтеграл визначають графоаналітичним методом.

## 2.2. Розрахунок характеристик перельоту КЛА з ДМТ між двома некопланарними коловими орбітами без урахування впливу збурюючих факторів

### 2.2.1. Постановка задачі

Визначити основні проектні параметри ЕРД та ЕУ в складі КЛА типу штучного супутника Землі (ШСЗ), що забезпечують його оптимальний переліт із заданої вихідної колової орбіти висотою  $h_0$  на орбіту висотою  $h_k$  з поворотом площини орбіти на кут  $\Delta i$ . Початкова маса  $m_0$  ШСЗ на вихідній орбіті задана. Вплив збурюючих факторів на етапі перельоту не враховувати.

За критерій оптимальності при розв'язанні такої задачі приймають масу корисного вантажу, що його може нести КЛА.

Іншими словами, треба вибрати таку траєкторію перельоту, тип ЕРД, ЕУ та їх основні параметри, що забезпечують можливість при заданій початковій масі ШСЗ ( $m_0$ ) виконання поставленої космічної задачі (некопланарний перехід на іншу орбіту) з максимальним корисним вантажем ( $m_{ke}$ ).

Як показано в праці [12], такий переліт можна виконати з незмінною тягою ЕРД, спрямованою до площини орбіти під оптимальним кутом  $\varphi_{W\theta}$ , який розраховується. Траєкторія КЛА при цьому буде являти собою просторову спіраль з поступово зростаючою відстанню від Землі. Вибір оптимального кута  $\varphi_{W\theta}$  забезпечує виконання задачі з мінімальними витратами характеристичної швидкості  $\Delta V$ . Вибір проектних параметрів ЕРД та ЕУ ведуть параметричним методом, як викладено в розд. 1.

### 2.2.2. Методика розв'язання задачі

1. Визначити оптимальний кут між вектором тяги ЕРД та площиною орбіти:

$$\varphi_{W\theta} = \arctg \left( -\frac{\pi \Delta i}{\ln \frac{r_k}{r_0}} \right),$$

де  $\Delta i$  - сумарна величина зміни кута нахилу орбіти в радіанах в процесі маневру ( $\Delta i = i_{ck} - i_0$ ;  $i_{ck}$  - кут нахилу скінченної орбіти,  $i_0$  - кут нахилу вихідної орбіти);  $r_0 = R_{\oplus} + h_0$ ,  $r_{ck} = r_k = R_{\oplus} + h_k$ ,  $h_0$ ,  $h_k$  - радіуси та висоти над поверхнею Землі відповідно до вихідної та скінченної орбіт,  $R_{\oplus} = 6371$  км - середній радіус Землі.

2. Знайти потрібні для маневру переходу між орбітами витрати характеристичної швидкості:

$$\Delta V = \frac{V_{1ко}}{\cos \varphi_{W\theta}} \left( 1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_k}} \right)$$

Тут  $V_{1ко} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}}$  - перша космічна швидкість ШСЗ на вихідній коловій орбіті;  $K_{\oplus} = 398600 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$  - гравітаційний параметр Землі.

3. Провести параметричну оптимізацію ЕУ і ЕРД у складі КЛА згідно з методикою, викладеною в п.п. 2 - 10 підрозд. 1.2 або із застосуванням ЕОМ за каталогізованою програмою "ОРТ2" (див. підрозд. 1.4).

Результатом параметричної оптимізації будуть оптимальна тривалість маневру  $t_{\mu}^*$ , тип ЕУ і ЕРД та їх параметри ( $P_0^*$  - сумарна тяга,  $W_c^*$  - загальна потужність ЕУ,  $W_0^*$  - потужність ЕУ, що йде на створення тяги ЕРД,  $c^*$  - оптимальна ефективна швидкість витікання (імпульс тяги ЕРД),  $m_{кв}^*$  - максимальна величина корисного вантажу, що його може нести КЛА із заданою початковою масою  $m_0$ ,  $m_n$  - сумарна витрата робочої речовини, маси елементів та систем КЛА).

### 2.3. Некомпланарний перехід КЛА між коловими орбітами з урахуванням впливу опору атмосфери на етапі спірального руху

#### 2.3.1. Постановка задачі

З урахуванням впливу опору атмосфери на маневрі розрахувати параметри ЕРД, ЕУ та визначити масу максимального корисного вантажу  $m_{кв}$  КЛА, що здійснює маневр некомпланарного переходу між коловими орбітами з параметрами  $h_0, i_0$  та  $h_k, i_k$ .

Початкова маса КЛА на вихідній орбіті -  $m_0$ , висоти початкової та скінченної орбіт -  $h_0, h_k$ , кути нахилу цих орбіт до площини екватора -  $i_0, i_k$  задані.

Зауваження щодо критерію оптимальності, форми траєкторії та загальної схеми розв'язання задачі такі ж, як для попередньої задачі (див. підрозд. 2.2.1), але оптимальний кут між вектором тяги КЛА і площиною орбіти знаходиться дещо складніше і за два етапи.

### 2.3.2. Методика розв'язання задачі

Послідовно визначити:

1. Характеристики маневру, параметри ЕУ і ЕРД у першому наближенні згідно з методикою, викладеною в підрозд. 2.2.2, п.п. 1 - 3.

У результаті цього без урахування опору атмосфери на маневрі будуть знайдені кут між вектором тяги і площиною орбіти  $\varphi_{W\theta}^I$ , потрібні витрати характеристичної швидкості  $\Delta V^I$ , початкове прискорення  $j_0^{*I}$ , ефективна швидкість витікання  $c^{*I}$ , тривалість роботи ЕРД  $t_{\mu}^{*I}$ .

2. Величину балістичного коефіцієнта КЛІА

$$\sigma_{\theta} = \frac{c_{xa} \cdot S_M}{2m_0},$$

де  $c_{xa} = 2,0 \dots 2,4$  - коефіцієнт лобового опору;  $S_M$  - площа максимального поперечного перерізу КЛІА, перпендикулярного до вектора швидкості (площа «тіні»).

3. Потрібний початковий кут між вектором тяги та площиною орбіти з урахуванням опору атмосфери. Для цього рівняння (2.24) треба розв'язати графоаналітично:

$$\Delta i + \int_{r_0}^{r_k} F_3(r, \varphi_{W\theta}) dr = 0,$$

де

$$F_3(r, \varphi_{W\theta}) = \frac{I}{f_3};$$

$$f_3 = \pi \cdot r \cdot \operatorname{ctg} \varphi_{W\theta} \cdot \cos \varphi_a - \frac{\pi \sigma_{\theta} K_{\oplus} \exp\left(\bar{a}_0 - \bar{\omega} \sqrt{r - R_{\oplus} - \bar{h}_0}\right)}{2 j_0 \sin \varphi_{W\theta}};$$

$\Delta i = i_k - i_0$ ;  $\varphi_a \approx 0$ ;  $\varphi_{W\theta}$  - шуканий кут між вектором тяги та площиною орбіти;  $j_0 = j_0^{*I}$ ;  $\bar{a}_0, \bar{\omega}, \bar{h}_0$  - сталі атмосфери (див. підрозд. 2.2.2);  $\pi = 3,1415$ ;  $R_{\oplus}, K_{\oplus}$  - середній радіус і гравітаційний параметр Землі.

Для графоаналітичного розв'язання рівняння (2.24) задати кілька значень  $\varphi_{W\theta}$  в діапазоні  $0 \dots \pi$ , для кожного із прийнятих  $\varphi_{W\theta}$  - кілька  $r$  в діапазоні  $r_0 \dots r_k$ . Знайти для них величини підінтегральних функцій та побудувати залежності  $F_3 = f(r)_{\varphi_{W\theta} = \text{const}}$ . Інтеграл визначається площами, які обмежені кривими  $F_3 = f(r)$  та віссю абсцис (з урахуванням відповідних масштабів).



Побудувати залежність  $\int_{r_0}^{r_k} F_3 dr = f(\varphi_{W\theta}^*)$ . Величина кута  $\varphi_{W\theta}^*$ , для якої

$$\int_{r_0}^{r_k} F_3 dr = -\Delta i, \text{ і буде шуканою.}$$

4. Величину потрібних на маневр витрат характеристичної швидкості з урахуванням опору атмосфери  $\Delta V_a$  - згідно з виразом (2.23), використовуючи знайдене в п. 3 значення  $\varphi_{W\theta}^*$ :

$$\Delta V_a = \int_{r_0}^{r_k} F_2(r) dr,$$

де

$$F_2(r) = \frac{I}{\frac{2r^{\frac{3}{2}} \cos \varphi_{W\theta}^* \cdot \cos \varphi_a}{\sqrt{K_\oplus}} \cdot \frac{2\sigma_0 \sqrt{K_\oplus \cdot r} \cdot \exp(\bar{a}_0 - \bar{\omega} \sqrt{r - R_\oplus - h_0})}{j_0^* I}}$$

Інтеграл знаходять графоаналітичним методом. Для цього треба задати кілька значень  $r$  в діапазоні  $r_0 \dots r_k$ , знайти для кожного  $r$  величину підінтегральної функції  $F_2(r)$  і побудувати залежність  $F_2 = f(r)$ . Площа, обмежена цією функцією та віссю абсцис, чисельно дорівнює величині  $\Delta V_a$  (з урахуванням масштабів по осях абсцис та ординат).

5. За знайденим в п. 4 уточненим означенням потрібних витрат характеристичної швидкості  $\Delta V_a$  - оптимальні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА аналогічно п.п. 5 - 8 підрозд. 1.2. Тривалість роботи ЕРД взяти рівною  $t_\mu^*$  (див. п. 1 підрозд. 2.3.2). Таким чином, з урахуванням опору атмосфери одержують

$$(m_n^*)_a, (j_\theta^*)_a, (P_\theta^*)_a, (W_e^*)_a, (m_{ke}^*)_a, (W_\theta^*)_a.$$

Оцінити одержані результати. Якщо знайдене в п. 5 прискорення  $(j_\theta^*)_a$  з урахуванням опору атмосфери істотно відрізняється від попередньо розрахованого в п. 1  $j_\theta^*$ , то розрахунки за п.п. 3 - 5 треба повторити, приймаючи  $(j_\theta^*)_a$  замість  $j_\theta^*$ .

Як видно, визначення оптимальних характеристик некомпланарного переходу з урахуванням впливу опору атмосфери потребує громіздких розрахунків. Тому, як правило, на початковому пошуковому етапі розрахунків вплив опору атмосфери можна не враховувати.

Якщо ж величина збурюючого прискорення, спричиненого опором атмосфери, сумірна (порівнянна) з прискоренням, спричиненим ЕРД, розрахунки за спрощеною методикою без урахування опору атмосфери можуть призвести до помилкових результатів.

## 2.4. Компланарний маневр КЛА між двома коловими орбітами

### 2.4.1. Постановка задачі

Визначити основні проектні параметри ЕРД та ЕУ у складі КЛА, що забезпечують його оптимальний переліт (маневр) із заданої вихідної колової орбіти висотою  $h_0$  на іншу колову компланарну орбіту висотою  $h_k$ . Початкова маса  $m_0$  КЛА на вихідній орбіті задана.

Як і у задачі, викладеній в підрозд. 2.2, критерієм оптимальності для компланарного маневру приймають масу корисного вантажу, що його може нести КЛА. Законом керування КДА, близьким до оптимального, можна вважати незмінну тягу, спрямовану по трансверсалі, що приводить до руху КЛА по спіральній траєкторії, яка лежить в одній площині з вихідною та скінченною орбітами.

### 2.4.2. Методика розв'язання задачі у спрощеній постановці без урахування впливу опору атмосфери

1. Визначити наближено потрібні для маневру переходу між компланарними орбітами витрати характеристичної швидкості:

$$\Delta V = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}} \left( 1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_k}} \right),$$

де  $r_0, r_k$  - радіуси початкової та скінченної орбіт;  $r_0 = R_{\oplus} + h_0$ ,  $r_k = R_{\oplus} + h_k$ ,  $R_{\oplus}, K_{\oplus}$  - радіус і гравітаційний параметр Землі.

Якщо центральне тіло - не Земля, в наведених виразах для  $\Delta V, r_0, r_k$  взяти замість  $K_{\oplus}$  та  $R_{\oplus}$  відповідні значення гравітаційного параметра та радіуса небесного тіла, відносно якого здійснюється маневр (див. підрозд. Д. 13).

2. Провести параметричну оптимізацію ЕУ і ЕРД у складі КЛА згідно з методикою, викладеною в п.п. 2 - 10 підрозд. 1.2, або з допомогою ЕОМ за каталогізованою програмою "ОРТ-2" (див. підрозд. 1.4).

У результаті параметричної оптимізації будуть знайдені оптимальна тривалість маневру  $t_{\mu}^*$ , тип ЕРД, ЕУ і їх основні параметри ( $P_{\theta}^*$  - тяга,  $W_c^*$  - сумарна потужність ЕУ,  $W_d^*$  - потужність ЕУ, що йде на створення тяги ЕРД,  $c^*$

- ефективна швидкість витікання),  $m_{xa}^*$  - максимальна величина корисного вантажу,  $m_a^*$  - потрібна на маневр маса робочої речовини ЕРД, маси елементів і систем КЛА, ЕУ, ЕРД,  $j_0^*$  - початкове прискорення КЛА, спричинене тягою ЕРД.

### 2.4.3. Методика розв'язання задачі з урахуванням впливу на траєкторію КЛА опору атмосфери

Якщо треба обґрунтувати вибір основних проектних параметрів ЕУ і ЕРД у складі КЛА, який виконує компланарний маневр з урахуванням впливу опору атмосфери на етапі спірального руху, проектні роботи можна провести у такій послідовності:

1. Знайти характеристики маневру, параметри ЕУ та ЕРД в першому наближенні без урахування впливу опору атмосфери згідно з методикою, викладеною у попередньому підрозділі (2.4.2), у тому числі потрібні витрати характеристичної швидкості  $\Delta V^*$ , початкове прискорення  $j_0^*$ , ефективну швидкість витікання  $c^*$ , тривалість роботи ЕРД  $t_{\mu}^*$ .

2. Розрахувати величину балістичного коефіцієнта КЛА:

$$\sigma_{\theta} = \frac{c_{xa} \cdot S_M}{2m_0},$$

де  $c_{xa}$  - коефіцієнт лобового опору КЛА, який лежить у межах 2,0 ... 2,4;  $S_M$  - площа "тіні" КЛА.

3. Визначити величину потрібних на маневр витрат характеристичної швидкості  $\Delta V_a$  з урахуванням опору атмосфери шляхом графоаналітичного розв'язання рівняння

$$\Delta V_a = \int_{r_0}^{r_k} F_2(r) dr,$$

де

$$F_2 = \frac{0,5}{\frac{r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_{\oplus}}} - 10^6 \cdot \sigma_{\theta} \frac{\sqrt{K_{\oplus} \cdot r}}{j_0} \cdot \exp(-17,748 - 0,45824 \sqrt{r - 6496,7})},$$

$r = 6371 + h$ ,  $h$  - висота польоту КЛА, км;  $K_{\oplus} = 398600 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$ ;  $\sigma_{\theta}$  - балістичний коефіцієнт КЛА,  $\text{м}^2/\text{кг}$ .

Для цього задати кілька значень висоти польоту КЛА в діапазоні  $h_0 \dots h_k$ .

і для кожного значення  $h$  обчислити величину підінтегральної функції  $F_2 = F_2(h)$ .

Площа, обмежена кривою  $F_2(h)$  та віссю абсцис, і визначає шуканий інтеграл  $\int_{h_0}^{r_k} F_2 dr$ .

4. За знайденим в п. 3 уточненим значенням потрібних витрат характеристичної швидкості  $\Delta V_a$  визначити оптимальні параметри ЕУ та ЕРД у складі КЛА, як викладено в п.п. 5.8. підрозд. 1.2. Тривалість роботи ЕРД взяти рівною  $t_{\mu}^*$  (див. п. 1).

Таким чином, з урахуванням опору атмосфери одержують

$$m_{na}^*, j_{\theta a}^*, P_{\theta a}^*, W_{ea}^*, m_{kca}^*, W_{da}^*.$$

5. Оцінити знайдені уточнені результати розрахунків. Якщо одержане в п. 4 початкове прискорення  $j_{\theta a}^*$  з урахуванням впливу опору атмосфери істотно відрізняється від  $j_{\theta}^*$ , розрахованого в п. 1, то треба повернутися до п.п. 3 - 5, але в підінтегральній функції  $F_2$  замість  $j_{\theta}^*$  взяти  $j_{\theta a}^*$ .

## 2.5. Перехід КЛА із заданої низької колової орбіти на орбіту стаціонарного штучного супутника Землі (СШСЗ)

Стаціонарним СШСЗ будемо називати КЛА, виведений на колову орбіту з нахилом  $i = 0$  (екваторіальний ШСЗ), що має період обертання, який дорівнює зоряній добі (23 години 56 хвилин 4 секунди). Такий ШСЗ «висить» над однією точкою екватора і відносно земної поверхні не рухається. Висота такого ШСЗ над поверхнею умовної сферичної Землі - 35793 км, що відповідає радіусу-вектору:

$$r_k = 35793 + R_{\oplus} = 35793 + 6371 = 42164 \text{ км} = 4,2164 \cdot 10^7 \text{ м}.$$

### 2.5.1. Постановка задачі

Розрахувати основні проектні параметри ЕРД та ЕУ і визначити максимальний корисний вантаж  $m_{ka}^*$  штучного супутника Землі, що переводиться з вихідної колової орбіти висотою  $h_0$  та нахилом до площини екватора  $i_0$  на орбіту СШСЗ, якщо початкова маса ШСЗ  $m_0$  на вихідній орбіті відома.

Як видно з постановки задачі, переведення КЛА з низької колової орбіти

на орбіту СШСЗ - це типовий некомпланарний маневр між коловими орбітами, а траєкторія перельоту - просторова спіраль з монотонно наростаючим радіусом. Кінцева відстань від поверхні Землі  $h_k = 35793$  км. Через те, що більша частина спіралі проходить на великих висотах, при проведенні розрахунків першого наближення впливом опору атмосфери можна знехтувати. Всі зауваження щодо розрахунків некомпланарного маневру та саму методику пошуку проєктних параметрів ЕРД та ЕУ у складі КЛА викладено у підрозд. 2.2.

## 2.6. Компланарний маневр КЛА між двома еліптичними орбітами

### 2.6.1. Постановка задачі

Визначити основні проєктні параметри ЕРД та ЕУ у складі КЛА з початковою масою  $m_0$ , що забезпечують його оптимальний переліт (маневр) із заданої вихідної еліптичної орбіти з ексцентриситетом  $\varepsilon_0$  та великою піввіссю  $a_0$  на орбіту з великою піввіссю  $a_k$ .

Основні зауваження та методика розв'язання цієї задачі такі ж, як і для компланарного маневру між коловими орбітами (див. підрозд. 2.4, 2.4.1 та 2.4.2), тільки потрібні для маневру витрати характеристичної швидкості  $\Delta V$  визначаються іншим шляхом.

Якщо вважати, що маневр здійснюється при незмінній трансверсальній тязі в центральному полі тяжіння, та не враховувати вплив на траєкторію опору атмосфери, витрати характеристичної швидкості можна одержати за формулою (2.28):

$$\Delta V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}} \int_1^{\bar{a}_k} \frac{d\bar{a}}{(\bar{a})^{\frac{3}{4}} \sqrt{(\bar{a})^{\frac{3}{2}} - \varepsilon_0^2}} = K \int_1^{\bar{a}_k} F d\bar{a},$$

де  $\bar{a} = \frac{a}{a_0}$  - відносна величина великої півосі орбіти;  $a_0 < a < a_k$ ;  $r_0 \approx a_0$ ;

$K = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}}$ ;  $F = \frac{1}{(\bar{a})^{\frac{3}{4}} \sqrt{(\bar{a})^{\frac{3}{2}} - \varepsilon_0^2}}$ . Інтеграл  $\int_1^{\bar{a}_k} F d\bar{a}$  можна визначити графо-

аналітичним методом.

Для цього треба задати кілька довільних значень  $\bar{a}$  від 1 до  $\bar{a}_k$ , розрахувати для них величину  $F$  та побудувати  $F = f(\bar{a})$ . Площа, обмежена віссю абсцис та залежністю  $F = f(\bar{a})$ , з урахуванням відповідних масштабів чисельно дорівнюватиме шуканому інтегралу.

### 3. УТРИМАННЯ ШСЗ У ЗАДАНОМУ КУЛЬОВОМУ ШАРІ

#### 3.1. Постановка задачі

КЛА заданої маси  $m_0$  та геометрії виведений на колову орбіту висотою  $h_0$ . Через вплив опору атмосфери висота польоту КЛА поступово знижується і, нарешті, досягає мінімально допустимої висоти  $h_m$ .

Визначити потрібні параметри коректуючого ДМТ з ЕУ, число корекцій  $n$  для підвищення орбіти, проміжок часу між черговими корекціями  $\Delta t$ , сумарний імпульс швидкості  $\Delta V_\Sigma$ , необхідний для утримання КЛА протягом часу  $\tau$ , в заданому кульовому шарі  $h_m \dots h_0$ , та потрібний для цього запас робочої речовини  $m_n$ .

#### 3.2. Зміна висоти колової орбіти КЛА під впливом опору атмосфери

На висотах, що перевищують 150 ... 200 км, повітря дуже розріджене і тому, як правило, чинить дуже малий опір. Але опір діє постійно і, незважаючи на свою малість, через достатній проміжок часу може привести до суттєвої зміни параметрів руху КЛА. Для орбіти, близької до колової, силу опору повітря  $X_a$  можна в першому наближенні вважати незмінною, спрямованою по дотичній до орбіти в сторону, протилежну напрямку руху. Цій силі відповідає постійно діюче дотичне прискорення  $j_a = \frac{X_a}{m}$ , де  $m$  - поточна маса КЛА.

Під дією такого прискорення КЛА почне рухатись по низхідній спіралі. При цьому середній радіус орбіти  $r_{сер}$  та період обертання КЛА  $T$  будуть монотонно зменшуватись, а його швидкість  $V$  - збільшуватись.

Зміну колової орбіти під впливом опору атмосфери можна визначити, скориставшись розв'язком лінеаризованої системи рівнянь руху відносно незначних відхилень параметрів орбіти, наведених у праці [ 15 ].

Якщо записати вираз для дотичного (трансверсального) прискорення КЛА під впливом опору атмосфери у вигляді

$$j_a = -\frac{X_a}{m} = -\frac{c_{xa} \cdot \frac{\rho V_{ik}^2}{2} \cdot S_m}{m} = -\sigma_\theta \cdot \rho \cdot V_{ik}^2 \quad (3.1) \quad i$$

врахувати, що середнє значення гравітаційного прискорення на відстані  $r$  від центра тяжіння дорівнює  $g_{сер} = \frac{K_\oplus}{r^2}$ , то зміна радіальної складової швидкості

КЛА за один виток, спричинена опором атмосфери, буде

$$\Delta V_r = -2V_{1\kappa} \frac{j_a}{j_{сеп}}$$

або

$$\Delta V_r = -2\sigma_6 \rho \sqrt{rK_{\oplus}} \quad (3.2)$$

Тут  $\sigma_6 = \frac{c_{xa} \cdot S_M}{2m}$  - балістичний коефіцієнт КЛА;  $c_{xa}$  - коефіцієнт лобового опору КЛА;  $S_M$  - характерна площа КЛА;  $m$  - маса КЛА;  $\rho$  - густина атмосфери на висоті польоту (див. формулу (2.22));  $K_{\oplus}$  - гравітаційний параметр Землі;  $r$  - відстань від центра Землі до КЛА,  $r = R_{\oplus} + h$ ,  $R_{\oplus}$  - середній радіус Землі;  $h$  - висота польоту.

Через те, що швидкість зміни висоти КЛА  $\Delta V_r = \frac{dh}{dt}$ ,

$$\frac{dh}{dt} = -2\sigma_6 \rho \sqrt{rK_{\oplus}} \quad (3.3)$$

Якщо ввести відносний час  $\bar{t} = \sigma_6 \cdot t$ , то

$$\frac{d\bar{t}}{dh} = -\frac{1}{2\rho \sqrt{rK_{\oplus}}} \quad (3.4)$$

При визначенні густини повітря  $\rho$  можна взяти будь-яку стаціонарну модель атмосфери і вважати, що  $\rho$  залежить тільки від висоти польоту  $h$ . Тоді інтегрування рівняння (3.4) дасть

$$\bar{t} - \bar{t}_0 = F(h_0) - F(h), \quad (3.5)$$

де  $\bar{t} - \bar{t}_0$  - значення відносного часу, що відповідає початковій висоті польоту  $h_0$  та поточній  $h$ , а  $F(h)$  - допоміжна функція висоти, яка має вигляд

$$F(h) = \frac{1}{2\sqrt{K_{\oplus}}} \int_0^h \frac{dh}{\rho(h)r^2} \quad (3.6)$$

Характер функції  $F(h)$  залежить від вибраної моделі атмосфери. Якщо ця функція відома, то, використавши залежність (3.5), одержимо проміжок часу, за який КЛА з висоти  $h_0$  перейде на висоту  $h$ :

$$\Delta t = \frac{F(h) - F(h_0)}{\sigma_6} \quad (3.7)$$

Значення допоміжної функції висоти, розмірність якої  $\frac{\text{середня сонячна доба} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}}$ , можна розрахувати за емпіричними формулами

(3.8), або взяти в підрозд. Д.7:

$$F(h) = \begin{cases} 0,384 - 0,00386h + 0,993 \cdot 10^{-5} h^2, & 180 < h \leq 250 \text{ км}; \\ 2,39 - 0,0186h + 0,0000369h^2, & 250 < h \leq 350; \\ 3,16 - 0,028h + 0,0000575h^2, & 350 < h \leq 400; \\ 86 - 0,419h + 0,000518h^2, & 400 < h \leq 550; \\ 762 - 2,77h + 0,002564h^2, & 550 < h \leq 700; \\ 4420 - 12,94h + 0,00959h^2, & 700 < h \leq 800. \end{cases} \quad (3.8)$$

У (3.8) висоту  $h$  треба брати в кілометрах. Середня сонячна доба дорівнює 24 години (86400 с).

Через те, що  $F(h=0) = 0$ , тривалість існування колового ШСЗ у сонячних добах визначається залежністю

$$t_{\text{исн}} = \frac{F(h_0)}{\sigma_b}. \quad (3.9)$$

### 3.3. Спрощена методика розв'язання задачі

Розглянемо послідовність розв'язання задачі, якщо не враховувати вплив на характеристики польоту по висхідній спіралі з працюючими ЕРД опору атмосфери. Для цього треба:

1. Розрахувати балістичний коефіцієнт КЛА,  $\frac{\text{м}^2}{\text{кг}}$ :

$$\sigma_b = \frac{c_{xa} \cdot S_M}{2m},$$

де  $c_{xa} = 2,0 \dots 2,4$  - коефіцієнт лобового опору КЛА, віднесений до площі його проекції на площину, перпендикулярну до вектора швидкості (площа "тіні" КЛА);  $S_M$  - площа «тіні» КЛА,  $\text{м}^2$ ;  $m$  - маса КЛА,  $\text{кг}$ .

2. Для заданих граничних висот кульового шару  $h_0$  та  $h_m$  визначити допоміжну функцію висоти  $F(h)$ ,  $F(h_m)$  ( $F(h) = \frac{I}{2\sqrt{K_{\oplus}}} \int_0^h \frac{dh}{\rho(h)r^{\frac{1}{2}}}$ ), користуючись формулами (3.8) або даними підрозд. Д.7.



3. Знайти тривалість зниження КЛА з висоти  $h_0$  до  $h_m$  від гальмівної дії опору атмосфери в добах:

$$\Delta t = \frac{F(h_0) - F(h_m)}{\sigma_6}$$

4. Обчислити витрати характеристичної швидкості на одну корекцію (маневр спірального руху по висхідній траєкторії з працюючими ЕРД з висоти  $h_0$  на  $h_m$  без урахування опору атмосфери):

$$\Delta V_I = V_{Ikm} \left( 1 - \sqrt{\frac{r_m}{r_0}} \right)$$

У формулі  $V_{Ikm} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_m}}$  - перша космічна швидкість на висоті  $h_m$  (нижньої межі кульового шару);  $r_m = R_{\oplus} + h_m$ ;  $r_0 = R_{\oplus} + h_0$ ;  $R_{\oplus}$ ,  $K_{\oplus}$  - радіус та гравітаційна стала Землі.

5. Задати довільно тривалість роботи ЕРД на одну корекцію орбіти  $t_I$  (як правило, можна взяти  $t_I$  в межах від кількох діб до кількох тижнів,  $t_I \ll \Delta t$ ).

6. Знайти потрібне число корекції для утримання КЛА в заданому кульовому шарі протягом  $\tau_3$ :

$$n_I = E \frac{\tau_3}{\Delta t + t_I},$$

де  $E$  - символ вибору цілого числа із частки  $\frac{\tau_3}{\Delta t + t_I}$ .

При визначенні частки необхідно всі величини, що входять до частки  $(\Delta t, t_I, \tau_3)$ , брати в секундах.

7. Визначити сумарну тривалість роботи ДМТ за час  $\tau_3$  утримання КЛА в заданому кульовому шарі:  $t_{\mu I} = t_I \cdot n_I$ .

8. Розрахувати сумарні витрати характеристичної швидкості за час утримання:

$$\Delta V_{\Sigma I} = \Delta V_I \cdot n_I$$

9. Визначити оптимальні параметри коректуючого ЕРД та ЕУ у складі КЛА, використовуючи методику параметричної оптимізації, викладену у п.п. 2 - 8 підрозд. 2.2, або за допомогою розрахунків за стандартною програмою «ОРТ2» на ЕОМ (див. підрозд. 1.4). При цьому тривалість роботи ЕРД приймають рівною  $t_{\mu I}$ , а потрібні витрати характеристичної швидкості -  $\Delta V_{\Sigma I}$ . Якщо розрахунки ведуть на ЕОМ, то  $T\theta = t_{\mu I}$ ,  $DV = \Delta V_{\Sigma I}$  і результати оптимізації беруть тільки з першої таблиці, де  $T\theta = t_{\mu I}$ . Знайдені оптимальні проектні параметри  $j_{0I}^*$ ,  $P_{0I}^*$ ,  $W_{eI}^*$ ,  $W_{0I}^*$ ,  $c_I^*$ ,  $m_{кел}^*$ ,  $m_{nI}^*$ ,  $n_I$  відповідають прийнятій в п.5 тривалості однієї корекції  $t_I$ .

10. Задати ще кілька (3 ... 5) інших значень тривалості однієї корекції  $t_2, t_3, t_4, t_5$ , більших, ніж  $t_1$ , в 2 ... 5 разів, і провести такі ж розрахунки, як у п.п. 6 - 9.

11. Побудувати залежності оптимальних параметрів як функції тривалості однієї корекції або сумарної тривалості роботи ЕРД за час утримання:

$$j_{0l}^* = f(t_\mu), P_\theta^* = f(t_\mu), W_e^* = f(t_\mu), W_\theta^* = f(t_\mu), m_{ка}^* = f(t_\mu), c^* = f(t_\mu),$$

$m_n^* = f(t_\mu), n = f(t_\mu)$ , які служать робочим матеріалом для остаточного вибору проектного варіанта.

12. Користуючись залежностями, одержаними в п. 11, вибрати оптимальний варіант основних проектних параметрів ЕРД та ЕУ у складі КЛА, які задовольняють проектувальника за комплексом величин

$$P_\theta, W_{e1}, W_{\theta1}, m_{ка}, m_n, \tau,$$

тобто  $P_{\theta*}, W_{e*}, W_{\theta*}, c^*, m_{ка*}, m_{n*}, \tau^*$ .

### 3.4. Методика розрахунків з урахуванням опору атмосфери на висхідній спіралі з працюючими ЕРД

Якщо тривалість роботи ЕРД на одну корекцію сумірна з тривалістю зниження КЛА від верхньої межі кульового шару до нижньої, розрахунки за спрощеною методикою, викладеною у попередньому підрозділі, можуть дати помилкові результати. Тому виникає потреба в урахуванні впливу опору атмосфери на висхідній спіралі з працюючими ЕРД. В цьому випадку розрахунки можна вести у такій послідовності:

1. Знайти проектні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА за спрощеною методикою без урахування впливу опору атмосфери, як викладено в підрозд. 3.2. Результатом розрахунків будуть  $P_{\theta*}, W_{e*}, W_{\theta*}, c^*, m_{ка*}, m_{n*}, \tau^*$ .

2. Обчислити величину потрібних на один маневр руху по висхідній спіралі з працюючими ЕРД в заданих межах кульового шару витрат характеристичної швидкості  $\Delta V_a$  шляхом графоаналітичного розв'язання рівняння

$$\Delta V_a = \int_{r_m}^{r_0} F_2 dr, \text{ (див. п. 3 підрозд. 2.4.3), де}$$

$$F_2 = \frac{0,5}{\frac{3}{r^2} - 10^6 \cdot \sigma_6 \cdot \frac{\sqrt{rK_\oplus}}{j_0} \cdot \exp(-17,748 - 0,458214\sqrt{r-6496,7})}$$

3. Користуючись знову методикою, даною в п.п. 2 - 8 підрозд. 1.2, або за допомогою розрахунків за стандартною програмою «OPT2» на ЕОМ

(див. підрозд. 1.4), визначити характеристики ЕРД та ЕУ у складі КЛА з урахуванням опору атмосфери для  $\Delta V_{a\Sigma} = \Delta V_a \cdot n, \tau_*$  і одержати

$$P_{\theta a}, W_{ca}, W_{da}, j_{\theta a}, m_{kca}, m_{na}.$$

4. Провести оцінку одержаних результатів. Якщо знайдене з урахуванням опору атмосфери значення початкового прискорення  $j_{\theta a}$  істотно відрізняється від значення  $j_{\theta*}$ , розрахованого без урахування опору атмосфери, то розрахунки за п.п. 2, 3 повторити, замінивши  $j_{\theta*}$  на  $j_{\theta a}$ .

## 4. ПОЛІТ КЛА У ВЕРХНІХ ШАРАХ АТМОСФЕРИ

### 4.1. Загальні положення

КЛА, що здійснюють рух в атмосфері зі швидкостями, близькими до космічної, умовно поділяють на два класи: орбітальні літаки (ракетоплани, повітряно-космічні апарати, багаторазові космічні апарати, космічні літальні апарати багаторазового використання) та сателюди або низьколітаючі супутники.

Орбітальні літаки можуть рухатись як у густих шарах атмосфери, так і за її межами, при цьому для польоту в атмосфері та виходу з неї використовуються аеродинамічні сили.

Сателюди займають проміжне положення між штучними супутниками та орбітальними літаками. Висота їх використання лежить в межах 100...200 км. З одного боку, у цьому діапазоні висот тривалість існування супутника мала, а з другого - використання підйомної сили через розрідженість атмосфери неможлива. Для компенсації лобового опору на борту такого КЛА потрібен двигун, що створює тягу.

Якщо розглянути рух КЛА в одній площині, то рівняння його руху зручно записати в швидкісній системі координат, поздовжня вісь якої  $OX_a$  збігається з вектором швидкості КЛА, а вісь  $OY_a$  лежить в площині вертикальної симетрії КЛА і спрямована до його верхньої частини. У цьому випадку рівняння руху мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= P_{xa} - X_a - G_r \sin \theta, \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= P_{ya} + Y_a - G_r \cos \theta (1 - \bar{V}^2), \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h} V \cos \theta, \\ \frac{dh}{dt} &= V \sin \theta, \\ P &= \sqrt{P_{xa}^2 + P_{ya}^2}, \\ \frac{dm}{dt} &= -\frac{P}{c}, \end{aligned} \right\} (4.1)$$

де  $\theta$  - кут нахилу траєкторії;  $X_a, Y_a$  - складові аеродинамічної сили (лобовий опір та підйомна сила);  $P_{xa}, P_{ya}, P$  - складові та повна тяга ЕРД;

$$G_r = mg_c \left( \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h} \right)^2 - \text{сила тяжіння}; \quad g_c = 9,81 \text{ м/с}^2; \quad \bar{V} = \frac{V}{V_{1к0}}; \quad V_{1к} = \sqrt{\frac{K_\oplus}{R_\oplus + h}};$$

$L, H$  - дальність та висота польоту КЛА;  $V$  - швидкість польоту;  $c$  - ефективна швидкість витікання;  $m$  - поточна маса КЛА;  $G_r = (1 - \bar{V}^2)$  - уявна вага КЛА;  $R_\oplus, K_\oplus$  - радіус і гравітаційний параметр Землі.

Розрахунок траєкторії КЛА ведуть методами чисельного інтегрування системи при заданій програмі.

Програма, як правило, задається у вигляді  $P = P(t), c = c(t)$  та одного із законів:  $\alpha(t), \theta(t), \frac{P_{ya} + Y_a}{mg_c} = f(t), h(L)$  або  $V(h)$ .

Розглянемо особливості розрахунків деяких окремих випадків руху КЛА.

#### 4.1.1. Рух на постійній висоті з фіксованою швидкістю та використанням підйомної сили

Рівняння руху (4.1) у цьому випадку матимуть вигляд:

$$\left. \begin{aligned} P_{xa} &= X_a, \\ P_{ya} &= G_r \cos\theta (1 - \bar{V}^2) - Y_a, \\ \frac{dL}{dt} &= V \left( \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h} \right), \\ P &= \sqrt{P_{xa}^2 + P_{ya}^2}, \\ \frac{dm}{dt} &= -\frac{P}{c}. \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Як видно із системи, тяга, необхідна для забезпечення такого польоту (потрібна тяга), залежить від аеродинамічних сил і визначається виразом

$$P_n = \sqrt{X_a^2 + \left[ G_r (1 - \bar{V}^2) - Y_a \right]^2}. \quad (4.3)$$

Аеродинамічні сили виражають через безрозмірні аеродинамічні коефіцієнти  $c_{x_a}$  та  $c_{y_a}$ :

$$\left. \begin{aligned} X_a &= c_{x_a} \frac{\rho V^2}{2} S, \\ Y_a &= c_{y_a} \frac{\rho V^2}{2} S, \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

де  $\rho$  - густина атмосфери на висоті польоту (див. залежність (2.22));  $S$  - характерна площа КЛА (частіше - площа міделя).

Аеродинамічні коефіцієнти крім геометрії КЛА, швидкості та висоти польоту (вірніше, від чисел  $M = \frac{V}{a_H}$ ,  $Re = \frac{Vb}{\nu}$ ,  $K_n = \frac{L_a}{b}$ , де  $a_H$  - швидкість поширення звукової хвилі на висоті польоту,  $b$  - характерний лінійний розмір КЛА;  $\nu$  - коефіцієнт кінематичної в'язкості атмосфери;  $L_a$  - довжина вільного пробігу молекул) залежать від кута атаки  $\alpha$ , тобто кута між поздовжньою віссю КЛА та проекцією вектора швидкості КЛА на площину його вертикальної симетрії. Тому для розрахунків потрібної тяги необхідно мати залежності

$$c_{x_a} = f(\alpha) \text{ та } c_{y_a} = f(\alpha) \text{ або полярну } c_{y_a} = f(c_{x_a}).$$

Потрібні значення кута атаки  $\alpha^*$  для заданих  $V$  та  $h$  визначають графічним методом М.Є. Жуковського (рис. 4.1).

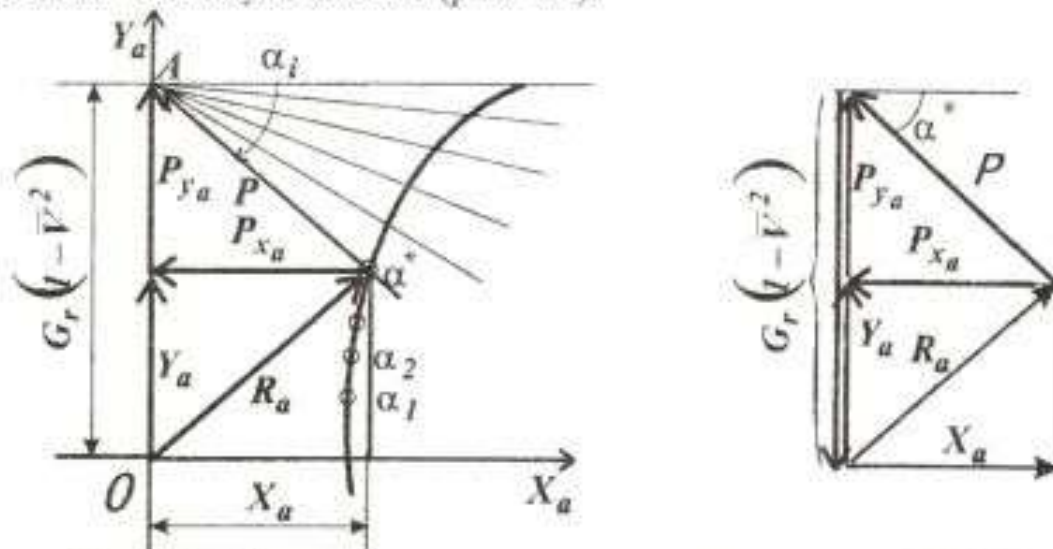


Рис. 4.1. Схема визначення кута атаки методом М.Є. Жуковського

Послідовність знаходження кута така:

1. Для декількох значень кута атаки  $\alpha_i$ , користуючись залежностями  $c_{x_a} = f(\alpha)$ ,  $c_{y_a} = f(\alpha)$  або  $c_{y_a} = f(c_{x_a})$ , визначити  $c_{y_{ai}}$ ,  $c_{x_{ai}}$ , розрахувати  $X_{ai}$  та  $Y_{ai}$  (залежності (4.4)) та побудувати в одному масштабі по осях абсцис і ординат криву  $Y_a = f(X_a)$ , вказуючи на ній відповідні кути  $\alpha_i$ .

2. Вздовж осі  $OY_a$  відмітити відрізок  $OA$ , який в масштабі осі дорівнює уявній вазі КЛА  $OA = G_r(1 - \bar{V}^2)$ .

3. З точки  $A$  провести кілька променів під кутами  $\alpha_i$  до горизонту до перетину з кривою  $Y_a = f(X_a)$ .

4. Вибрати промінь, що перетинає криву  $Y_a = f(X_a)$  в тій точці, де кут  $\alpha^*$ , позначений на кривій, дорівнює куту  $\alpha^*$ , під яким проведено цей промінь. Кут  $\alpha^*$  і буде шуканим.

Аеродинамічні сили  $X_{ai}, Y_{ai}$ , що діють на КЛА, та потрібну тягу можна або розрахувати за знайденим  $\alpha^*$  ( $c_{xa}^* = f(\alpha^*)$ ,  $c_{ya}^* = f(\alpha^*)$ ,

$X_a = c_{xa} \cdot \frac{\rho V^2}{2} S$ ,  $Y_a = c_{ya} \cdot \frac{\rho V^2}{2} S$ ,  $P_n$  - за формулою (4.3)), або визначити безпосередньо з рис. 4.1.

#### 4.1.2. Рух КЛА з фіксованими швидкістю $V$ , висотою $h$ та кутом $\alpha = \theta$

Потрібна тяга в цьому випадку дорівнюватиме

$$P_n = \sqrt{X_\theta^2 + \left[ G_r(1 - \bar{V}^2) \right]^2}, \quad (4.5)$$

де  $X_\theta = c_{x\theta} \cdot \frac{\rho V^2}{2} S_T$ ,  $c_{x\theta} = 2,0 \dots 2,4$ ,  $S_T$  - площа «тіні» на напрям, перпендикулярний до вектора швидкості.

Величина  $X_\theta$  мала, тому потрібна тяга визначається головним чином швидкістю та висотою польоту і витрачається в основному на зрівноваження уявної ваги. Якщо  $V = V_{1K}$ , потрібна тяга мінімальна і дорівнює лобовому опору  $X_\theta$  при нульовому куті атаки.

Якщо запас робочої речовини на борту КЛА відомий, то сумарна тривалість його польоту

$$\tau = \frac{m_n}{\dot{m}} = \frac{m_0 \xi_n}{P} = \frac{\xi_n c}{\frac{P}{m_0 g_c}} = \frac{\xi_n c}{g_c P_0}, \quad (4.6)$$

де  $\xi_n = \frac{m_n}{m_0}$  - відносний запас робочої речовини на борту КЛА;

$c$  - ефективна швидкість витікання;  $g_c = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  $P_0 = \frac{P_0}{m_0 g_c}$  - початкова

тягоозброєність КЛА.

Сумарну дальність польоту в проекції на поверхню Землі можна визначити інтегруванням третього рівняння системи (4.2):

$$L = V \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h} \cdot \frac{\xi_n c}{g_c P_{\theta}} \quad (4.7)$$

Число обертів КЛА навколо Землі

$$N \approx \frac{L}{40 \cdot 10^6}, \quad (4.8)$$

де  $L$  - в метрах.

#### 4.2. Постановка задачі та методика розрахунків

КЛА із заданою початковою масою  $m_0$ , геометричними ( $S_T$  або  $S_{\kappa p}$ ) та аеродинамічними характеристиками (відома залежність  $c_{ya} = f(c_{xa}, \alpha)$  - поляр) повинен протягом заданого проміжка часу  $\tau$  здійснювати політ на заданій висоті  $h_0$  з фіксованою швидкістю  $V_{\theta}$ .

Визначити оптимальні характеристики ЕУ та ЕРД у складі КЛА, що забезпечують виконання поставленої задачі, потрібний запас робочої речовини  $m_n$ , максимальне корисне навантаження  $m_{\kappa b}$ , сумарну дальність польоту  $L$  та число обертів навколо Землі.

Щоб розв'язати поставлену задачу, послідовно треба визначити:

1. Величину першої космічної швидкості на заданій висоті польоту

$$V_{1\kappa} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_{\theta}}},$$

де  $r_{\theta} = R_{\oplus} + h_0$ ;  $R_{\oplus}, K_{\oplus}$  - радіус і гравітаційний параметр Землі.

2. За методом М.С. Жуковського, як описано в п.п. 1 - 5 підрозд. 4.1.1, потрібну для забезпечення польоту на висоті  $h_0$  із швидкістю  $V_{\theta}$  сумарну тягу ЕРД  $P_n$ . Якщо аеродинамічні характеристики КЛА невідомі, вважають кут атаки КЛА  $\alpha \approx \theta$ , і тоді потрібну тягу визначають за формулою (4.5), в якій

$$G_r = m_0 g_c \left( \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h} \right)^2, \quad \bar{V} = \frac{V}{V_{1\kappa}} - \text{відносна швидкість польоту}, \quad V_{1\kappa} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_{\theta}}},$$

$r_{\theta} = R_{\oplus} + h_0$ ,  $\rho$  - густина атмосфери на висоті польоту (див. підрозд. Д. 14).

3. Кут між поздовжньою віссю КЛА і напрямом тяги ЕРД

$$\varphi_p = \arctg \frac{G_r (1 - \bar{V}^2)}{X_{\theta}}$$

4. Тип ЕУ і ЕРД, установлені на КЛА (задають).

5. Оптимальні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛІА. Для цього задати кілька швидкостей витікання  $c_i$  із можливого діапазону швидкостей для вибраного типу ЕРД. Для кожного  $c_i$  знайти секундну масову витрату робочої речовини

$$\dot{m}_i = \frac{P_n}{c_i}; \text{ потрібний запас робочої речовини } m_{ni} = \dot{m}_i \cdot \tau, \text{ потужність двигуна}$$

$W_{oi} = \frac{c_i m_n}{2\eta_0}$  та енергоустановки  $W_{ei} = \frac{W_{oi}}{\eta_{pr} \varphi_N}$ , де  $\varphi_N, \eta_0, \eta_{pr}$  визначають з статистичними даними (див. табл. 1.1). За формулами (1.9) - (1.15) розрахувати маси енергоустановки  $m_{ei}$ , двигунів  $m_{oi}$ , баків  $m_{bi}$ , захисту  $m_{zi}$ , конструктивних елементів  $m_{ki}$ , перетворювача енергії  $m_{npi}$  та масу корисного вантажу

$$m_{kvi} = m_0 - m_{ni} - m_{ei} - m_{oi} - m_{bi} - m_{zi} - m_{ki} - m_{npi}.$$

Побудувати залежність  $m_{kvi} = f(c)$ , за якою визначити оптимальну швидкість витікання  $c^*$ , що відповідає максимальному значенню корисного вантажу  $(m_{kvi})_{max}$ .

Обчислити оптимальні параметри ЕУ і ЕРД, що відповідають  $c^*$  за наведеною вище (п.5) методикою, тобто

$$m_o^*, m_n^*, m_z^*, m_b^*, m_k^*, m_e^*, m_{oi}^*, W_e^*.$$

6. Сумарну дальність польоту КЛІА (проекцію траєкторії на поверхню Землі)

$$L = V_0 \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h} \cdot \tau.$$

7. Сумарну кількість обертів КЛІА навколо Землі за час  $\tau$

$$N \approx \frac{L}{40 \cdot 10^6}.$$

## 5. НАБЛИЖЕНИЙ РОЗРАХУНОК ТРАЄКТОРІЙ І ПАРАМЕТРІВ ЕУ І ЕРД У СКЛАДІ КЛІА, ЩО ЗДІЙСНЮЄ МІЖПЛАНЕТНИЙ ПОЛІТ

### 5.1. Загальні положення

Вибір оптимальних параметрів міжпланетної траєкторії, КЛІА і ЕУ і ЕРД установлених на ньому, потребує розв'язання складної варіаційної крайової задачі, що можливе лише з використанням ЕОМ.

Але навіть у цьому випадку великі потрібні витрати машинного часу на розв'язання, багатопараметричність роблять цю задачу практично непридатною на попередній стадії проектування, коли необхідне проведення чисель



них розрахунків по дослідженню впливу різних параметрів КЛА, ЕУ, ДМТ та форми самої траєкторії (керування) на кінцеві результати міжпланетного польоту. Щоб уникнути цих труднощів, для попередніх наближених розрахунків приймають такі припущення, що спрощують задачу:

1. Загальну задачу оптимізації поділяють на дві незалежні - траєкторну і параметричну (вагову), які розв'язуються окремо.

2. При розв'язанні траєкторної задачі використовують так звану кусково-конічну апроксимацію, згідно з якою вся міжпланетна траса поділяється на окремі ділянки, сфери дії, на яких враховують тяжіння тільки одного найближчого небесного тіла. Впливом інших небесних тіл нехтують.

3. Орбіти планет вважають компланарними колами.

4. Приймають, що ЕРД працює лише на ділянках розгону та гальмування поблизу планет відправлення та призначення.

Основну ділянку міжпланетної траси - політ у сфері дії Сонця - вважають пасивною, тобто з непрацюючим двигуном. Ця ділянка являє собою конічний переріз, в загальному випадку - еліпс.

5. При визначенні потрібних енергетичних витрат на забезпечення міжпланетного перельоту використовують еліптичну теорію (див. підрозд. Д.2). За основний параметр, що характеризує енергетичні втрати, беруть потрібну сумарну характеристичну швидкість. При проведенні попередніх розрахунків потрібних витрат характеристичної швидкості на маневри вважають, що зміна швидкості КЛА під дією двигунів відбувається стрибком (імпульс швидкості) в одній точці траєкторії, а потім вводять відповідні поправки, користуючись статистичними матеріалами.

6. Використовують метод послідовних наближень, поступово ускладнюючи задачу.

7. Параметричну (вагову) оптимізацію ведуть так само, як і у попередніх задачах.

Розглянемо спочатку розв'язання кількох задач (підрозд. 5.2 - 5.5) з використанням зазначених вище припущень. Одержані результати можуть служити вихідним матеріалом для попередньої оцінки можливості міжпланетного перельоту, потрібних енергетичних витрат, сумарної тривалості, маси корисного вантажу і т.п.

У розд. 6 про міжпланетні перельоти буде наведено більш точну методику розв'язання кількох конкретних задач міжпланетних перельотів КЛА з ДМТ у межах сонячної системи. В основу методики покладено результати обробки чисельних розрахунків крайових варіаційних задач з використанням EOM.

**5.2. Вибір основних параметрів КЛА з ДМТ, що здійснює швидкий міжпланетний переліт по довільній відносно Сонця еліптичній орбіті, що перетинається з орбітами планет відправлення та призначення**

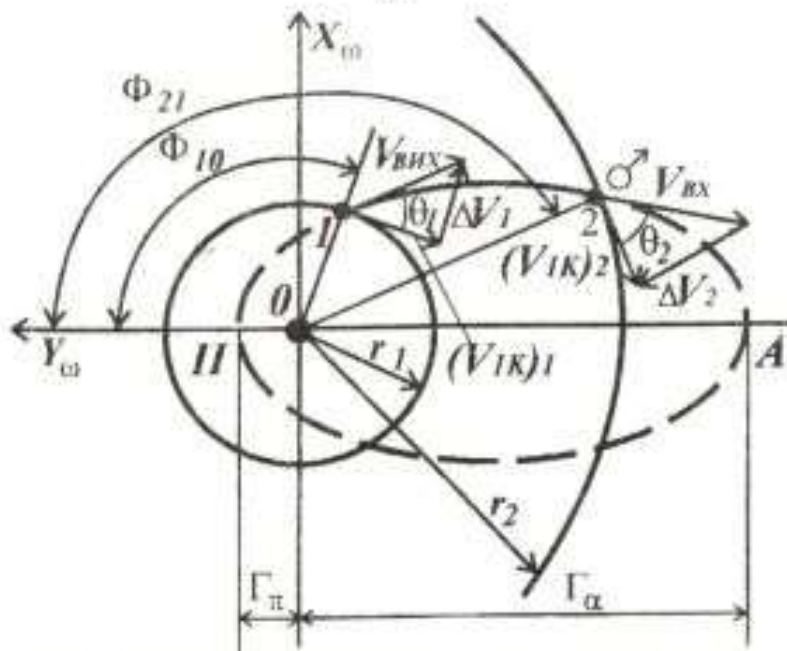
**5.2.1. Постановка задачі**

Прийнявши припущення, що орбіти планет відправлення та призначення - концентричні компланарні кола радіусів  $r_1$  та  $r_2$ , а перелітна орбіта - еліпс з періцентричною та апоцентричною відстанню відповідно  $r_\pi$  та  $r_\alpha$  ( $r_1 > r_\pi, r_2 < r_\alpha$ ), визначити потрібні оптимальні характеристики КЛА з ДМТ, що здійснює швидкий міжпланетний переліт із заданої колової орбіти з радіусом  $r_{01}$  відносно планети відправлення на колову орбіту з радіусом  $r_{02}$  відносно планети призначення. Початкова маса КЛА на вихідній орбіті дорівнює  $m_0$ .

**5.2.2. Методика розв'язання задачі**

1. Визначити параметри перелітного еліпса (рис. 5.1):

- велику піввісь  $a = \frac{r_\pi + r_\alpha}{2}$ ;
- лінійний ексцентриситет  $c = a - r_\pi$ ;
- ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;



- фокальний параметр

$$p = r_\pi(1 + \varepsilon);$$

- константу площ

$$\sigma_c = \sqrt{pK_C};$$

- константу енергії

$$h_c = (\varepsilon^2 - 1) \frac{K_C^2}{\sigma_c^2},$$

де  $K_C$  - гравітаційний параметр Сонця (див. підрозд. Д. 13).

2. Якщо припустити, що в момент виходу зі сфери дії планети відправлення швидкість КЛА відносно Сонця дорівнює місцевій коловій, тобто швидкості орбітального

**Рис. 5.1.** Схема міжпланетного перельоту (загальний випадок): 1 - планета відправлення; 2 - планета прибуття

руху планети, то потрібний імпульс швидкості для переходу до польоту по перелітному еліпсу можна знайти у такій послідовності:

- швидкість орбітального руху планети відправлення

$$V_{1\kappa_1} = \sqrt{\frac{K_C}{r_1}};$$

- швидкість КЛА відносно Сонця, потрібна для польоту по перелітному еліпсу (швидкість виходу із сфери дії планети відправлення)

$$V_{вих} = \sqrt{K_C \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right)};$$

- істинна аномалія КЛА в момент виходу зі сфери дії планети відправлення

$$\Phi_{10} = \arccos \left( \frac{p - r_1}{r_1 \varepsilon} \right);$$

- кут нахилу траєкторії КЛА відносно Сонця в момент виходу зі сфери дії планети відправлення

$$\theta_1 = \arcsin \frac{\sqrt{\frac{K_C}{p}} \varepsilon \sin \Phi_{10}}{V_{вих}};$$

- шуканий потрібний імпульс швидкості

$$\Delta V_1 = \sqrt{V_{1\kappa_1}^2 + V_{вих}^2 - 2V_{1\kappa_1}V_{вих} \cos \theta_1}.$$

3. Так само, як і в п. 2, розрахувати імпульс швидкості  $\Delta V_2$ , потрібний для переведення КЛА з перелітної еліптичної орбіти на орбіту планети призначення навколо Сонця:

- швидкість орбітального руху планети призначення

$$V_{1\kappa_2} = \sqrt{\frac{K_C}{r_2}};$$

- швидкість КЛА відносно Сонця при польоті по перелітному еліпсу в момент входу в сферу дії планети призначення

$$V_{вх} = \sqrt{K_C \left( \frac{2}{r_2} - \frac{1}{a} \right)};$$

- істинна аномалія КЛА в момент входу в сферу дії планети призначення

$$\Phi_{21} = \arcsin \frac{p - r_1}{r_2 \varepsilon};$$

- кут нахилу траєкторії КЛА відносно Сонця в точці входу

$$\theta_2 = \arcsin \frac{\sqrt{\frac{K_C}{p}} \varepsilon \sin \Phi_{21}}{V_{ax}};$$

- шуканий потрібний імпульс швидкості

$$\Delta V_2 = \sqrt{V_{1\kappa_2}^2 + V_{ax}^2 - 2V_{1\kappa_2}V_{ax} \cos \theta_2}.$$

4. Визначити імпульс швидкості  $\Delta V_{01}$ , який необхідно надати КЛА для переведення його з вихідної колової орбіти з радіусом  $r_{01}$  на параболічну відносно планети відправлення. В цьому випадку швидкість на «місцевій нескінченності» відносно планети дорівнює нулю. Отже, відносно Сонця швидкість КЛА дорівнює орбітальній швидкості планети відправлення, тобто

$$\Delta V_{01} = (V_{2\kappa})_{01} - (V_{1\kappa})_{01} = \sqrt{\frac{2K_1}{r_{01}}} - \sqrt{\frac{K_1}{r_{01}}} = 0,40421 \sqrt{\frac{K_1}{r_{01}}},$$

де  $K_1$  - гравітаційний параметр планети відправлення.

5. Так само, як і в п. 4, одержати імпульс швидкості, який необхідно надати КЛА для переведення його з параболічної орбіти відносно планети призначення на колову з радіусом  $r_{02}$ :

$$\Delta V_{02} = 0,40421 \sqrt{\frac{K_2}{r_{01}}},$$

де  $K_2$  - гравітаційний параметр планети призначення (див. підрозд. Д.13).

6. Задати середні значення поправкових коефіцієнтів  $k_1, k_2$ , що враховують вплив гравітаційного поля на потрібну характеристичну швидкість при роботі ДМТ порівняно з ДБТ (наприклад,  $k_1=1,6$ ,  $k_2=2,1$ ; див. рис. 5.2) і обчислити сумарну характеристичну швидкість першого наближення, потрібну для виконання поставленої космічної задачі:

чиселити сумарну характеристичну швидкість першого наближення, потрібну для виконання поставленої космічної задачі:

$$\Delta V = (\Delta V_1 + \Delta V_2) \cdot k_1 + (\Delta V_{01} + \Delta V_{02}) \cdot k_2.$$

7. Провести оптимізацію параметрів ЕУ, ЕРД у складі КЛА для розрахованого значення  $\Delta V$  згідно з метою

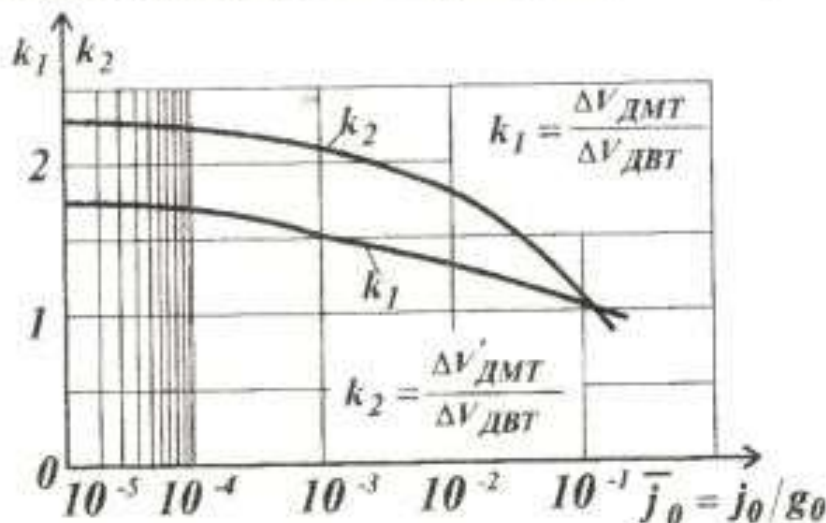


Рис. 5.2. Поправкові коефіцієнти, що враховують гравітаційні втрати КЛА з ДМТ ( $k_1$  - у сфері дії Сонця,  $k_2$  - на припланетних ділянках)

диною, викладеною в п.п. 2 - 10 розд. 2, або в підрозд. 1.4, в результаті якої визначити шукані оптимальні параметри першого наближення  $j_0^*, p_0^*, W_c^*, W_d^*, c_1^*, m_{ка}^*$ .

8. Користуючись рис. 5.2, за розрахованими в п. 7 величинами початкового прискорення  $j_0^*$  знайти уточнені значення поправкових коефіцієнтів  $k_1$  та  $k_2 - k_1', k_2'$ .

Якщо ці коефіцієнти суттєво відрізняються від заданих в п. 6, розрахунки за п.п. 6 - 7 повторити для  $k_1$  та  $k_2$ .

9. Оцінити орієнтовну тривалість пасивного польоту по перелітному еліпсу:

$$\Delta t_{1,2} = \frac{I}{n} (E_{21} - E_{10} - \varepsilon \sin E_{21} + \varepsilon \sin E_{10}),$$

$$E_{21} = 2 \operatorname{arctg} \left[ \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\Phi_{21}}{2} \right],$$

$$E_{10} = 2 \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2} \right),$$

$$n = \frac{\sqrt{K_v}}{a^{\frac{3}{2}}}.$$

Примітка. При постановці космічної задачі міжпланетна траєкторія може бути задана не радіусами  $r_\kappa$  та  $r_\alpha$ , а кутовими величинами -  $\Phi_{10}, \Phi_{21}$  (істинна аномалія КЛА в моменти початку і кінця геліоцентричної ділянки перельоту, рис. 5.1). Параметри перелітного еліпса у цьому випадку знаходять так:

- ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cos \Phi_{10} - r_2 \cos \Phi_{21}};$

- параметр  $p = r_1 (1 + \varepsilon \cos \Phi_{10});$

- велика піввісь  $a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2};$

- константа площ  $\sigma_c = \sqrt{pK_C};$

- константа енергії  $h_c = (\varepsilon^2 - 1) \frac{K_C^2}{\sigma_c^2}.$

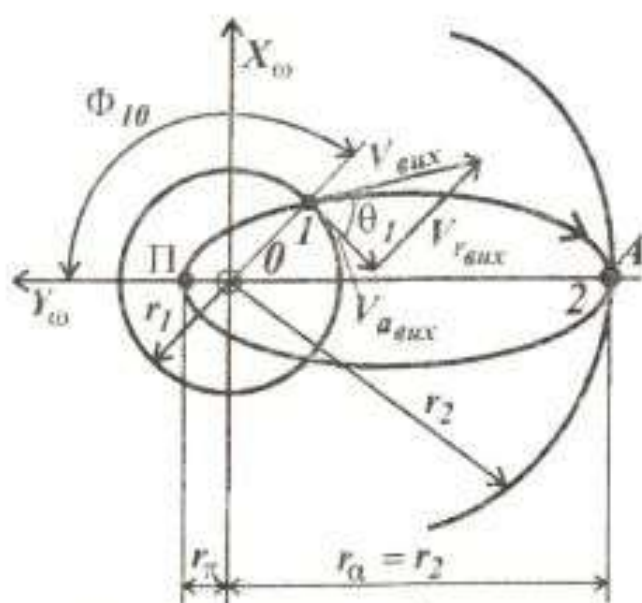
### 5.3. Особливості розрахунків міжпланетної траєкторії, якщо перелітна еліптична орбіта дотична до орбіти планети призначення

Постановка цієї задачі така ж сама, як наведено в підрозд. 5.2, але перелітний еліпс, що дотикається до орбіти планети призначення, заданий кутом істинної аномалії  $\Phi_{10}$  планети відправлення в момент початку геліоцентричної ділянки міжпланетної траєкторії.

### 5.4. Методика проєктувальних розрахунків

1. Визначити параметри перелітного еліпса (рис. 5.3):

- ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cos \Phi_{10} + r_2}$ ;



- параметр  $p = r_2(1 - \varepsilon)$ ;

- велику піввісь  $a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2}$ ;

- константу площі  $\sigma_c = \sqrt{pK_C}$ ;

- константу енергії  $h_c = (\varepsilon^2 - 1) \frac{K_C^2}{\sigma_c^2}$ .

2. Знайти потрібний імпульс  $\Delta V_1$  для перевodu КЛІА від руху з  $V_{1\kappa_1}$  навколо Сонця до польоту по перелітному еліпсу (див. п. 2 підрозд. 5.2)

$$\Delta V_1 = \sqrt{V_{1\kappa_1}^2 + V_{\text{вих}}^2 - 2V_{1\kappa_1}V_{\text{вих}} \cos \theta_1}$$

Рис. 5.3. Схема міжпланетного перельоту по еліпсу, дотичному до орбіти планети призначення

$$\text{де } V_{1\kappa_1} = \sqrt{\frac{K_C}{r_1}}; V_{\text{вих}} = \sqrt{K_C \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right)}; \theta_1 = \arcsin \frac{\sqrt{\frac{K_C}{p}} \varepsilon \sin \Phi_{10}}{V_{\text{вих}}}$$

3. Розрахувати імпульс швидкості  $\Delta V_2$ , потрібний для перевodu КЛІА з перелітної еліптичної орбіти на орбіту планети призначення навколо Сонця:

$$\Delta V_2 = V_{1\kappa_2} - V_\alpha,$$

де

$$V_{1\kappa_2} = \sqrt{\frac{K_C}{r_2}}; V_\alpha = \sqrt{K_C \left( \frac{2}{r_2} - \frac{1}{a} \right)}.$$

4. Обчислити імпульси швидкості  $\Delta V_{01}$  та  $\Delta V_{02}$ , які необхідно надати КЛА відповідно для переведення його з вихідної кругової орбіти з радіусом  $r_{01}$  на параболічну відносно планети відправлення та для переведення з параболічної орбіти відносно планети призначення на кругову з радіусом  $r_{02}$ :

$$\Delta V_{01} = 0,41421 \sqrt{\frac{K_1}{r_{01}}}; \Delta V_{02} = 0,41421 \sqrt{\frac{K_2}{r_{02}}}.$$

Тут  $K_1, K_2$  - гравітаційні параметри планет відправлення та призначення (див. підрозд. Д. 13).

5. Подальші розрахунки вести згідно з п.п. 6 - 8 підрозд. 5.2.

6. Оцінити орієнтовну тривалість польоту КЛА по перелітному еліпсу (пасивний політ):

$$\Delta t = \frac{T}{2} - \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_p}} (E_{10} - \varepsilon \sin E_{10}),$$

де  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{K_C}} a^{\frac{3}{2}}; E_{10} = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\Phi_{10}}{2} \right).$

### 5.5. Особливості розрахунків, якщо перелітна еліптична орбіта дотична до орбіти планети відправлення

Якщо постановка задачі така ж сама, як і в підрозд. 5.2, але перелітна еліптична орбіта дотична до орбіти планети відправлення і задана істинною аномалією  $\Phi_{21}$ , параметри перелітної орбіти визначають у такій послідовності (див. рис. 5.4):

- ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{r_2 - r_1}{r_1 - r_2 \cos \Phi_{21}};$

- параметр  $p = r_1(1 + \varepsilon);$

- велику піввісь  $a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2}.$

Потрібні для забезпечення виконання поставленої космічної задачі витрати характеристичної швидкості для

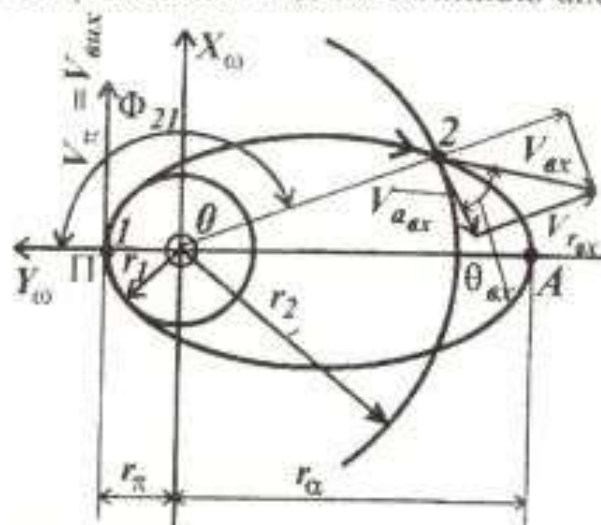


Рис. 5.4. Схема міжпланетного перельоту по еліпсу, дотичному до планети відправлення

КЛА з двигунами малих тяг у першому наближенні оцінюють за формулою

$$\Delta V = (\Delta V_1 + \Delta V_2) \cdot k_1 + (\Delta V_{01} + \Delta V_{02}) \cdot k_2,$$

де  $k_1, k_2$  - поправкові коефіцієнти (див. п. 6 підрозд. 5.2), для КЛА з двигунами великої тяги  $k_1 = k_2 = 1$ ;

$$\Delta V_1 = V_{aux} - V_{1\kappa_1}; \quad V_{aux} = \sqrt{K_C \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right)}; \quad V_{1\kappa_1} = \sqrt{\frac{K_C}{r_1}};$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{V_{1\kappa_2}^2 + V_{ax}^2 - 2V_{1\kappa_2}V_{ax} \cos \theta_2}; \quad V_{1\kappa_2} = \sqrt{\frac{K_C}{r_2}}; \quad V_{ax} = \sqrt{K_C \left( \frac{2}{r_2} - \frac{1}{a} \right)};$$

$$\theta_2 = \arccos \frac{\sqrt{\frac{K_C}{p}} \varepsilon \sin \Phi_{21}}{V_{ax}}; \quad \Delta V_{01} = 0,41421 \sqrt{\frac{K_1}{r_{01}}}; \quad \Delta V_{02} = 0,41421 \sqrt{\frac{K_2}{r_{01}}}.$$

Орієнтовну тривалість польоту КЛА по перелітному еліпсу (пасивний політ) визначають, використовуючи рівняння Кеплера

$$\Delta t = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_C}} (E_{21} - \varepsilon \sin E_{21}),$$

де

$$E_{21} = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\Phi_{21}}{2} \right).$$

Усі інші необхідні проектні розрахунки виконують так само, як і у підрозд. 5.2 (див. п.п. 7, 8).

### 5.6. Особливості проектних розрахунків, якщо перелітна орбіта - еліпс Цандера-Гомана

Як відомо, перелітний еліпс Цандера-Гомана дотичний до орбіт планети відправлення та призначення (рис. 5.5).

Якщо відношення радіусів цих орбіт  $\frac{r_2}{r_1} < 15,56$ , то енергетичні витрати на такий переліт, які оцінюються потрібною характеристичною швидкістю  $\Delta V$ , мінімальні. Параметри перелітного еліпса Цандера-Гомана визначають так:



- велика піввісь  $a = \frac{r_1 + r_2}{2}$ ;
- лінійний ексцентриситет  $e = a - r_1$ ;
- ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ;
- параметр  $p = a(1 - \varepsilon^2)$ ;
- мала піввісь  $b = \sqrt{ap}$ ;
- константа площ  $\sigma_c = \sqrt{pK_C}$ ;
- константа енергії  $h_c = (\varepsilon^2 - 1) \frac{K_C^2}{\sigma_c^2}$ .

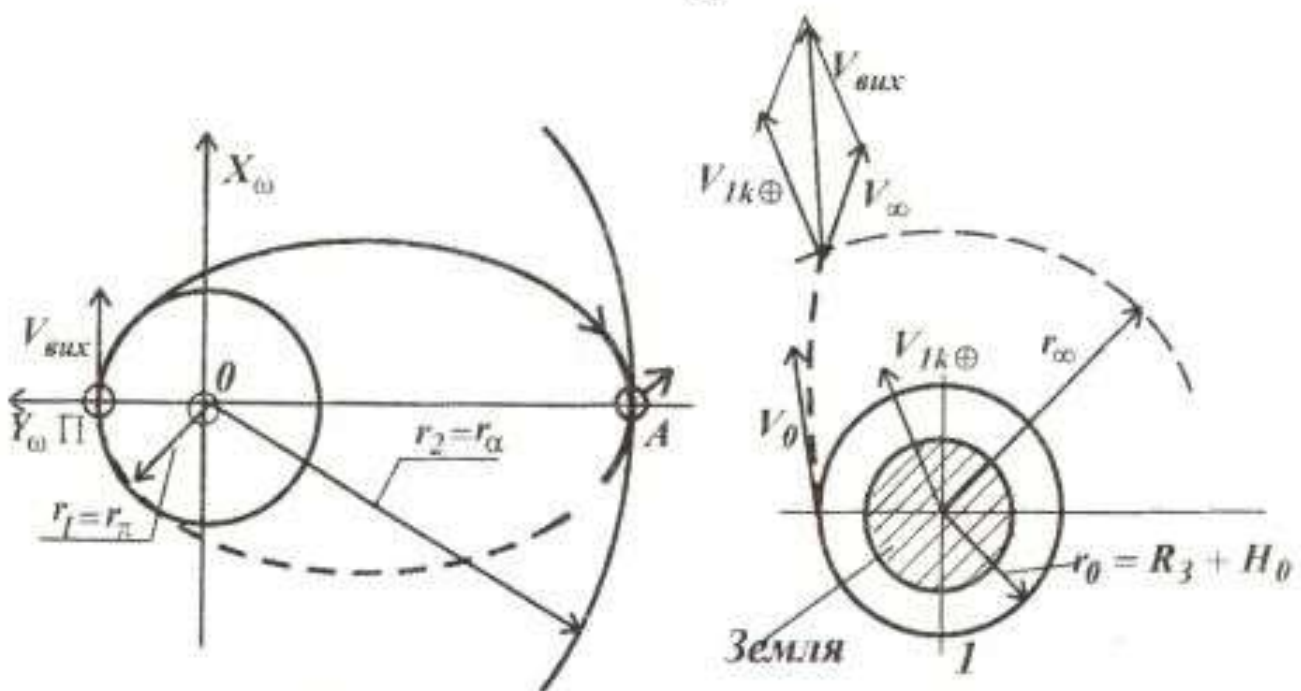


Рис. 5.5. Переліт по еліпсу Цандера-Гомана

Розрахунки потрібних для забезпечення виконання поставленої в підрозд. 5.2 космічної задачі витрат характеристичної швидкості проводять спочатку для КЛА з двигунами великої тяги. Для цього послідовно треба знайти:

- потрібний імпульс швидкості для переводу КЛА із заданої вихідної колової орбіти радіуса  $r_{01}$  на параболічну відносно планети відправлення

$$\Delta V_{01} = 0,41421 \sqrt{\frac{K_1}{r_{01}}}, \quad K_1 - \text{гравітаційний параметр планети відправлення};$$

- імпульс швидкості для переводу КЛА з параболічної орбіти відносно планети відправлення на перелітний еліпс Цандера-Гомана

$$\Delta V_1 = V_{вих} - V_{1k1},$$

де  $V_{\text{вх}}$  - потрібна швидкість відносно Сонця в точці **П** для польоту по еліпсу

$$\text{Цандера-Гомана, } V_{\text{вх}} = \sqrt{K_C \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right)};$$

$$V_{1\kappa_1} - \text{орбітальна швидкість планети відправлення, } V_{1\kappa_1} = \sqrt{\frac{K_C}{r_1}};$$

- імпульс швидкості для переводу КЛА в точці **А** з польоту по перелітному еліпсу на політ по параболічній орбіті відносно планети призначення

$$\Delta V_2 = V_{\text{вх}} - V_{1\kappa_2},$$

де  $V_{\text{вх}}$  - швидкість КЛА в точці **А** в польоті по перелітному еліпсу,

$$V_{\text{вх}} = \sqrt{K_C \left( \frac{2}{r_2} - \frac{1}{a} \right)}, \quad V_{1\kappa_2} - \text{орбітальна швидкість планети призначення,}$$

$$V_{1\kappa_2} = \sqrt{\frac{K_C}{r_2}};$$

- імпульс швидкості для переводу КЛА із параболічної орбіти відносно планети прибуття на кругову радіуса  $r_{02}$  навколо неї  $\Delta V_{02} = 0,41421 \sqrt{\frac{K_2}{r_{02}}}$ , де

$K_2$  - гравітаційний параметр планети прибуття;

- потрібні сумарні витрати характеристичної швидкості для КЛА з двигунами великої тяги

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_{01} + \Delta V_{02};$$

- тривалість польоту по перелітному еліпсу  $\Delta t = \frac{\pi}{\sqrt{K_C}} a^{\frac{3}{2}}$ .

Потрібні витрати характеристичної швидкості для забезпечення такого міжпланетного перельоту КЛА з ДМТ для прикидних розрахунків першого наближення визначити шляхом використання поправкових коефіцієнтів  $k_1$  та  $k_2$  (див. рис. 5.2):

$$\Delta V = (\Delta V_1 + \Delta V_2) \cdot k_1 + (\Delta V_{01} + \Delta V_{02}) \cdot k_2.$$

Примітка. Якщо космічна задача відрізняється від поставленої в підрозд. 5.2, то в наведених розрахунках потрібної характеристичної швидкості виключаються відповідні складові. Наприклад, за необхідності доставити космічний зонд на орбіту іншої планети, без переведення його на орбіту штучного супутника, потрібні витрати характеристичної швидкості для КЛА з ДМТ будуть

$$\Delta V = (\Delta V_1 + \Delta V_2) \cdot k_1 + \Delta V_{01} \cdot k_2.$$

Якщо ж потрібно тільки досягти орбіти іншої планети без маневрування поблизу неї, то  $\Delta V = \Delta V_1 \cdot k_1 + \Delta V_{01} \cdot k_2$ .

## **6. ДОСЛІДЖЕННЯ МІЖПЛАНЕТНИХ ТРАЄКТОРІЙ КЛА З ДМТ ДРУГОГО НАБЛИЖЕННЯ**

Найпоширеніший метод дослідження міжпланетних траєкторій КЛА з ДМТ базується на таких положеннях і припущеннях:

1. Траєкторія перельоту КЛА складається із планетоцентричних (внутрішніх) і геліоцентричних (зовнішніх) ділянок.

2. Задача геоцентричної (першої внутрішньої ділянки) - набрати параболічну відносно Землі швидкість.

3. Геліоцентрична (зовнішня) ділянка траєкторії КЛА з ДМТ починається в фіксованій точці геліоцентричної орбіти, що збігається з радіусом-вектором Землі відносно Сонця. Початкова геліоцентрична швидкість КЛА вважається рівною швидкості Землі відносно Сонця в цей момент. Закінчується геліоцентрична ділянка міжпланетного перельоту в точці, що співпадає з радіусом-вектором планети призначення.

4. Траєкторія КЛА поблизу планети призначення аналізується аналогічно геоцентричній траєкторії. Це деяка спіраль, що скручується навколо планети, початкова швидкість КЛА дорівнює місцевій параболічній. Спіральна траєкторія завершується виходом, наприклад, на колову орбіту штучного супутника планети призначення.

Таким чином, метод припускає так зване нульове стикування внутрішньої та зовнішньої ділянок, що еквівалентно основному припущенню так званого методу гравісфер нульового розміру.

Згідно з прийнятими припущеннями траєкторія міжпланетного перельоту КЛА з ДМТ буде складатися із ділянок:

- набору параболічної швидкості відносно планети старту (спіральної розкрутки);
- міжорбітального перельоту (геліоцентричної);
- спіральної скрутки біля планети призначення.

Сформульований метод дає можливість розглядати ці ділянки незалежно одна від одної.

### **6.1. Розрахунок ділянки спірального розгону міжпланетного КЛА з ДМТ до другої космічної швидкості поблизу планети відльоту**

У процесі руху КЛА з ДМТ по спіральній траєкторії розгону в центральному полі тяжіння його швидкість при віддаленні КЛА від центра тяжіння поступово зменшується. При збільшенні відстані від центра тяжіння знижується і місцева параболічна швидкість (друга космічна швидкість). Відрізок часу між початком руху по спіралі до досягнення КЛА місцевої параболічної швидкості називається часом розгону, або часом сходу із спіральної траєкто-

рії ( $t_{cx}$ ). Починаючи з  $t_{cx}$  швидкість КЛА монотонно збільшується.

Найточніше час сходу можна визначити методом чисельного інтегрування систем рівнянь руху КЛА, наприклад, в оскулюючих елементах. Якщо не враховувати вплив інших збурюючих факторів (несферичність центрального тіла, опір атмосфери, світловий тиск, тяжіння Місяця і Сонця та інші), крім тяги ДМТ, то для деяких окремих випадків руху (постійна трансверсальна тяга, постійне тангенціальне прискорення) можна одержати наближений аналітичний розв'язок поставленої задачі.

### 6.1.1. Наближений аналітичний розв'язок задачі розгону КЛА з ДМТ з постійною тангенціальною тягою в центральному полі тяжіння

Будемо вважати, що тяга ДМТ незмінна, спрямована по дотичній до траєкторії, і зробимо спрощене припущення, що в кожній точці траєкторії швидкість дорівнює місцевій коловій ( $V_{1k}$ ).

Для колової орбіти з радіусом  $r$  секундна зміна повної енергії КЛА, спричинена постійною тягою, дорівнює

$$\frac{dE}{dt} = P \cdot V_{1k},$$

де  $V_{1k} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r}}$  - перша космічна швидкість КЛА на орбіті з радіусом  $r$ .

Введемо питому енергію, для чого розділимо повну енергію КЛА на його масу:

$$\bar{E} = \frac{E}{m},$$

Тоді  $\frac{d\bar{E}}{dt} = \frac{P}{m} V_{1k}$ , або

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = j V_{1k}, \quad (6.1)$$

де  $j = \frac{P}{m}$  - прискорення КЛА, спричинене тягою.

З другого боку, повна енергія КЛА, віднесена до одиниці маси, згідно з еліптичною теорією дорівнює половині константи енергії  $\bar{h}_c$ :

$$\bar{E} = \frac{h_c}{2},$$

Через те, що  $h_c = V^2 - \frac{2K_{\oplus}}{r}$ ,  $V^2 = K_{\oplus} \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$ ,  $a = 2r$  (орбіта колова),

виходить, що  $\bar{E} = \frac{K_{\oplus}}{2r}$ , а

$$\frac{d\bar{E}}{dr} = \frac{K_{\oplus}}{2r^2} \quad (6.2)$$

Розділивши рівняння (6.1) на (6.2) почленно, одержимо

$$\frac{dr}{dt} = 2j \sqrt{\frac{r^3}{K_{\oplus}}} \quad (6.3)$$

Знайдемо вираз для прискорення  $j$  як функцію часу, використавши відомі залежності:  $P = mj = m_0 j_0 = const$ ,  $m = m_0 + \dot{m}t$ ,  $\dot{m} = \frac{P}{c}$ . Тоді

$$j = \frac{m_0 j_0}{m} = \frac{j_0}{1 - \frac{j_0 t}{c}} \quad (6.4)$$

Підставивши одержаний вираз для  $j$  у рівняння (6.3), дістанемо

$$\frac{dr}{dt} = \frac{2j_0 r^{3/2}}{\sqrt{K_{\oplus}} \left(1 - \frac{j_0 t}{c}\right)}$$

Це рівняння з подільними змінними  $r$  и  $t$ , яке можна проінтегрувати з граничною умовою: при  $t = 0$   $r = r_0$ .

У результаті інтегрування одержимо

$$r = \frac{r_0}{\left[1 + \frac{c}{V_{1\kappa}} \ln\left(1 - \frac{j_0 t}{c}\right)\right]^2} \quad (6.6)$$

де  $V_{1\kappa} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}}$  - перша космічна швидкість на вихідній орбіті.

Ця залежність показує зв'язок між поточною відстанню КЛА від центра тяжіння  $r$  та часом  $t$  і може бути використана для розрахунків характеристик компланарних маневрів переходу з однієї кругової орбіти з радіусом  $r_0$  на іншу з радіусом  $r_1$  з незмінною тангенціальною тягою:

- тривалість маневру (розкрутки КЛА по спіралі)

$$t_{\mu} = \frac{c}{j_0} \left[ 1 - e^{\left[ \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^{1/2} - 1 \right] \frac{V_{1\kappa}}{c}} \right]; \quad (6.7)$$

потрібні витрати робочої речовини

$$m_n = \frac{m_0 j_0}{c} \cdot t_\mu; \quad (6.8)$$

витрати характеристичної швидкості на маневр

$$\Delta V_M = c \cdot \ln \frac{1}{1 - \frac{j_0}{c} \cdot t_\mu}. \quad (6.9)$$

Тривалість спірального розгону до другої космічної швидкості ( $V_{2k}$ ) можна одержати, якщо припустити, що в момент досягнення  $V_{2k}$  КЛА буде знаходитись на нескінченно великій відстані від центра тяжіння, тобто  $r \rightarrow \infty$ ; це еквівалентно рівності знаменника виразу (6.6) нулю. Тоді

$$t_{cx} \approx \frac{c}{j_0} \left( 1 - e^{-\frac{V_{1ko}}{c}} \right). \quad (6.10)$$

Порівняння цього результату з точним розрахунком, одержаним методом чисельного інтегрування, показує, що знайдене  $t_{cx}$  завищене, причому похибка тим більша, чим більше початкове прискорення. Якщо ввести поправковий коефіцієнт  $\varphi_1$ , остаточно дістанемо

$$t_{cx} = \frac{\varphi_1 c}{j_0} \left( 1 - e^{-\frac{V_{1ko}}{c}} \right). \quad (6.11)$$

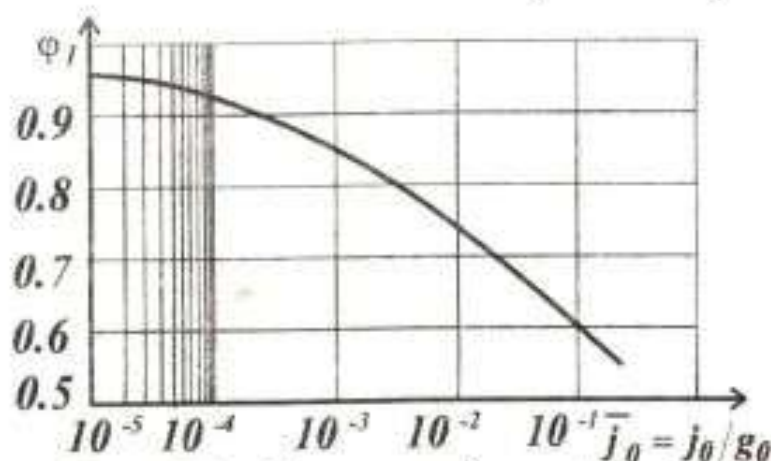


Рис. 6.1. Поправковий коефіцієнт для розрахунку тривалості розгону КЛА з ДМТ з незмінною тангенціальною тягою

Залежність коефіцієнта  $\varphi_1$  від початкового прискорення показано на рис 6.1. Витрати робочої речовини на маневр та потрібну характеристичну швидкість можна визначити з використанням залежностей

$$m_n = \frac{m_0 j_0 t_{cx}}{c} = \frac{P t_{cx}}{c} = \dot{m} t_{cx}, \quad (6.12)$$

$$\Delta V_M = -c \ln \left( 1 - \frac{m_T}{m_0} \right) = -c \ln \left( 1 - \frac{j_0}{c} t_{cx} \right). \quad (6.13)$$

Як правило, критерієм оптимізації ділянки спіральної розкрутки найчастіше беруть мінімальну тривалість набору параболічної швидкості. Розрахун-

ки показують, що тангенціальний та трансверсальний закони керування рухом КЛА при незмінній тязі ДМТ досить близькі до оптимального.

Крім виразу (6.11) для оцінки тривалості набору параболічної швидкості в ряді праць широко використовують таку апроксимаційну залежність:

$$t_{cx} = \bar{t}_{cx} \cdot \frac{r_0^{3/2}}{\sqrt{K_{\oplus}}}, \quad (6.14)$$

де

$$\bar{t}_{cx} = \frac{1}{j_0} \left[ 1 - c_1 \sqrt[4]{j_0} - \frac{\left(1 - c_1 \sqrt[4]{j_0}\right)^2}{2\bar{c}} \right];$$

$$\bar{j}_0 = \frac{j_0}{g_0}, \quad g_0 = \frac{K_{\oplus}}{r_0^2}, \quad \bar{c} = \frac{c}{V_{1ko}}, \quad V_{1ko} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}};$$

$$r_0 = R_{\oplus} + h_0, \quad R_{\oplus} = 6371 \text{ км}, \quad K_{\oplus} = 398600 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}.$$

Коефіцієнт  $c_1$  беруть таким:

- для тангенціально спрямованої тяги  $c_1 = 0,8082$ ;
- для трансверсальної тяги  $c_1 = 0,7555$ ;
- при використанні більш складного закону керування, для якого кут між реактивним прискоренням і трансверсальною є деякою коливальною функцією, що ще зменшує потрібну тривалість набору параболічної швидкості,  $c_1 = 0,8209$ .

Примітка. Аналіз витрат на скручення (маневр виходу КЛА на кругову орбіту радіуса  $r_{02}$  навколо планети призначення) для КЛА, що входить в сферу дії планети з параболічною швидкістю, можна проводити з використанням залежностей (6.11) та (6.14). При цьому початкове прискорення  $j_{02}$  КЛА треба визначати за масою КЛА в початковий момент (коли швидкість КЛА параболічна), у наведених формулах замість  $r_0$  брати  $r_{02}$ , місцеве значення

$g_0 = \frac{K}{r_{02}^2}$ , де  $K$  - гравітаційний параметр планети призначення, і відповідний

середній радіус планети.

### 6.1.2. Розкрутка КЛА з ДМТ до параболічної швидкості з постійним тангенціальним прискоренням

Аналітичний розв'язок задачі розгону КЛА з постійним тангенціальним прискоренням одержано В.В. Білецьким [17]. Наведемо результати цього розв'язку.

Припустимо, що в початковий момент  $t_0$  КЛА з ДМТ знаходиться на орбіті, близькій до колової. Тоді його відстань від центра тяжіння  $r = r_0$ , швидкість  $V = V_0 = V_{1ко} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}}$ , прискорення поля тяжіння  $g = g_0 = \frac{K_{\oplus}}{r_0^2}$ , прискорення КЛА, спричинені тягою,  $j_0$ .

Введемо безрозмірні величини:

$$\bar{r} = \frac{r}{r_0}, \quad \bar{V} = \frac{V}{V_{1ко}}, \quad \bar{t} = \frac{\sqrt{K_{\oplus}}}{r_0^{3/2}} t, \quad \bar{j} = \frac{j_0}{g_0},$$

де  $r, V, t$  - відповідно поточне значення відстані між КЛА та центром тяжіння, швидкість і тривалість польоту з моменту початку розгону КЛА з вихідної колової орбіти.

Тоді в момент досягнення КЛА другої космічної швидкості

$$\left. \begin{aligned} \bar{r}_{cx} &= \sqrt{\frac{\sin \Theta_{cx}}{\bar{j}}}; & \bar{V}_{cx} &= \sqrt[4]{\frac{4\bar{j}}{\sin \Theta_{cx}}}; \\ \bar{t}_{cx} &= \frac{1}{\bar{j} \left( 1 + \sqrt[4]{\frac{4\bar{j}}{\sin \Theta_{cx}}} \right)}; \\ \cos \Theta_{cx} &= \frac{1}{2} \left( \sqrt[4]{4\bar{j}} \right)^{\frac{2\sqrt{J}}{2\sqrt{J}-1}}; \\ N &= \frac{0,04}{\bar{j}}; & \bar{S} = \frac{S}{r_0} &= \frac{1}{2\bar{j}}, \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$

де  $N$  - число витків,  $S$  - пройдений шлях.

Для розрахунків параметрів КЛА в кінці ділянки спірального розгону (з точністю до 5...15%) можна скористатись тим фактом, що при  $t \rightarrow \infty$   $\sin \Theta \rightarrow 1$ , тобто можна прийняти  $\sin \Theta_{cx} \approx 1$ . Тоді залежності (6.15) значно спростяться:



$$\left. \begin{aligned} \bar{r}_{cx} &= \frac{1}{\sqrt{j}}; \\ \bar{V}_{cx} &= \sqrt[4]{4j}; \\ \bar{t}_{cx} &= \frac{1}{j(1+\bar{V}_{cx})}; \\ N &= \frac{0,04}{j}; \\ \bar{S} &= \frac{1}{2j}. \end{aligned} \right\} \quad (6.16)$$

Витрати характеристичної швидкості на маневр з  $j_0 = const$ :

$$\Delta V = j_0 \cdot t_{cx}. \quad (6.17)$$

Запас робочої речовини, необхідний для виконання маневру розгону, можна знайти за рівнянням Ціолковського:

$$m_n = m_0 \xi_n,$$

де

$$\xi_T = 1 - e^{-\frac{\Delta V}{c}}.$$

У праці [4] у випадку польоту з постійним тангенціальним прискоренням методом усереднення одержано:

$$r_{cx} = \frac{r_0}{\left(1 - \frac{j_0}{V_{1ко}} t_{cx}\right)^2}, \quad (6.18)$$

$$t_{cx} = \frac{r_0^{3/2}}{\sqrt{K_{\oplus}}} \cdot \frac{1 - 0,8082 \sqrt[4]{j_0}}{j_0}. \quad (6.19)$$

## 6.2. Розрахунок геліоцентричної ділянки міжпланетного перельоту (міжорбітальний переліт)

Задачу про знаходження оптимальної траєкторії міжорбітального перельоту з нерегульованим двигуном малої тяги розглядали ряд авторів ([2], [3], [9], [11]). Постановка задачі була такою. Параметри КЛА - початкове реактивне

прискорення (спричинене тягою ДМТ)  $j_0$  та ефективна швидкість витікання  $c$  - задані. Характеристиками траєкторії міжпланетного перельоту служать час перельоту  $t$ , кутова дальність польоту  $\Phi$ , час роботи двигуна на міжорбітальному перельоті (моторний час)  $t_\mu$ . За критерій оптимальності частіше приймають моторний час  $t_\mu$  або час перельоту  $t$ . Наприклад, знайти таку програму руху (такий закон включення-виключення ракетного двигуна, такий закон зміни напрямку вектора реактивного прискорення на активних ділянках руху), щоб для заданих часу перельоту і кутовій дальності  $\Phi$  ( $\Phi$  може бути нефіксоване), для заданих параметрів КЛА  $j_0$  і  $c$  моторний час  $t_\mu$  виявився мінімальним. При цьому вважали, що орбіти Землі і планети призначення компланарні. Використовуючи принцип максимуму, автори звели задачу пошуку оптимальних траєкторій до крайової задачі та провели масові розрахунки з використанням ЕОМ. Результати обробок цих масових розрахунків авторам вдалося апроксимувати у вигляді співвідношень, які можна використати при проектуванні перельотів КЛА і ДМТ між планетами. Розглянемо деякі з цих результатів.

#### 6.2.1. Міжорбітальний переліт з орбіти Землі на орбіту Марса з неперервно працюючим ЕРД

Якщо на міжорбітальній ділянці ЕРД працює неперервно, то моторний час збігається із загальним часом перельоту і може бути розрахований з використанням залежності

$$t_{optm}[\text{днів}] = t_\mu = \frac{1,725}{\sqrt{j_0}} + 17 \left( 1 - \frac{40}{c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right]} \right), \quad (6.20)$$

де  $\bar{j}_0 = \frac{j_0}{9,81}$ ,  $j_0 = \frac{P_0}{m}$  - реактивне прискорення,  $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

При цьому оптимальна кутова дальність геліоцентричної ділянки перельоту

$$\Phi_{optm} = \Phi_{12}[\text{градус}] = \frac{1,245}{\sqrt{j_0}} + 15 \left( 1 - \frac{d}{c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right]} \right). \quad (6.21)$$

Константа  $d$  у залежності (6.21) у випадку польоту орбіта Землі - орбіта Марса дорівнює 31,2 для зворотного перельоту 43,5.

Витрати характеристичної швидкості можна знайти за рівнянням Ціолковського:

$$\Delta V = -c \ln \left( 1 - \frac{j_0}{c} t_\mu \right). \quad (6.22)$$

### 6.2.2. Міжорбітальний переліт: орбіта Землі - орбіта Марса по траєкторії, що включає дві активні та одну пасивну ділянки

У цій задачі визначався мінімальний моторний час, якщо кутова дальність та загальний час перельоту оптимальні, при цьому мінімальний моторний час

$$t_{\mu} = t_{\mu \min}[\delta i \bar{\theta}] = 1,18 \cdot 10^{-3} \frac{c \left[ \frac{\text{км}}{c} \right]}{j_0} \left( 1 - e^{-\frac{5,59}{c \left[ \frac{\text{км}}{c} \right]}} \right), \quad (6.23)$$

сумарний оптимальний час перельоту

$$t_{\text{opt}} = t[\delta i \bar{\theta}] = 259 + 0,485 t_{\mu \min}[\delta i \bar{\theta}], \quad (6.24)$$

сумарна оптимальна кутова дальність

$$\Phi_{\text{opt}} = \Phi_{12}[\text{градус}] = 180 + 0,367 t_{\mu \min}[\delta i \bar{\theta}], \quad (6.25)$$

витрати характеристичної швидкості

$$\Delta V = -c \ln \left( 1 - \frac{j_0}{c} t_{\mu \min} \right). \quad (6.26)$$

### 6.2.3. Міжорбітальний переліт Земля - Сатурн

Цю задачу дослідили Т.А. Гуріна і М.С. Константинов. Траєкторія складалась із двох активних ділянок, розділених однією пасивною. КЛА мав перерегульований ДМТ. Оптимізувалась кутова дальність та час перельоту. Змінювалось початкове реактивне прискорення  $j_0$  та швидкість витікання  $c$ . За критерію оптимальності було прийнято активний час роботи ДМТ -  $t_{\mu \min}$ .

Одержано такі результати:

- сумарні витрати характеристичної швидкості

$$\Delta V \left[ \frac{\text{км}}{c} \right] = 13,401 + \frac{2,82519}{j_0 \left[ \frac{\text{мм}}{c^2} \right] + 0,14823}, \quad (6.27)$$

де

$$j_0 \left[ \frac{\text{мм}}{c^2} \right] = \bar{j}_0 \cdot g_0 \left[ \frac{\text{мм}}{c^2} \right] = \bar{j}_0 \cdot g_0 \left[ \frac{\text{м}}{c^2} \right] \cdot 10^3,$$

$\bar{j}_0$  - безрозмірне початкове реактивне прискорення.

$$g_0 = \frac{K_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h_0)^2} \left[ \frac{\text{ММ}}{\text{с}^2} \right], \text{ для } h_0 = 250 \text{ км } g_0 = 9093 \frac{\text{ММ}}{\text{с}^2};$$

- сумарний активний (моторний) час

$$t_{\mu} = \frac{c}{j_0} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta V}{c}} \right). \quad (6.28)$$

У формулі (6.28) треба взяти  $c$  - в  $\frac{\text{км}}{\text{с}}$ ,  $j_0$  - в  $\frac{\text{км}}{\text{с}^2}$ ,  $\Delta V$  - в  $\frac{\text{км}}{\text{с}}$ .

Величина  $t_{\mu}$  буде в секундах:

$$(t_{\mu}[\text{дiб}]) = \frac{t_{\mu}[\text{с}]}{86400}, \quad c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right] = \frac{c \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}} \right]}{1000}, \quad j_0 \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}^2} \right] = \frac{j_0 \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right]}{1000} = j_0 \left[ \frac{\text{ММ}}{\text{с}^2} \right] \cdot 10^{-6}.$$

Використасмо викладені в підрозд. 6.1 - 6.2 матеріали для розв'язання деяких конкретних задач.

### 6.3. Вибір параметрів космічного зонда для доставки корисного вантажу з орбіти штучного супутника Землі (ШСЗ) на орбіту планети Марс

#### 6.3.1. Постановка задачі

Вибрати основні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА, що забезпечують при заданій початковій масі КЛА  $m_0$  на вихідній орбіті відносно Землі (початкова висота орбіти  $h_0$ ) доставку максимального корисного вантажу  $m_{\text{нз max}}$  на орбіту планети Марс. Будемо вважати, що орбіти Землі та Марса колові і лежать в одній площині. Трасекторія КЛА складатиметься із двох ділянок - спіральної розкрутки з вихідної колової орбіти навколо Землі висотою  $h_0$  до досягнення другої космічної швидкості та геліоцентричної ділянки, що, в свою чергу, має дві активні ділянки, розділені однією пасивною. В кінці геліоцентричного перельоту КЛА виходить на орбіту Марса (тобто відносно Марса його швидкість дорівнює нулю). Скористасмося матеріалами, викладеними в підрозд. 6.1.1 та 8.2.2, тобто будемо визначати мінімальний моторний час при оптимальних кутовій дальності та загальному часі перельоту.

Примітка. Тривалість геліоцентричного перельоту  $t$  або ( $i$ ) кутова дальність перельоту  $\Phi_{12}$  можуть бути заданими.

### 6.3.2. Методика розв'язання задачі

Задати кілька значень початкового безрозмірного прискорення, спричиненого тягою  $\bar{j}_0$  в діапазоні, наприклад,  $(0,5 \dots 5) 10^{-4}$ , та ефективної швидкості витікання  $c$  (20, 40, 100 км/с). Для кожної із можливих комбінацій із заданих  $(\bar{j}_0, c)_i$  послідовно розрахувати:

1. На геоцентричній ділянці:

- час розкрутки до  $V_{2K}$  поблизу Землі  $t_{cx}$  (формула (6.14));
- витрати характеристичної швидкості на маневр розкрутки  $\Delta V_{cx}$  (формула (6.13));
- кутове зміщення Землі відносно Сонця за час розкрутки

$$\Phi_I = 57,3 \frac{\sqrt{K_c}}{r_I^2} \cdot t_{cx} [\text{град}], \quad (6.29)$$

де  $K_c$  - гравітаційний параметр Сонця ( $K_c = 133,51 \cdot 10^9 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$ );

$r_I$  - відстань від Землі до Сонця ( $r_I = 149,5 \cdot 10^6$  км).

2. На геліоцентричній ділянці:

- мінімальний моторний час  $t_\mu$  (залежність від (6.23));
  - сумарний оптимальний час перельоту  $t$  (залежність (6.24));
  - кутову дальність міжпланетного перельоту  $\Phi_{I2}$  (залежність (6.25));
  - витрати характеристичної швидкості (залежність (6.26)).
3. Сумарні характеристики перельоту:
- кутову дальність  $\Phi_\Sigma = \Phi_I + \Phi_{I2}$ ;
  - сумарний час перельоту від початку спірального руху з колової орбіти навколо Землі до досягнення орбіти Марса

$$t_\Sigma = t_{cx} + t;$$

- сумарний час роботи ЕРД (активний або моторний час)

$$t_{\mu\Sigma} = t_{cx} + t_\mu;$$

- сумарні витрати характеристичної швидкості

$$\Delta V_\Sigma = \Delta V_{cx} + \Delta V.$$

Побудувати залежності  $t_{\mu\Sigma}$ ,  $\Phi_{I2}$ ,  $t_\Sigma$ ,  $\Delta V_\Sigma$  як функції початкового прискорення  $\bar{j}_0$  при незмінних значеннях параметра  $c$ :

$$t_{\mu\Sigma} = f(\bar{j}_0)_{c=const}, \quad \Phi_{I2} = f(\bar{j}_0)_{c=const}, \quad t_\Sigma = f(\bar{j}_0)_{c=const}, \quad \Delta V_\Sigma = f(\bar{j}_0)_{c=const}$$

Із одержаних залежностей вибрати той варіант, що задовольняє проектувальника щодо часу перельоту  $t_{\Sigma}$  або кутової дальності  $\Phi_{12}$ , тобто  $t_{\mu\Sigma}^*$ ,  $\Delta V_{\Sigma}^*$ ,  $t_{\Sigma}^*$ ,  $\Phi_{12}^*$ ,  $c^*$ ,  $\bar{j}_0^*$ .

Для визначеної сумарної тривалості роботи ЕРД  $t_{\mu\Sigma}^*$  та потрібних витрат характеристичної швидкості  $\Delta V_{\Sigma}^*$  за відомою методикою провести параметричну оптимізацію ЕРД та ЕУ у складі КЛА, що забезпечує одержання максимального корисного вантажу  $m_{кв\max}$  (п.п. 2 - 10 підрозд. 1.2 або 1.4), тобт знайти  $\bar{j}_{opt}$  і  $c_{opt}$ .

Оцінити точність одержаних результатів, порівнюючи  $\bar{j}_{opt}$  з  $\bar{j}_0^*$  і  $c_{opt}$  з  $c^*$ . Якщо розбіжність велика, повторити оптимізацію для інших значень  $\bar{j}_0$  і  $c$ .

Примітка. Якщо на геліоцентричній ділянці ЕРД працює неперервно (пасивна ділянка відсутня), то сумарний час перельоту на ній дорівнює моторному часу і розраховується за формулою (6.20), оптимальна кутова дальність геліоцентричної ділянки - за формулою (6.21). Усі інші розрахунки збігаються з викладеними у цьому підрозділі.

#### 6.4. Вибір проектних параметрів КЛА, що здійснює переліт з орбіти штучного супутника Землі на орбіту планети Сатурн

##### 6.4.1. Постановка задачі

Вибрати основні проектні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА, що забезпечують при заданій початковій масі КЛА  $m_0$  на вихідній коловій орбіті відносно Землі з висотою  $h_0$  доставку максимального корисного вантажу на орбіту Сатурна.

Як і в попередній задачі, будемо вважати, що орбіти Землі і Сатурна - компланарні колові, а траєкторія перельоту складається із двох ділянок - спіральної розкрутки навколо Землі з вихідної колової орбіти висотою  $h_0$  до параболічної швидкості та геліоцентричної, яка, в свою чергу, складається з двох активних ділянок, розділених однією пасивною. Оптимізується кутова дальність та час перельоту. Критерій оптимальності - активний час роботи ЕРД -  $t_{\mu\min}$ . Для розрахунків ділянки міжорбітального перельоту використаємо результати робіт Т.А. Гуріної та М.С. Костянтінова (див. підрозд. 6.2.3).

## 6.4.2. Методика розв'язання задачі

Послідовність розрахунків у цій задачі така ж сама, як і у попередній. Крім того, ще не визначають кутові величини  $\Phi_1, \Phi_{12}, \Phi_\Sigma$ , а при обчисленні мінімального моторного часу  $t_\mu$  і витрат характеристичної швидкості  $\Delta V$  на геїоцентричній ділянці замість формул (6.23) та (6.26) використовують залежності (6.27) та (6.28).

## 6.5. Вибір параметрів КЛА, що здійснює некопланарний переліт з орбіти штучного супутника Землі на орбіту штучного супутника Місяця

### 6.5.1. Постановка задачі

Визначити основні проєктні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА з початковою масою  $m_0$  на вихідній коловій орбіті навколо Землі та висотою  $h_0$ , що забезпечують переліт КЛА на колову орбіту штучного супутника Місяця з висотою над його поверхнею  $h'_0$ . Вихідна та кінцева орбіти - некопланарні, а повернені одна відносно другої на кут  $\Delta i$ .

У траєкторних розрахунках використаємо залежності, наведені в праці Ю.А. Захарова [4]. Тягу вважаємо незмінною трансверсальною, весь переліт - активним. Траєкторія складатиметься із трьох ділянок: розкрутка по спіралі навколо Землі, ділянка узгодження та спіральна скрутка навколо Місяця.

### 6.5.2. Методика розв'язання задачі

1. Задати кілька значень початкового відносного прискорення, спричиненого тягою  $\bar{j}_0$ , у діапазоні, наприклад,  $(10^{-5} \dots 10^{-3})$ , та ефективної швидкості витікання  $c$  (10 ... 120 км/с). Для кожної із можливих комбінацій  $(\bar{j}_0, c)$ , послідовно визначити:

а) потрібні витрати характеристичної швидкості на I-II ділянках (геоцентричних)

$$\Delta V_{1,2} = V_{1к0} \cdot k \sqrt{1 - \frac{2 \cos\left(\frac{\pi \cdot \Delta i}{2}\right)}{\sqrt{\frac{r_L}{r_0}} + \frac{r_0}{r_L}}}, \quad (6.30)$$

де  $k = 4,3981 + 1,6538 \lg \bar{j}_0 + 0,2014 (\lg \bar{j}_0)^2$  - поправковий коефіцієнт;

$V_{1к0} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}}$  - перша космічна швидкість на вихідній орбіті штучного супут-

ника Землі,  $K_{\oplus} = 398600 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$ ,  $r_0 = K_{\oplus} + h_0$ ,  $R_{\oplus} = 6371 \text{ км}$ ;

$h_0$  - висота початкової орбіти над Землею,  $\Delta i$  - кут повороту площин орбіт ( $24^\circ$ ),  $r_{Л} = 384400 \text{ км}$  - середня відстань від Землі до Місяця;

б) час польоту КЛА на ділянках I-II

$$t_{1,2} = \frac{c}{j_0} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta V_{1,2}}{c}} \right), \quad (6.31)$$

де  $j_0 = \bar{j}_0 \cdot g_0$  - розмірне початкове прискорення від тяги,

$$g_0 = 9,81 \left( \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h_0} \right)^2, \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right];$$

в) час польоту на геліоцентричній ділянці (III)

$$t_3 = \frac{t_*}{\bar{j}_0} \left( 1 - 0,7555 \sqrt[4]{\bar{j}_0} \right) \left[ 1 - \frac{1 - 0,7555 \sqrt[4]{\bar{j}_0}}{2\tilde{c}} \right], \quad (6.32)$$

де  $t_* = \frac{r_{шсм}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_{Л}}}$ ;  $r_{шсм} = R_{Л} + h'_0$  - радіус-вектор штучного супутника Місяця

$K_{Л} = 4,90 \cdot 10^3 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$  - гравітаційний параметр Місяця;  $R_{Л} = 1738 \text{ км}$  - середній радіус Місяця;  $h'_0$  - висота польоту ШСМ над поверхнею Місяця;

$$\bar{j}_0 = \frac{j_0}{\left( 1 - \frac{j_0}{c} t_{1,2} \right) \cdot g_*}; \quad g_* = \frac{K_{Л}}{r_{шсм}^2}; \quad \tilde{c} = \frac{c}{\sqrt{\frac{K_{Л}}{r_{шсм}}}}$$

г) витрати характеристичної швидкості на ділянці III

$$\Delta V_3 = -c \cdot \ln \left( 1 - \frac{j_0}{c} t_3 \right); \quad (6.33)$$

д) сумарні витрати характеристичної швидкості на ділянках I-II-III

$$\Delta V_{\Sigma} = \Delta V_{1,2} + \Delta V_3;$$



е) сумарний активний (моторний) час на ділянках I-II-III

$$t_{\mu} = t_{1,2} + t_3;$$

ж) число витків спіралі навколо Землі

$$n_1 = \frac{0,04}{\bar{j}_0}; \quad (6.34)$$

з) число витків спіралі навколо Місяця

$$n_2 = \frac{0,04}{\bar{j}_0}.$$

2. Побудувати залежності  $t_{\mu} = f(\bar{j}_0)_{c=const}$  і  $\Delta V_{\Sigma} = f(\bar{j}_0)_{c=const}$ .

Із одержаних результатів вибрати перший пробний варіант, що задовольняє проектувальника стосовно  $t_{\mu}$  або  $\Delta V_{\Sigma} - t_{\mu}^*, \Delta V_{\Sigma}^*$ , та відповідні їм  $\bar{j}_0^*$  та  $c^*$ .

3. За  $t_{\mu}^*$  та  $\Delta V_{\Sigma}^*$  як вихідними даними провести параметричну оптимізацію ЕРД та ЕУ у складі КЛА, що забезпечують одержання максимального корисного вантажу  $m_{kv\ max}$  (див. п.п. 2 - 10 підрозд. 1.2 або 1.4). Визначити відповідні  $m_{kv\ max}$ , початкове прискорення  $\bar{j}_{0\ opt}$  та ефективну швидкість витікання  $c_{opt}$ .

4. Оцінити точність одержаних результатів, порівнюючи  $\bar{j}_{0\ opt}$ ,  $c_{opt}$  з  $\bar{j}_0^*$ ,  $c^*$ .

Якщо розбіжність велика, розрахунки за п. 3 повторити для іншого значення  $c$ ,  $\bar{j}_0$ ,  $t_{\mu}$  і  $\Delta V_{\Sigma}$ .

## 6.6. Вибір параметрів КЛА для перельоту з початкової колової орбіти штучного супутника Землі на орбіту навколо Марса або Венери

### 6.6.1. Постановка задачі

Визначити основні проектні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА з початковою масою  $m_0$  на вихідній коловій орбіті навколо Землі з висотою 200 км, що забезпечують переліт КЛА на колову орбіту штучного супутника Марса (або Венери) з висотою над його поверхнею 300 км. Вихідна та кінцева орбіти - компланарні.

У траєкторних розрахунках використовуємо залежності, наведені в праці [9]. Тяга ЕРД незмінна. Траєкторія включає ділянки розкрутки навколо Землі та скрутки біля планети призначення і геліоцентричної ділянки, що складається з двох активних, розділених однією пасивною.

### 6.6.2. Методика розв'язання задачі

1. Задати кілька значень початкового відносного прискорення від тяги ЕРД  $\bar{j}_0 = (10^{-4} \dots 10^{-3})$  та ефективної швидкості витікання  $c = (10 \dots 120 \frac{\text{км}}{\text{с}})$ .

Для кожної з можливих пар  $(\bar{j}_0, c)_i$  задати декілька довільних величин моторного часу міжпланетного перельоту  $t_\mu$  [дiб] (20 ... 120).

Для кожного  $t_\mu$  послідовно визначити:

а) верхню межу множини значень моторного часу

$$t_{\mu \text{ sup}} [\text{дiб}] = c_1 - \frac{c_2}{c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right]} + c_3 - c_4 \cdot c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right]^{-c_5} \cdot \left( \frac{0,98}{j_0 \left[ \frac{\text{мм}}{\text{с}^2} \right]} \right)^{c_6}; \quad (6.35)$$

б) нижню межу множини значень

$$t_{\mu \text{ inf}} [\text{дiб}] = c_7 - \frac{c_8}{c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right]} + \left( c_9 - c_{10} \cdot c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right]^{-c_{11}} \right) \cdot \frac{0,98}{j_0 \left[ \frac{\text{мм}}{\text{с}^2} \right]}; \quad (6.36)$$

в) верхню межу множини значень сумарного часу перельоту

$$t_{\text{ sup}} [\text{дiб}] = c_{12} + \left( c_{13} + \frac{c_{14}}{c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right]} \right) \cdot t_{\mu \text{ inf}}; \quad (6.37)$$

г) константу

$$\varepsilon = c_{15} + c_{16} \cdot c \left[ \frac{\text{км}}{\text{с}} \right]; \quad (6.38)$$

д) величину

$$\tilde{t} = t_{sup} - (t_{sup} - t_{\mu sup}) \cdot \left\{ \frac{1 - \left[ \frac{t_{\mu sup} - t_{\mu}}{t_{\mu sup} - t_{\mu inf}} \right]^2}{1 - \varepsilon \left[ \frac{t_{\mu sup} - t_{\mu}}{t_{\mu sup} - t_{\mu inf}} \right]^2} \right\}^{\frac{1}{2}}; \quad (6.39)$$

с) мінімальний час міжпланетного перельоту

$$t_{min}(j_0, c_1, t_{\mu})[di\bar{b}] = \begin{cases} \tilde{t}_1, & \text{якщо } t_{\mu inf} < t_{\mu} \leq t_{\mu sup}, \\ t_{\mu sup}, & \text{якщо } t_{\mu} > t_{\mu sup}, \\ \infty, & \text{якщо } t_{\mu} < t_{\mu inf}. \end{cases} \quad (6.40)$$

Значення коефіцієнтів  $c_1, \dots, c_{17}$ , що зустрічаються в залежностях (6.35) - (6.38), наведено в табл. 6.1 відповідно для перельоту на Марс або Венеру.

2. Побудувати залежності  $t_{min} = f(t_{\mu})_{j_0}^{const}$ . Вибрати перший пробний варіант перельоту, що задовольняє проектувальника стосовно  $t_{min}$  або  $t_{\mu}$  і відповідні їм  $\vec{j}_0^*$ ,  $c^*$ ,  $t_{\mu}^*$ .

3. Визначити за  $\vec{j}_0^*$ ,  $c^*$ ,  $t_{\mu}^*$  потрібні витрати характеристичної швидкості

$$\Delta V^* = -c \ln \left( 1 - \frac{j_0^*}{c^*} t_{\mu}^* \right).$$

4. За  $t_{\mu}^*$  та  $\Delta V^*$  як вихідними даними провести параметричну оптимізацію ЕУ і ЕРД у складі КЛІА (див. п.п. 2 - 10 підрозд. 1.2 або 1.4).

У результаті оптимізації одержимо  $m_{ке max}$ , відповідні значення початкового прискорення  $j_{0opt}$  та ефективну швидкість витікання  $c_{opt}$ .

5. Порівняти  $j_{0opt}$ ,  $c_{opt}$  відповідно з  $j_0^*$  і  $c^*$ .

Якщо розбіжність велика, розрахунки за п.п. 3,4 повторити для іншого варіанта  $c, j_0, t_{\mu}$ , взятого із залежностей  $t_{min} = f(t_{\mu})_{j_0=c}^{const}$  (п.2).

Значення розрахункових коефіцієнтів міжпланетних перельотів,  
що входять в залежності (6.35) - (6.38)

Планета	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	$c_7$	$c_8$	$c_9$	$c_{10}$
Марс	33	730	277	1440	1	0,75	0	0	187	657
Венера	39	580	286	1210	0,81	0,9	2,53	-37,12	264,25	912,15

Планета	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{14}$	$c_{15}$	$c_{16}$	$c_{17}$
Марс	0,8	259	0,815	0,54	0,181	-8,36	-0,9
Венера	0,7	147,1	0,864	0	-1,23	0,455	0,176

## 7. ДМТ У СИСТЕМІ АКТИВНОЇ КУТОВОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ КЛА

### 7.1. Загальні положення

Для утримання заданої куткової орієнтації КЛА відносно базової системи координат і стабілізації його за наявності збурюючих факторів використовують різні системи куткової стабілізації (СКС), з яких найбільшого поширення набули активні системи із струминними двигунами, в тому числі і з ДМТ.

В основу побудови кожного з трьох каналів активних СКС покладено відомий принцип автоматики - регулювання за відхилом. Суть цього принципу полягає в тому, що поточне значення величини, яка регулюється (а одержують її за допомогою вимірної пристрою), порівнюється з програмним значенням цієї величини, яка задається програмним пристроєм.

Залежно від результату порівняння підсилювач-перетворювач виробляє сигнал, що йде на виконавчий орган, який зменшує помилку розбіжності. Виконавчими органами активної СКС з реактивними соплами служать ЕРД, віддалені на деяку відстань  $L$  від центра мас КЛА. Реактивна сила  $P$ , що створюється соплами, зумовлює появу керувального моменту  $M_{кер} = P \cdot L$ . Включення ЕРД, тривалість їх роботи, напрямок дії тяги визначаються законом керування. Для зменшення витрат робочої речовини ЕРД у сучасних КЛА використовують нелінійні СКС з обов'язковою наявністю області нечутливості вимірної пристрою. Такі системи називають релейними.

Для СКС, побудованих за релейним принципом, використовують як чутливі елементи датчики кутового положення (ДК) та гіроскопічні датчики куткової швидкості (ДКШ).

Керувальний момент при цьому можна виразити так:

$$M_{кер} = \Phi(\varphi_1, \dot{\varphi}_1) \cdot P \cdot L, \quad (7.1)$$

де  $\Phi(\varphi_1, \dot{\varphi}_1)$  - закон керування,

$$\Phi(\varphi_1, \dot{\varphi}_1) = \begin{cases} -1 & \text{при } \varphi > \varphi_1, \dot{\varphi} > -\dot{\varphi}_1; \\ 0 & \text{при } |\varphi| < |\varphi_1|, |\dot{\varphi}| < |\dot{\varphi}_1|; \\ +1 & \text{при } \varphi < -\varphi_1, \dot{\varphi} < \dot{\varphi}_1. \end{cases} \quad (7.2)$$

Якщо на графіку  $\dot{\varphi} = f(\varphi)$  задати  $\pm \varphi_1$  та  $\pm \dot{\varphi}_1$ , де  $\varphi_1, \dot{\varphi}_1$  - зони нечутливості ДК і ДКШ, то створюються області, де ЕРД або працюють, або ні. Границі стрибкоподібних переходів у законі керування називаються лініями переключення (рис. 7.1).

Розглянемо основні режими роботи релейної СКС, користуючись методом фазової площини. Будемо вважати, що взаємодія кутових обертів КЛА відносно різних осей зв'язаної системи координат відсутня. Це припущення для малих відхилів КЛА та невеликих кутових швидкостей не приводить до суттєвої помилки, але дає можливість поділити загальний рух КЛА на три складові - обертання відносно осей  $OX, OY, OZ$  зв'язаної з КЛА системи координат. Рух відносно осі  $OX$  назвемо рухом КРЕНУ (кут  $\gamma$ ),  $OY$  - рискання (кут  $\psi$ ),  $OZ$  - тангажу (кут  $\vartheta$ ).

Обертання навколо осі  $OZ$  називають ще поздовжнім рухом. При цьому рівняння обертового руху суттєво спрощується. Рухи тангажу, рискання та крену аналізуються однаково, тому замість кутів  $\gamma, \psi, \vartheta$  введемо кут  $\varphi$ , маючи на увазі будь-який із них (тобто  $\gamma, \psi$  або  $\vartheta$ ).

У цьому випадку рівняння обертового руху (відносно будь-якої осі ЛА - центричної зв'язаної системи координат) набуває вигляду

$$I\ddot{\varphi} = M_{кер}(\varphi, \dot{\varphi}) + M_B, \quad (7.3)$$

де  $I$  - момент інерції КЛА відносно прийнятої осі;

$\ddot{\varphi}$  - кутове прискорення КЛА відносно цієї осі;

$M_{кер}(\varphi, \dot{\varphi})$  - керувальний момент СКС;

$M_B$  - момент зовнішніх і внутрішніх сил (збурень).

Введемо нові змінні  $x = \varphi, y = \dot{\varphi}$ .

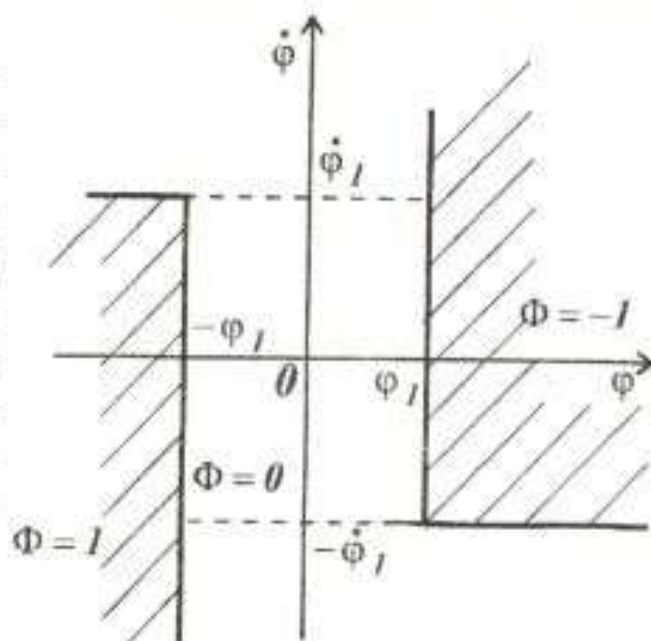


Рис. 7.1. Релейний закон керування СКС КЛА

Тоді рівнянню (7.3) відповідатиме система

$$\left. \begin{aligned} I\dot{y} &= M_{кер} + M_B, \\ \dot{x} &= y. \end{aligned} \right\}$$

Розділимо ці рівняння почленно:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\overline{M}_{кер} + \overline{M}_B}{y}, \quad (7.4)$$

де  $\overline{M}_{кер} = \frac{M_{кер}}{I}$ ,  $\overline{M}_B = \frac{M_B}{I}$  - зведені моменти керувальних та збурюючих сил. В одержаних рівняннях відсутній час, але зв'язок між  $x = \varphi$  та  $y = \dot{\varphi}$  дає можливість скласти досить повну уяву про поведінку системи.

## 7.2. Характеристика релейної СКС КЛА за відсутності зовнішнього збурюючого моменту ( $M_B = 0$ )

Нехай КЛА в момент  $t_0$  має початкові значення  $\varphi$  та  $\dot{\varphi}$ , що дорівнюють відповідно  $\varphi_0$  та  $\dot{\varphi}_0$ . Зобразимо початкову точку на фазовій площині ( $\varphi = x, \dot{\varphi} = y$ ) (рис. 7.2).

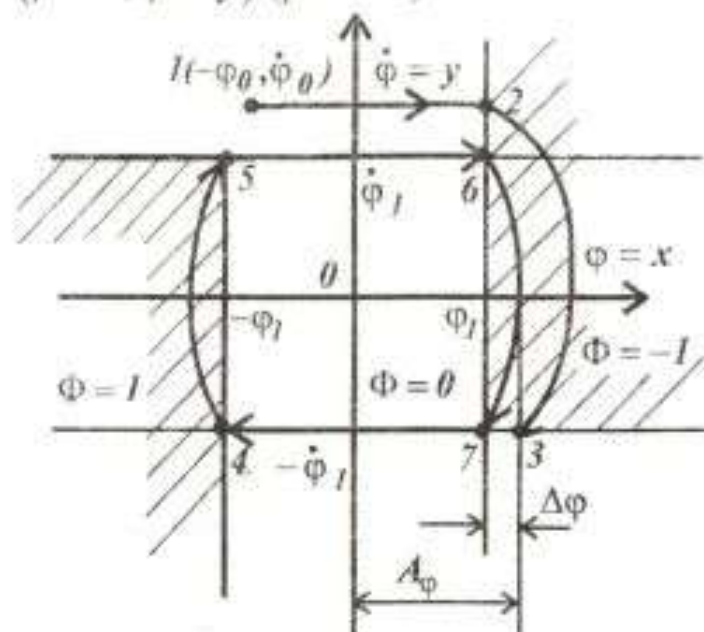


Рис. 7.2. Фазова діаграма релейної СКС КЛА при  $M_B = 0$   
включений (активні ділянки).

Характеристики автоколивального циклу такі:  
- сумарна тривалість виключеної тяги за цикл

$$t_{хол} = \frac{4\varphi_1}{\dot{\varphi}_1}; \quad (7.5)$$

- сумарна тривалість активного руху (двигуни працюють)

$$t_{\mu} = \frac{4\dot{\varphi}_l}{M_{кер}}; \quad (7.6)$$

- повний період автоколивань

$$t_a = t_{хол} + t_{\mu} = 4 \left( \frac{\dot{\varphi}_l}{M_{кер}} + \frac{\varphi_l}{\dot{\varphi}_l} \right); \quad (7.7)$$

- частота автоколивань

$$f_a = \frac{1}{t_a}; \quad (7.8)$$

- середня масова секундна витрата робочої речовини за період автоколивань

$$\dot{m}_{сер} = \frac{P}{c \left( 1 + \frac{(\sum P \cdot L) \cdot \varphi_l}{I \dot{\varphi}_l} \right)} = \frac{\dot{m}}{1 + \frac{\varphi_l}{\dot{\varphi}_l} \overline{M}_{кер}}, \quad (7.9)$$

де  $\overline{M}_{кер} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot L_i}{I}$  - сумарний зведений керувальний момент,  $n$  - число працюючих двигунів,  $P_i, L_i$  - тяга та плече  $i$ -го двигуна,  $\dot{m} = \frac{P}{c}$  - секундна витрата працюючого двигуна,  $P$  - тяга двигуна,  $c$  - швидкість витікання робочої речовини;

- повна масова витрата робочої речовини (палива) за час стабілізації ( $\tau$ )

$$m_n = \dot{m}_{сер} \cdot \tau; \quad (7.10)$$

- амплітуда кутових коливань в автоколивальному режимі

$$A_{\varphi} = \pm(\varphi_l + \Delta\varphi), \quad (7.11)$$

де  $\Delta\varphi = \frac{\dot{\varphi}_l^2}{2M_{кер}}$ .

### 7.3. Характеристики релейної СКС КЛА за наявності збурюючого моменту ( $M_B = const$ )

Якщо на КЛА діє незмінний збурюючий момент зовнішніх або внутрішніх сил, то рівняння обертального руху відносно однієї з осей зв'язаної системи координат можна записати так:

$$I\ddot{\varphi} = M_{кер} + M_B,$$

або для фазової площини

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\overline{M}_B + \overline{M}_{кер}}{y}, \quad (7.12)$$

Аналіз поведінки системи методом фазової площини показує (рис. 7.3), що після перехідного процесу 1-2-3-4 в системі установиться несиметричний автоколивальний режим  $4bcd4$ , "притиснутий" до однієї з ліній переключення. Вершини парабол автоколивального циклу  $b$  і  $d$  зміщені відносно точки перетину лінії переключення з віссю  $\varphi$  на відстані

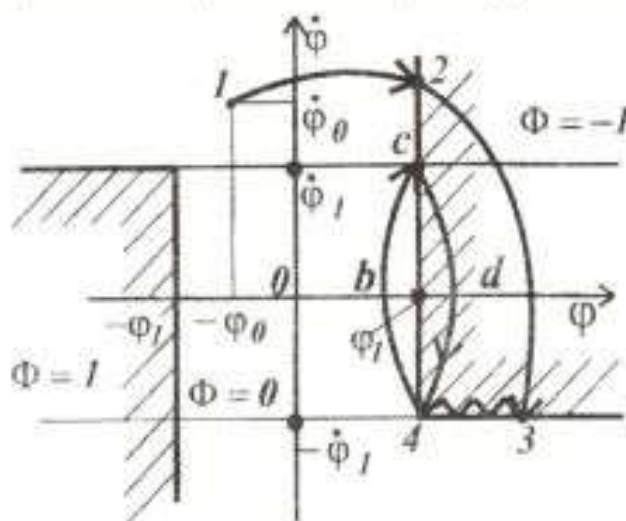


Рис. 7.3. Фазова діаграма релейної СКС КЛА при  $M_B \neq 0$

автоколивального режиму  $4bcd4$ , "притиснутий" до однієї з ліній переключення. Вершини парабол автоколивального циклу  $b$  і  $d$  зміщені відносно точки перетину лінії переключення з віссю  $\varphi$  на відстані

$$\varphi_b = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2\overline{M}_B}; \quad \varphi_d = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2(\overline{M}_{кер} - \overline{M}_B)} \quad (7.13)$$

Тривалість холостого ходу

$$t_{хол} = \frac{2\dot{\varphi}_1^2}{\overline{M}_B}; \quad (7.14)$$

тривалість роботи ЕРД

$$t_\mu = \frac{2\dot{\varphi}_1^2}{\overline{M}_{кер} - \overline{M}_B}. \quad (7.15)$$

Сумарна тривалість автоколивального циклу

$$t_a = t_{хол} + t_\mu = 2 \left( \frac{\dot{\varphi}_1}{\overline{M}_B} + \frac{\dot{\varphi}_1}{\overline{M}_{кер} - \overline{M}_B} \right), \quad (7.16)$$

або

$$t_a = \frac{2\dot{\varphi}_1 \overline{M}_{кер}}{\overline{M}_B (\overline{M}_{кер} - \overline{M}_B)}. \quad (7.17)$$



Якщо  $\overline{M}_{кер} \gg \overline{M}_B$ , то

$$t_a \approx \frac{2\dot{\varphi}_1}{M_B}. \quad (7.18)$$

Середня масова секундна витрата робочої речовини за автоколивальний цикл

$$\dot{m}_{сер} = \frac{t_{\mu}}{t_a} \dot{m} = \frac{\overline{M}_B}{\overline{M}_{кер}} \dot{m}, \quad (7.19)$$

де  $\dot{m} = \frac{P}{c}$ .

Сумарна витрата робочої речовини за час стабілізації  $\tau$

$$m_n = \dot{m}_{сер} \cdot \tau. \quad (7.20)$$

#### 7.4. Вибір проектних параметрів ЕУ і ЕРД релейної СКС КЛА для одного із каналів керування, якщо зовнішній збурюючий момент відсутній ( $M_B = 0$ )

##### 7.4.1. Постановка задачі

Задано масові та геометричні характеристики КЛА ( $m_0$ , загальний вигляд і розміри), тривалість стабілізації ( $\tau$ ), зони нечутливості датчиків релейної СКС ( $\varphi_1, \dot{\varphi}_1$ ). Визначити оптимальні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА, що забезпечують його кутову стабілізацію відносно заданої ЛА - центричної осі, потрібні для стабілізації протягом заданого часу  $\tau$ , за час робочої речовини  $m_n$  та параметри автоколивального циклу.

##### 7.4.2. Методика розв'язання задачі

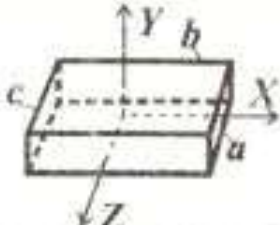
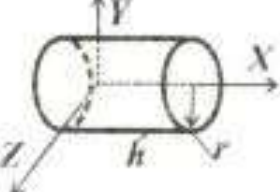
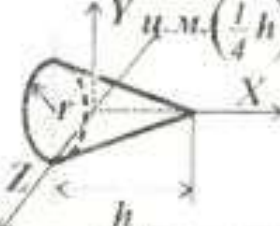
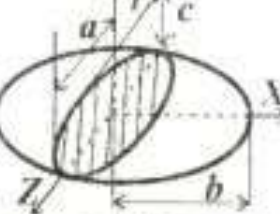
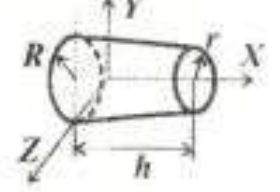
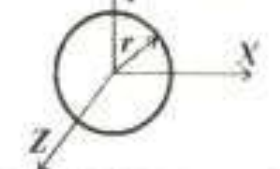
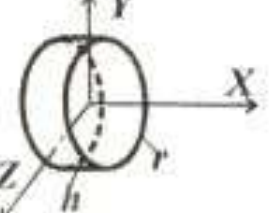
1. Визначити положення центра мас КЛА і його момент інерції відносно заданої осі. Якщо маси окремих елементів КЛА невідомі, у першому наближенні можна прийняти, що маса КЛА розподілена рівномірно. За статисти-кою середня питома маса КЛА залежно від його типу та призначення лежить

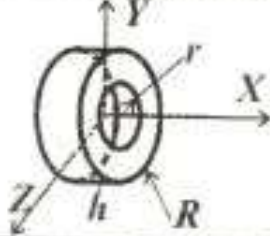
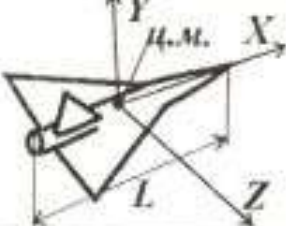
в межах  $\overline{m} = \frac{m_0}{U} = 150 \dots 950 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , де  $m_0$  - початкова проектна маса КЛА,  $U$  -

об'єм КЛА. Момент інерції відносно заданої осі можна наближено знайти, скориставшись відомими формулами із теоретичної механіки (табл. 7.1).

2. Задати кількість ( $n$ ), положення двигунів СКС і визначити плечі кожної тяги  $L_i$ , маючи на увазі, що плече бажано вибирати максимально можливим із конструктивних міркувань.

Моменти інерції деяких геометричних тіл з рівномірним розподілом мас по об'єму ( $m$  - маса КІА)

Геометрія тіла	Формули для визначення моментів інерції
	$I_x = \frac{m}{12}(c^2 + a^2),$ $I_y = \frac{m}{12}(a^2 + b^2),$ $I_z = \frac{m}{12}(b^2 + c^2).$
	$I_x = \frac{mr^2}{2},$ $I_y = I_z = \frac{m}{12}(3r^2 + h^2).$
	$I_x = 0.3mr^2,$ $I_y = I_z = \frac{3}{20}m(r^2 + \frac{h^2}{4}).$
	$I_x = \frac{m}{5}(c^2 + a^2),$ $I_y = \frac{m}{5}(a^2 + b^2),$ $I_z = \frac{m}{5}(b^2 + c^2).$
	$I_x = 0.3m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}.$
	$I_x = I_y = I_z = \frac{3}{5}mr^2.$
	$I_x = \frac{mr^2}{2},$ $I_y = I_z = \frac{m}{4}(r^2 + \frac{h^2}{3}).$

Геометрія тіла	Формули для визначення моментів інерції
	$I_x = \frac{m}{2}(R^2 + r^2),$ $I_y = I_z = \frac{m}{4}\left(R^2 + r^2 + \frac{h^2}{3}\right).$
	$I_z \approx m(0.2L)^2$

3. Задати величину тяги  $P_i$  (можна однаковою для всіх двигунів) і визначити сумарний керувальний момент

$$M_{кер} = \sum_{i=1}^n P_i \cdot L_i$$

та зведений керувальний момент

$$\bar{M}_{кер} = \frac{M_{кер}}{I}$$

4. Якщо типи ЕРД і ЕУ не задано, вибрати їх з існуючих і визначити за статистикою можливий діапазон ефективних швидкостей витікання  $c$  для вибраного ЕРД.

У цьому діапазоні задати ряд швидкостей витікання  $c_i$  і для кожної швидкості послідовно розрахувати:

- масову секундну витрату робочої речовини

$$\dot{m}_i = \frac{\Sigma P}{c_i},$$

де  $\Sigma P$  - сумарна тяга одночасно працюючих ЕРД;

- середню масову секундну витрату робочої речовини у автоколебальному циклі

$$\dot{m}_{серi} = \frac{\dot{m}_i}{1 + \frac{\phi_1}{\phi_1^2} \bar{M}_{кер}}; \quad (7.21)$$

- потрібну для стабілізації протягом заданого часу  $\tau$ ;

- масу робочої речовини (палива)

$$m_{pi} = \dot{m}_{серi} \cdot \tau;$$

- сумарну потужність, що йде на створення тяги ЕРД  $W_{\phi_i}$ , і потужність енергоустановки (ЕУ)  $W_{c_i}$

$$W_{\delta i} = \frac{c_i \cdot \Sigma P}{2\eta_{\delta}}, W_{e_i} = \frac{W_{\delta i}}{\eta_{np} \cdot \varphi_N},$$

(якщо коефіцієнти корисної дії двигуна  $\eta_{\delta}$ , перетворювача енергії  $\eta_{np}$  та доля потужності ЕУ, що йде на створення тяги  $\varphi_N$ , невідомі, рекомендації див. в табл. 1.1);

- маси окремих елементів КЛА, ЕУ і ЕРД: двигунів  $m_{\delta i} = \gamma_{\delta} \cdot \Sigma P$ , радіаційного захисту (у випадку, якщо ЕУ - ядерна)  $m_{zi} = \gamma_z W_{ei}$ , баків  $m_{bi} = \gamma_b \cdot m_{ni}$ , перетворювача енергії  $m_{npi} = \gamma_{np} \cdot W_{ei}$ , конструктивних елементів  $m_{ki} = \gamma_k \cdot m_{\theta}$ , енергоустановки  $m_{ei} = \gamma_e \cdot W_{ei}$ , корисного вантажу  $m_{kvi} = m_{\theta} - m_{ni} - m_{\delta i} - m_{bi} - m_{zi} - m_{npi} - m_k - m_{ei}$  (значення вагових коефіцієнтів, що входять до формул, див. також у табл. 1.1);

- потрібну характеристичну швидкість

$$\Delta V_i = -c_i \cdot n \left[ 1 - \frac{m_{ni}}{m_{\theta}} \right];$$

- сумарну тривалість роботи двигунів за заданий час стабілізації  $\tau$

$$t_{\mu\Sigma} = \tau \frac{m_{серi}}{m_i}.$$

5. За результатами проведених розрахунків побудувати залежності  $m_{kv} = f(c)$ ,  $m_n = f(c)$ ,  $W_e = f(c)$ . Вибрати оптимальні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА, які відповідають максимальному значенню  $m_{kv}$  для прийнятих у розрахунках  $P_i$ ,  $L_i$ ,  $\varphi_I$ ,  $\dot{\varphi}_I$ ;  $c^{*I}$ ,  $m_{kv}^{*I}$ ,  $m_{n\xi}^{*I}$ ,  $W_e^{*I}$ .

6. Визначити характеристики автоколивального циклу для оптимального варіанта:

- амплітуду автоколивань

$$A_{\varphi}^{*I} = \pm \left( \varphi_I + \frac{\dot{\varphi}_I^2}{2M_{кер}} \right); \quad (7.22)$$

- період автоколивань

$$t_a^{*I} = 4 \left( \frac{\dot{\varphi}_I}{M_{кер}} + \frac{\varphi_I}{\dot{\varphi}_I} \right); \quad (7.23)$$

- частоту автоколивань у герцах  $f_a^{*I} = \frac{1}{t_a^{*I}}$ .

7. Проаналізувати одержані оптимальні результати з точки зору можливості створення вибраного типу ЕУ такої потужності ( $W_e^{*I}$ ), маси корисного ва-

нтажу  $m_{KB}^{*1}$ , амплітуди автоколивань тощо. При цьому треба пам'ятати, що розміри сонячних батарей (СБ), що забезпечують одержання  $1 \text{ кВт}$  потужності, складають  $8 \dots 14 \text{ м}^2$ , маса одного квадратного метра СБ -  $2 \dots 2.5 \text{ кг}$ , а з несучою конструкцією -  $5 \dots 10 \text{ кг}$ .

Якщо знайдені оптимальні результати не задовольняють проєктанта з тих або інших міркувань, змінити послідовно величини  $P, L_i$ , тип ЕУ і ЕРД і провести розрахунки за п.п. 1 - 6, доки не одержиться потрібний варіант.

Примітка. Якщо зони нечутливості ДК і ДКШ не задано, то для попередніх розрахунків можна прийняти їх рівними:  $\varphi_I = (1.5 \dots 2)^\circ$ ,  $\dot{\varphi}_I = (0.25 \dots 0.3) \frac{\text{град}}{\text{с}}$ . У формулах, в які входять  $\varphi_I$  та  $\dot{\varphi}_I$ , їх величину треба брати відповідно в радіанах і в радіанах за секунду.

## 7.5. Вибір проєктних параметрів ЕУ і ЕРД у складі КЛА для його релейної СКС за наявності незмінного зовнішнього збурюючого моменту

### 7.5.1 Постановка задачі

Задано масові ( $m_\theta$ ) та геометричні характеристики КЛА, потрібну тривалість стабілізації ( $\tau$ ), зони нечутливості датчиків СКС ( $\varphi_I, \dot{\varphi}_I$ ), збурюючий момент відносно заданої осі ( $M_B$ ).

Визначити проєктні параметри ЕУ і ЕРД у складі КЛА для забезпечення його кутової стабілізації відносно заданої зв'язаної ЛА - центричної осі, необхідні для забезпечення стабілізації протягом заданого часу  $\tau$ , а також потрібний запас робочої речовини  $m_n$ .

Примітка. Величини можуть не задаватися, а бути досліджуваними параметрами. Для попередніх розрахунків їх можна брати згідно з приміткою до п.7 підрозд. 7.4.

Якщо збурюючий момент не задано, його розраховують згідно з матеріалами, поданими в підрозд. Д.4. Наприклад, для врахування гравітаційних збурень (наявність градієнта гравітаційного поля Землі) величину збурюючого моменту відносно зв'язаної осі  $OZ$  можна визначити за формулою

$$M_{ZB} = -\frac{3K_\oplus}{r^3} (I_x - I_y) \gamma \cdot \gamma', \text{ де } \gamma = \cos \vartheta, \gamma' = 1, \vartheta - \text{кут тангажу КЛА (кут між місцевою горизонтальною площиною та поздовжньою віссю КЛА } OX),$$

$I_x$  та  $I_y$  - моменти інерції КЛА відносно зв'язаних осей  $OX$  та  $OY$ ,  $r = R_\oplus + h$ ,  $h$  - висота польоту КЛА.

## 7.5.2. Методика розв'язання задачі

Послідовність розв'язання поставленої задачі така ж сама, як і викладена в підрозд. 7.4, коли зовнішній збурений момент дорівнює нулю, за винятком заміни деяких використаних там залежностей.

Так, замість формули (7.21) в п. 4 масову секундну витрату робочої речовини в автоколивальному циклі треба визначити із співвідношення

$$\dot{m}_{серi} = \dot{m}_i \frac{\overline{M}_B}{\overline{M}_{кер}}$$

Для розрахунку амплітуди та періоду автоколивань у п. 6 замість формул (7.22) та (7.23) необхідно використати відповідно залежності

$$A_{\varphi}^{*I} = \left( \varphi_I - \frac{\dot{\varphi}_I^2}{2\overline{M}_B} \right) \dots \left( \varphi_I + \frac{\dot{\varphi}_I^2}{2(\overline{M}_{кер} - \overline{M}_B)} \right); \quad t_a^{*I} = \frac{2\dot{\varphi}_I \overline{M}_{кер}}{\overline{M}_B (\overline{M}_{кер} - \overline{M}_B)}$$

## 8. КОРЕКЦІЯ І СТАБІЛІЗАЦІЯ ПОЛОЖЕННЯ СТАЦІОНАРНОГО ШСЗ НА ОРБИТІ МАЛОЮ ТЯГОЮ

### 8.1. Загальні положення

Стационарний ШСЗ (див. підрозд. 2.5) може бути виведений на орбіту, яка не відповідає заданій за періодом обертання (наявність  $\Delta T$ ), нахилом орбіти ( $\Delta i \neq 0$ ), ексцентриситетом ( $\Delta e \neq 0$ ). Це обов'язково приведе до зміщення СШСЗ відносно заданої точки на екваторі по широті та довготі.

Зміщення може бути віковим (поступово змінюється) або коливальним.

Так, відмінність сидеричного періоду обертання ШСЗ від зоряної доби на  $\Delta T$  спричиняє зміщення його по довготі з постійною кутовою швидкістю

$$\dot{\lambda} = -\omega_{\oplus} \cdot \frac{\Delta T}{T_c}, \quad (8.1)$$

де  $\omega_{\oplus} = 7,2921151 \cdot 10^{-5}$  - кутова швидкість добового обертання Землі навколо своєї осі;

$\Delta T = T_c - T_z$ ;  $T_c = \frac{2\pi}{\sqrt{K_{\oplus}}} a_0^{3/2}$  - сидеричний період обертання СШСЗ, виведеного з помилкою,  $a_0$  - велика піввісь реальної орбіти;  $T_z = 86164c$  - тривалість зоряної доби.

Наявність ексцентриситету орбіти приводить до коливань його положення відносно заданої точки по широті з кутовою швидкістю

$$\dot{\lambda} = 2\omega_{\oplus} \cdot \Delta\varepsilon \cdot \cos\Phi, \quad (8.2)$$

де  $\Delta\varepsilon$  - величина ексцентриситету;  $\Phi$  - кут істинної аномалії СШСЗ (див. підрозд. Д.2). Якщо СШСЗ виведено на орбіту з нахилом  $\Delta i$ , то це приводить до гармонічних коливань його положення по широті

$$i = \Delta i \cdot \sin u, \quad (8.3)$$

та довготи

$$\lambda = \lambda_0 - \frac{\Delta i^2}{4} (\sin 2u - \sin 2u_0), \quad (8.4)$$

де  $u$  - аргумент положення супутника відносно лінії вузлів,  $\lambda$  - його географічна широта (індекс "0" означає відповідну величину в кінці активної ділянки виведення).

Спільний вплив усіх трьох чинників, тобто наявність  $\Delta T$ ,  $\Delta\varepsilon$  та  $\Delta i$ , можна виразити такими залежностями:

$$\left. \begin{aligned} i &= \Delta i (\sin u - \sin u_0), \\ \lambda &= \lambda_0 + (\Phi - \Phi_0) \left( 1 - \frac{T_c}{T_s} \right) + 2\Delta\varepsilon \frac{T_c}{T_s} (\sin\Phi - \sin\Phi_0) - \frac{\Delta i^2}{4} (\sin 2u - \sin 2u_0) \end{aligned} \right\} (8.5)$$

Окрім помилок у процесі виведення на зміщення супутника по широті та довготі впливають нецентральність поля тяжіння Землі, гравітаційні поля Сонця та Місяця, світловий тиск.

Так, полярний стиск Землі спричиняє дрейф СШСЗ по довготі на  $1,6'$  за один виток у напрямі руху, або близько  $10^\circ$  за рік. Збурення від екваторіального стиску Землі суттєво залежить від довготи положення СШСЗ на орбіті. Стійкому положенню СШСЗ на орбіті відповідають точки  $75,1^\circ$  східної довготи та  $104,9^\circ$  західної довготи, нестійкому -  $14,5^\circ$  західної та  $165,5^\circ$  східної довготи ( $\lambda_*$ ). Величину максимального зміщення СШСЗ вздовж орбіти в кутових секундах можна визначити за такою емпіричною залежністю:

$$\Delta u_{max} = \Delta \lambda_{max} \approx \pm (3,5 N^2 + N), \quad (8.6)$$

де  $N$  - кількість витків, за яку визначається зміщення.

Гравітаційні поля Місяця та Сонця змінюють нахил орбіти на  $0,76^\circ \dots 0,96^\circ$  за рік.

Від спільної дії цих чинників за один виток СШСЗ (доба) його період обертання змінюється на  $\Delta T \leq 0,3e$ , ексцентриситет - на  $\Delta\varepsilon \leq 5 \cdot 10^{-6}$ , нахил орбіти - на  $\Delta i \leq 0,0028^\circ$ .

Згідно з вимогами служб радіозв'язку зміщення СШСЗ по довготі не може відрізнитись від заданої на величину  $\pm 0,5^\circ$ , а по широті - на  $\pm 1^\circ$ .

У результаті цього виникає потреба в періодичному проведенні корекцій орбіти з допомогою включення ЕРД, тобто в утриманні заданого положення супутника на орбіті. Детально ці питання розглядаються в праці [13]. Ми ж наведемо кілька корисних для попереднього проектування залежностей:

1. Ліквідувати розбіжність в періоді обертання СШСЗ на величину  $\Delta T$  можна за допомогою включення трансверсальної тяги ЕРД, що створює прискорення  $j_a$  тривалістю  $t_{\mu T}$ :

$$t_{\mu T} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{a_0}} \cdot \frac{1}{j_a} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^{-\frac{1}{3}} \right], \quad (8.7)$$

де  $a_0, T_0$  - велика піввісь та період обертання СШСЗ до включення ЕРД,

$j_a = \frac{P_0}{m_0}$ ,  $P$  - тяга ЕРД,  $m_0$  - маса СШСЗ.

Якщо  $\sqrt{\frac{K_{\oplus}}{a_0}} \cdot \frac{1}{j_a} \cdot t_{\mu T} \ll 1$ , то для довільної орбіти

$$t_{\mu T} \approx \frac{\Delta T_0 \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{a_0}}}{3 T_0 j_a}, \quad (8.7A)$$

Для орбіти, близької до стаціонарної,

$$t_{\mu T} \approx 0,01189 \frac{\Delta T}{j_a}. \quad (8.7B)$$

2. Щоб змінити ексцентриситет орбіти на величину  $\Delta \varepsilon$  з мінімальною тривалістю дії трансверсальної тяги, використовують дві активні ділянки, симетричні лінії апсид. Сумарний час роботи ЕРД для корекції

$$t_{\mu \Sigma} = \frac{T_{сеп}}{\pi} \arcsin \left\{ \frac{|\Delta \varepsilon|}{2A} - E \left[ \frac{|\Delta \varepsilon|}{2A} \right] \right\} + \frac{T_{сеп}}{2} E \left[ \frac{|\Delta \varepsilon|}{2A} \right], \quad (8.8)$$

де  $T_{сеп}$  - середнє значення періоду обертання на вихідній (до маневру) та кінцевій орбітах;

$$A = 2 \frac{\sqrt{p_0 a_{сеп}^3}}{K_{\oplus}} \cdot j_a;$$

$p_0 = a_0 (1 - \Delta \varepsilon^2)$  - параметр вихідної орбіти;  $E$  - символ вилучення цілої частини величини, що стоїть у квадратних дужках.

3. Зміна нахилу орбіти на величину  $\Delta i$  досягається включенням на кожному із  $N$  витків ЕРД поблизу вузлів орбіти зі зміною напрямку нормальної до площини орбіти тяги на протилежний при переході з одного вузла до іншого.



Сумарна тривалість маневру (активний політ)

$$t_{\mu i} = 2N \frac{T_0}{\pi} \arcsin \frac{K_{\oplus} \cdot \Delta i_I}{4a_0^2 \cdot j_W}, \quad (8.9)$$

де  $\Delta i_I = \frac{\Delta i}{N}$  - зміна нахилу орбіти за один оберт СШСЗ,  $j_W$  - нормальне до орбіти прискорення, спричинене тягою.

4. Дія трансверсальної тяги на СШСЗ, що знаходиться на близькій до стаціонарної орбіти, протягом часу  $t_{\mu}$  приводить до зміни:

- великої півосі орбіти

$$a = a_0 \left( 1 - \sqrt{\frac{a_0}{K_{\oplus}}} \cdot j_a \cdot t_{\mu} \right)^{-2}; \quad (8.10)$$

- періоду обертання

$$T = T_0 \left( 1 - \sqrt{\frac{a_0}{K_{\oplus}}} \cdot j_a \cdot t_{\mu} \right)^{-3}; \quad (8.11)$$

- довготи положення ШСЗ над екватором

$$\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{K_{\oplus}}{4a_0^2 j_a} \left[ 1 - \left( 1 - \sqrt{\frac{a_0}{K_{\oplus}}} \cdot j_a \cdot t_{\mu} \right)^4 \right] - \omega_{\oplus} \cdot t_{\mu}, \quad (8.12)$$

де  $a, T, \lambda$  - скінченні значення величин, що відповідають тривалості роботи ЕРД  $t_{\mu}$ ;  $a_0, T_0, \lambda_0$  - значення величин у початковий момент (при включенні ЕРД),  $\omega_{\oplus}$  - кутова швидкість добового обертання Землі навколо своєї осі.

Якщо трансверсальне прискорення позитивне, то середня кутова орбітальна швидкість ШСЗ зменшується і він відстає від супутника, який рухається по кеплерівській орбіті.

Крім цього, ексцентриситет орбіти зазнає періодичних незначних коливань з періодом, що дорівнює середньому періоду обертання ШСЗ (див. працю [13]).

5. Якщо виникає потреба у зміщенні положення ШСЗ на стаціонарній орбіті по широті на величину  $\Delta \lambda$ , то це досягається за допомогою маневру корекції, який складається з початкового імпульсу швидкості  $\Delta V_1$ , що змінює величину орбітальної швидкості, ділянки керованого руху ШСЗ з незмінною швидкістю  $V = V_0 + \Delta V_1$  вздовж стаціонарної орбіти під дією постійного за величиною радіального керованого прискорення  $j_r$  та кінцевого імпульсу швидкості  $\Delta V_2$ , що забезпечує стаціонарне положення ШСЗ. Імпульси  $\Delta V_1$  та  $\Delta V_2$  рівновеликі та спрямовані по дотичній до орбіти, але в протилежні сторони.

Якщо тривалість маневру  $t_\mu$ , то початковий та кінцевий тангенціальні імпульси

$$|\Delta V_1| = |\Delta V_2| = V - V_{Iko} = \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_\theta} \left| \frac{\dot{\varphi}}{\omega_\oplus} - 1 \right|} = \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_\theta} \left| \frac{V}{V_{Iko}} - 1 \right|} = \frac{r_\theta}{t_\mu} |\Delta \lambda|; \quad (8.13)$$

прискорення від радіальної тяги

$$j_2 = \frac{\Delta \dot{\lambda}}{t_\mu} V_{Iko} \left( 2 - \frac{\Delta \lambda}{t_\mu} \sqrt{\frac{r_\theta^3}{K_\oplus}} \right); \quad (8.14)$$

характеристична швидкість на ділянці керованого руху з радіальною тягою

$$\Delta V_2 = \Delta \dot{\lambda} V_{Iko} \left( 2 - \frac{\Delta \lambda}{t_\mu} \sqrt{\frac{r_\theta^3}{K_\oplus}} \right) = j_r \cdot t_\mu; \quad (8.15)$$

додааткова кутова швидкість радіуса-вектора ШСЗ, спричинена зміною орбітальної швидкості ШСЗ на  $\Delta V_1$ ,

$$\dot{\varphi}_\lambda = \frac{\Delta V_1}{t_\mu} = \frac{\Delta \dot{\lambda}}{t_\mu}; \quad (8.16)$$

зміщення ШСЗ по довготі за час  $t_\mu$

$$\Delta \lambda = \dot{\varphi}_\lambda \cdot t_\mu. \quad (8.17)$$

Сумарна характеристична швидкість маневру

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3. \quad (8.18)$$

У залежностях (8.13) - (8.17) позначено:  $\dot{\varphi}$  - задана кутова швидкість обертання радіуса-вектора СШСЗ;  $\omega_\oplus = 7,2921151 \cdot 10^{-5} \frac{1}{c}$  - орбітальна кутова

швидкість добового обертання Землі;  $V_{Iko} = \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_\theta}} = 3,074 \frac{км}{c}$  - орбітальна

швидкість стаціонарного ШСЗ,  $r_\theta = 42164 км$  - радіус-вектор СШСЗ;  $V = V_{Iko} + \Delta V$  - швидкість ШСЗ на стаціонарній орбіті після надання йому імпульсу  $\Delta V_1$ .

Величину  $\Delta \lambda$  треба брати в радіанах.

6. За даними праці [13] для утримання заданої довготи положення ШСЗ з потрібною точністю  $\delta(\Delta \lambda)$  мінімальне число корекцій протягом року залежить від віддаленості ШСЗ по довготі від точок стійкого положення. Максимально число корекцій відповідає середній величині віддаленості ШСЗ від точки стійкого положення  $\Delta \lambda_\theta$  на  $45^\circ$  (рис. 8.1).

Так, допустимій точності по довготі  $\delta(\Delta\lambda) = \pm 0,5^\circ$  відповідає мінімальне число корекцій - 11.

Енергетичні витрати на утримання довготи в малому інтервалі за одиницю часу в першому наближенні мало залежать від величини цього інтервалу, а визначаються віддаленістю СШСЗ від точки стійкого положення (рис. 8.2).

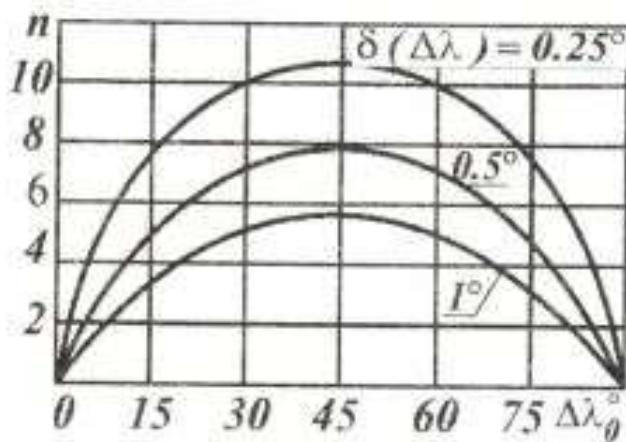


Рис. 8.1. Мінімальне число корекцій для утримання СШСЗ протягом року

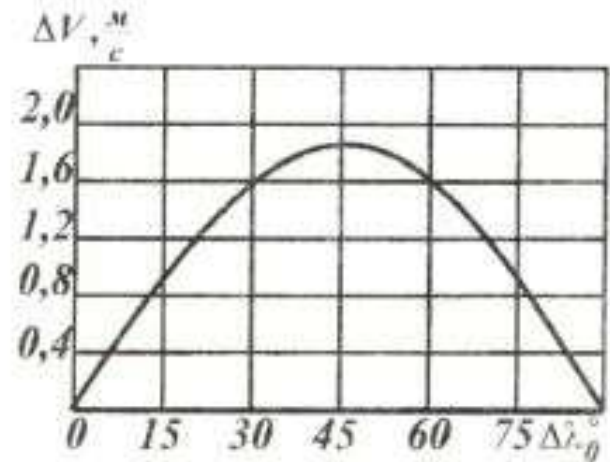


Рис. 8.2. Енергетичні витрати на утримання довготи СШСЗ за одиницю часу

Для  $\Delta\lambda_0 = 45^\circ$  енергетичні витрати на одиницю часу відповідають характеристичній швидкості  $\Delta V = 1,9 \frac{M}{c}$ .

## 8.2. Приклад постановки задачі № 1

КА виведено на орбіту стаціонарного супутника з помилкою по довготі  $\Delta\lambda$ . Приймаючи схему корекції положення СШСЗ по довготі такою, як викладено в п. 5 підрозд. 8.1, визначити потрібні витрати характеристичної швидкості на маневр. Вибрати оптимальні параметри ЕУ і ЕРД, що забезпечують максимальну величину корисного вантажу супутника. Початкова маса ШСЗ на стаціонарній орбіті до маневру корекції ( $m_0$ ) відома.

### 8.2.1. Схема розв'язання задачі № 1

Через те, що маневр корекції складається із трьох ділянок - початкової, кінцевої з трансверсальною тягою і середньої - з радіальною, треба визначити окремо потрібні імпульси на цих ділянках. Для цього необхідно:

- задати пробну тривалість кожного з етапів маневру однаковою -  $t_{\mu 1}$  (кілька годин);
- визначити величини характеристичної швидкості на першій та третій ділянках (вони однакові за величиною)

$$|\Delta V_1| = |\Delta V_3| = \frac{r_0}{t_{\mu 1}} \cdot |\Delta\lambda|;$$

- знайти величину характеристичної швидкості на другій ділянці

$$\Delta V_2 = \Delta \lambda \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}} \left( 2 - \frac{\Delta \lambda}{t_{\mu 1}} \sqrt{\frac{r_0^3}{K_{\oplus}}} \right) = j_r \cdot t_{\mu};$$

- визначити сумарну характеристичну швидкість маневру

$$\Delta V = |\Delta V_1| + |\Delta V_2| + |\Delta V_3|.$$

У зв'язку з тим, що на середній ділянці прискорення не може бути будь-яким, а визначається потребою витримувати задану величину радіуса-вектора ШСЗ -  $r_0$ , необхідно визначити це прискорення:

$$j_2 = \frac{\Delta \lambda}{t_{\mu 1}} \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_0}} \left( 2 - \frac{\Delta \lambda}{t_{\mu 1}} \sqrt{\frac{r_0^3}{K_{\oplus}}} \right) = \frac{\Delta V_2}{t_{\mu 1}}.$$

Тоді сумарна тривалість маневру корекції

$$t_{\mu} = 3t_{\mu 1}.$$

Якщо прискорення від тяги ЕРД прийняти на всіх трьох ділянках однаковим, то однакова буде і сумарна початкова тяга ЕРД:

$$P = j_2 \cdot m_0.$$

Далі треба задати тип ЕРД та ЕУ і за статистикою знайти наближені значення вагових коефіцієнтів. Якщо вони невідомі, можна як перше наближення взяти їх із табл. 1.1.

Враховуючи тип ЕРД, задати кілька значень ефективної швидкості витікання із їх можливого діапазону.

Для кожної швидкості витікання  $c$  послідовно знайти:

- секундну витрату робочої речовини  $\dot{m}_{n_i} = \frac{P}{c_i}$ ;

- сумарну витрату робочої речовини  $m_{n_i} = \dot{m}_{n_i} \cdot t_{\mu}$ ;

- потужність, що йде на створення тяги,  $W_{\partial_i} = \frac{P \cdot c_i}{2\eta_{\partial_i}}$ ;

- потужність енергоустановки  $W_e = \frac{W_{\partial}}{\varphi_N \cdot \eta_{np}}$ ;

- маси окремих частин ШСЗ, у тому числі масу корисного вантажу  $m_{кв_i}$

(див. формули (1.9) - (1.15), (1.7)).

За даними розрахунків побудувати залежності  $m_{кв} = f(c)$ ,  $W_e = f(c)$ ,  $W_{\partial} = f(c)$ . Вибрати варіант, що відповідає  $m_{кв \max}$ .

Якщо одержані результати не задовольняють проєктанта стосовно величин  $P$ ,  $m_{кв}$ ,  $W_e$  або  $c$ , такі ж розрахунки провести для іншого значення тривалості маневру  $t_{\mu}$ .

### 8.3. Приклад постановки задачі № 2

КА виведено на орбіту СШСЗ із заданим положенням по довготі  $\lambda_0$ . В результаті дії збурюючих чинників його довгота неперервно змінюється. Для утримання положення ШСЗ у заданому інтервалі довгот  $\pm \delta(\Delta\lambda)$  необхідна періодична корекція його орбіти (стабілізація), яка здійснюється за допомогою ДМТ (ЕРД). Вибрати у спрощеній постановці параметри ЕУ і ЕРД у складі СШСЗ, що забезпечують необхідну його стабілізацію з мінімальними витратами. Початкова маса супутника на вихідній орбіті  $m_0$  задана. Час активного існування СШСЗ -  $\tau$ .

#### 8.3.1. Схема розв'язання задачі №2

1. За заданим потрібним значенням довготи розміщення СШСЗ  $\lambda_0$  та довготою найближчої точки його стійкого або нестійкого положення  $\lambda_*$  визначити середню величину віддаленості ШСЗ від цієї точки:  $\Delta\lambda_0 = \lambda_0 - \lambda_*$ .

2. Користуючись рис. 8.2, за величинами  $\Delta\lambda_0$  та допустимою величиною відхилення СШСЗ по довготі від заданого положення  $\delta(\Delta\lambda_0)$  знайти мінімальне число корекцій протягом року  $n$  та число корекцій за час активного існування СШСЗ на орбіті  $\tau$ :  $N = n \cdot \tau$ .

3. Задати пробну тривалість одного етапу маневру  $t_{\mu 1}$  (кілька годин).

4. Одержати величину потрібної характеристичної швидкості на одну корекцію, прискорення на середній ділянці маневру  $j_2$ , сумарну тривалість маневру  $t_{\mu}$ , тягу ЕРД  $P$  (див. попередню задачу) та сумарну тривалість роботи ЕРД за час утримання СШСЗ:  $t_{\mu\Sigma} = t_{\mu 1} \cdot N$ .

5. Подальші розрахунки та оптимізацію ЕУ і ЕРД у складі КЛА здійснити так само, як і у попередній задачі, тільки витрату робочої речовини знайти за формулою  $m_{n_i} = \dot{m}_{n_i} \cdot t_{\mu\Sigma}$ .

Примітка. Інші можливі варіанти задач, пов'язаних із СШСЗ, розв'язуються за такою ж схемою з використанням необхідних у кожному окремому випадку залежностей, наведених у загальній частині розділу.

## ДОДАТОК

У даному розділі посібника наведено додаткові до основної частини матеріали (такі, як елементи кеплерівської теорії, наближені проектні розрахунки транспортної космічної системи, маневрування КЛА, вплив на орбіту КЛА збурюючих факторів), що можуть бути корисними для студентів при виконанні розрахунково-графічних робіт, курсовому та дипломному проектуванні. Вміщено також довідкові дані, результати деяких розрахунків за матеріалами основної частини посібника, які дають змогу без обчислень оцінити потрібні витрати характеристичної швидкості. Завершує додаток українсько-російський словник основних термінів з динаміки космічного польоту, які використані у посібнику.

### Д.І. НАБЛИЖЕНІ ПРОЕКТНІ РОЗРАХУНКИ ТРАНСПОРТНОЇ КОСМІЧНОЇ СИСТЕМИ (ТКС)

#### Д.І.І. Загальні положення

ТКС має призначення виводити в задану точку простору КЛА з необхідною для подальшого орбітального руху швидкістю. ТКС разом з КЛА (космічна головна частина - КГЧ) будемо називати ракетою космічного призначення (РКП). Усі ТКС можна умовно поділити на дві групи - ракетеносії (РН) та ТКС багаторазового використання. РН, як правило, являють собою багатоступінчасті системи.

Ступенем РН будемо називати систему, що функціонує на заданому етапі польоту, яка складатиметься із розгінної частини та корисного вантажу, який вона розганяє. Розгінна частина, в свою чергу, може включати один або кілька самостійних ракетних блоків, які містять ракетні двигуни, паливо, паливні баки, насоси, трубопроводи, блоки системи керування, елементи конструкції тощо. Схему РКП подано на рис. Д.І.

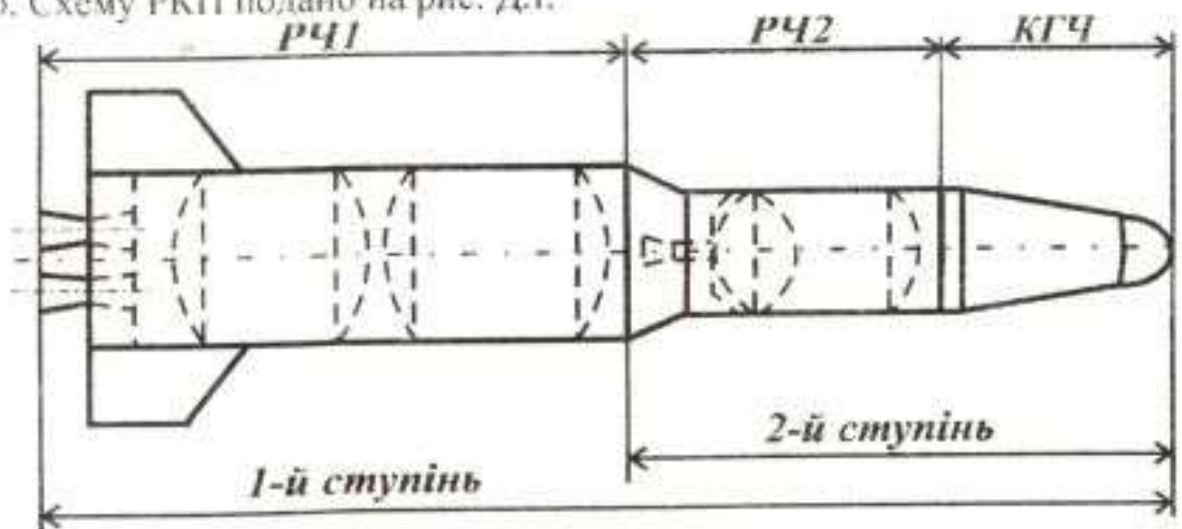


Рис. Д.І. Схема ракети космічного призначення: РЧ - розгінна частина, КГЧ - космічна головна частина (корисний вантаж РН)

Позначимо: маса РКП на стартовому столі -  $m_0$ ; маса корисного вантажу ступеня -  $m_{кв_i}$ ; "суха" маса ступеня (розгінної частини) -  $m_{c_i}$ ; маса палива ступеня -  $m_{n_i}$ ; маса  $i$ -го ступеня -  $m_i = m_{кв_i} + m_{c_i} + m_{n_i}$ ; маса космічної головної частини (КГЧ) -  $m_{КГЧ} = m_{кв}$ .

Для РКП з багатоступінчастим РН  $m_0 = m_{КГЧ} + \sum_{i=1}^n (m_{c_i} + m_{n_i})$ , де  $n$  -

число ступенів ТКС (РН).

Основними параметрами, які характеризують РКП, будуть:

1. Відносний корисний вантаж (або відносне корисне навантаження) ступеня ( $p$ )

$$p_i = \frac{m_i}{m_{кв_i}} = \frac{m_i}{m_{i+1}}. \quad (Д.1)$$

Для багатоступінчастого РН сумарний відносний корисний вантаж

$$p_{\Sigma} = \prod_{i=1}^n p_i = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_n. \quad (Д.2)$$

2. Конструктивний параметр ступеня  $s$  (без корисного вантажу)

$$s_i = \frac{m_{c_i} + m_{n_i}}{m_{c_i}}. \quad (Д.3)$$

3. Число Ціолковського

$$z_i = \frac{m_i}{m_i - m_{n_i}} = \frac{m_{кв_i} + m_{c_i} + m_{n_i}}{m_{кв_i} + m_{c_i}}. \quad (Д.4)$$

для багатоступінчастої ТКС  $z = \prod_{i=1}^n z_i$ .

4. Коефіцієнт запасу палива ступеня  $\xi_{n_i} = \frac{m_{n_i}}{m_{c_i} + m_{n_i}}$ .

5. Початкова тягоозброєність ступеня ( $\mu_0$ )

$$\mu_{0i} = \frac{P_i}{m_i \cdot g_c}, \quad (Д.5)$$

де  $P_i$  - сумарна тяга працюючих двигунів ступеня,  $g_c = 9,81 \frac{M}{c^2}$  - прискорення земного тяжіння на рівні моря.

6. Сумарна масова секундна витрата палива ступеня ( $\dot{m}_i$ )

$$\dot{m}_i = \frac{P_i}{c_i}. \quad (Д.6)$$

7. Тривалість роботи двигунів ступеня

$$t_{\mu i} = \frac{m_{n_i}}{\dot{m}_i} \quad (Д.7)$$

Між названими параметрами існує зв'язок:

$$z_i = \frac{p_i s_i}{p_i - s_i - I} \quad (Д.8)$$

$$m_{n_i} = \frac{z_i - I}{z_i} m_i \quad (Д.9)$$

$$m_{c_i} = \frac{m_{n_i}}{s_i - I} \quad (Д.10)$$

де  $c_i$  - ефективна швидкість витікання газів із сопла  $i$ -го ракетного двигуна.

Якщо відносне корисне навантаження та ефективні швидкості витікання для усіх  $n$  ступенів однакові, то сумарний корисний відносний вантаж

$$p_{\Sigma} = e^{\frac{\Delta V}{c}} \left( \frac{s - I}{s - e^{\frac{\Delta V}{c}}} \right)^n \quad (Д.11)$$

де  $\Delta V$  - потрібна для виконання поставленої космічної задачі характеристична швидкість, яка визначає сумарні енергетичні витрати, необхідні на розгін та доставку КГЧ у задану точку простору.

Тоді стартова маса РКП

$$m_0 = m_{КГЧ} \cdot p_{\Sigma} \quad (Д.12)$$

### Д.1.2. Схема проектних розрахунків, коли параметри $s$ та $c$ усіх ступенів однакові

1. Проектні розрахунки треба почати із визначення характеристичної швидкості  $\Delta V$ , потрібної для виконання заданої РП космічної задачі. Якщо не враховувати місце старту та напрямок польоту,  $\Delta V$  можна оцінити за виразом

$$\Delta V = V_{\theta} + \Sigma \Delta V_M + \Delta V_g + \Delta X_a, \quad (Д.13)$$

де  $V_{\theta}$  - швидкість, яку повинен мати КА в кінці активної ділянки польоту в заданій точці простору, щоб здійснювати в подальшому заданий орбітальний політ;  $\Sigma \Delta V_M$  - сумарна характеристична швидкість можливих (потрібних) маневрів після одержання початкової швидкості  $V_{\theta}$ ;  $\Delta V_g$  - витрати характеристичної швидкості на подолання гравітаційних сил;  $\Delta V_{xa}$  - витрати характеристичної швидкості на подолання аеродинамічного опору під час польоту РП у густих шарах атмосфери.



За статистикою сумарні витрати  $\Delta V_g + \Delta V_{xa}$  складають 1,5 ... 2,5 км/с, або  $(0,35 \dots 0,5) \cdot c$ .

Вибрати (задати) кількість ступенів і тип двигунів (рідинний (РРД), або твердопаливний (РДТН)), що дає змогу за статистикою визначити швидкість витікання  $c$ . Для сучасних РРД  $c = 2800 \dots 4200 \frac{m}{c}$ . При вирішенні питання про число ступенів треба мати на увазі, що його збільшення приводить до зменшення стартової маси РКП  $m_0$  і надійності усього комплексу. Тому для забезпечення польоту в ближньому космосі (БР, ШСЗ, пілотовані КК, сателіти) достатньо використовувати 2-3-ступінчасті РН, рідше - 4-ступінчасті, тобто  $n = 2 \dots 4$ .

3. Задати за статистикою конструктивний параметр  $s$  ступенів. В середньому  $s = 8 \dots 12$ . Для РН, у яких використовують композитні матеріали в конструкції РРД і паливних баків, на першому ступені РН величина  $s$  може досягати двадцяти.

4. За відсутності даних у першому наближенні початкові тягоозброєності ступенів задати у межах

$$\mu_{01} = 1,25 \dots 2; \mu_{02} = 0,8 \dots 1,2; \mu_{03} = 0,4 \dots 0,8.$$

5. Далі послідовно визначити:

- сумарний відносний корисний вантаж РН  $p_{\Sigma} = e^{\frac{\Delta V}{c}} \left( \frac{s-1}{s - e^{\frac{\Delta V}{nc}}} \right)^n$ ,

- відносний корисний вантаж одного ступеня  $p = \sqrt[n]{p_{\Sigma}}$ ,

- маси ступенів

$$m_1 = m_0 = m_{КГЧ} \cdot p_{\Sigma}, m_2 = \frac{m_1}{p}, m_3 = \frac{m_2}{p} = \frac{m_0}{p^2},$$

- число Ціолковського  $z = \frac{p \cdot s}{p + s - 1}$  та маси палива ступенів

$$m_{n1} = m_1 \cdot z, m_{n2} = m_2 \cdot z, m_{n3} = m_3 \cdot z,$$

- "сухі" маси ступенів

$$m_{c1} = \frac{m_{n1}}{s-1}, m_{c2} = \frac{m_{n2}}{s-1}, m_{c3} = \frac{m_{n3}}{s-1},$$

- сумарні тяги двигунів кожного ступеня

$$P_1 = m_1 \cdot g_c \cdot \mu_{01}, P_2 = m_2 \cdot g_c \cdot \mu_{02}, P_3 = m_3 \cdot g_c \cdot \mu_{03},$$

- сумарні масові секундні витрати палива ступенів

$$\dot{m}_1 = \frac{P_1}{c}, \quad \dot{m}_2 = \frac{P_2}{c}, \quad \dot{m}_3 = \frac{P_3}{c},$$

- тривалість роботи двигунів кожного ступеня

$$t_{\mu 1} = \frac{m_{n1}}{\dot{m}_1}, \quad t_{\mu 2} = \frac{m_{n2}}{\dot{m}_2}, \quad t_{\mu 3} = \frac{m_{n3}}{\dot{m}_3}.$$

### Д.1.3. Проектні розрахунки ТКС, коли ефективні швидкості витікання ( $c$ ) усіх ступенів однакові

У цьому випадку розрахунки починають із визначення, як і в попередньому підрозділі, потрібної характеристичної швидкості  $\Delta V$ , кількості ступенів  $n$ , типу двигунів і швидкості витікання  $c$ , яку приймають однаковою для всіх ступенів. Далі треба задати або вибрати за статистикою конструктивні параметри  $s_i$  для кожного ступеня, пам'ятаючи, що перший ступінь має найвище значення  $s$ , а подальші - менші.

Для кожного ступеня розрахувати:

$$1. \text{ Відносні корисні вантажі за виразом } P_i = (s_i - 1) \left[ \frac{I}{\frac{\Delta V}{e^{nc}} - I} \right];$$

$$1 - \frac{n}{\prod_{i=1}^n s_i} \frac{I}{e^{nc}};$$

2. Маса ступенів

$$m_n = m_{КТЧ} \cdot P_n, \quad m_{n-1} = m_n \cdot P_{n-1}, \quad m_{n-2} = m_{n-1} \cdot P_{n-2},$$

.....

$$m_1 = m_0 = m_{КТЧ} \cdot P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdots P_n;$$

3. Числа Цюлковського  $z_i = \frac{P_i s_i}{P_i + s_i - 1};$

4. Маса налива  $m_{ni} = \frac{z_i - 1}{z_i} m_i;$

5. "Суху" масу  $m_{ci} = \frac{m_{ni}}{s_i - 1};$

6. Сумарні тяги двигунів  $P_i = m_i \cdot g_c \cdot \mu_{0i};$

7. Сумарні секундні витрати палива  $\dot{m}_i = \frac{P_i}{c}$ ;

8. Тривалість роботи двигунів  $t_{\mu i} = \frac{m_{\mu i}}{\dot{m}_i}$ .

#### Д.1.4. Проектні розрахунки при оптимальному розподілі мас по ступенях ТКС

Якщо число ступенів  $n$ , конструктивні параметри  $s_i$  швидкості витікання  $c_i$ , початкові тягоозброєності  $\mu_{0i}$  вибрані або задані, треба знайти для кожного ступеня відносний корисний вантаж  $p_i$  із співвідношення

$$p_i = (s_i - 1) \frac{c_i}{c_1 \left[ 1 - e^{-\frac{1}{n \cdot c \cdot \Delta} \left( \sum_{i=1}^n c_i \ln s_i - \Delta V \right)} \right]} - 1, \quad (Д.15)$$

$$\Delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{c_i \cdot \ln \left( 1 + \frac{p}{\lambda} \cdot \frac{1}{c_i} \right)}{c_1 \cdot \ln \left( 1 + \frac{p}{\lambda} \cdot \frac{1}{c_1} \right)}, \quad (Д.16)$$

$$\frac{p}{\lambda} = -c_1 \left[ 1 - e^{-\frac{1}{n \cdot c \cdot \Delta} \left( \sum_{i=1}^n c_i \ln s_i - \Delta V \right)} \right]. \quad (Д.17)$$

Розрахунок  $p_i$  вести методом послідовних наближень:

1. Задати  $\Delta_1 = 1$ .

2. Визначити  $\left( \frac{p}{\lambda} \right)_1$  за формулою (Д.17), де  $\Delta = \Delta_1 = 1$ .

3. Знайти  $\Delta_2$  із (Д.16), де  $\left( \frac{p}{\lambda} \right) = \left( \frac{p}{\lambda} \right)_1$ .

4. За  $\Delta_2$  розрахувати нове значення  $\left(\frac{p}{\lambda}\right)_2$ , використавши (Д.17) і т.д. до тих пір, доки  $\Delta_i$  не будуть відрізнятися.

5. За одержаним таким чином  $\Delta$  із (Д.15) обчислити  $p_i$ .

Усі подальші розрахунки вести, як наведено у п.п. 2 - 8 підрозд. Д.1.3.

#### Д.1.5. Визначення параметрів розгінного блока для маневрування на орбіті

У процесі проектування іноді виникає потреба оцінити витрати палива та параметри інших систем розгінного блока, які необхідні для виконання заданого маневрування.

Вважається, що маса  $m_0$  космічного апарата на вихідній орбіті до маневрування відома.

При цьому можливі такі два варіанти задачі:

1. Маса РБ входить до складу  $m_0$ .

2. Маса РБ не входить до складу  $m_0$  (нове початкове значення КІА на вихідній орбіті до маневру підняте визначенню).

Перша задача розв'язується у такій послідовності:

- визначають потрібні на маневр витрати характеристичної швидкості  $\Delta V_M$  (див. підрозд. Д.3.);

- вибирають тип двигуна і задають за статистикою швидкість витікання  $c$  і конструктивний параметр  $s$  РБ;

- знаходять відносне корисне навантаження РБ (див. підрозд. Д.11).

$$p = e^{-\frac{\Delta V_M}{c}} \left( \frac{s-1}{s - e^{-\frac{\Delta V_M}{c}}} \right)^n \quad (\text{Д.18})$$

Далі розраховують:

- масу корисного вантажу (уточнену), що залишиться, якщо від  $m_0$  від-

окремити РБ,  $m_{кв} = \frac{m_0}{p}$ ;

- масу РБ  $m_{рб} = m_0 - m_{кв}$ ;

- потрібну масу палива  $m_n = m_0 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta V_M}{c}} \right)$ ;

- "суху" масу РБ  $m_c = \frac{m_n}{s-1}$ ;

- тягу двигуна для маневрування  $P = m_0 \cdot \mu_0 \cdot g_c$ ,  
де величиною початкової тягозбросності задаються;

- секундну витрату палива  $\dot{m} = \frac{P}{c}$ ,

- тривалість роботи двигуна  $t_\mu = \frac{m_n}{\dot{m}}$ .

Якщо маса РБ не входить до складу  $m_0$ , то початкова маса космічного апарата на вихідній орбіті з РБ  $m'_0$  може бути знайдена як  $m'_0 = m_0 \cdot p$ , де параметр корисного вантажу  $p$  розраховують з використанням залежності (Д.18).

Тоді маса РБ  $m_{p\delta} = m'_0 - m_0$ .

Величини  $s, c, \mu_0$  задаються. Таким же методом, як і у попередній задачі, знаходять масу палива, "суху" масу, секундну витрату палива, тягу двигуна та тривалість його роботи.

## Д.2. ДЕЯКІ ЗАКОНОМІРНОСТІ ОРБИТАЛЬНОГО РУХУ КЛА

Як відомо, незбурений рух у центральному полі тяжіння під дією тільки сили тяжіння описується векторним рівнянням

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + K_{\oplus} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} = 0, \quad (Д.19)$$

або в проєкціях на координатні планетоцентричні осі:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + K_{\oplus} \cdot \frac{x}{r^3} &= 0; \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + K_{\oplus} \cdot \frac{y}{r^3} &= 0; \\ \frac{d^2 z}{dt^2} + K_{\oplus} \cdot \frac{z}{r^3} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (Д.20)$$

Якщо положення осей  $x, y, z$  прийняти таким, щоб  $z = 0$ , то рівняння незбуреного руху можна записати у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} + r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 &= -\frac{K_{\oplus}}{r^2}; \\ \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (Д.21)$$

У наведених рівняннях позначені  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  - радіус-вектор КЛА,

$\varphi$  - кут між початковим і поточним положеннями  $\vec{r}$ ;  $x, y, z$  - координати КЛА у вибраній системі координат. Траєкторію руху КЛА під дією тільки сили тяжіння називають орбітою, а теорію, що описує цей рух, - еліптичною, або кеплерівською. Із аналізу розв'язку цих рівнянь випливають так звані закони Кеплера:

1. Орбіта руху КЛА - крива другого порядку, що лежить в одній площині, нерухомій в інерціальному просторі (відносно зірок). Площина, в якій лежить орбіта, проходить через центр небесного тіла, в сфері дії якої рухається КЛА.

2. Рух КЛА відбувається по коловій ( $\varepsilon = 0$ ), еліптичній ( $\varepsilon < 1$ ), параболічній ( $\varepsilon = 1$ ) або гіперболічній орбіті ( $\varepsilon > 1$ ), де  $\varepsilon$  - ексцентриситет орбіти (рис. Д.2). Один із фокусів орбіти збігається з центром тяжіння. Як виняток можливий рух по радіальній орбіті (вертикальний рух).

3. Секторіальна швидкість КЛА (площа, яку обметує радіус-вектор КЛА за одиницю часу) для довільної точки орбіти є величина стала.

4. Квадрати періодів обертання КЛА, що рухається по еліптичних або колових орбітах, відносяться як куби великих півосей їх орбіт.

Орбітальний політ КЛА можна повністю визначити в довільний момент часу. Орієнтація орбіти у просторі відносно вибраної планетоцентричної системи координат, положення КЛА на орбіті та його швидкість цілком визначаються так званими елементами орбіти. Це шість констант, до яких відносять параметр  $p$  та ексцентриситет орбіти  $\varepsilon$ , час проходження КЛА через перицентр орбіти  $t_{\pi}$  (в перицентрі величина  $r = r_{\pi} = r_{min}$ ), довгота лінії вузлів  $\Omega$ , аргумент перицентра  $\omega$  та нахил орбіти  $i$ . Для довільного значення часу за формулами еліптичної теорії можна визначити положення КЛА та його швидкість.

Крім зазначених шести елементів орбіти зручно використовувати ще два кути - істинну аномалію  $\Phi$  і аргумент положення КЛА  $u$  (рис. Д.3).

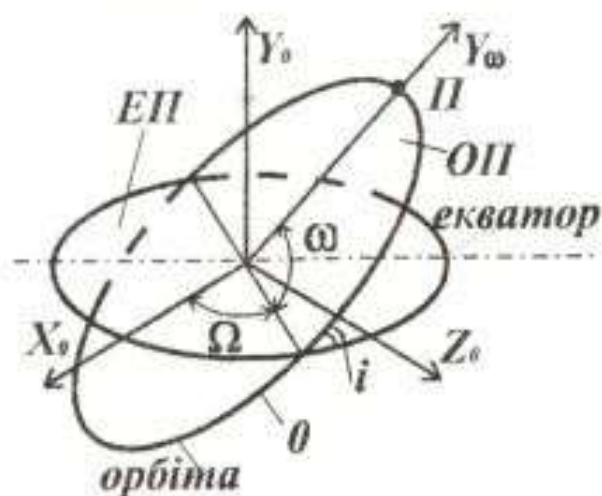


Рис. Д.2. Елементи орбіти ( ОП - орбітальна площина, ЕП - екваторіальна площина)

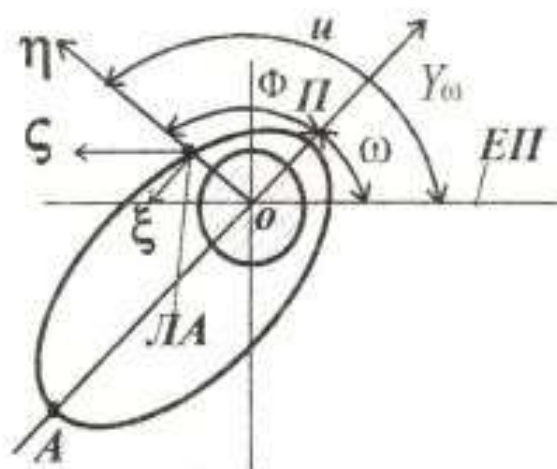


Рис. Д.3. Орієнтація орбіти в орбітальній площині

Якщо розглядати плоску задачу (в орбітальній площині) і вважати відомими початкові параметри траєкторії КЛА, а саме: радіус-вектор  $r_0$ , швидкість  $V_0$ , час  $t_0$  і кут нахилу до лінії місцевого горизонту  $\Theta_0$ , то всі елементи орбіти, положення КЛА на орбіті в довільний момент часу, його швидкість повністю визначаються:

- константа площі

$$\sigma_c = r_0 V_0 \cos \Theta_0; \quad (Д.22)$$

- константа енергії

$$h_c = V_0^2 - \frac{2K_{\oplus}}{r_0}; \quad (Д.23)$$

- параметр орбіти

$$p = \frac{\sigma_c^2}{K_{\oplus}}; \quad (Д.24)$$

- ексцентриситет орбіти

$$\varepsilon = \sqrt{1 + h_c \frac{\sigma_c^2}{K_{\oplus}^2}} \quad (Д.25)$$

(якщо орбіта колова,  $\varepsilon = 1$ , параболічна -  $\varepsilon = 1$ , еліптична -  $\varepsilon < 1$ , гіперболічна -  $\varepsilon > 1$ );

- велика піввісь орбіти

$$a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2}; \quad (Д.26)$$

- мала піввісь орбіти

$$b = \frac{p^2}{a}; \quad (Д.27)$$

- кутове положення перицентра орбіти відносно початкового радіуса-вектора

$$\varphi_0 = \arctg \left( \frac{\operatorname{tg} \Theta_0}{1 - \frac{r_0}{p}} \right); \quad (Д.28)$$

- тривалість повного оберту КЛА навколо центра тяжіння (період обертання) для замкненої орбіти

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{K_{\oplus}}} \cdot a^{\frac{3}{2}}; \quad (Д.29)$$

- найменша відстань КЛІА від центра тяжіння (періцентрична відстань)

$$r_{\pi} = \frac{p}{1 + \varepsilon}; \quad (Д.30)$$

- максимальна відстань КЛІА від центра тяжіння (апоцентрична відстань)

$$r_{\alpha} = \frac{p}{1 - \varepsilon}; \quad (Д.31)$$

- модуль швидкості КЛІА, що знаходиться на відстані  $r$  від центра тяжіння:

для еліптичної орбіти

$$V = \sqrt{K_{\oplus} \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}, \quad (Д.32)$$

для гіперболічної орбіти

$$V = \sqrt{K_{\oplus} \left( \frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right)}, \quad (Д.33)$$

для колової орбіти

$$V = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r}}. \quad (Д.34)$$

Рівняння орбіти (кривої другого порядку) в полярній системі координат для довільного кута  $\varphi$  буде

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos(\varphi + \varphi_0)}. \quad (Д.35)$$

Якщо відлік кутового положення ведеться не від початкового положення радіуса-вектора  $r_0$ , а від напрямку на періцентр, то  $\varphi + \varphi_0 = \Phi$  ( $\Phi$  - кут істинної аномалії) і рівняння орбіти таке:

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \Phi}. \quad (Д.36)$$

Для довільного значення істинної аномалії  $\Phi$  радіус-вектор КЛІА визначають за формулою (Д.36), а складові швидкості - таким чином:

- радіальна

$$V_r = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{p}} \varepsilon \sin \Phi; \quad (Д.37)$$

- трансверсальна

$$V_a = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{p}} (1 + \varepsilon \cos \Phi); \quad (Д.38)$$



- модуль швидкості

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_a^2}; \quad (Д.39)$$

- кут нахилу орбіти до лінії місцевого горизонту

$$\Theta = \arcsin \frac{V_r}{V}; \quad (Д.40)$$

- швидкість КЛА в перигентрі  $V_\pi = \sqrt{\frac{K_\oplus}{p}}(1 + \varepsilon);$

- швидкість КЛА в апоцентрі  $V_\alpha = \sqrt{\frac{K_\oplus}{p}}(1 - \varepsilon);$

- тривалість польоту КЛА від перигентра орбіти до точки з істинною аномалією  $\Phi$ ;

для еліптичної орбіти ( $\varepsilon < 1$ )

$$\tau = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_\oplus}}(E - \varepsilon \sin E), \quad (Д.41)$$

$$\text{де } E = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2} \right);$$

для параболическої орбіти ( $\varepsilon = 1$ )

$$\tau = \sqrt{\frac{p^3}{K_\oplus}} \left( \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{\Phi}{2} \right); \quad (Д.42)$$

- для гіперболічної орбіти ( $\varepsilon > 1$ )

$$\tau = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_\oplus}}(\varepsilon \operatorname{sh} H - H), \quad (Д.43)$$

$$\text{де } \operatorname{th} \frac{H}{2} = \sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}.$$

Якщо треба визначити тривалість польоту КДА між точками 1 і 2, кути істинної аномалії яких ( $\Phi_1, \Phi_2$ ) відомі, то тривалість польоту КЛА між точками знаходять, користуючись відповідними типу орбіти залежностями (Д.41) - (Д.43).

$$t_{1-2} = \tau_2 - \tau_1,$$

де  $\tau_1$  та  $\tau_2$  визначають відповідно для кутів  $\Phi_1$  та  $\Phi_2$ .

Для розв'язання просторової задачі необхідно знати початкові значення координат КЛА ( $x_0, y_0, z_0$ ), складові швидкості ( $V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}$ ) в екваторіа-

льній планетоцентричній системі координат і час  $t_0$ .

Тоді:

радіус-вектор РЛА в момент  $t_0$

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}; \quad (Д.44)$$

початкова швидкість

$$V_0 = \sqrt{V_{x_0}^2 + V_{y_0}^2 + V_{z_0}^2}; \quad (Д.45)$$

початковий кут нахилу траєкторії

$$\Theta_0 = \arcsin \frac{x_0 V_{x_0} + y_0 V_{y_0} + z_0 V_{z_0}}{r_0 V_0}; \quad (Д.46)$$

кут нахилу орбіти відносно екваторіальної площини

$$i = \arccos \frac{x_0 V_{y_0} - y_0 V_{x_0}}{\sigma_c}; \quad (Д.47)$$

$\sigma_c$  - див. формулу (Д.22);

довгота лінії вузлів

$$\Omega = \arctg \left( - \frac{y_0 V_{z_0} - z_0 V_{y_0}}{z_0 V_{x_0} - x_0 V_{z_0}} \right); \quad (Д.48)$$

аргумент перицентра

$$\omega = \arcsin \left( \frac{z_0}{r_0 \sin i} \right) - \varphi_0; \quad (Д.49)$$

$\varphi_0$  - див. формулу (Д.28);

час проходження КЛА перицентра орбіти

$$\tau_\pi = t_0 \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{K_\oplus}} (E_0 - \varepsilon \sin E_0), \quad (Д.50)$$

де

$$E_0 = 2 \arctg \left( \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \operatorname{tg} \frac{\varphi_0}{2} \right); \quad (Д.51)$$

$a, \varphi_0$  - див. формули (Д.26), (Д.28).

Усі інші розрахунки в площині орбіти виконуються згідно із залежностями (Д.22) - (Д.43).

Більш докладно результати еліптичної теорії викладено в працях [6], [9], [10].

### Д.3. МАНЕВРУВАННЯ КЛА З ДОПОМОГОЮ ІМПУЛЬСНОЇ ТЯГИ

Маневрування - це цілеспрямована зміна форми або положення орбіти в просторі, а також перехід з однієї орбіти на іншу, що здійснюється з допомогою додаткових сил. Такими силами можуть бути аеродинамічні, сили тяжіння небесного тіла, біля якого пролітає міжпланетний КЛА (гравітаційний або пертурбаційний маневр), але найбільшого поширення набуло маневрування за рахунок включення на деякий час ракетних двигунів. Розглянемо особливості використання двигунів великої тяги (ДВТ). Через те, що тривалість включення ДВТ для забезпечення того чи іншого маневру мала порівняно з часом руху КЛА по орбіті, в першому наближенні можна прийняти припущення, що дія тяги зводиться до стрибкоподібної зміни швидкості без відповідної заміни координат КЛА. Ця додаткова швидкість ( $\Delta V$ ) називається імпульсом швидкості. Для здійснення заданого маневру імпульс швидкості може бути прикладений в одній або декількох точках орбіти. Сумарний (за модулем) імпульс швидкості, необхідний для забезпечення маневру, називають характеристичною швидкістю маневру ( $\Delta V_M$ ), а сам метод - імпульсною апроксимацією активних ділянок.

Елементарним маневром переходу КЛА з однієї орбіти на іншу будемо називати такий, який можна здійснити за допомогою прикладення одного імпульсу, з чого випливає, що вихідна та кінцева орбіти повинні мати хоча б одну спільну точку, в якій і прикладається потрібний імпульс. Якщо ж ці орбіти не мають спільної точки, перехід за допомогою одного імпульсу неможливий.

Залежно від напрямку дії імпульсу відносно орбіти імпульси поділяють на дотичні ( $\Delta V_t$ ), нормальні ( $\Delta V_n$ ), радіальні ( $\Delta V_r$ ), трансверсальні ( $\Delta V_a$  - перпендикулярні до радіуса-вектора), ортогональні ( $\Delta V_H$  - перпендикулярні до площини вихідної орбіти). Усі імпульси, крім  $\Delta V_H$ , лежать у площині орбіти.

Характеристична швидкість маневру ( $\Delta V_M$ ) служить в динаміці космічного польоту мірою енергетичних витрат на маневр. Якщо  $\Delta V_M$  визначена, то інші характеристики маневру знаходять із використанням формули Ціолковського у такій послідовності:

- визначають потрібні витрати на маневр робочої речовини

$$m_n = m_0 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta V_M}{c}} \right); \quad (Д.52)$$

- розраховують секундну витрату робочої речовини

$$\dot{m} = \frac{P}{c}; \quad (Д.53)$$

- знаходять тривалість роботи двигуна

$$t_\mu = \frac{m_n}{\dot{m}} = \frac{c}{j_0} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta V_M}{c}} \right). \quad (Д.54)$$

У формулах (Д.52) - (Д.54) позначено:

$c$  - ефективна швидкість витікання (визначається за заданим типом палива ракетного двигуна);

$P$  - тяга двигуна для маневру (якщо вона невідома, то її задають);

$j_0 = \frac{P}{m_0}$  - початкове прискорення, спричинене тягою;

$m_0$  - початкова (до маневру) маса КЛА.

Розглянемо на прикладі деяких маневрів, як знаходиться характеристична швидкість маневру  $\Delta V_M$ .

### Д.3.1. Компланарний перехід з колової орбіти з радіусом $r_l$ на еліптичну із заданою апоцентричною відстанню $r_a$

Цей маневр елементарний (рис. Д.4) і здійснюється дотичним імпульсом

$$\Delta V_M = V_{1el} - V_{1kl},$$

де  $V_{1el} = \sqrt{K_\oplus \left( \frac{2}{r_l} - \frac{1}{a} \right)}$  - швидкість у

точці 1, що потрібна для руху КЛА по заданій еліптичній орбіті;  $a = \frac{r_l + r_a}{2}$  -

велика піввісь еліптичної орбіті;

$V_{1kl} = \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_l}}$  - перша космічна швид-

кість КЛА на вихідній коловій орбіті.

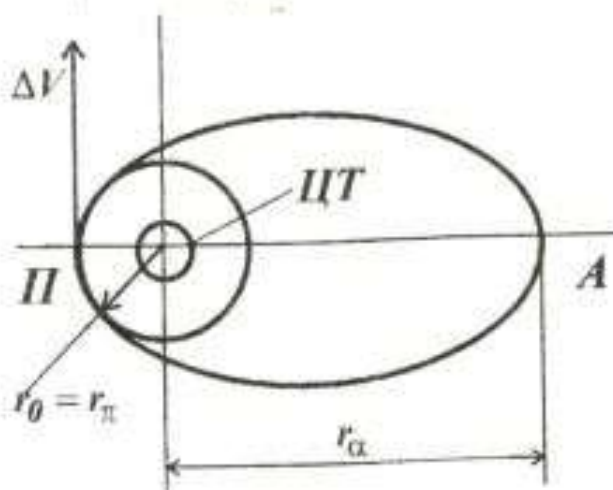


Рис. Д.4. Схема переходу з колової орбіти на еліптичну

### Д.3.2. Компланарний перехід між коловими орбітами з радіусами $r_1$ і $r_2$

Через те, що вихідна та кінцева орбіти (рис. Д.5) не мають спільної точки, такий маневр можна здійснити щонайменш з допомогою двох імпульсів, що прикладаються в апоцентрі (А) та перицентрі (П) перехідної еліптичної орбіти, яка дотикається в точках А і П до заданих орбіт. Такий двоімпульсний маневр називається маневром Цандера-Гомана, а перехідна еліптична орбіта - гоманівською.

Якщо  $\frac{r_2}{r_1} < 11,94$ , то такий маневр буде найвигіднішим (порівняно з іншими можливими має найменше значення  $\Delta V_M$ ).

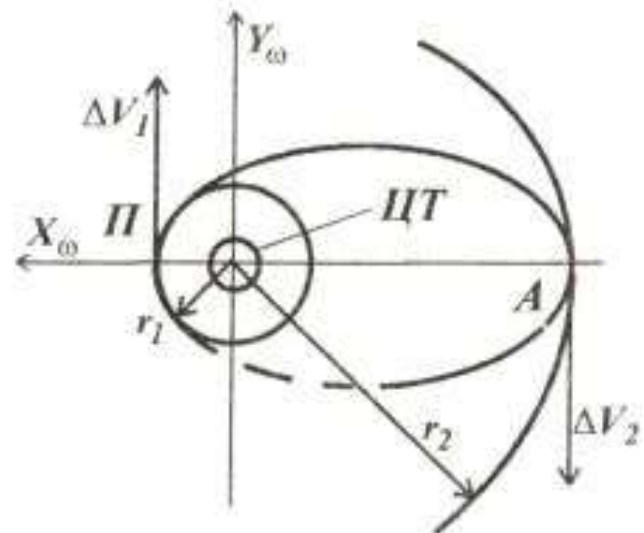


Рис. Д.5. Компланарний перехід між двома коловими орбітами

Потрібна характеристична швидкість маневру  $\Delta V_M = \Delta V_1 + V_2$ ,

де  $\Delta V_1 = V_{1ex} - V_{1kl} = \sqrt{K_{\oplus} \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right)} - \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_1}}$  - потрібний імпульс в перицентрі

перехідної орбіти,  $\Delta V_2 = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_2}} - \sqrt{K_{\oplus} \left( \frac{2}{r_2} - \frac{1}{a} \right)}$  - імпульс в її апоцентрі,

$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$  - велика піввісь перехідного еліпса.

### Д.3.3. Компланарний біеліптичний маневр між коловими орбітами з радіусами $r_1$ і $r_2$

Якщо  $\frac{r_1}{r_2} > 15,56$ , то двоімпульсний маневр Цандера-Гомана стає економічно невигідним і менше значення  $\Delta V_M$  дає триімпульсний (рис. Д.6). Першим імпульсом  $\Delta V_1$  КЛА переводиться на проміжну еліптичну орбіту з  $r_{\alpha} > r_2$  і  $r_{\pi} = r_1$ , другим  $\Delta V_2$  - на другу еліптичну орбіту, що дотикається

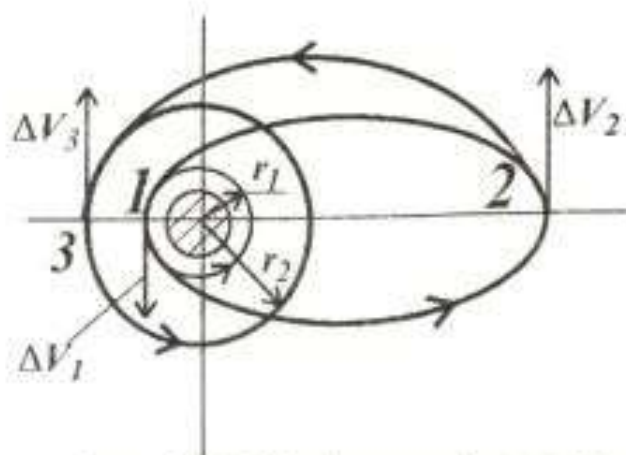


Рис. Д.6. Біеліптичний компланарний тріімпульсний маневр

до заданої орбіти з другим радіусом  $r_2$  ( $r_\pi = r_2$ ), третім  $\Delta V_3$  - КІА з другої перехідної орбіти переводиться на задану колову з радіусом  $r_2$ .

Величину  $r_a$  задають. Чим  $r_a$  більше, тим менше значення  $\Delta V_M$  (переліт через „нескінченність“).

Характеристична швидкість маневру  $\Delta V_M = \Delta V_1 + V_2 + V_3$ ,

$$\begin{aligned} \text{де } \Delta V_1 &= \sqrt{K_\oplus \left( \frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_1} \right)} - \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_1}}; \\ \Delta V_2 &= \sqrt{K_\oplus \left( \frac{2}{r_a} - \frac{1}{a_2} \right)} - \sqrt{K_\oplus \left( \frac{2}{r_a} - \frac{1}{a_1} \right)}; \\ \Delta V_3 &= \sqrt{K_\oplus \left( \frac{2}{r_2} - \frac{1}{a_2} \right)} - \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_2}}; \quad a_1 = \frac{r_1 + r_a}{2}; \quad a_2 = \frac{r_2 + r_a}{2}. \end{aligned}$$

#### Д.3.4. Компланарний перехід з колової орбіти на параболічну

Цей маневр досягається прикладенням на вихідній орбіті одного імпульсу:

$$\Delta V_M = V_{2к} - V_{1к} = \sqrt{\frac{2K_\oplus}{r_1}} - \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_1}} = 0,4142 \sqrt{\frac{K_\oplus}{r_1}},$$

де  $V_{2к}$  - друга космічна (параболічна) швидкість,

$V_{1к}$  - перша космічна швидкість на вихідній орбіті з радіусом  $r_1$ .

#### Д.3.5. Компланарний перехід з колової орбіти на гіперболічну із заданою швидкістю на нескінченності ( $V_\infty$ )

Цей маневр, як і попередній, одноімпульсний. Необхідний імпульс швидкості

$$\Delta V_M = \Delta V_{zin} + V_{1к},$$

де  $\Delta V_{zin}$  - початкова швидкість, яку потрібен мати КІА на відстані  $r_1$  від центра тяжіння, щоб на нескінченності його швидкість дорівнювала заданій  $V_\infty$ ;

$V_{1k} = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_1}}$  - перша космічна швидкість на вихідній орбіті з радіусом  $r_1$ .

Величину  $V_{zin}$  можна знайти за допомогою закону незмінності сумарної енергії в орбітальному русі:

$$V_{zin}^2 - \frac{2K_{\oplus}}{r_1} = V_{\infty}^2 - \frac{2K_{\oplus}}{r_{\infty}} \approx V_{\infty}^2,$$

звідки

$$V_{zin} = \sqrt{\frac{2K_{\oplus}}{r_1} + V_{\infty}^2}.$$

### Д.3.6. Поворот площини колової орбіти на кут $\Delta i$ при незмінному її радіусі

Такий маневр здійснюється прикладенням в одному із вузлів орбіти ортогонального (перпендикулярного до площини вихідної орбіти) імпульсу

$$\Delta V_M = \Delta V_W = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_1}} \sin \Delta i. \quad (Д.55)$$

### Д.3.7. Маневр переходу між коловими орбітами із радіусами $r_1$ і $r_2$ з поворотом площини вихідної орбіти на кут $\Delta i$

Прикладом такого маневру може бути виведення СШСЗ із проміжної колової орбіти, що не лежить у екваторіальній площині (рис. Д.6а). Маневр можна виконати за допомогою трьох імпульсів:

1. Перший імпульс переводить КЛА із заданої колової орбіти з радіусом  $r_1$  на компланарну еліптичну з  $r_{\pi} = r_1$ ,  $r_{\alpha} = r_{сшсз}$ , де  $r_{сшсз}$  - потрібний радіус орбіти СШСЗ:

$$\Delta V_1 = V_{1el} - V_{1kl} = \sqrt{K_{\oplus} \left( \frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_1 + r_{\alpha}} \right)} - \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_1}}.$$

2. В апоцентрі еліптичної орбіти за допомогою ортогонального імпульсу  $\Delta V_2$  відбувається поворот площини еліптичної орбіти на  $\Delta i$ :

$$\Delta V_2 = \sqrt{K_{\oplus} \left( \frac{2}{r_{\alpha}} - \frac{2}{r_1 + r_{\alpha}} \right)} \cdot \sin \Delta i.$$

3. В апоцентрі еліптичної орбіти, яка уже повернута на кут  $\Delta i$  відносно вихідної, прикладається імпульс  $\Delta V_3$ , в результаті

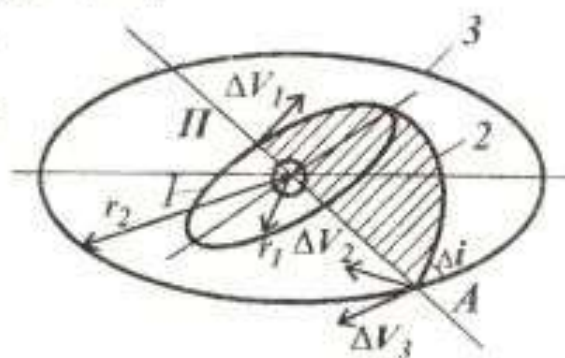


Рис. Д.6а. Некомпланарний тріімпульсний маневр

якого КЛА з еліптичної орбіти переводиться на колову, радіус якої  $r_{\text{штст}} = r_a$ :

$$\Delta V_3 = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{r_a}} - \sqrt{K_{\oplus} \left( \frac{2}{r_a} - \frac{2}{r_1 + r_a} \right)}.$$

Характеристична швидкість заданого маневру  $\Delta V_M = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3$ .

### Д.3.8. Гравітаційний (пертурбаційний) маневр

Такий маневр здійснюється за рахунок впливу на рух КЛА поля тяжіння небесного тіла, біля якого він пролітає з непрацюючими двигунами.

Як відомо [10], міжпланетна траєкторія на сучасному стані розвитку космічної техніки відносно Сонця, як правило, еліптична. Але при наближенні до якогось небесного тіла на відстань, меншу ніж її радіус сфери дії ( $R_d$  див. підрозд. Д.13), збурюючі сили від цього тіла перевищують сили тяжіння Сонця і траєкторія КЛА змінюється. Відносно небесного тіла вона стає гіперболічною. Щоб розрахувати траєкторію в сфері дії  $R_d$ , треба знайти векторну різницю

$$\vec{V}_{\infty} = \vec{V}_{ax} - \vec{V}_{IK},$$

де  $\vec{V}_{\infty}$  та  $\vec{V}_{ax}$  - відповідно швидкості КЛА на межі сфери дії відносно небесного тіла та Сонця,  $\vec{V}_{IK}$  - орбітальна швидкість самого небесного тіла. Якщо початкові дані траєкторії КЛА в сфері дії  $R_d$  відомі ( $V_{\infty}$ ,  $\Theta_{\infty}$ ,  $r_{\infty}$ ), то елементами облітної гіперболи будуть:

- мала піввісь  $b = r_{\infty} \cdot \cos \Theta_{\infty}$ ;

- велика піввісь  $a = \frac{K}{V_{\infty}^2}$ , де  $K$  - гравітаційний параметр поля тяжіння небесного тіла;

- лінійний ексцентриситет  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ;

- ексцентриситет  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;

- параметр  $p = \frac{b^2}{a}$ ;

- істинна аномалія асимптот  $\Phi_{\infty} = \pm \arctg \left( -\frac{b}{a} \right)$ ;



- кут зміни напрямку руху КЛА відносно небесного тіла в результаті маневру

$$\delta = 2\Phi_{\infty} - \pi = 2\arctg \frac{K}{bV_{\infty}^2};$$

- характеристична швидкість маневру  $\Delta V_M = 2V_{\infty} \sin \frac{\delta}{2}$ .

Таким чином, після обльоту величина модуля швидкості КЛА відносно небесного тіла залишається незмінною, але напрям руху зміниться на кут  $\delta$  (тобто замість  $\vec{V}_{\infty}$  матимемо  $\vec{V}'_{\infty}$ ). Щоб вести далі розрахунки траєкторії в сфері дії Сонця, треба знати вектор швидкості КЛА на межі сфери дії небесного тіла, але тепер уже відносно Сонця ( $V_{вих}$ ):

$$\vec{V}_{вих} = \vec{V}'_{\infty} + \vec{V}_{Ik},$$

де  $\vec{V}_{Ik}$  - орбітальна швидкість небесного тіла.

Зрозуміло, що  $\vec{V}_{ax} \neq \vec{V}_{вих}$  і міжпланетна траєкторія КЛА відносно Сонця в результаті гравітаційного маневру зміниться.

#### Д.4. ВПЛИВ ЗБУРЮЮЧИХ ЧИННИКІВ НА ОРБІТУ ШСЗ

Після виведення ШСЗ на вихідну орбіту вона не залишається незмінною. Тому для точного розрахунку елементів його орбіти треба врахувати вплив різних збурюючих чинників, серед яких найважливішими можна назвати додаткові сили тяжіння Землі, зумовлені її несферичністю, сили тяжіння Місяця та Сонця, аеродинамічні й електромагнітні сили, світловий тиск. Дія цих сил або незмінна, або змінюється у процесі руху ШСЗ по орбіті. Такі сили на відміну від імпульсних називають постійними збурюючими силами. Збурюючі сили приводять до того, що дійсні параметри руху ШСЗ на орбіті відрізняються від параметрів, розрахованих за формулами кеплерівського руху.

Рух ШСЗ під дією збурюючих сил називають ЗБУРЕНИМ. Дія аеродинамічних сил на орбіту ШСЗ була розглянута в підрозд. 3.1. Наведемо деякі негноміздкі залежності (більш детально ці питання див. [5], [6], [10], [15]), що дають змогу оцінити у першому наближенні вплив деяких із названих збурюючих чинників на орбіту ШСЗ.

##### Д.4. 1. Вплив несферичності Землі

Несферичність Землі приводить головним чином до прецесії орбіти, в результаті чого площина орбіти повертається навколо осі обертання Землі, що спричиняє зміну положення лінії вузлів ( $\Omega$  - довгота лінії вузлів). Крім цього,

в площині орбіти положення лінії апсид також змінюється ( $\omega$  - аргумент перицентра).

Для порівняно невисоких орбіт (кілька сотень кілометрів над поверхнею Землі) з малим ексцентриситетом ( $\varepsilon \leq 0,1$ ) прецесія орбіти в градусах за добу можна оцінити такими залежностями:

$$\frac{d\Omega}{dt} \approx -10 \left( \frac{R_e}{a} \right)^{3,5} \cdot \cos i; \quad (Д.56)$$

$$\frac{d\omega}{dt} \approx 5 \left( \frac{R_e}{a} \right)^{3,5} \cdot (5 \cos^2 i - 1), \quad (Д.57)$$

де  $R_e$  - екваторіальний радіус Землі ( $R_e = 6378,160$  км),

$a$  - велика піввісь орбіти ШСЗ;  $i$  - нахил площини орбіти.

Для екваторіального ШСЗ  $\dot{\Omega} \approx 9$ ,  $\dot{\omega} \approx 17$  градусів за добу.

#### Д.4. 2. Вплив тяжіння Місяця і Сонця

Зміни елементів орбіти КІА за один його оберт можна визначити за допомогою таких наближених залежностей:

$$\left. \begin{aligned} \Delta a &= 0; \\ \Delta \varepsilon &= \frac{15\pi}{4} \cdot \frac{K_I}{K_{\oplus}} \left( \frac{a}{r_I} \right)^3 \cdot \varepsilon \sqrt{1-\varepsilon^2} \sin^2 i \cdot \sin 2\omega; \\ \Delta \Omega &= -\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{K_I}{K_{\oplus}} \left( \frac{a}{r_I} \right)^3 \cdot \frac{\cos i}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} (1-\varepsilon^2 + 5\varepsilon^2 \sin^2 \omega); \\ \Delta i &= -\frac{15\pi}{8} \cdot \frac{K_I}{K_{\oplus}} \left( \frac{a}{r_I} \right)^3 \cdot \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \sin 2i \cdot \sin 2\omega; \\ \Delta \omega &= \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{K_I}{K_{\oplus}} \left( \frac{a}{r_I} \right)^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \left[ 5 \cos^2 i \cdot \sin^2 \omega + (1-\varepsilon^2) (2 - 5 \sin^2 \omega) \right]; \\ \Delta h_{\pi} &= -\frac{15\pi}{4} \cdot \frac{K_I}{K_{\oplus}} \left( \frac{a}{r_I} \right)^3 \cdot a \cdot \varepsilon \sqrt{1-\varepsilon^2} \sin^2 i \cdot \sin 2\omega, \end{aligned} \right\} \quad (Д.58)$$

де  $r_I$  - відстань від Місяця (або Сонця) до Землі;  $K_I$  - гравітаційний параметр Місяця (або Сонця);  $\Delta h_{\pi}$  - зміна висоти перицентра орбіти над поверхнею Землі.

### Д.4.3. Вплив світлового тиску

При падінні світла на деяку поверхню, а також при його відбитті або випромінюванні виникає світловий тиск, величина якого суттєво залежить від характеру відбиття світла (дзеркальне або дифузне).

При нульовому куті між напрямом світлового потоку і нормаллю до заданої поверхні та при повному поглинанні світла сила сонячного тиску

$$q_{cs} = q_0 \left( \frac{r_e}{r} \right)^2,$$

де  $q_0 = 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$  - світловий тиск на відстані земної орбіти;  $r_e$  - середній радіус орбіти Землі ( $r_e = 149,50 \cdot 10^6 \text{ км}$ );  $r$  - відстань від КЛА до Сонця.

Збурююче прискорення, спричинене світловим тиском, має напрям світлового потоку і визначається за формулою

$$j_{cs} = \frac{q_{cs} \cdot S_M \cdot k}{m},$$

де  $S_M$  - площа проекції КЛА на площину, перпендикулярна до світлового потоку (площа "тіні");  $k$  - коефіцієнт, що залежить від характеру відбиття світла та розподілу теплового випромінювання по поверхні КЛА, змінюється від  $k = 1$  (повне дзеркальне відбиття) до  $k = 1,44$  (повне дифузне відбиття);  $m$  - маса КЛА.

Наближені значення збурень елементів еліптичної орбіти за один оберт КЛА можна знайти із співвідношень:

$$\begin{aligned} \Delta a &= 0; \\ \Delta e &= -W \cdot k_2 \sqrt{1 - e^2}; \\ \Delta \Omega &= W \cdot k_3 \frac{\sin \omega}{\sin i} \cdot \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}}; \\ \Delta i &= W \cdot k_3 \cdot \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}} \cos \omega; \\ \Delta \omega &= W \cdot k_1 \cdot \frac{\sqrt{1 - e^2}}{e} - \Delta \Omega \cos i, \end{aligned} \tag{Д.59}$$

де  $W = 3\pi \frac{S_M}{m} \frac{a^2}{K_\oplus} \cdot k \cdot q_0$ ;  $a$  - велика піввісь орбіти;  $k_1, k_2, k_3$  - напрямні ко-

инуси прямої Земля - Сонце (ПЗС) в орбітальній нерухомій системі координат

$$\left[ k_1 = \cos \left( \text{ПЗС}, \hat{Y}_\omega \right), k_2 = \cos \left( \text{ПЗС}, \hat{X}_\omega \right), k_3 = \cos \left( -\text{ПЗС}, \hat{Z}_\omega \right) \right].$$

Дослідження показують, що до висоти  $h < 500$  км світловий тиск впливає на рух КЛІА менше, ніж опір атмосфери, тому враховувати його не слід. Якщо  $500 \text{ км} < h < 700 \text{ км}$ , вплив світлового тиску та опору атмосфери приблизно однаковий, а при  $h > 700 \text{ км}$  перебільшує останній.

Порівняння впливу на траєкторію КЛІА аеродинамічних і гравітаційних збурень дає таку картину (висоти дано в кілометрах):

$h < 150$  - вплив аеродинамічного опору перевищує всі гравітаційні збурення;

$150 < h < 400$  - вплив аеродинамічного опору та збурень від несферичності Землі приблизно однаковий;

$400 < h < 20000$  - превалюють збурення від несферичності Землі;

$20000 < h < 50000$  - треба враховувати всі гравітаційні збурення (Землі, Місяця і Сонця);

$h > 50000$  - збурення від тяжіння Місяця і Сонця перевищують збурення від несферичності Землі.

## Д.5. ТРИВАЛІСТЬ ОСВІТЛЕННЯ СОНЦЕМ ШСЗ НА КОЛОВІЙ ОРБИТІ

Потреба у визначенні тривалості освітлення Сонцем ШСЗ на коловій орбіті виникає при проєктуванні енергоустановки типу сонячна батарея.

Згідно з працею [5] для цього як вихідні дані необхідно знати висоту польоту ШСЗ над поверхнею Землі ( $h$ ) та параметри траєкторії КЛІА в кінці ділянки виведення на орбіту в геоцентричній екваторіальній системі координат ( $x_0, y_0, z_0$  - координати;  $V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}$  - складові швидкості).

Тривалість освітлення Сонцем ШСЗ на коловій орбіті в процентах від періоду його обертання навколо Землі можна знайти так:

$$t_{\text{осв}} = \frac{90^\circ + \arcsin\left(\frac{\sin \zeta}{\sin \eta}\right)}{180^\circ} \cdot 100\%, \quad (\text{Д.60})$$

де  $\zeta$  - кут тіні;  $\eta$  - кут між нормаллю до площини орбіти та лінією Земля-Сонце (рис. Д.7, Д.8).

Як видно із рис. Д.8, кут тіні

$$\zeta = \arccos \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}, \quad (\text{Д.61})$$

де  $R_{\oplus}$  - середній радіус Землі.

Кут  $\eta$  визначається із виразу

$$\cos \eta = \cos i \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \Psi - \sin i \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos \Omega \cdot \sin \Psi + \sin i \cdot \sin \Omega \cdot \cos \Psi, \quad (\text{Д.62})$$

де  $\varepsilon = 23,3529^\circ$  - кут між екліптикою та екватором;

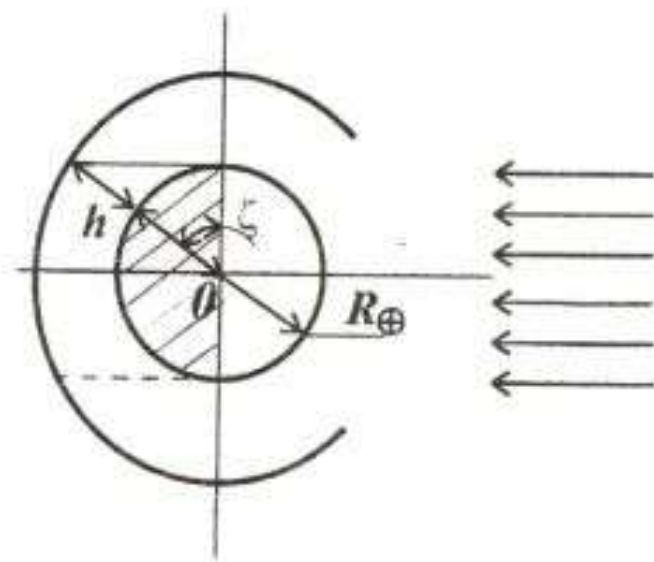


Рис. Д.7. Кут тіні

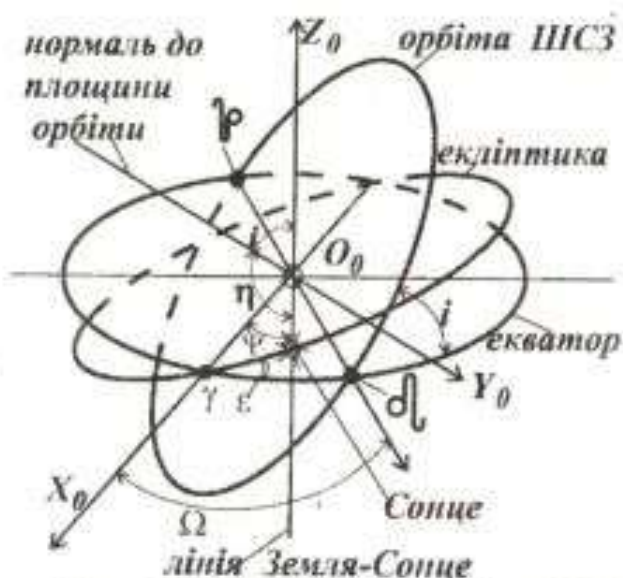


Рис. Д.8. Положення орбіти ШСЗ відносно екліптики

$\Psi$  - кут між напрямом на точку весіннього рівнодення та лінією Земля-Сонце, наближено в градусах  $\Psi = 0,98563 \cdot N_{21.III}$ ,  $N_{21.III}$  - число днів, що пройшли після 21 березня до дня спостереження за ШСЗ;

$$i = \arccos \frac{x_0 V_{y_0} - y_0 V_{x_0}}{\sigma_c} - \text{нахил орбіти (кут між орбітальною та міжкваторіальною площинами), де } \sigma_c = r_0 V_0 \cos \Theta_0 - \text{стала площ, } r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$$

- радіус-вектор ШСЗ,  $\Theta = \arcsin \frac{x_0 V_{x_0} + y_0 V_{y_0} + z_0 V_{z_0}}{r_0 V_0}$  - кут нахилу траєкторії,

$$\Omega = \arctg \left( - \frac{y_0 V_{z_0} - z_0 V_{y_0}}{z_0 V_{x_0} - x_0 V_{z_0}} \right) - \text{довгота лінії вузлів.}$$

Мінімальна тривалість освітлення ШСЗ Сонцем відповідає  $\eta = 90^\circ$ . Її величина

$$t_{осв} = \frac{90^\circ + \zeta}{180^\circ} \cdot 100\%. \quad (Д.63)$$

Максимальне значення  $t_{осв}$  залежить від висоти  $h$  та нахилу орбіти  $i$ ; для колової орбіти його можна оцінити, скориставшись рис. Д.9.

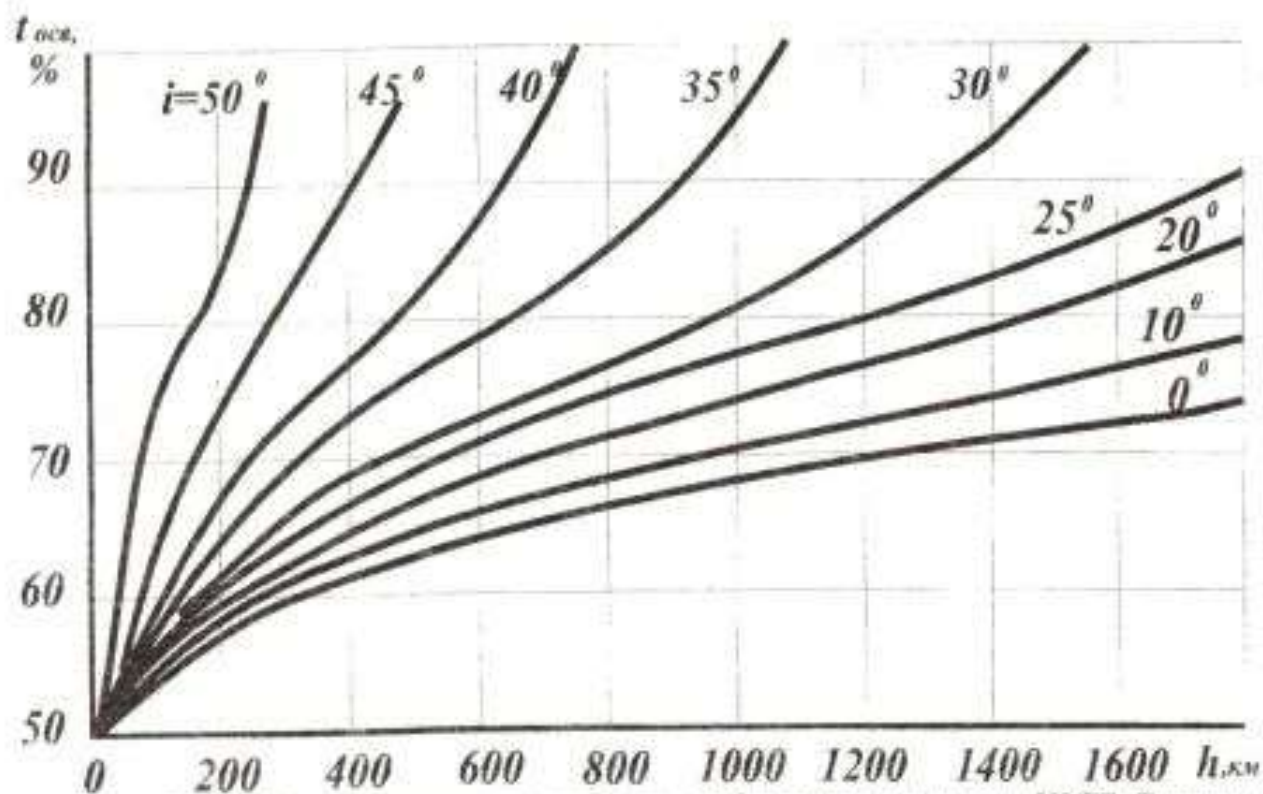


Рис. Д.9. Максимальна тривалість освітлення колового ШЗС Сонцем (h - висота колової орбіти; i - нахил орбіти до площини екватора)

Щоб ШЗС був освітлений протягом усього періоду обертання, нахил його орбіти повинен дорівнювати

$$i = 90^\circ - \zeta - \epsilon.$$

#### Д.6. Результати розрахунків деяких параметрів міжпланетних перельотів з ДМТ

У цьому підрозділі за матеріалами, розглянутими у підрозд. 6.1 і 6.2, подано результати розрахунків деяких параметрів міжпланетних перельотів з ДМТ, у тому числі:

1. Параметри розкрутки КІА в центральному полі тяжіння Землі з початкової колової орбіти висотою 250 км до досягнення ним другої космічної швидкості (рис. Д.10).

На рисунку позначено:  $\Delta V_{cx}$  - сумарні витрати характеристичної швидкості на маневр,  $t_{cx}$  - тривалість маневру,  $n$  - число витків,  $r_{cx} = \frac{r_{cx}}{r_0}$  - відносний

радіус сходу,  $c$  - швидкість витікання,  $k = \frac{\Delta V_{cx ДМТ}}{\Delta V_{cx ДВТ}}$  - коефіцієнт, що показує, у скільки разів потрібна характеристична швидкість для ДМТ більша, ніж у випадку імпульсної тяги.

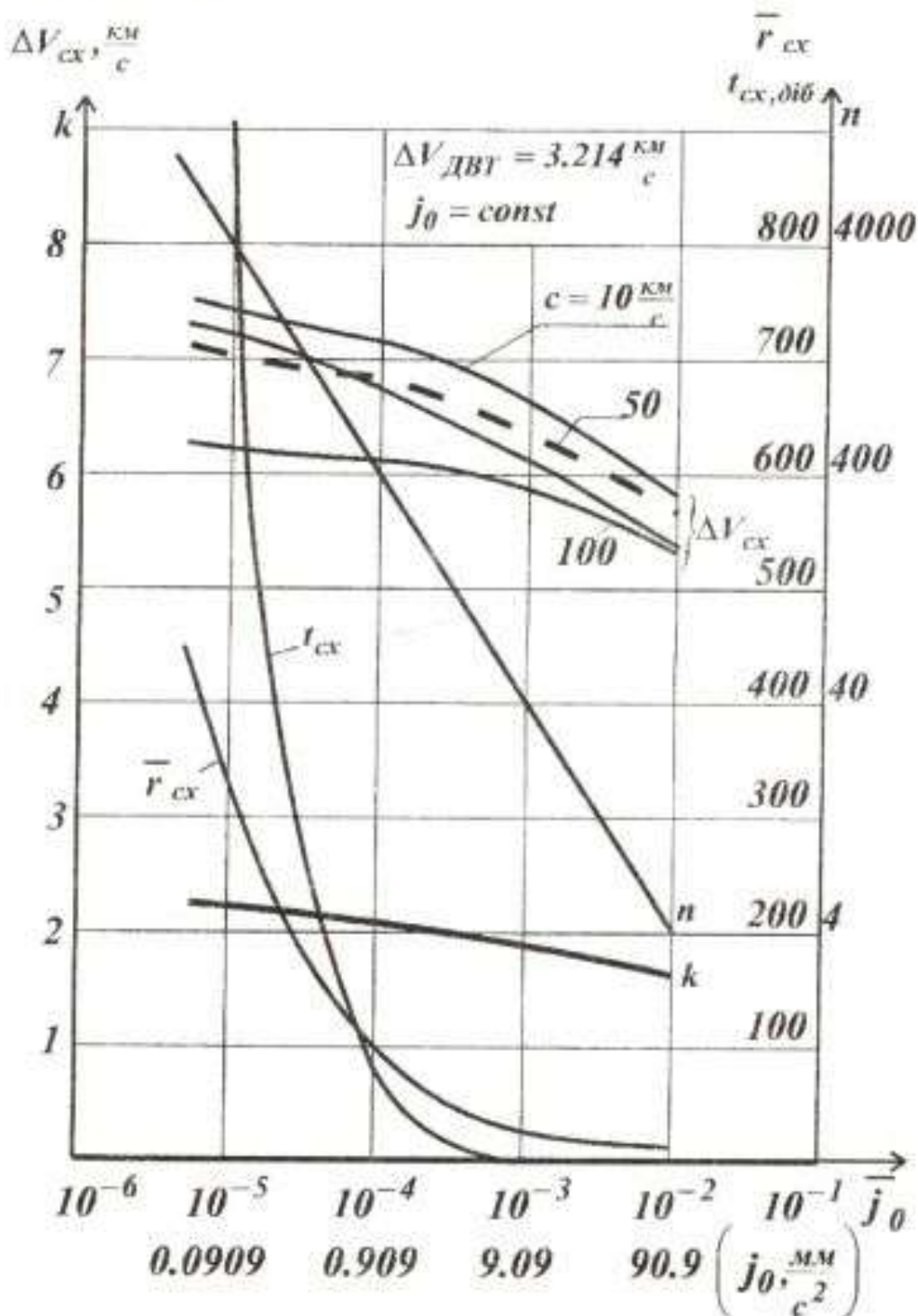


Рис. Д.10. Маневр розкрутки КЛА навколо Землі до другої космічної швидкості з незмінним прискоренням

2. Дані перельоту між коловими орбітами штучного супутника Землі та Місяця. Вихідна та кінцева орбіти - некомпланарні. Кут некомпланарності -  $24^\circ$  (рис. Д.11).

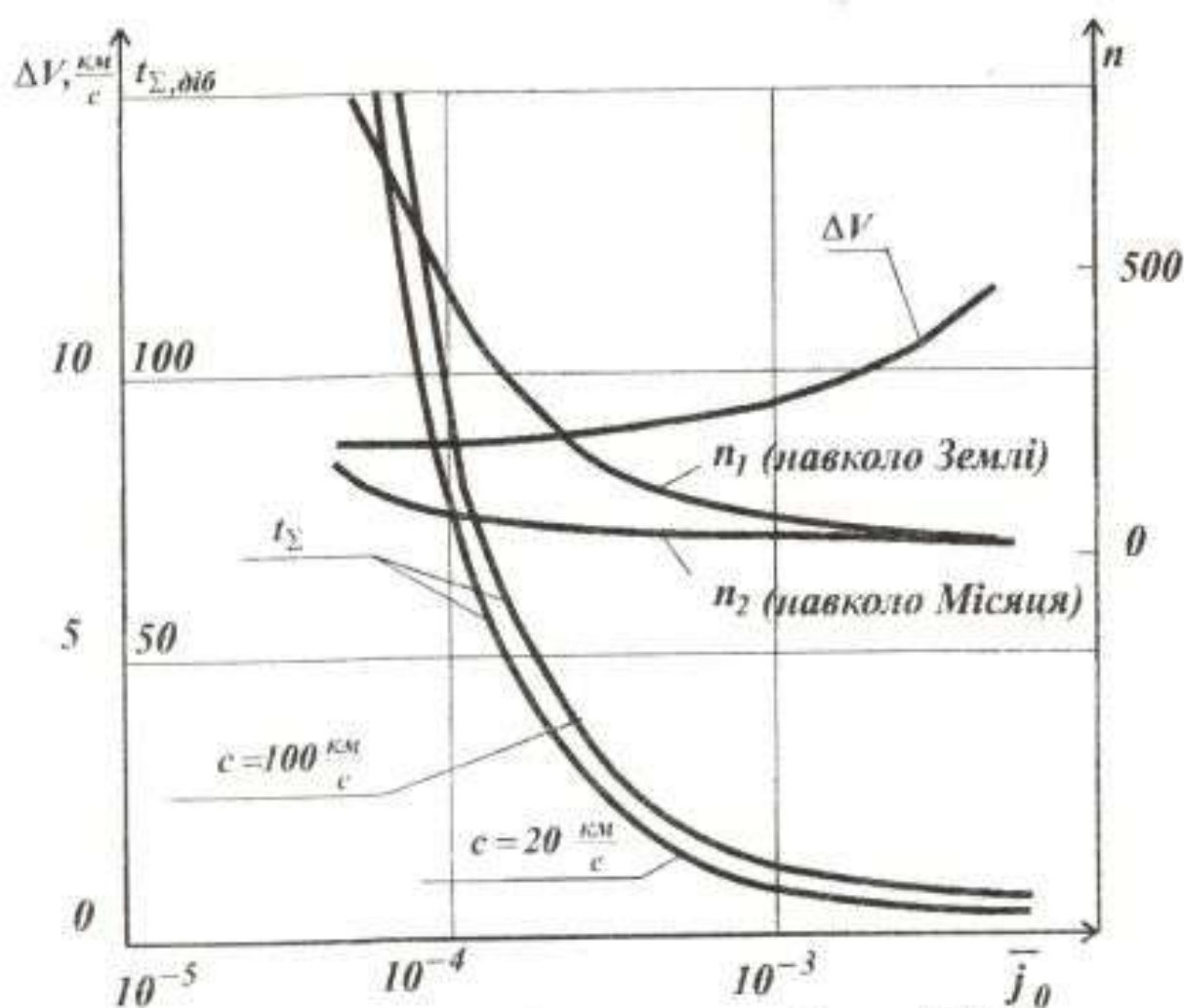


Рис. Д.11. Переліт КЛА між коловими орбітами ШСЗ і штучного супутника місяця з поворотом площини орбіти:  $\Delta V$  - витрати характеристичної швидкості;  $t_\Sigma$  - сумарна тривалість польоту;  $n$  - кількість витків спіралі ( $\Delta V_{ДВТ} = 5.182 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ , без повороту площини орбіти -  $\Delta V_{ДВТ} = 4.580 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ )

3. Результати розрахунків геліоцентричної ділянки перельоту Земля - Марс за оптимальною програмою для двох варіантів траєкторії:

- уся ділянка активна (рис. Д.12);
- перелітна траєкторія складається із двох активних і пасивної ділянок (рис. Д.13).



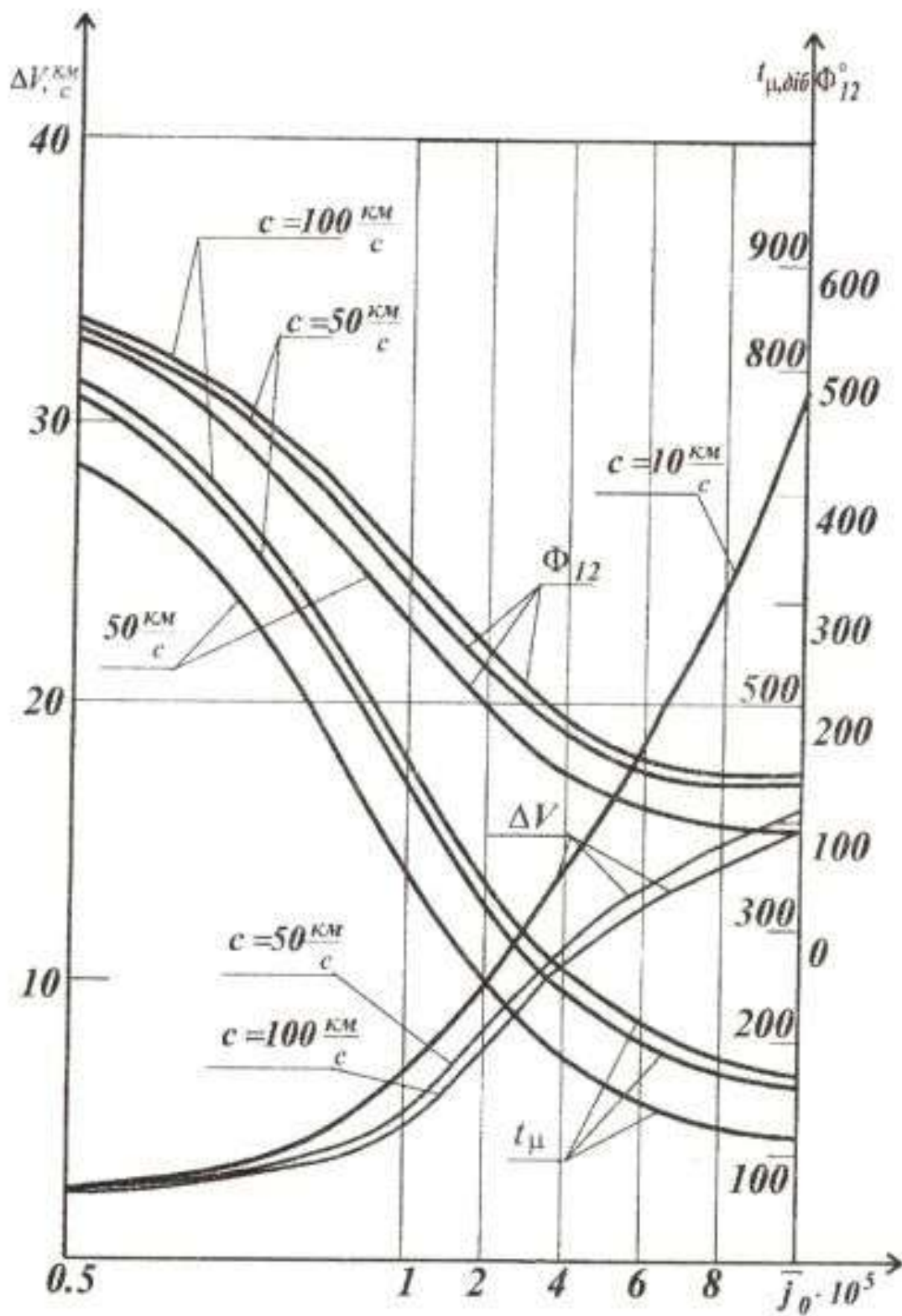


Рис. Д.12. Геліоцентрична ділянка перельоту КЛІА Земля - Марс за оптимальною програмою (весь переліт активний):  $\Phi_{12}$  - кутова дальність;  $t_{\mu}$  - активний час;  $\Delta V$  - витрати характеристичної швидкості;  $c$  - швидкість витікання

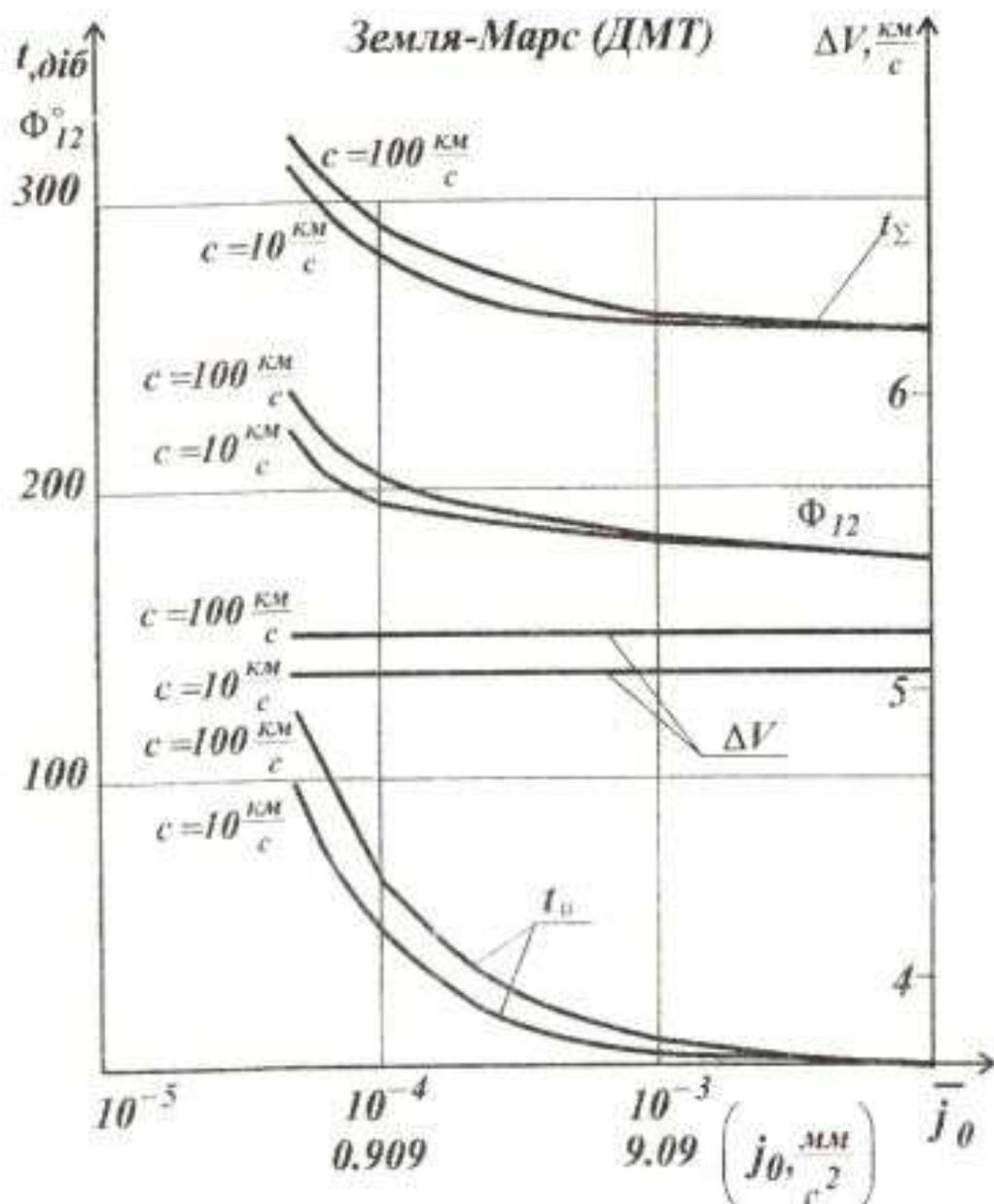


Рис. Д.13. Геліоцентрична частина польоту КЛА Земля - Марс за оптимальною програмою з активними та пасивною ділянками

Д.7. Дономіжна функція висоти  $F(h), \frac{\text{с.д.м}^2}{\text{кг}}$  (табл. Д.1)

Таблиця Д.1

Висота $h, \text{км}$	$F(h)$	Висота $h, \text{км}$	$F(h)$	Висота $h, \text{км}$	$F(h)$	Висота $h, \text{км}$	$F(h)$
100	$1,3 \cdot 10^{-6}$	280	0,0868	460	2,29	640	40,3
110	$8,4 \cdot 10^{-6}$	290	0,111	470	3,87	650	45,4
120	$3,30 \cdot 10^{-5}$	300	0,140	480	4,53	660	51,1
130	$1,36 \cdot 10^{-4}$	310	0,177	490	5,29	670	57,4
140	$3,83 \cdot 10^{-4}$	320	0,222	500	6,17	680	64,3
150	$8,94 \cdot 10^{-4}$	330	0,277	510	7,16	690	72,1

Висота $h$ , км	$F(h)$	Висота $h$ , км	$F(h)$	Висота $h$ , км	$F(h)$	Висота $h$ , км	$F(h)$
160	0,00171	340	0,344	520	8,30	700	80,6
170	0,00289	350	0,426	530	9,59	710	90,1
180	0,00441	360	0,523	540	11,1	720	100,6
190	0,00642	370	0,641	550	12,7	730	112,2
200	0,00912	380	0,781	560	14,6	740	125,0
210	0,0127	390	0,948	570	16,7	750	139,0
220	0,0172	400	1,15	580	19,0	760	154,5
230	0,0231	410	1,38	590	21,7	770	171,4
240	0,0306	420	1,68	600	24,6	780	190,0
250	0,0402	430	1,97	610	27,9	790	210,2
260	0,0523	440	2,35	620	31,6	800	232,3
270	0,0676	450	2,78	630	35,7		

## Д.8. Тривалість існування колового ШСЗ у сонячних добах

для  $\sigma_{\theta} = 0,00403 \text{ м}^2/\text{кг}$  (табл. Д.2)

Таблиця Д.2

$h$ , км	$t_{\text{існ}}$ , с.д.	$h$ , км	$t_{\text{існ}}$ , с.д.	$h$ , км	$t_{\text{існ}}$ , с.д.
170	0,72	320	55,3	430	490,7
200	2,27	330	68,99	440	585
210	3,16	340	85	450	692
220	4,28	350	106	460	570
230	5,75	360	130	470	903,9
250	10,0	370	159,6	500	1536,7
270	16,8	380	194,5	550	3163
280	21,6	390	236	600	6127
290	27,6	400	286,4	660	12727
300	34,8	410	343,7	700	20074,7
310	44,0	420	418,4	800	57858

Примітки: с.д. - середня сонячна доба (1 с.д. = 86400 с);

$$t_{\text{існ}} = \frac{I}{\sigma_{\theta}} \cdot F(h) = 249,066 F(h).$$

**Д.9. Потрібна характеристична швидкість для некопланарного  
переведення ШСЗ з висоти  $h_0 = 200$ км на орбіту  
стаціонарного ШСЗ (табл. Д.3)**

Таблиця Д.3

$\Delta i^\circ$	0	10	20	30	40	50	70	80	90
$-\varphi_{w_c}^\circ$	0	16,435	30,538	41,506	49,718	55,86	64,59	67,03	69,36
$\Delta V, \text{ км/с}$	4,713	4,914	5,4726	6,2940	7,2902	8,399	10,814	12,080	13,312

Примітка. В таблиці позначено:

$\Delta i^\circ$  - необхідний кут повороту площини орбіти (початковий кут нахилу орбіти до площини екватора);

$-\varphi_{w_c}^\circ$  - оптимальний кут між вектором тяги двигуна і площиною орбіти;

$\Delta V$  - потрібна характеристична швидкість для КЛА з незмінною трансверсальною тягою.

Радіус орбіти стаціонарного ШСЗ - 42156 км.

**Д.10. Гоманівські міжпланетні траєкторії перельоту із Землі  
( $h_0 = 200$ км) (табл. Д.4)**

Таблиця Д.4

Небесне тіло, на яке здійснюється переліт	$V_0, \frac{\text{км}}{\text{с}}$	$\Delta V_\Sigma, \frac{\text{км}}{\text{с}}$	$V_\infty, \frac{\text{км}}{\text{с}}$	$V_{\text{вих}}, \frac{\text{км}}{\text{с}}$	$V_{\text{вх}}, \frac{\text{км}}{\text{с}}$	$T, \text{ днів}$	$T, \text{ зоряних років}$
Меркурій	13,344	5,556	7,533	22,252	57,484	105,5	0,29
Венера	11,294	3,506	2,496	27,289	37,727	146,1	0,34
Марс	11,401	3,613	2,945	32,729	31,480	258,9	0,71
Юпітер	14,093	6,305	8,792	38,577	7,415	997,5	2,73
Сатурн	15,073	7,285	10,289	40,074	4,201	2209,1	6,05
Уран	15,766	7,978	11,281	41,066	2,140	5858,1	16,04
Нептун	16,035	8,247	11,654	41,439	1,378	11182,8	30,62
Плутон	16,152	8,364	11,814	41,599	1,053	16654,3	45,60
Сонце	29,085	21,297	26,919	2,866	616	65,05	0,18
Місяць	10,9	3,1	-	-	0,2	5	0,014

Примітка. В таблиці позначено:

$V_0$  - початкова швидкість, яку потрібен мати КЛА на вихідній коловій орбіті навколо Землі ( $h_0 = 200$  км) для переведення його в політ по гоманівській міжпланетній перелітній орбіті;

$\Delta V_\Sigma$  - потрібний імпульс швидкості на вихідній орбіті;

$V_\infty$  - геоцентрична швидкість виходу КЛА із сфери дії Землі;

$V_{\text{вих}}$  - геліоцентрична швидкість КЛА при виході із сфери дії Землі;

$V_{\text{вх}}$  - геліоцентрична швидкість підльоту до орбіти цілі;

$T$  - тривалість міжпланетного перельоту.

**Д.11. Потрібна характеристична швидкість для компланарного маневру між коловими орбітами за допомогою ДМТ з трансверсальною тягою  $h_0=250$  км (табл. Д.5)**

Таблиця Д.5

$h_k$ , км	$\Delta V$ , км/с	$h_k$ , км	$\Delta V$ , км/с	$h_k$ , км	$\Delta V$ , км/с
260	0,00585	3000	1,237	70000	5,474
300	0,02914	5000	1,838	100000	5,823
350	0,0579	7000	2,299	200000	6,396
400	0,08643	10000	2,825	300000	6,618
500	0,142	15000	3,440	384400	6,799
600	0,197	20000	3,871	500000	6,872
700	0,251	25000	4,194	600000	6,948
800	0,303	30000	4,449	700000	7,008
900	0,355	35000	4,655	1000000	7,130
1000	0,405	40000	4,827	1500000	7,236
1500	0,643	50000	5,100	2000000	7,319
2000	0,858	60000	5,308	2500000	7,360

Характеристична швидкість розраховувалась за формулою

$$\Delta V = \sqrt{\frac{K_{\oplus}}{R_{\oplus} + h_0}} \left( 1 - \sqrt{\frac{R_{\oplus} + h_0}{R_{\oplus} + h_k}} \right),$$

де  $K_{\oplus} = 398600 \text{ км}^3/\text{с}^2$  - гравітаційний параметр поля тяжіння Землі;

$R_{\oplus} = 6371 \text{ км}$  - середній радіус Землі;

$h_0, h_k$  - висота вихідної та скінченної орбіт над поверхнею Землі.

**Д.12. Потрібна тяга для колового сателюда, що має першу космічну швидкість та площу "тіні"  $S_M = 1 \text{ м}^2$  (табл. Д.6)**

Таблиця Д.6

$h$ , км	$P_n$ , Н	$h$ , км	$P_n$ , Н	$h$ , км	$P_n$ , Н
80	1144	200	0,02618	350	0,001317
100	37,6	225	0,01423	370	$0,9581 \cdot 10^{-3}$
120	0,49273	250	0,00821	400	$0,6075 \cdot 10^{-3}$
140	0,179	275	0,004958	500	$0,1531 \cdot 10^{-3}$
160	0,08459	300	0,003110	600	$0,459 \cdot 10^{-4}$
180	0,04526	330	0,001834	700	$0,1537 \cdot 10^{-4}$

**Примітка.** В розрахунках потрібної тяги коефіцієнт лобового опору, віднесений до площі «тіні», приймався рівним  $c_{xa} = 2,2$ ; густина повітря в  $\text{кг}/\text{м}^3$

визначалась за формулою  $\rho = \exp\left(-16,72 - 0,1504 \cdot \sqrt{h[\text{м}] - 104 \cdot 10^3}\right)$ .

Д.13. Деякі відомості про тіла сонячної системи (табл. Д.7)

Таблиця Д.7

Назва небесного тіла	Гравітаційний параметр $K$ , $\text{км}^3/\text{с}^2$	Середній радіус небесного тіла $R$ , км	Прискорення гравітаційне $h_0=0$ $g$ , $\text{м}/\text{с}^2$	Перша космічна швидкість на $h_0=0$ $V_{1к}$ , $\text{км}/\text{с}$
Меркурій	$21,7 \cdot 10^3$	2330	4,001	3,051
Венера	$32,5 \cdot 10^4$	6100	8,750	7,306
Земля	$398,6 \cdot 10^3$	6371,02	9,80665	7,9098
Місяць	$4,90 \cdot 10^3$	1738,07	1,6220	1,6790
Марс	$42,88 \cdot 10^3$	3407	3,694	3,548
Юпітер	$126,69 \cdot 10^6$	69774	25,987	42,58
Сатурн	$37,90 \cdot 10^6$	58450	11,082	25,40
Уран	$5,79 \cdot 10^6$	24240	9,801	15,48
Нептун	$6,96 \cdot 10^6$	24870	10,987	16,53
Плутон	$370 \cdot 10^3$	6200	9,85	7,8
Сонце	$132,51 \cdot 10^9$	606500	273,2	439,3
Меркурій	4,318	$111,8 \cdot 10^3$	47,83	$57,87 \cdot 10^6$
Венера	10,332	$616,1 \cdot 10^3$	34,99	$108,14 \cdot 10^6$
Земля	11,1861	$924,92 \cdot 10^3$	29,77	$149,50 \cdot 10^6$
Місяць	2,3745	$66,28 \cdot 10^3$	1,0236	-
Марс	5,017	$577 \cdot 10^3$	24,11	$227,79 \cdot 10^6$
Юпітер	60,22	$48,14 \cdot 10^6$	13,05	$777,8 \cdot 10^6$
Сатурн	35,99	$54,8 \cdot 10^6$	9,64	$1426,1 \cdot 10^6$
Уран	21,90	$51,71 \cdot 10^6$	6,30	$2869,1 \cdot 10^6$
Нептун	23,38	$86,9 \cdot 10^6$	5,43	$4495,7 \cdot 10^6$
Плутон	11,1	$36 \cdot 10^6$	4,73	$5905 \cdot 10^6$
Сонце	619,4	-	-	-

Д.14. Параметри атмосфери (за ГОСТ 4401-81)

Параметри атмосфери (табл. Д.8) на середньому рівні моря: швидкість звуку  $a_c = 340,294 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ; прискорення вільного падіння (гравітаційне прискорення)

$g_c = 9,80665 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ; середня дистанція вільного пробігу молекул

$L_c = 66,328 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ ; молярна маса  $M_c = 28,964420 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ ;

тиск  $p_c = 101325 \text{ Па} = 760 \text{ мм.рт.ст.}$ ; температура Кельвіна  $T_c = 288,15 \text{ К}$ ;  
 середня швидкість частинок  $V_c = 458,94 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ; питома вага  $\gamma_c = 12,013 \frac{\text{Н}}{\text{м}^3}$ ; кі-  
 нематична в'язкість  $\nu_c = 14,607 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ ; динамічна в'язкість  
 $\mu_c = 17,894 \cdot 10^{-6}$ , (динамічна в'язкість до висоти 90 км  
 $\mu = \frac{1,458 \cdot 10^{-6} \cdot T^{\frac{3}{2}}}{T + 110,4}$ ); густина  $\rho_c = 1,2250 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ; кінематична в'язкість  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ .

До  $h = 94 \text{ км}$   $p = \rho RT$ , де  $R = 287,05287 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ,  $\gamma = \rho g$ ,  
 $g = g_c \left( \frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2$  ( $R_3 = 6356767 \text{ м}$ ). Швидкість звуку  $a = 20,046796 \sqrt{T}$ .

Таблиця Д.8

Висота $h$ , км	Температура $T$ , К	Тиск $p$ , Па	Густина $\rho$ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
0	288,150	1,01325+5	1,22500 0
1	281,651	8,98763+4	1,11166 0
2	275,154	7,95010+4	1,00655 0
3	268,659	7,01212+4	9,09254-1
4	262,166	0,16604+4	8,19347-1
5	255,676	5,40483+4	7,36429-1
6	249,187	4,72176+4	6,60111-1
7	242,700	4,11053+4	5,90018-1
8	236,315	3,56516+4	5,25786-1
9	229,733	3,08007+4	4,67063-1
10	223,252	2,64999+4	4,13610-1
11	216,774	2,26999+4	3,64801-1
12	216,650	1,93994+4	3,11932-1
14	216,650	1,03528+4	1,66470-1
16	216,650	1,03528+4	1,66470-1
18	216,650	7,56521+3	1,21647-1
20	216,650	5,52929+3	8,89097-2
22	216,574	4,04748+3	6,45096-2

Висота $h$ , км	Температура $T$ , К	Тиск $p$ , Па	Густина $\rho$ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
26	222,544	2,18837+3	3,42565-2
28	224,527	1,61619+3	2,50762-2
30	226,509	1,19703+3	1,84101-2
35	236,513	5,74592+2	8,46334-3
40	250,350	2,87143+2	3,99566-3
45	264,164	1,49101+2	1,96627-3
50	270,650	7,97787+1	1,02687-3
55	260,771	4,25249+1	5,68096-4
60	247,021	2,19586+1	3,09676-4
65	233,392	1,09297+1	1,63209-4
70	219,585	5,22088 0	8,28284-5
75	208,399	2,38814 0	3,99210-5
80	196,639	1,05247 0	1,84580-5
85	188,894	4,45710-1	8,22001-6
90	186,650	1,83140-1	3,41817-6
95	186,622	7,52834-2	1,40510-6
100	196,606	3,18606-2	5,54951-7
110	255,487	7,35900-3	9,34035-8
120	334,416	2,66618-3	2,44041-8
130	447,01	1,46076-3	9,68064-9
140	559,60	8,26375-4	4,24614-9
150	627,60	4,49233-4	2,00329-9
160	695,60	3,03620-4	1,19204-9
170	735,30	2,08053-4	7,55732-10
180	775,00	1,50574-4	5,08478-10
190	814,70	1,10866-4	3,49499-10
200	854,40	8,53026-5	2,51904-10
210	871,90	6,42764-5	1,82838-10
220	889,40	4,95697-5	1,35889-10
230	906,90	3,88854-5	1,02724-10
240	924,40	3,09161-5	7,86493-11
250	941,90	2,47564-5	6,05679-11
260	947,60	1,98191-5	4,73671-11
270	953,30	1,59767-5	3,73422-11
280	959,00	1,29862-5	2,97129-11



Висота <i>h</i> , км	Температура <i>T</i> , К	Тиск <i>p</i> , Па	Густина $\rho$ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
290	964,70	1,06244-5	2,38182-11
300	970,40	8,71665-6	1,91637-11
320	981,80	5,81741-6	1,23289-11
340	986,90	3,89929-6	8,03773-12
350	988,40	3,44350-6	7,01292-12
360	989,90	2,88283-6	5,80258-12
380	992,90	2,03498-6	4,00363-12
400	995,90	1,45265-6	2,79396-12
420	996,30	1,04236-6	1,97745-12
450	996,90	6,44964-7	1,18980-12
470	997,30	4,72778-7	8,51973-13
500	997,90	3,01562-7	5,020743-13
550	998,90	1,51543-7	2,38414-13
600	999,90	8,21535-8	1,13960-13
650	999,93	4,88269-8	5,72670-14
700	999,95	3,19103-8	3,06811-14
750	999,98	2,26202-8	1,79647-14
800	1000,00	1,70593-8	1,14006-14
850	1000,00	1,34153-8	7,79720-15
900	1000,00	8,98397-9	4,43696-15
1000	1000,00	7,51043-9	3,56140-15
1050	1000,00	6,55509-9	3,03513-15
1100	1000,00	5,72228-9	2,60170-15
1200	1000,00	4,43149-9	1,95503-15

Однозначне або двозначне число із знаком плюс або мінус, яке стоїть після значення параметра, є показник степеня числа десять – співмножника даного значення. Наприклад, запис 5,54951-7 означає  $5,54951 \cdot 10^{-7}$ .

**Д.15. Українсько-російський словник деяких термінів,  
використаних у посібнику**

АВТОКОЛИВАЛЬНИЙ РЕЖИМ	- АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ
АВТОМАТИЧНЕ РЕГУЛЮВАННЯ	- АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ
БАГАТОСТУПІНЧАСТИЙ БАЛАНСУВАТИ	- МНОГОСТУПЕНЧАТЫЙ
БЕЗМЕЖНИЙ	- БАЛАНСИРОВАТЬ
БЕЗПЕКА	- БЕЗГРАНИЧНЫЙ
БЕЗПОВІТРЯНИЙ	- БЕЗОПАСНОСТЬ
БІЧНИЙ	- БЕЗВОЗДУШНЫЙ
БУКСИРУВАННЯ	- БОКОВОЙ
ВАГА	- БУКСИРОВКА
ВАГОВИЙ	- ВЕС
ВАНТАЖ	- ВЕСОВОЙ
	- ГРУЗ: В. КОРИСНИЙ - ГРУЗ ПОЛЕЗНЫЙ
ВАНТАЖОНЦІЙОМНІСТЬ	- ГРУЗОПОДЪЕМНОСТЬ
ВЕЛИЧИНА	-ВЕЛИЧИНА: В. ВИХІДНА - В. ИСХОДНАЯ;
	В. ЗВЕДЕНА - В. ПРИВЕДЕННАЯ;
	В. МИГТЦВА - В. МГНОВЕННАЯ;
	В. ОБЕРНЕНА - В. ОБРАТНАЯ;
	В. ПОЗІРНА - В. КАЖУЩАЯСЯ;
	В. СТАЛА - В. ПОСТОЯННАЯ
ВИЗНАЧАТИ	- ОПРЕДЕЛЯТЬ
ВИЗНАЧНИК	- ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ
ВИМОГИ	- ТРЕБОВАНИЯ
ВИКОРИСТАННЯ	- ИСПОЛЬЗОВАНИЕ
ВИМІРНИК	- ИЗМЕРИТЕЛЬ
ВИМУШЕНИЙ	- ВЫНУЖДЕННЫЙ
ВИПАДКОВИЙ	- СЛУЧАЙНЫЙ
ВИПЕРЕДЖЕННЯ	- УПРЕЖДЕНИЕ
ВИПРОБУВАННЯ	- ИСПЫТАНИЕ
ВИПРОМІНЮВАННЯ	- ИЗЛУЧЕНИЕ
ВИРОБТОК ДОБОВИЙ	- ВЫРАБОТКА СУТОЧНАЯ
ВИСХІДНИЙ	- ВОСХОДЯЩИЙ
ВИТРАТА	- РАСХОД: В. КІЛОМЕТРОВА - Р. КИЛОМЕТРОВЫЙ; В. ГОДИННА - Р. ЧАСОВОЙ; В. ПИТОМА ГОДИННА - Р. УДЕЛЬНЫЙ ЧАСОВОЙ
ВИТРАТИ	- ЗАТРАТЫ
ВИХІДНИЙ	- ИСХОДНЫЙ
ВІДДАЛЕННЯ	- ОТДАЛЕНИЕ
ВІДЛІК	- ОТСЧЕТ
ВІДЛІТ	- ОТЛЁТ
ВІД'СМНИЙ (mat.)	- ОТРИЦАТЕЛЬНЫЙ
ВІДНОСНИЙ	- ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ
ВІДОКРЕМЛЕННЯ	- ОТДЕЛЕНИЕ

ВІДСТАНЬ	- РАССТОЯНИЕ
ВІДЦЕНТРОВИЙ	- ЦЕНТРОБЕЖНИЙ
ВІЛЬНИЙ	- СВОБОДНЫЙ
ВІРОГІДНИЙ	- ДОСТОВЕРНЫЙ
ВІСЬ	- ОСЬ
ВЛАСТИВІСТЬ	- СВОЙСТВО
ВПЛИВ	- ВЛИЯНИЕ
ВТРАТА	- ПОТЕРЯ
В'ЯЗКІСТЬ	- ВЯЗКОСТЬ
ГАЛУЗЬ	- ОТРАСЛЬ
ГАЛЬМУВАННЯ	- ТОРМОЖЕНИЕ
ГАСІННЯ	- ГАШЕНИЕ
ГОДИНА	- ЧАС
ГРАНИЦЯ	- ГРАНИЦА, ПРЕДЕЛ
ГУСТИНА	- ПЛОТНОСТЬ
ДАЛЬНОСТЬ	- ДАЛЬНОСТЬ
ДВИГУН (ЕРД - ЕЛЕКТРОРАКЕТНИЙ ДВИГУН)	- ДВИГАТЕЛЬ; ЭРД - ЭЛЕКТРОРАКЕТНИЙ ДВИГАТЕЛЬ
ДЖЕРЕЛО	- ИСТОЧНИК
ДЕМПІФРУВАННЯ	- ДЕМПФИРОВАНИЕ
ДИНАМІЧНИЙ (ШВИДКІСНИЙ) НАПІР	- ДИНАМИЧЕСКИЙ (СКОРОСТНОЙ) НАПОР
ДИФЕРЕНЦІОВАННЯ	- ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ
ДІЙСНИЙ (mat.)	- ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЙ
ДЛЯНКА	- УЧАСТОК; Д. ПОЧАТКОВА - УЧАСТОК НАЧАЛЬНЫЙ
ДІЯ	- ДЕЙСТВИЕ
ДОБА	- СУТКИ
ДОБУТОК	- ПРОИЗВЕДЕНИЕ
ДОВІДКОВИЙ	- СПРАВОЧНЫЙ
ДОВІЛЬНИЙ	- ПРОИЗВОЛЬНЫЙ
ДОДАТНИЙ (mat.)	- ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ
ДОСЛІДЖЕННЯ	- ИССЛЕДОВАНИЕ
ДОНОМІЖНИЙ	- ВПОМОГАТЕЛЬНЫЙ
ДОТИЧНА	- КАСАТЕЛЬНАЯ
ДОЦЕНТРОВИЙ	- ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫЙ
ДОЦІЛЬНИЙ	- ЦЕЛЕСООБРАЗНЫЙ
ДРОСЕЛЮВАННЯ	- ДРОССЕЛИРОВАНИЕ
ЕОМ	- ЭВМ
ЖОРСТКИЙ	- ЖЕСТКИЙ
ЗАБЕЗПЕЧУВАТИ	- ОБЕСПЕЧИВАТЬ
ЗАГАЛЬНИЙ	- ОБЩИЙ
ЗАГАСАННЯ	- ЗАТУХАНИЕ
ЗАЗНАВАТИ	- ПРЕТЕРПЕВАТЬ
ЗАЛЕЖНІСТЬ	- ЗАВИСИМОСТЬ
ЗБЕРЕЖЕННЯ	- СОХРАНЕНИЕ

ЗБУДЖУВАТИ	- ВОЗБУЖДАТЬ
ЗБУРЕННЯ	- ВОЗМУЩЕНИЕ
ЗБУРЕНИЙ	- ВОЗМУЩЕННЫЙ
ЗВЕДЕНИЙ	- ПРИВЕДЕННЫЙ
ЗВОРОТНИЙ ЗВ'ЯЗОК (3.3.)	- ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ (О.С); 3.3. ГНУЧКИЙ
	- О.С. ГИБКАЯ; 3.3. ПОЗИТИВНИЙ - О.С. ПОЛОЖИТЕЛЬНАЯ; 3.3. ЖОРСТКИЙ - О.С.ЖЕСТКАЯ; 3.3. ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ - О.С. С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ; 3.3. НЕГАТИВНИЙ - О.С. ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ
ЗГІН	- ИЗГИБ
ЗДІЙСНОВАТИ	- ОСУЩЕСТВЛЯТЬ
ЗЛІТ	- ВЗЛЁТ
ЗМІННА	- ПЕРЕМЕННАЯ
ЗМІЩЕННЯ	- СМЕЩЕНИЕ
ЗОВНІШНІЙ	- ВНЕШНИЙ
ЗРІВНОВАЖИТИ	- УРАВНОВЕСИТЬ
ЗРУЧНО	- УДОБНО
ЗУСИЛЛЯ	- УСИЛИЕ
ІМОВІРНІСТЬ	- ВЕРОЯТНОСТЬ
ІНТЕГРУВАННЯ	- ИНТЕГРИРОВАНИЕ
КЕРУВАННЯ	- УПРАВЛЕНИЕ
КІЛЬКА	- НЕСКОЛЬКО
ККД (коефіцієнт корисної дії)	- КПД (КОЭФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ)
КОВЗАННЯ	- СКОЛЬЖЕНИЕ
КОЛИВАННЯ	- КОЛЕБАНИЯ: К.ВИМУШЕНІ - К. ВЫНУЖДЕННЫЕ; К.ВІЛЬНІ - К. СВОБОДНЫЕ; К. ВЛАСНІ - К. СОБСТВЕННЫЕ
КОЛОВИЙ	- КРУГОВОЙ
КОМПОНУВАННЯ	- КОМПОНОВКА
КРЕН	- КРЕН
КРИВИНА	- КРИВИЗНА
КРОК	- ШАГ
КРУТІСТЬ	- КРУТИЗНА
КУЛЬОВИЙ	- ШАРОВОЙ; К. ШАР - ШІ. СЛОЙ
КУТ	- УГОЛ: К. НАХИЛУ ТРАСЕКТОРІЇ - УГОЛ НАКЛОНА ТРАЕКТОРИИ
ЛІТАК	- САМОЛЕТ
ЛІЧИЛЬНИК	- СЧЕТЧИК
МАНЕВРЕНІСТЬ	- МАНЕВРЕННОСТЬ
МЕЖА	- ГРАНИЦА
МЕЖА СТІЙКОСТІ	- ГРАНИЦА УСТОЙЧИВОСТИ
МЕРЕЖА	- СЕТЬ
МИТТЄВИЙ	- МГНОВЕННЫЙ
МІСТКІСТЬ (баку)	- ВМЕСТИМОСТЬ (БАКА)
МІСЯЦЬ	- ЛУНА
МНОЖИНА	- МНОЖЕСТВО

МОЖЛИВІСТЬ	- ВОЗМОЖНОСТЬ
МОМЕНТ	- МОМЕНТ: М. ЗІГНАЛЬНИЙ - М. ИЗ- ГИБАЮЩИЙ; М. КРУТИЛЬНИЙ - М. КРУТЯЩИЙ; М. ТАНГАЖУ - М. ТАН- ГАЖА
НАБІР ВИСОТИ	- НАБОР ВЫСОТЫ
НАБЛИЖЕННЯ (апроксимація)	- ПРИБЛИЖЕНИЕ (АПРОКСИМАЦИЯ)
НАБУТИ ЗНАЧЕННЯ	- ПРИНЯТЬ ЗНАЧЕНИЕ
НАВАНТАЖЕННЯ КОРИСНЕ	- НАГРУЗКА ПОЛЕЗНАЯ
НАВКОЛИШНІЙ	- ОКРУЖАЮЩИЙ
НАДЛИШКОВИЙ	- ИЗБЫТОЧНЫЙ
НАДЛИШОК	- ИЗБЫТОК
НАПІР	- НАПОР
НАПРЯМ	- НАПРАВЛЕНИЕ
НАПРУГА	- НАПРЯЖЕНИЕ
НАПРУЖЕНІСТЬ	- НАПРЯЖЕННОСТЬ
НАЯВНА ТЯГА (двигуна)	- ТЯГА, КОТОРОЙ РАСПОЛАГАЕТ ДВИГАТЕЛЬ
НАХИЛ	- НАКЛОН
НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ	- НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ
НЕЗАЛЕЖНІСТЬ	- НЕЗАВИСИМОСТЬ
НЕПЕРЕРВНІСТЬ	- НЕПРЕРЫВНОСТЬ
НЕУЗГОДЖЕННЯ	- РАССОГЛАСОВАНИЕ
НЕСТІЙКІСТЬ	- НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
НЕСКІНЧЕННІСТЬ	- БЕСКОНЕЧНОСТЬ
НЕХТУВАТИ	- ПРЕНЕБРЕГАТЬ
ОБЕРТИ	- ОБОРОТЫ
ОБЕРТАЛЬНИЙ	- ВРАЩАТЕЛЬНЫЙ
ОБЕРТАТИСЯ	- ВРАЩАТЬСЯ
ОБГРУНТУВАННЯ	- ОБОСНОВАНИЕ
ОБЛІТ	- ОБЛЁТ
ОБМЕЖЕННЯ	- ОГРАНИЧЕНИЕ
ОБХІДНИЙ	- ОКОЛЬНЫЙ
ОДЕРЖАНИЙ	- ПОЛУЧЕННЫЙ
ОДИНИЧНИЙ	- ЕДИНИЧНЫЙ: О. ІМПУЛЬС - Е. ИМ- ПУЛЬС; О. СТИБОК - Е. СКАЧОК
ОДНОМІРНИЙ	- ОДНОМЕРНЫЙ
ОКРЕМИЙ	- ЧАСТНЫЙ: О. ВИПАДОК - Ч. СЛУЧАЙ
ОПІР ЛОБОВИЙ	- СОПРОТИВЛЕНИЕ ЛОБОВОЕ
ОРБИТА	- ОРБИТА: О. КЕПЛЕРІВСЬКА - О. КЕП- ЛЕРОВСКАЯ; О. КОЛОВА - О. КРУГО- ВАЯ; О. ПАРАБОЛІЧНА - О. ПАРАБОЛИ- ЧЕСКАЯ; О. ЗБУРЕНА - О. ВОЗМУЩЕН- НАЯ; О. ПОЧАТКОВА - О. НАЧАЛЬНАЯ
ОСВІТЛЕННЯ	- ОСВЕЩЕНИЕ
ОСКУЛЮЮЧІ ЕЛЕМЕНТИ	- ОСКУЛИРУЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ
ОСОБЛИВОСТІ	- ОСОБЕННОСТИ
ОХОЛОДЖЕННЯ	- ОХЛАЖДЕНИЕ

НАЛИВО	- ТОПЛИВО
ПАЛЬНЕ	- ГОРЮЧЕЕ
ПЕРЕВАНТАЖЕННЯ	- ПЕРЕГРУЗКА
ПЕРЕВІРНИЙ	- ПРОВЕРОЧНЫЙ
ПЕРЕЛІТНИЙ	- ПЕРЕЛЁТНЫЙ
ПЕРЕРІЗ	- СЕЧЕНИЕ
ПЕРЕТИННИЙ	- ПЕРЕСЕКАЮЩИЙСЯ
ПЕРЕТВОРЮВАЧ	- ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ
ПЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕС	- ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС
ПЕРЕШКОДА	- ПРЕПЯТСТВИЕ
ПЕРША КОСМІЧНА ШВИДКІСТЬ	- ПЕРВАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ
ПИТОМА ГОДИННА ВИТРАТА ПА-	- УДЕЛЬНЫЙ ЧАСОВОЙ РАСХОД ТО-
ЛИВА	ПЛИВА
ПІВВІСЬ	- ПОЛУОСЬ
ПІДЙОМНА СИЛА	- ПОДЪЕМНАЯ СИЛА
ПІДСИЛЮВАЧ-ПЕРЕТВОРЮВАЧ	- УСИЛИТЕЛЬ-ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ
ПІДСУМОВУВАННЯ	- СУММИРОВАНИЕ
ПІЛОТУВАННЯ	- ПИЛОТИРОВАНИЕ
ПЛАНЕТА	- ПЛАНЕТА; П. ВІДПРАВЛЕННЯ - П. ОТПРАВЛЕНИЯ; П. ПРИЗНАЧЕННЯ - П. НАЗНАЧЕНИЯ
ПЛОЩИНА	- ПЛОСКОСТЬ
ПОБУДОВА	- ПОСТРОЕНИЕ
ПОВІТРЯ	- ВОЗДУХ
ПОВЕРХНЯ	- ПОВЕРХНОСТЬ
ПОДОЛАННЯ	- ПРЕОДОЛЕНИЕ
ПОЗДОВЖНИЙ	- ПРОДОЛЬНЫЙ
ПОЗІРНИЙ	- КАЖУЩИЙСЯ
ПОЗНАЧЕННЯ	- ОБОЗНАЧЕНИЕ
ПОКАЗНИК	- ПОКАЗАТЕЛЬ
ПОЛІПШЕННЯ	- УЛУЧШЕНИЕ
ПОДІЛ	- ДЕЛЕНИЕ
ПОЛІТ	- ПОЛЕТ
ПОЛОЖЕННЯ	- ПОЛОЖЕНИЕ
ПОМИЛКОВИЙ	- ОШИБОЧНЫЙ
ПОПЕРЕДНИЙ	- ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ
ПОПРАВКОВИЙ	- ПОПРАВОЧНЫЙ
ПОРІГ ВІДЧУТТЯ	- ПОРОГ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ
ПОСАДКА	- ПОСАДКА
ПОСЛІДОВНІСТЬ	- ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ
ПОТУЖНІСТЬ	- МОЩНОСТЬ; П. ВІДДАВАНА - М. ОТ- ДАВАЕМАЯ; П. КОРИСНА - М. ПОЛЕЗ- НАЯ; П. СПОЖИВАНА - М. ПОТРЕБЛЯ- ЕМАЯ; П. НАДЛИШКОВА - М. ИЗБЫ- ТОЧНАЯ; П. ПИТОМА - М. УДЕЛЬНАЯ; П. РОЗРАХУНКОВА - М. РАСЧЕТНАЯ; П. ЕФЕКТИВНА - М. ЭФФЕКТИВНАЯ

ПОХИБКА	- ПОГРЕШНОСТЬ
ПОХІДНА	- ПРОИЗВОДНАЯ
ПОЧАТКОВІ УМОВИ	- НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ
ПОШУК	- ПОИСК
ПРАЦЮЮЧИЙ	- РАБОТАЮЩИЙ
ПРИРІСТ	- ПРИРАЩЕНИЕ
ПРИПЛАНЕТНИЙ	- ОКОЛОПЛАНЕТНЫЙ
ПРИЗНАЧЕННЯ	- НАЗНАЧЕНИЕ
ПРИСКОРЕННЯ	- УСКОРЕНИЕ: П. ПОЧАТКОВЕ - У. НАЧАЛЬНОЕ
ПРИПУСТИМИЙ	- ДОПУСТИМЫЙ
ПРИСТРІЙ	- ПРИСПОСОБЛЕНИЕ, УСТРОЙСТВО
ПРИСКОРЮВАЧ	- УСКОРИТЕЛЬ
ПРИТЯГАННЯ	- ПРИТЯЖЕНИЕ
ПРОЕКТУВАННЯ	- ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ПРОСТІР	- ПРОСТРАНСТВО
ПРОМІЖОК	- ПРОМЕЖУТОК
ПРОМІНЬ	- ЛУЧ
ПРОСТОРОВИЙ	- ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ
ПРЯМОТОЧНИЙ	- ПРЯМОТОЧНЫЙ
РЕЧОВИНА	- ВЕЩЕСТВО
РИСКАННЯ	- РЫСКАНИЕ
РІВНОВАГА	- РАВНОВЕСИЕ
РІВНОВАЖНИЙ	- РАВНОВЕСНЫЙ
РІВНЯННЯ	- УРАВНЕНИЕ
РІДИНИЙ	- ЖИДКОСТНЫЙ
РОЗВ'ЯЗОК	- РЕШЕНИЕ (РЕЗУЛЬТАТ)
РОЗБІЖНІСТЬ	- РАСХОЖДЕНИЕ
РОЗВ'ЯЗАННЯ	- РЕШЕНИЕ (ПРОЦЕСС)
РОЗГІН	- РАЗГОН
РОЗРАХУНОК	- РАСЧЕТ
РОЗРІДЖЕНІСТЬ	- РАЗРЕЖЕННОСТЬ
РОЗСУВНИЙ	- РАЗДВИЖНОЙ
РОЗТАШУВАННЯ	- РАСПОЛОЖЕНИЕ
РУЙНУВАННЯ	- РАЗРУШЕНИЕ
РУХ	- ДВИЖЕНИЕ: Р. ОБЕРТОВИЙ - Д. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ
РУШІЙНА СИЛА	- ДВИЖУЩАЯ СИЛА
СИЛА	- СИЛА: С. ПРИТЯГАННЯ - С. ПРИТЯЖЕНИЯ; С. ЗБУРЮЮЧА - С. ВОЗМУЩАЮЩАЯ
СКИДАННЯ	- СБРАСЫВАНИЕ
СКЛАДОВА	- СОСТАВЛЯЮЩАЯ
СОНЯЧНА БАТАРЕЯ	- СОЛНЕЧНАЯ БАТАРЕЯ
СКОРИСТАТИСЬ	- ВОСПОЛЬЗОВАТЬСЯ
СПАДШИЙ	- УБЫВАЮЩИЙ
СПОВЛЬНЕННЯ	- ЗАМЕДЛЕНИЕ
СПРИЧИНЕНИЙ	- ВЫЗВАННЫЙ ЧЕМ-ТО

СПИВВІДНОШЕННЯ	- СООТНОШЕНИЕ
СПОТВОРЕННЯ	- ИСКАЖЕНИЕ
СТАН	- СОСТОЯНИЕ
СТАТИЧНИЙ	- СТАТИЧЕСКИЙ
СТВОРЕННЯ	- СОЗДАНИЕ
СТІЙКІСТЬ	- УСТОЙЧИВОСТЬ
СТРИБОК	- СКАЧОК
СТРУМИНА (СТРУМІНЬ)	- СТРУЯ
СТРУМИНКА	- СТРУЙКА
СТРУМИННИЙ ДВИГУН	- СТРУЙНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ
СТУПІНЬ РАКЕТИ	- СТУПЕНЬ РАКЕТЫ
СУМІШ	- СМЕСЬ
СУПУТНИК	- СПУТНИК
СУЩЛЬНЕ СЕРЕДОВИЩЕ	- СПЛОШНАЯ СРЕДА
СФЕРА ДІЇ	- СФЕРА ДЕЙСТВИЯ
ТВІРНА	- ОБРАЗУЮЩАЯ
ТЕОРІЯ ІМОВІРНОСТІ	- ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ
ТЕРТЯ	- ТРЕНИЕ
ТИСК	- ДАВЛЕНИЕ: Т. НАДЛИШКОВИЙ - Д. ИЗБЫТОЧНОЕ
ТРАЄКТОРІЯ	- ТРАЕКТОРИЯ
ТРИВАЛІСТЬ	- ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ: Т. ІСНУ- ВАННЯ - П. СУЩЕСТВОВАНИЯ
ТРИВИМІРНІЙ	- ТРЕХМЕРНЫЙ
ТЯГА	- ТЯГА: Т. ЗЛІТНА - Т. ВЗЛЕТНАЯ; Т. ПОВНА - Т. ПОЛНАЯ; Т. ПОТРІБНА - Т. ПОТРЕБНАЯ
ТРИВАЛІСТЬ	- ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ
ТЯГООЗБРОЄНІСТЬ	- ТЯГОВОООРУЖЕННОСТЬ
ТЯЖІННЯ	- ТЯГОТЕНИЕ
УГНУТІСТЬ	- ВОГНУТОСТЬ
УЗАГАЛЬНЕНІЙ	- ОБОБЩЕННЫЙ
УСЕРЕДНЕННЯ	- УСРЕДНЕНИЕ
УСТАЛЕНІЙ	- УСТАНОВИВШИЙСЯ
УТРИМАННЯ	- УДЕРЖАНИЕ
УРАХУВАННЯ	- УЧЕТ
УЯВНИЙ	- КАЖУЩИЙСЯ, МНИМЫЙ
ХІД	- ХОД
ЦЕНТРІВКА	- ЦЕНТРОВКА
ЧАС	- ВРЕМЯ: Ч. ВЛАСТИВИЙ - В. СОБСТ- ВЕННОЕ; Ч. ЗАПІЗНЮВАННЯ - В. ЗА- ПАЗДЫВАНИЯ; Ч. СПРАЦЮВАННЯ - В. СРАБАТЫВАНИЯ
ЧАСТИННА ПОХІДНА	- ЧАСТНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ
ЧАСТОТА	- ЧАСТОТА: Ч. ВЛАСТИВА - Ч. СОБС- ТВЕННАЯ; Ч. ГРАНИЧНА - Ч. ПРЕД- ЕЛЬНАЯ; Ч. КОЛОВА - Ч. КРУГОВАЯ; Ч. КОЛИВАНЬ - Ч. КОЛЕБАНИЙ; Ч. КУТОВА - Ч. УГЛОВАЯ; Ч. ОБЕРТАНЬ



ЧИНИТИ  
ЧИННИК  
ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ  
ШАР  
ШВИДКІСНИЙ НАПР  
ШВИДКИЙ  
ШВИДКІСТЬ  
ШВИДКОДІЮЧИЙ  
ШВИДКОПЛИННИЙ  
ШКІДЛИВИЙ  
ШЛЯХ  
ШТУЧНИЙ  
ЯКІСТЬ

- Ч. ВРАЩЕНИЙ  
- ОКАЗЫВАТЬ  
- ФАКТОР  
- ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ  
- СЛОЙ  
- СКОРОСТНОЙ НАПОР  
- БЫСТРЫЙ  
- СКОРОСТЬ  
- БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ  
- БЫСТРОТЕЧНЫЙ  
- ВРЕДНЫЙ  
- ПУТЬ  
- ИСКУССТВЕННЫЙ  
- КАЧЕСТВО

## Бібліографічний список

1. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. Издание официальное. Введ. с 01.07.1982 - М.: Гос. комитет СССР по стандартам, 1981. - 179 с.
2. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. - М.: Наука, 1975. - 703 с.
3. Гришин С.Д., Захаров Ю.А., Оделевский В.К. Проектирование космических аппаратов с двигателями малых тяг. - М.: Машиностроение, 1990. - 224 с.
4. Захаров Ю.А. Проектирование межорбитальных космических аппаратов. - М.: Машиностроение, 1984. - 176 с.
5. Инженерный справочник по космической технике. - М.: Воениздат, 1969. - 694 с.
6. Курочка Г.Ф. К расчету траекторий ЛА, движущихся с околокосмическими и космическими скоростями: Учеб. пособие. - Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1968. - 142 с.
7. Курочка Г.Ф. К расчету траекторий летательных аппаратов с двигателями малых тяг. - Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1985. - 80 с.
8. Лебедев В.П. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. - М.: Изд-во вычислительного центра АН СССР, 1968. - Вып. 5. - 108 с.
9. Механика космического полета: Учебник для вузов / М.С. Константинов, Е.Ф. Каменков, Б.П. Перельгин, В.К. Безвербый; Под ред. В.П. Мишина. - М.: Машиностроение, 1989. - 408 с.
10. Основы теории полета космических аппаратов / Под ред. Г.С. Нариманова, М.К. Тихонравова. - М.: Машиностроение, 1972. - 607 с.
11. Салмин В.В. Оптимизация космических перелетов с малой тягой: Проблемы совместного управления траекторным и угловым движением. - М.: Машиностроение, 1987. - 208 с.
12. Сафранович В.Ф., Эмдин Л.М. Маршевые двигатели космических аппаратов. Выбор типа и параметров. - М.: Машиностроение, 1980. - 240 с.
13. Чернявский Г.М., Бартенев В.А., Малышев В.А. Управление орбитой стационарного спутника. - М.: Машиностроение, 1984. - 144 с.
14. Штулингер Э. Ионные двигатели для космических полетов/ Пер. с англ. - М.: Воениздат, 1966. - 344 с.
15. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственного спутника Земли. - М.: Наука, 1965. - 510 с.
16. Эрике К. Космический полет: В 2 т. - М.: Наука, 1969. - Т.2. Кн. 2. - 571 с.

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	3
Основні скорочення .....	5
1. ВИБІР ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ЕУ І ЕРД У СКЛАДІ КЛА.....	6
1.1. Загальні положення .....	6
1.2. Параметричний метод оптимізації ЕУ і ЕРД у складі КЛА .....	7
1.3. Деякі статистичні матеріали .....	11
1.4. Оптимізація ЕРД та ЕУ із застосуванням ЕОМ .....	13
2. ПЕРЕХІД (МАНЕВР) КЛА З ДМГ МІЖ ЗАДАНИМИ КОМПЛАНАРНИМИ ТА НЕКОМПЛАНАРНИМИ ОРБИТАМИ .....	16
2.1. Загальні положення .....	16
2.2. Розрахунок характеристик перельоту КЛА з ДМГ між двома не- компланарними коловими орбітами без урахування впливу збу- рюючих факторів.....	22
2.2.1. Постановка задачі .....	22
2.2.2. Методика розв'язання задачі .....	22
2.3. Некомпланарний перехід КЛА між коловими орбітами з ураху- ванням впливу опору атмосфери на етапі спірального руху .....	23
2.3.1. Постановка задачі .....	23
2.3.2. Методика розв'язання задачі .....	24
2.4. Компланарний маневр КЛА між двома коловими орбітами .....	26
2.4.1. Постановка задачі .....	26
2.4.2. Методика розв'язання задачі у спрощеній постановці без урахування впливу опору атмосфери.....	26
2.4.3. Методика розв'язання задачі з урахуванням впливу на тра- екторію КЛА опору атмосфери .....	27
2.5. Перехід КЛА із заданої низької колової орбіти на орбіту стаціо- нарного штучного супутника Землі (СШСЗ) .....	28
2.5.1. Постановка задачі.....	28

2.6.	Компланарний маневр між двома еліптичними орбітами .....	29
2.6.1.	Постановка задачі.....	29
3.	УТРИМАННЯ ШСЗ У ЗАДАНОМУ КУЛЬОВОМУ ШАРІ.....	30
3.1.	Постановка задачі.....	30
3.2.	Зміна висоти колової орбіти КЛА під впливом опору атмосфери.....	30
3.3.	Спрощена методика розв'язання задачі .....	32
3.4.	Методика розрахунків з урахуванням опору атмосфери на висхідній спіралі з працюючими ЕРД.....	34
4.	ПОЛІТ КЛА У ВЕРХНІХ ШАРАХ АТМОСФЕРИ .....	35
4.1.	Загальні положення .....	35
4.1.1.	Рух на постійній висоті з фіксованою швидкістю та використанням підйомної сили .....	36
4.1.2.	Рух КЛА з фіксованими швидкістю $V$ , висотою $h$ та кутом $\alpha = \theta$ .....	38
4.2.	Постановка задачі та методика розрахунків .....	39
5.	НАБЛИЖЕНИЙ РОЗРАХУНОК ТРАЄКТОРІЙ І ПАРАМЕТРІВ ЕУ І ЕРД У СКЛАДІ КЛА, ЩО ЗДІЙСНЮЄ МІЖПЛАНЕТНИЙ ПОЛІТ.....	40
5.1.	Загальні положення.....	40
5.2.	Вибір основних параметрів КЛА з ДМТ, що здійснює швидкий міжпланетний переліт по довільній відносно Сонця еліптичній орбіті, що перетинається з орбітами планет відправлення та призначення.....	42
5.2.1.	Постановка задачі.....	42
5.2.2.	Методика розв'язання задачі .....	42
5.3.	Особливості розрахунків міжпланетної траєкторії, якщо перелітна орбіта дотична до орбіти планети призначення.....	46
5.4.	Методика проектувальних розрахунків .....	46
5.5.	Особливості розрахунків, якщо перелітна еліптична орбіта дотична до орбіти планети відправлення .....	47
5.6.	Особливості проектних розрахунків, якщо перелітна орбіта -	

еліс Цандера-Гомана.....	48
6. ДОСЛІДЖЕННЯ МІЖПЛАНЕТНИХ ТРАЄКТОРІЙ КЛА З ДМТ ДРУГОГО НАБЛИЖЕННЯ.....	51
6.1. Розрахунок ділянки спірального розгону міжпланетного КЛА з ДМТ до другої космічної швидкості поблизу планети відльоту .....	51
6.1.1. Наближений аналітичний розв'язок задачі розгону КЛА з ДМТ з постійною тангенціальною тягою в центральному полі тяжіння.....	52
6.1.2. Розкрутка КЛА з ДМТ до параболічної швидкості з постійним тангенціальним прискоренням.....	56
6.2. Розрахунок геліоцентричної ділянки міжпланетного перельоту (міжорбітальний переліт) .....	57
6.2.1. Міжорбітальний переліт з орбіти Землі на орбіту Марса з неперервно працюючим ЕРД.....	58
6.2.2. Міжорбітальний переліт: орбіта Землі - орбіта Марса по траєкторії, що включає дві активні та одну пасивну ділянки ...	59
6.2.3. Міжорбітальний переліт Земля - Сатурн.....	59
6.3. Вибір параметрів космічного зонда для доставки корисного вантажу з орбіти штучного супутника Землі на орбіту планети Марс ....	60
6.3.1. Постановка задачі.....	60
6.3.2. Методика розв'язання задачі.....	61
6.4. Вибір проектних параметрів КЛА, що здійснює переліт з орбіти штучного супутника Землі на орбіту планети Сатурн.....	62
6.4.1. Постановка задачі.....	62
6.4.2. Методика розв'язання задачі .....	63
6.5. Вибір параметрів КЛА, що здійснює некомпланарний переліт з орбіти штучного супутника Землі на орбіту штучного супутника Місяця.....	63
6.5.1. Постановка задачі.....	63
6.5.2. Методика розв'язання задачі .....	63

6.6.	Вибір параметрів КЛА для перельоту з початкової колової орбіти штучного супутника Землі на орбіту навколо Марса або Венери .....	65
6.6.1.	Постановка задачі.....	65
6.6.2.	Методика розв'язання задачі .....	66
7.	ДМТ У СИСТЕМІ АКТИВНОЇ КУТОВОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ КЛА.....	68
7.1.	Загальні положення .....	68
7.2.	Характеристики релейної СКС КЛА за відсутності зовнішнього збурюючого моменту ( $M_B = 0$ ) .....	70
7.3.	Характеристики релейної СКС КЛА за наявності збурюючого моменту ( $M_B = const$ ).....	72
7.4.	Вибір проектних параметрів ЕУ і ЕРД релейної СКС КЛА для одного із каналів керування, якщо зовнішній збурюючий момент відсутній ( $M_B = 0$ ) .....	73
7.4.1.	Постановка задачі.....	73
7.4.2.	Методика розв'язання задачі .....	73
7.5.	Вибір проектних параметрів ЕУ і ЕРД у складі КЛА для його релейної СКС за наявності незмінного зовнішнього збурюючого моменту .....	77
7.5.1.	Постановка задачі.....	77
7.5.2.	Методика розв'язання задачі .....	78
8.	КОРЕКЦІЯ І СТАБІЛІЗАЦІЯ ПОЛОЖЕННЯ СТАЦІОНАРНОГО ЦСЗ НА ОРБІТІ МАЛОЮ ТЯГОЮ .....	78
8.1.	Загальні положення.....	78
8.2.	Приклад постановки задачі № 1 .....	83
8.2.1.	Схема розв'язання задачі № 1.....	83
8.3.	Приклад постановки задачі № 2 .....	85
8.3.1.	Схема розв'язання задачі №2 .....	85

ДОДАТОК .....	86
Д.1. Наближені проектні розрахунки транспортної космічної системи (ТКС).....	86
Д.1.1. Загальні положення .....	86
Д.1.2. Схема проектних розрахунків, коли параметри $s$ та $c$ усіх ступенів однакові.....	88
Д.1.3. Проектні розрахунки ТКС, коли ефективні швидкості витікання ( $c$ ) усіх ступенів однакові.....	90
Д.1.4. Проектні розрахунки при оптимальному розподілі мас по ступенях ТКС .....	91
Д.1.5. Визначення параметрів розгінного блока для маневрування на орбіті.....	92
Д.2. Деякі закономірності орбітального руху КЛІА.....	93
Д.3. Маневрування КЛІА з допомогою імпульсної тяги .....	99
Д.3.1. Компланарний перехід з колової орбіти з радіусом $r_1$ на еліптичну із заданою апоцентричною відстанню $r_\alpha$ .....	100
Д.3.2. Компланарний перехід між коловими орбітами з радіусами $r_1$ і $r_2$ .....	101
Д.3.3. Компланарний біеліптичний маневр між коловими орбітами з радіусами $r_1$ і $r_2$ .....	101
Д.3.4. Компланарний перехід з колової орбіти на параболічну .....	102
Д.3.5. Компланарний перехід з колової орбіти на гіперболічну із заданою швидкістю на нескінченності ( $V_\infty$ ).....	102
Д.3.6. Поворот площини колової орбіти на кут $\Delta i$ при незмінному її радіусі.....	103
Д.3.7. Маневр переходу між коловими орбітами $r_1$ і $r_2$ з поворотом площини вихідної орбіти на кут $\Delta i$ .....	103
Д.3.8. Гравітаційний (пертурбаційний) маневр .....	104
Д.4. Вплив збурюючих чинників на орбіту ШСЗ.....	105

Д.4.1. Вплив несферичності Землі.....	105
Д.4.2. Вплив тяжіння Місяця і Сонця .....	106
Д.4.3. Вплив світлового тиску .....	107
Д.5. Тривалість освітлення Сонцем ШСЗ на коловій орбіті .....	108
Д.6. Результати розрахунків деяких параметрів міжпланетних перельотів з ДМТ.....	110
Д.7. Допоміжна функція висоти $F(h)$ , $\frac{с.д.м^2}{кг}$ .....	114
Д.8. Тривалість існування колового ШСЗ у сонячних добах для $\sigma_B = 0,00403 \frac{м^2}{кг}$ .....	115
Д.9. Потрібна характеристична швидкість для некопланарного переведення ШСЗ з висоти $h_0 = 200 км$ на орбіту стаціонарного ШСЗ .....	116
Д.10. Гоманівські міжпланетні траєкторії перельоту з Землі ( $h_0 = 200 км$ ) ..	116
Д.11. Потрібна характеристична швидкість для компланарного маневру між коловими орбітами за допомогою ДМТ з трансверсальною тягою $h_0 = 250 км$ .....	117
Д.12. Потрібна тяга для колового сателюїда, що має першу космічну швидкість та площу "тіні" $S_M = 1 м^2$ .....	117
Д.13. Деякі відомості про тіла сонячної системи ..	118
Д.14. Параметри атмосфери (за ГОСТ 4401-81) .....	118
Д.15. Українсько-російський словник деяких термінів, використаних у посібнику.....	122
Бібліографічний список .....	130



431

Курочка Гаррі Пилипович  
Захаренко Володимир Олександрович

L. O. M.

ОСНОВИ ПОПЕРЕДНЬОГО ВИБОРУ ПРОЕКТНИХ ПАРАМЕТРІВ  
КОСМІЧНОГО АПАРАТА З ДВИГУНАМИ МАЛИХ ТЯГ

Редактор Л.О. Кузьменко

Зв. план, 2002  
Підписано до друку 03.07.2002  
Формат 60×84 1/16. Папір офс. №2. Офс. друк.  
Ум.-друк. арк. 7,61. Обл.-вид. арк. 8,56. Т. 150 прим.  
Замовлення 291. Ціна вільна

---

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»  
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17  
<http://www.khai.edu>  
Видавничий центр «ХАІ»  
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17  
[izdat@khai.edu](mailto:izdat@khai.edu)