

53  
МГЧ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
"Харківський авіаційний інститут"

75 - річчю ХАІ присвячується

В.П. Мигаль, І.А. Клименко



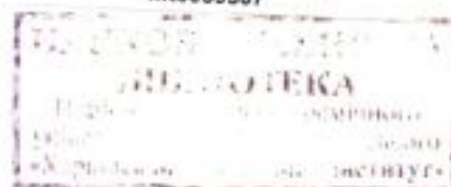
## ХВИЛІ, КВАНТИ І АТОМИ

Навчальний посібник

Научно-техническая  
библиотека  
"ХАИ"



mt0059507



Харків "ХАІ" 2004

53 + + 533.18 (075.8)  
УДК: 535.14+535.12 (075.8)

53 + 585.12 + 535.14 + 539.18 (075.8)

Хвилі, кванти і атоми / В.П. Мигаль, І.А. Клименко. – Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т "Харк. авіац. ін-т", 2004. – 188 с.

Викладено сучасні фундаментальні поняття хвильової та квантової оптики, квантової механіки. Для підвищення ефективності самостійної роботи студентів з посібником у ньому застосовано активну оболонку, що сприяє розвитку вмінь систематизувати матеріал, робити підсумки й узагальнення. У кожному розділі є елементи активізації самонавчання, спрямовані на підвищення інтересу студентів до матеріалу, а також тести, що забезпечують перевірку глибини засвоєння матеріалу й розуміння ключових термінів. У кінці кожного розділу матеріал узагальнюється у формі діалогу у віртуальній аудиторії.

Для студентів, що вивчають курси "Фізика" і "Експериментальна та теоретична фізика".

Іл. 92.      Бібліогр.: 11 назв

Р е ц е н з е н т и: д-р. фіз.-мат. наук, проф. Ю.С. Крот,  
д-р. фіз.-мат. наук, проф. А.М. Єрмолаєв



## ПЕРЕДМОВА

Досить часто студенти молодших курсів запитують у викладачів: «Як самостійно вивчати фізику (математику і т.п.)?». На це запитання немає однозначної відповіді, оскільки у кожного студента свій індивідуальний рівень знань, власний досвід, свої вміння, навички та цінності. Глибоке засвоєння навчального матеріалу приходить у результаті самостійних міркувань і критичного осмислення. Тому саме самостійна робота відіграє основну роль у розвитку пізнавальних здібностей і зумовлює готовність використання набутих знань у повсякденній діяльності. Щоб оволодіти навичками ефективної самостійної роботи, необхідно їх цілеспрямовано формувати й розвивати певні вміння. Для цього на кожній сторінці даного навчального посібника для самостійної роботи «Хвилі, кванти і атоми» на полях наведено вказівки, за допомогою яких реалізується сукупність взаємозв'язаних методичних прийомів, спрямованих на розвиток умінь: виділяти головне, систематизувати матеріал, робити підсумки й узагальнення, а також самостійно контролювати ступінь розуміння матеріалу. Багаторазове звернення до виділеного навчального поля, яке являє собою певну послідовність навчальних вказівок, додатків на полях, тез і узагальнень, ключових запитань, проблем, сприяє глибокому осмисленню й покращує запам'ятовування матеріалу. Все це разом з використанням ряду відомих прийомів активізації навчальної діяльності сприяє формуванню системності логічного пізнання.

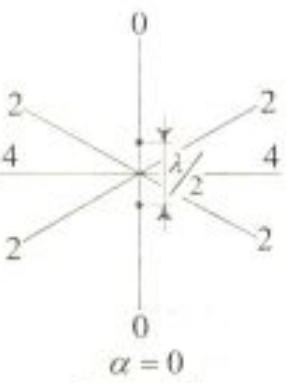
Перший важливий методичний прийом – це визначення мети вивчення на початку кожного розділу, що дає можливість ознайомитися з цілями вивчення, які безпосередньо пов'язані з рубрикою **УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ** в кінці кожного розділу. Відомо також, що набагато легше запам'ятовується матеріал, якщо його можна пов'язати з власним досвідом, чому сприяють вказівки: **ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ; ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?** Розвитку умінь переформулювати інформацію, що характеризує розуміння, й робити висновки з інформації сприяють вказівки: **УЗАГАЛЬНИМО; ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ**. На формування умінь самостійно виділяти важливі положення (концепції та принципи) спрямовані помітки: **КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ; ПРОБЛЕМНЕ ЗАПИТАННЯ; ГІПОТЕЗИ; ІДЕЇ**. В посібнику виведення деяких законів і формул спочатку запропоновано як завдання **АНАЛІТИКАМ** і наведено в кінці розділу. На розвиток аналітичних і творчих здібностей спрямовані також рубрики **? ДОПИТЛИВИМ, ПРАКТИКАМ**, а також **ДОМАШНІ ДОСЛІДИ**. Суттєву роль при навчанні фізиці відіграє історичний фон, який створюють рубрики „Хронологія досліджень” і „Нобелівська премія”.

Другий важливий методичний прийом – це діалоги в лабораторії й аудиторії. Вони сприяють розвитку критичного мислення. Наприклад, рубрика **УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ** – це не просто огляд розділу, а, скоріше, написаний у формі запитань і відповідей діалог у віртуальній аудиторії, що допомагає систематизувати матеріал розділу та акцентуватись на головному. Більш того, узагальнення матеріалу розділів має прямий зв'язок із метою їх вивчення, щоб було видно, наскільки Ви виконали поставлені задачі.

У посібнику є система самоконтролю й самооцінки засвоєння матеріалу. Вона включає запитання по розділу, контроль правильності розуміння ключових термінів, які при першому вживанні в тексті виділено.



<p><b>Розділ 1</b> <b>ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ</b></p>	<p>1.1. Інтерференція електромагнітних хвиль 1.2. Когерентність і монохроматичність 1.3. Спостереження інтерференції світлових хвиль 1.4. Інтерференція в тонких плівках 1.5. Практичне застосування інтерференції</p>
<p><b>МЕТА ВИВЧЕННЯ</b></p>	<p>Після вивчення даного розділу та виконання завдань Ви повинні:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) бути здатні дати означення ключовим термінам;</li> <li>2) знати способи визначення та створення різних видів когерентності;</li> <li>3) бути здатні пояснити, які параметри визначають когерентність хвиль, ширину інтерференційної смуги та її контрастність;</li> <li>4) знати області використання інтерференції та переваги інтерференційних методів дослідження.</li> </ol>
<p><b>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?</b> <b>Інтерференція</b> – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>перерозподіл інтенсивності</b> (напівпрозорі дзеркала, антенні системи, просвітлювальні й антивідблискові покриття моніторів);</li> <li>• <b>колір плівки</b> (мильні плівки, плівки нафти на поверхні води);</li> <li>• <b>зміна кольору (інтенсивності) при зміні оптичного шляху</b> (монітори й інші пристрої на рідких кристалах, електрооптика)</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Інтерференція навколо нас</b></p> <p>З явищем інтерференції пружних та електромагнітних хвиль ми досить часто зустрічаємося в повсякденному житті. Так, інтерференцію звукових хвиль ми враховуємо при розміщенні стереосистеми в кімнаті, а з інтерференцією електромагнітних хвиль ми зустрічаємось, коли встановлюємо телевізійну антену й прагнемо позбутись подвійного зображення.</p> <p>Інтерференцію широко використовують при дистанційному зондуванні поверхні морів та океанів. Так, виявляючи плями різнокольорового інтерференційного забарвлення на поверхні морів (океанів), що зумовлені нафтопродуктами, можна визначити місця катастроф літаків, суден або підводних човнів. За рахунок інтерференції радіохвиль збільшують дальність передачі сигналу радіопередавача у вибраному напрямку без збільшення його потужності (для цього замість однієї передавальної антени використовують декілька певним чином розміщених антен). Інтерференція широко використовується в аерокосмічній техніці, метрології, технології, лазерній техніці, стільниковому зв'язку, зокрема, при дослідженні моделей літаків і автомобілів в аеродинамічній трубі.</p> <p>Ознайомтесь з явищем інтерференції самостійно (див. „Домашні досліді” в кінці розділу).</p>

<p><b>ХРОНОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕНЬ</b></p> <p><b>ПРОБЛЕМА (17 – 18 ст.)</b></p> <p>1807 р. – Т. Юнг – принцип інтерференції</p>	<p>1665 – дослід Р. Гука з кольорами тонких плівок  1668 – 1675 – роботи І. Ньютона в галузі оптики  1800 – 1807 – розробка Т. Юнгом принципу інтерференції  1816 – дослід Ж. Френеля з інтерференції поляризованих хвиль  1850 – дослід І. Фізо</p> <p>Світло – хвилі чи корпускули?</p> <p>Інтерференція – це наслідок адитивності хвильових рухів, що супроводжується просторовим перерозподілом інтенсивності.</p>
<p><b>Сучасна проблема</b></p>  <p>Рис. 1.1</p>	<p><b>1.1. Інтерференція електромагнітних хвиль</b></p> <p><b>1.1.1. Інтерференція радіохвиль</b></p> <p>Як збільшити площу покриття стільниковим зв'язком і зменшити вплив електромагнітного опромінення людей?</p> <p>Для цього планують використати здатність радіохвиль інтерферувати, щоб просторово перерозподіляти інтенсивність випромінювання.</p> <p>Знаходячись поблизу аеродрому або станції радіолокаційного спостереження, Вам, мабуть, доводилось спостерігати складні антенні системи, що складаються не з однієї стержневої антени, а з набору антен, розміщених у деякому порядку. Яка мета використання системи антен замість однієї антени? Одна стержнева радіоантена випромінює монохроматичні сферичні хвилі, амплітуда яких обернено пропорційна відстані від джерела, внаслідок чого інтенсивність випромінювання, а отже, й дальність радіозв'язку однакові у всіх напрямках. При живленні декількох антен від одного передавача кожна з антен стає джерелом когерентних хвиль, інтерференція яких дозволяє збільшити інтенсивність випромінювання в одному напрямку за рахунок іншого. Іншими словами, інтерференція радіохвиль дозволяє збільшити дальність радіозв'язку, не збільшуючи потужності передавача. Чим визначається інтенсивність випромінювання двох осциляторів у різних напрямках? Розглянемо найпростіший випадок – інтерференцію хвиль, породжених двома когерентними осциляторами, які коливаються в одній фазі (рис. 1.1). Вони розташовані в площині, перпен-</p>



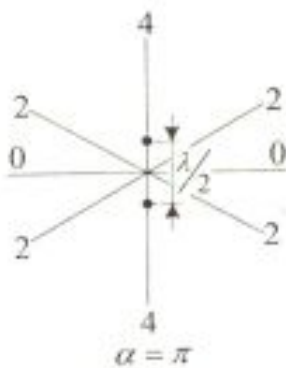


Рис. 1.2

**? ДОПИТЛИВИМ**

ндиккулярній до напрямку коливання осциляторів. Відстань між ними складає половину довжини хвилі. Тому у напрямку лінії, вздовж якої знаходяться осцилятори, створюється додаткова різниця фаз  $\pi$ , хвилі протифазні й інтенсивність дорівнює нулю (див. рис. 1.1). У перпендикулярному напрямку хвилі синфазні й однакові за амплітудою. Внаслідок цього амплітуда збільшується в два рази, а інтенсивність результуючої хвилі, яка пропорційна квадрату амплітуди, буде в чотири рази більшою, ніж інтенсивність хвилі, породженої лише одним осцилятором. В інших напрямках інтенсивність набуватиме проміжних значень.

**Чи можна змінити перерозподіл інтенсивності, не змінюючи розташування антен?**

Можна, якщо змінити фазу одного з осциляторів. Так, картина зміниться на протилежну, якщо осцилятори будуть здійснювати протифазні коливання (рис. 1.2).

**ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ**



Рис. 1.3

1. Чому при інтерференції не порушується закон збереження енергії?
2. Чому, якщо осциляторів не два, а десять, можна спрямовувати в певному напрямку в 100 разів більше енергії, ніж від одного осцилятора?
3. Чому інтенсивність випромінювання від двох антен розподілиться так, як зображено на рис. 1.3, якщо антени розташовані на відстані чверті довжини хвилі, а різниця фаз між ними складає  $\pi/2$ ?
4. Як, використовуючи явище інтерференції, збільшити площу покриття стільниковим зв'язком?

**Інтерференція аналітично**

### 1.1.2. Інтерференція від двох когерентних джерел

Ми розглядали випромінювання осциляторів з якісної точки зору, тепер розглянемо кількісну картину. Знайдемо сумарну амплітуду від двох когерентних джерел.

Нехай дві когерентні монохроматичні хвилі накладаються одна на одну в деякій точці простору. Перша хвиля спричиняє в цій точці гармонічні коливання  $E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1)$ , а друга –  $E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Оскільки тут додаються два гармонічні коливання, які мають однакові періоди і відбуваються в одному напрямку, то результуюче коливання буде також гармонічним, з тим самим періодом і

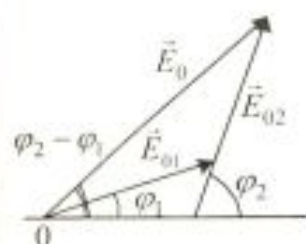


Рис. 1.4

Інтерференційний член

$$2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

? ДОПИТЛИВИМ

У максимумах – конструктивна інтерференція

? ДОПИТЛИВИМ

У мінімумах – деструктивна інтерференція

? ДОПИТЛИВИМ

в тому самому напрямку, тобто  $E = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$ .

Скористаємось геометричним методом складання двох коливань (метод векторної діаграми) (рис. 1.4). З рисунку отримаємо амплітуду  $E_0$  цього коливання, квадрат якої дорівнює

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Оскільки хвилі когерентні, то  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  має незмінне в часі (але своє для кожної точки простору) значення, тому інтенсивність результуючої хвилі ( $I \approx E_0^2$ ):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

У точках простору, де  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$ ,  $I > I_1 + I_2$ , а в точках, де  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$ ,  $I < I_1 + I_2$ .

**Чому при інтерференції один плюс один може дорівнювати чотирьом?**

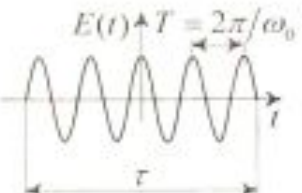
Розглянемо два однакові когерентні джерела, що знаходяться дуже близько одне до одного. Якщо породжені ними хвилі синфазні, то при умові, що  $I_1 = I_2$ , маємо  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = 4I_1$ . Таким чином, замість суми енергій від двох джерел маємо подвоєне значення сумарної енергії. Отже, для точок простору, в яких різниця фаз  $\delta$  кратна  $2\pi$  ( $\delta = 2\pi m$ , де  $m = 0, 1, 2, \dots$  – ціле число), спостерігаються максимуми.

**Чому при інтерференції один плюс один може дорівнювати нулю?**

Для точок простору, в яких різниця фаз між когерентними хвилями складає  $\pi$ ,  $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = 0$ . Таким чином, амплітуда сумарної хвилі дорівнює нулю, якщо різниця фаз дорівнює непарному числу  $\pi$  ( $\delta = (2m + 1)\pi$ , де  $m = 0, 1, 2, \dots$  – ціле число). Підкреслимо, що для некогерентних хвиль різниця фаз  $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$  неперервно змінюється, тому середнє в часі значення  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  дорівнює нулю, а інтенсивність результуючої хвилі всюди однакова і при  $I_1 = I_2$  дорівнює  $2I_1$ .

**Як можна створити умови, необхідні для виникнення інтерференції світлових хвиль?**



<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Інтерференція – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• перерозподіл інтенсивності в просторі при суперпозиції когерентних хвиль;</li> <li>• ознака когерентності хвиль;</li> <li>• наслідок адитивності хвильових рухів.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</p> <p>Когерентність – узгодженість</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p> <p>Модель джерела світла</p>  <p>Рис. 1.5</p>	<p>1.2. Когерентність і монохроматичність</p> <p>Чому здатність хвиль інтерферувати, тобто їх когерентність, визначається умовами експерименту?</p> <p>Щодо джерел світла, то оскільки жодне реальне джерело не дає строго монохроматичного світла зі сталою початковою фазою, то хвилі, що випромінюються будь-якими незалежними джерелами світла, завжди некогерентні.</p> <p>Чому довжина і час когерентності радіохвиль значно більші, ніж довжина і час когерентності світлових хвиль?</p> <p>Хвилі є когерентними, якщо вони мають <b>ОДНАКОВУ</b> частоту і в точці суперпозиції <b>СТАЛУ</b> різницю фаз.</p> <p>Атоми випромінюють світло дискретно у вигляді <i>хвильових цугів</i> (рис. 1.5). Зрозуміти фізичну природу квазі-монохроматичності світла можна, розглядаючи модельно атом як осцилятор, а <b>джерело світла</b> як сукупність осциляторів. Процес випромінювання цугу хвилі кожним з таких атомів триває дуже короткий час (<math>\tau \approx 10^{-8}</math> с). Через деякий час атом знову може збудитися й почати випромінювати цуг хвилі, але вже з іншою початковою фазою. У двох самостійних джерелах світла атоми випромінюють цуги хвиль незалежно один від одного. Оскільки різниця фаз між випромінюванням двох таких незалежних атомів змінюється при кожному новому акті випромінювання, то цуги хвилі, що спонтанно випромінюються атомами будь-якого джерела світла, не когерентні. Отже, хвилі, що випромінюються атомами, лише протягом інтервалу часу приблизно <math>10^{-8}</math> с мають сталі амплітуду і фазу коливань. За великий проміжок часу і амплітуда, і фази квазімонохроматичних хвиль (спектральні лінії, що випромінюються атомами) змінюються, що зумовлює певну ширину спектральної лінії <math>\Delta\nu</math>.</p>

Час когерентності визначається ступенем монохроматичності хвиль:

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{1}{\Delta\nu}$$

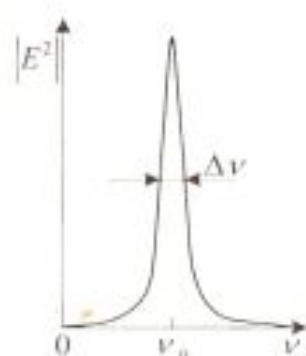


Рис. 1.6

Довжина когерентності

$$l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$$

? ДОПИТЛИВИМ

Радіус просторової когерентності

Для хвиль будь-якої природи справедливе співвідношення невизначеностей

$$\Delta\nu\Delta\tau = 1,$$

яке вказує на невизначеність виміру (генерації) частоти  $\Delta\nu$  за певний проміжок часу  $\Delta\tau$ . Середня тривалість одного цугу  $\tau_{\text{ког}}$  є **часом когерентності**. Отже, когерентність існує лише в межах одного цугу, і час когерентності не може перевищувати часу випромінювання. Тому час когерентності  $\tau_{\text{ког}}$  обернено пропорційний ширині спектральної лінії (рис. 1.6):

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{1}{\Delta\nu}.$$

За своїми властивостями цуг хвиль тим ближчий до монохроматичної хвилі з циклічною частотою  $\omega$  і хвильовим числом  $k = \frac{\omega}{c}$  (у вакуумі), чим більша тривалість  $\tau$  його випромінювання. Однак тривалість спостереження світла завжди в багато разів більша за тривалість  $\tau_{\text{ког}}$  випромінювання одного цугу. Крім того, у кожний момент часу світло випромінюється не одним, а дуже великою кількістю атомів світлого тіла.

Якщо хвиля поширюється в однорідному середовищі, то фаза коливань у певній точці середовища зберігається лише протягом часу когерентності  $\tau_{\text{ког}}$ . За цей час хвиля поширюється на відстань  $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$ , яка називається **довжиною когерентності**. Спостереження інтерференції світла можливе лише при оптичних різницях ходу, менших від довжини когерентності цього світла.

**Чому при збільшенні відстані між когерентними джерелами інтерференційна картина розмивається?**

Поряд з часовою когерентністю, що визначається часом когерентності, для опису когерентних властивостей хвиль у площині, перпендикулярній до напрямку їх поширення, вводиться поняття *просторової когерентності*.

**Радіусом просторової когерентності** називається максимальна відстань від центра пучка вздовж фронту хвилі, на якій можливий прояв інтерференції. Це відстань між точками фронту хвилі, між якими випадкова зміна різниці фаз досягає значення порядку  $\pi$ . Отже, просторова когерентність визначається радіусом когерентності



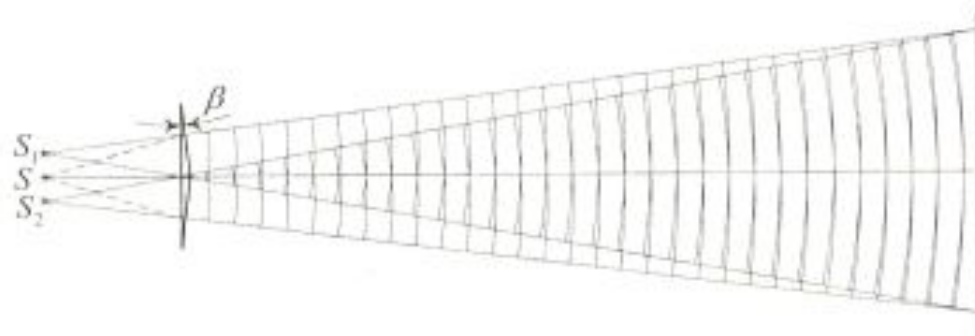
<p>Два джерела є просторово когерентними, якщо їх розміри й взаємне розміщення дозволяють спостерігати інтерференційні смуги</p>	$r_{\text{ког}} \approx \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{2\pi c}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\Delta k_{\perp}}$ <p>де <math>\Delta k_{\perp}</math> – зміна хвильового числа вздовж фронту хвилі.</p> <p>Радіус когерентності можна також визначити як <math>r_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{\varphi}</math>, де <math>\lambda</math> – довжина світлових хвиль, <math>\varphi</math> – кутовий розмір джерела.</p> <p>Для отримання інтерференційних смуг від двох джерел світла недостатньо, щоб ці джерела склалися з попарно когерентних точкових джерел. Навіть у випадку монохроматичного світла необхідно, щоб розміри джерел не перевищували певної межі, що залежить від взаємного розміщення джерел та відстані між ними, а також від положення екрана, призначеного для спостереження інтерференційних смуг.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Когерентність визначає:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• здатність хвиль інтерферувати;</li> <li>• проміжок часу, при усередненні за яким ще спостерігається інтерференція;</li> <li>• умови експерименту, при яких можна спостерігати інтерференцію.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>ПРОБЛЕМА (початок 19 ст.)</p> <p>Ідея Ж. Френеля</p>	<p>1.3. Спостереження інтерференції світлових хвиль</p> <p>1.3.1. Уявні когерентні джерела світла</p> <p>Час і довжина когерентності, а також просторова когерентність визначають умови експерименту, при яких можна спостерігати інтерференцію.</p> <p>Як спостерігати інтерференцію некогерентних сонячних променів?</p> <p>Як створити умови, необхідні для спостереження інтерференції від некогерентних джерел світлових хвиль? Шляхом поділу кожного цугу хвилі на дві частини, що еквівалентне заміні одного некогерентного джерела двома уявними, але когерентними. Частини цугу після проходження різних оптичних шляхів накладаються одна на одну й можуть інтерферувати.</p>

Існують два способи отримання когерентних світлових хвиль – поділ фронту хвилі та поділ амплітуди хвилі. Перший був реалізований Ж. Френелем за допомогою двох дзеркал, нахилених під невеликим кутом одне до одного (дзеркала Френеля) (рис. 1.7), а також за допомогою призми з кутом при вершині, близьким до  $180^\circ$  (біпризма Френеля) (рис. 1.8). В обох випадках роль когерентних джерел відіграють уявні зображення  $S_1$  і  $S_2$  щілини, що освітлена монохроматичним джерелом  $S$  (наприклад, ртутною лампою з світлофільтром).

Рис. 1.7



Рис. 1.8



Інтерференцію світла за методом поділу амплітуди реалізувати простіше, ніж в дослідах з поділом хвильового фронту. В досліді Р. Поля світло від джерела відбивається від двох поверхонь тонкої прозорої плоскопаралельної пластинки.

### 1.3.2. Оптична різниця ходу променів

Добуток геометричної довжини  $d$  шляху світлової хвилі на показник  $n$  заломлення середовища, в якому вона поширюється, називається оптичною довжиною шляху  $L$ . Тому оптичний шлях завжди більший ніж геометричний. В оптичному діапазоні характер інтерференції визначається оптичною різницею ходу променів  $\Delta = L_2 - L_1$ , від двох уявних джерел.

Нехай поділ на дві когерентні хвилі відбувається в певній точці  $O$  (рис. 1.9). До точки  $M$ , в якій спостерігається ін-

- Згадаємо:
- оптичний шлях  $L = dn$ ;
  - оптична різниця ходу  $\Delta = L_2 - L_1$



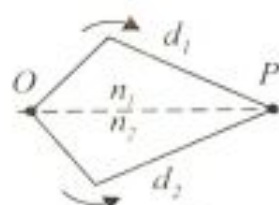


Рис. 1.9

**Хвилі синфазні:**  
 $\Delta = \pm m \lambda_0$  –  
**інтерференцій-**  
**ний максимум**

**Хвилі протифаз-**  
**ні:**  
 $\Delta = \pm(2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$  –  
**інтерференцій-**  
**ний мінімум**

**Розрахунок ін-**  
**терференційної**  
**картини при за-**  
**даній довжині**  
**хвилі полягас у**  
**визначенні опти-**  
**чної різниці ходу**  
**когерентних**  
**променів у кож-**  
**ній точці простору**

терференційна картина, одна хвиля в середовищі з показником заломлення  $n_1$  пройшла шлях  $d_1$ , друга – в середовищі з показником заломлення  $n_2$  – шлях  $d_2$ . Якщо в точці поділу хвиль фаза коливань дорівнює  $\omega t$ , то в точці  $M$  перша хвиля збудить коливання  $E_{01} \cos \omega \left( t - \frac{d_1}{v_1} \right)$ , друга хвиля – коливання  $E_{02} \cos \omega \left( t - \frac{d_2}{v_2} \right)$ , де  $v_1 = \frac{c}{n_1}$ ,  $v_2 = \frac{c}{n_2}$  – фазові швидкості першої та другої хвиль. Різниця фаз  $\delta$  цих хвиль складає

$$\delta = \omega \left( \frac{d_2}{v_2} - \frac{d_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (d_2 n_2 - d_1 n_1).$$

Оскільки  $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ , де  $\lambda_0$  – довжина хвилі у вакуумі, то

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta.$$

Якщо оптична різниця ходу дорівнює цілому числу хвиль у вакуумі  $\Delta = \pm m \lambda_0$ , де  $m = 0, 1, 2, \dots$  – ціле число, яке визначає порядок інтерференції, то  $\delta = \pm 2m\pi$  і коливання, що збуджуються в точці  $M$  обома хвилями, мають однакові фази. Тому  $\Delta = \pm m \lambda_0$  – **умова інтерференційного максимуму**.

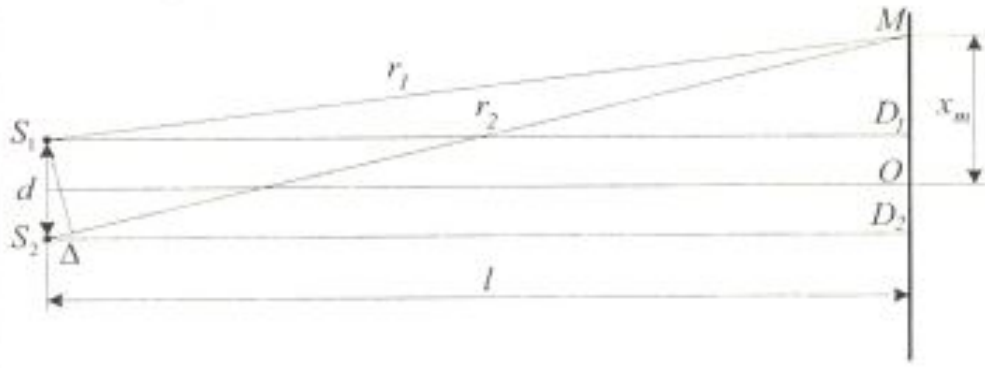
Якщо оптична різниця ходу  $\Delta = \pm(2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$ , де  $m = 0, 1, 2, \dots$ , то  $\delta = \pm(2m + 1)\pi$  і коливання, що збуджуються в точці  $M$  обома хвилями, протифазні. Тому  $\Delta = \pm(2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$  – **умова інтерференційного мінімуму**.

Таким чином, саме співвідношення між оптичною різницею ходу променів у даній точці і довжиною хвилі є фактором, що визначає амплітуду (інтенсивність) результуючої хвилі у цій точці.

### 1.3.3. Інтерференційні смуги

Розглянемо дві когерентні світлові хвилі, що йдуть від джерел  $S_1$  і  $S_2$ , які мають вигляд паралельних тонких вузьких щілин і знаходяться на відстані  $d$  одне від одного та на відстані  $l$  від екрана (рис. 1.10). Область, в якій ці хвилі перекриваються, називається полем інтерференції. Якщо в



<p>Рис. 1.10</p>	<p>поле інтерференції внести екран, то на ньому можна спостерігати інтерференційну картину, яка має вигляд світлих і темних смуг, що чергуються.</p> 
<p>АНАЛІТИКАМ 1.1</p>	<p>Покажіть, що ширина інтерференційної смуги, яка визначається відстанню між двома сусідніми мінімумами інтенсивності, дорівнює</p> $\Delta x = x_{m+1}^{\min} - x_m^{\min} = \frac{l\lambda_0}{d}.$
<p>Ширина інтерференційної смуги</p> $\Delta x = \frac{l\lambda_0}{d}$ <p>Умова когерентності</p> $\Delta x \ll l\lambda$ <p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	<p>Відстань між інтерференційними максимумами називається відстанню між інтерференційними смугами, яка, як і ширина інтерференційної смуги, дорівнює <math>\Delta x = \frac{l\lambda_0}{d}</math>. З цієї формули випливає, що відстань <math>\Delta x</math> зростає при зменшенні відстані <math>d</math> між джерелами <math>S_1</math> і <math>S_2</math>. Якщо відстань <math>d</math> досягає величини <math>l</math>, то відстань між інтерференційними смугами буде дорівнювати довжині світлової хвилі. При цьому спостерігати окремі смуги неможливо. Щоб інтерференційна картина була чіткою, необхідно додержання умови когерентності <math>\Delta x \ll l\lambda</math>.</p> <p><b>Яка причина появи кольорів в інтерференційних смугах від двох джерел?</b></p> <p>Оскільки ширина інтерференційних смуг залежить від довжини хвилі <math>\lambda_0</math>, то за вимірними значеннями <math>l</math>, <math>d</math> і <math>\Delta x</math> можна експериментально визначити довжину світлової хвилі.</p> <p>Отже, інтерференційна картина, яка створюється на екрані двома когерентними джерелами світла, являє собою чергування паралельних світлих і темних смуг. Головний максимум, що відповідає <math>m = 0</math>, проходить через точку <math>O</math>, вниз і вгору від нього (відносно рисунка) на рівних відстанях один від одного розміщуються максимуми першого (<math>m = \pm 1</math>), другого (<math>m = \pm 2</math>) порядків тощо.</p>

<p><b>? ДОПИТЛИВИМ</b></p> <p><b>Інтерференційні спектри</b></p> <p><b>Контрастність інтерференційних смуг як міра когерентності</b></p>	<p>Як зміниться інтерференційна картина від двох джерел, якщо довжину хвилі світла збільшити вдвічі?</p> <p>Якщо використати біле світло, то інтерференційні максимуми для кожної довжини хвилі будуть зміщені один відносно одного і матимуть вигляд райдужних смуг, які будуть починатись фіолетовим і закінчуватись червоним кольором, якщо рахувати від точки <math>O</math> (див. рис. 1.10). Тільки при <math>m = 0</math> максимуми для всіх довжин хвиль збігаються, і в середині екрана буде спостерігатися біла смуга, по обидві сторони якої розмістяться спектрально забарвлені смуги максимумів першого, другого і вищих порядків.</p> <p>Контрастність інтерференційної картини характеризується за допомогою параметра <math>V</math>, який виражається формулою</p> $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$ <p>де <math>I_{\max}</math> і <math>I_{\min}</math> – інтенсивності світлих і темних смуг. Якщо інтенсивність темної смуги дорівнює нулю, то <math>V = 1</math>, тобто когерентність максимальна. Для рівномірно освітленого екрана (<math>I_{\max} = I_{\min}</math>) контрастність дорівнює нулю.</p>
<p><b>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. У якому випадку при накладанні двох пучків світла однакової частоти виникає просте додавання інтенсивностей при будь-яких фазових співвідношеннях?</li> <li>2. За яких умов зменшується контрастність інтерференційних смуг?</li> <li>3. Чому шириною інтерференційної смуги є відстань між двома інтерференційними мінімумами, а не максимумами?</li> <li>4. Чому інтерференційні смуги високих порядків менш контрастні?</li> </ol>
<p><b>УЗАГАЛЬНИМО</b></p> <p><b>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</b></p>	<p>Інтерференція світлових хвиль спостерігається, якщо:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• кожний цуг світлової хвилі ділиться на два, що рухаються різними оптичними шляхами;</li> <li>• оптична різниця ходу не перевищує довжини когерентності;</li> <li>• відстань між уявними джерелами не перевищує радіуса просторової когерентності.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>



## 1.4. Інтерференція в тонких плівках

### 1.4.1. Оптична різниця ходу променів в тонкій плівці

Як пояснити кольори мильних плівок?

Це явище розглянув і пояснив Т. Юнг, що дозволило йому сформулювати принцип інтерференції для хвиль різної природи.

Нам знайоме райдужне забарвлення мильних плівок, тонких плівок нафти або мінерального масла на поверхні води, кольори мінливості на поверхні загартованих сталевих деталей, покритих найтоншим шаром оксидів.

? ДОПИТЛИВИМ

Чому забарвлення мильних плівок змінюється з часом?

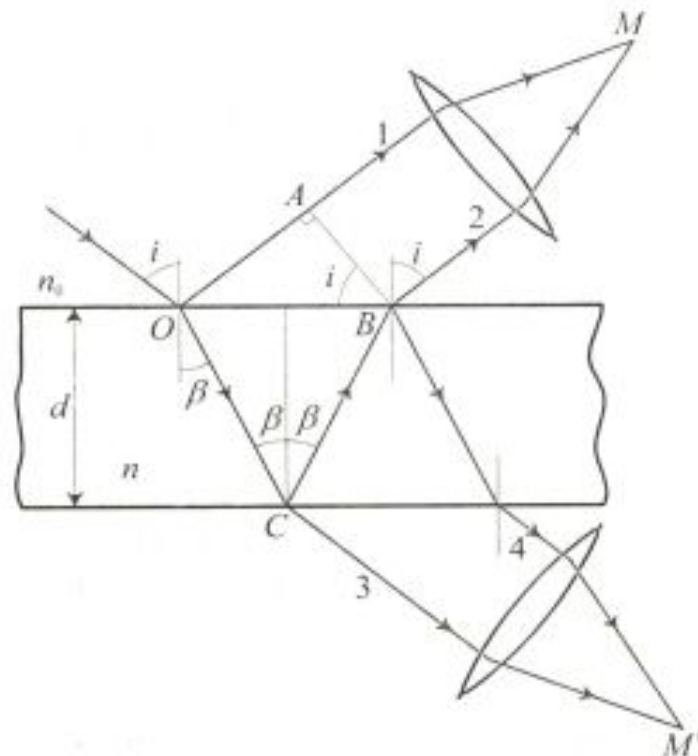
Усі ці явища зумовлені інтерференцією світла, яка виникає внаслідок накладання когерентних хвиль, що відбиваються від верхньої та нижньої поверхонь тонкої прозорої плівки.

КЛЮЧОВЕ  
ЗАПИТАННЯ

Чому дуже тонкі і досить товсті мильні плівки не мають забарвлення?

Нехай на плоскопаралельну прозору плівку з показником заломлення  $n$  і товщиною  $d$  під кутом  $i$  падає плоска монохроматична хвиля (рис. 1.11).

Рис. 1.11



Падаюча хвиля частково відбивається від верхньої поверхні плівки, а частково заломлюється. Напрямок поширення відбитої хвилі зображено променем 1, а заломленої – променем  $OC$ . Заломлена хвиля, досягнувши нижньої пове-

<p><b>“Втрата півхвилі” при відбиванні</b></p>	<p>рхні плівки, частково відбивається (промінь <math>CB</math>), а частково заломлюється. Хвиля, що поширюється вздовж променя <math>CB</math>, на верхній поверхні плівки частково відбивається, а частково заломлюється, причому заломлена хвиля (промінь 2) накладається на хвилю, безпосередньо відбиту від верхньої поверхні.</p> <p>Промені 1 і 2 когерентні між собою. Якщо на їх шляху поставити збирну лінзу, то вони зберуться в одній із точок (<math>M</math>) фокальної площини лінзи і дадуть інтерференційну картину, яка визначається оптичною різницею ходу <math>\Delta</math> між інтерференційними променями 1 і 2:</p> $\Delta = (OC + CB)n - OA \pm \frac{\lambda_0}{2} = \bar{\Delta} \pm \frac{\lambda_0}{2},$ <p>де <math>\bar{\Delta} = 2dn \cos \beta</math>. Доданок <math>\pm \frac{\lambda_0}{2}</math> зумовлений “втратою півхвилі” при відбиванні світла від межі поділу середовища відповідно до формул Френеля. Якщо <math>n &gt; n_0</math>, то в точці <math>O</math> фаза коливань зміниться на протилежну, відбудеться “втрата півхвилі” і доданок <math>\frac{\lambda_0}{2}</math> матиме знак “-”. У випадку <math>n &lt; n_0</math> “втрата півхвилі” відбудеться в точці <math>C</math> і доданок <math>\frac{\lambda_0}{2}</math> матиме знак “+”.</p>
<p><b>ПРАКТИКАМ 1.1</b></p>	<p><b>Запропонуйте дослід з мильною плівкою, який підтверджує “втрату півхвилі”.</b></p>
<p><b>? ДОПИТЛИВИМ</b></p>	<p>Інтерференція спостерігається не лише у відбитому світлі, а й у світлі, що проходить крізь плівку (див. рис. 1.11, промені 3 і 4). Оскільки в прохідному світлі не втрачається півхвиля, то вся картина інтерференції зміниться на обернену. Отже, максимумам інтерференції у відбитому світлі відповідають мінімуми інтерференції в прохідному світлі і навпаки. Слід зауважити, що у прохідному світлі інтерферують промені, інтенсивності яких відрізняються більш ніж на порядок. Тому контрастність інтерференційної картина досить низька.</p> <p><b>Як у тонких плівках утворюються когерентні промені?</b></p>

0.930 704

**АНАЛІТИКАМ 1.2** Покажіть, що різниця ходу, яка виникає при відбиванні світла від тонкої плівки з показником заломлення  $n$ , якщо кут падіння  $i$ , дорівнює

$$\Delta = \bar{\Delta} \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2}$$

**Як прецизійно визначити  $\lambda_0, d, n$ ?**

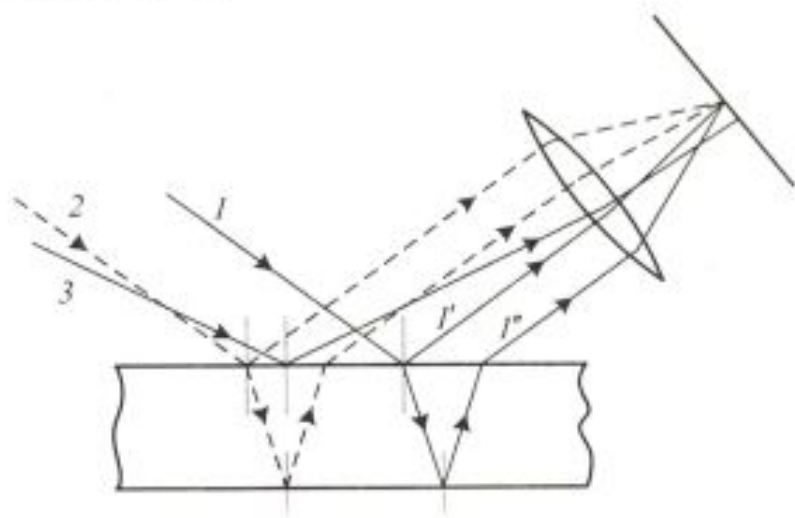
**Смуги однакового нахилу виникають внаслідок накладання хвиль, що падають на плоскопаралельну пластинку під однаковими кутами**

**1.4.2. Смуги однакового нахилу**

Інтерференція в плоскопаралельних пластинках визначається величинами  $\lambda_0, d, n$  та  $i$ . Для даних  $\lambda_0, d$  та  $n$  кожному нахилу  $i$  променів відповідає своя інтерференційна смуга.

Промені  $I'$  і  $I''$ , відбиті від верхньої та нижньої граней пластинки, є паралельними, оскільки пластинка плоскопаралельна (рис. 1.12).

Рис. 1.12



Отже, промені  $I'$  і  $I''$ , що інтерферують, перетинаються лише в нескінченності. Для спостереження смуг однакового нахилу використовують збирну лінзу й екран, розміщений у фокальній площині лінзи. Паралельні промені  $I'$  і  $I''$  зберуться у фокусі лінзи. В ту саму точку придуть й інші промені, паралельні променю  $I$ , внаслідок чого збільшиться загальна інтенсивність. Хвилі 3, які падають на пластинку під іншим кутом, зберуться в іншій точці ( $M'$ ) фокальної площини лінзи.

**АНАЛІТИКАМ 1.3** Оцініть допустиму товщину пластинки, при освітленні якої природним світлом можна спостерігати інтерференційну картину.

**1.4.3. Смуги однакової товщини**

Нехай на клин з оптичного матеріалу (кут  $\alpha$  між боко-



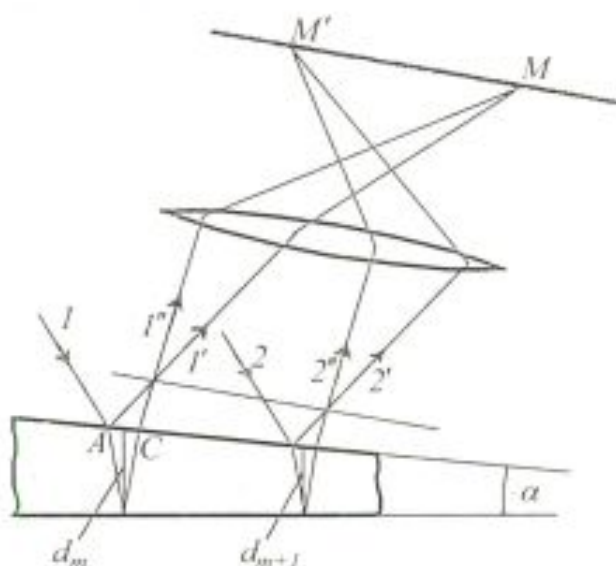
Як прецизійно визначити клинovidність тонкої пластинки?

вими гранями малий) падає плоска хвиля, напрямок поширення якої збігається з променями 1 і 2 (рис. 1.13). З усіх променів, на які розділяється падаючий промінь 1, розглянемо  $1'$  і  $1''$ , які відбилися від верхньої та нижньої поверхонь клина. При певному взаємному положенні клина і лінзи промені  $1'$  і  $1''$  перетнуться в деякій точці  $M$  на екрані. Оскільки промені  $1'$  і  $1''$  когерентні, вони будуть інтерферувати. Якщо джерело хвиль розміщене далеко від поверхні і кут  $\alpha$  досить малий, то різниця ходу променів  $1'$  і  $1''$  визначається формулою

$$\Delta = 2d_m \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2},$$

де  $d_m$  – середня товщина клина на ділянці  $AC$ .

Рис. 1.13



Смуги однакової товщини виникають внаслідок інтерференції від місць однакової товщини і локалізуються поблизу поверхні клина

На екрані з'являється система інтерференційних смуг. Кожна смуга виникає за рахунок відбивання від тих місць пластинки, що мають однакові товщини. Оскільки верхня та нижня грані клина не паралельні між собою, то промені  $1'$  і  $1''$  перетинаються поблизу пластинки.

Якщо світло падає на пластинку нормально, то смуги однакової товщини локалізуються на верхній поверхні клина. Смуги однакової товщини паралельні ребру клина.

? ДОПИТЛИВИМ

Чому інтерференційну картину від нафтової плями майже не видно з-під води?

**ДІАЛОГ В ОПТИЧНІЙ ЛАБОРАТОРІЇ**

Аналізуємо кільця Ньютона. Проявом смуг однакової товщини є кільця Ньютона, що зумовлені оптичною різницею ходу, яка виникає у повітряному шарі між плоскоопуклою лінзою з великим радіусом кривини  $R$  і плоскою скля-

ною пластиною. При накладанні хвиль, відбитих від опуклої поверхні лінзи і дотичної до неї поверхні пластини, виникають інтерференційні смуги однакової товщини, що при нормальному падінні світла мають вигляд концентричних кілець, які Ви спостерігаєте при виконанні лабораторної роботи.

Чому в центрі інтерференційної картини міститься темний круг? Тому що в місці дотику лінзи з поверхнею пластини залишається дуже тонкий повітряний шар товщиною, набагато меншою від довжини хвилі. Різниця ходу між променями, що виникають в цій точці, визначається лише "втратою півхвилі" при відбиванні від поверхні пластини, тобто  $\Delta = \frac{\lambda_0}{2}$ , і тут спостерігається інтерференційний мінімум нульового порядку.

Про що свідчить те, що у прохідному світлі спостерігається доповняльна картина – центральний круг світлий, наступне кільце темне і т. д.? Про те, що інтерференція – це перерозподіл інтенсивності.

Про що свідчить поступове зменшення інтенсивності світлих кілець з віддаленням від центрального темного круга? Зменшення контрастності є наслідком зменшення ступеня когерентності.

Чому при розрахунках радіусів кілець Ньютона звичайно нехтують впливом світлових хвиль, що відбиваються від верхньої поверхні лінзи і нижньої поверхні пластини? Оскільки товщини центральної частини лінзи і пластини на багато порядків більші за товщину повітряного шару, то різниця ходу між хвилями, які відбиваються від верхньої і нижньої поверхонь лінзи і пластини, такі великі, що інтерференція цих хвиль практично не спостерігається, тому що максимуми розміщатимуться настільки близько, що розділити їх буде неможливо.

**Аналізуємо інтерференцію в тонких плівках.** Когерентні хвилі утворюються в процесі відбивання світлових хвиль від двох поверхонь плівки.

Від чого залежить різниця ходу променів, що інтерферують? Вона залежить від товщини плівки, показника заломлення матеріалу, кута падіння і довжини хвилі падаючого світла.

Яке забарвлення матиме тонка плівка, якщо на неї



	<p><b>падає біле світло?</b> Вона матиме забарвлення, що відповідає довжині хвилі, для якої виконується умова максимуму.</p>
<p><b>УЗАГАЛЬНИМО</b></p> <p><b>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</b></p>	<p><b>Інтерференція в тонких плівках проявляється як:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• забарвлення, що відповідає довжині хвилі <math>\lambda_0</math>, для якої виконується умова             <math display="block">2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2m\frac{\lambda_0}{2} \quad m=(0, 1, 2, \dots);</math> </li> <li>• інтерференційні смуги, відстань між якими визначається кутом падіння або кутом клиновидності;</li> <li>• додаткова різниця ходу при відбиванні, яка дорівнює <math>\frac{\lambda}{2}</math>;</li> <li>• перерозподіл інтенсивності по спектру або напрямку.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p><b>Області техніки:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• метрологія;</li> <li>• оптичне приладобудування;</li> <li>• авіація;</li> <li>• технологія;</li> <li>• зв'язок;</li> <li>• лазерна техніка</li> </ul>	<p><b>1.5. Практичне застосування інтерференції</b></p> <p>Явище інтерференції світла лежить в основі дії численних приладів, за допомогою яких з великою точністю вимірюють:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• довжину електромагнітних хвиль;</li> <li>• лінійні розміри тіл та їх зміну під впливом різних фізичних процесів;</li> <li>• показники заломлення речовин і малі відмінності в показниках заломлення;</li> <li>• кутові розміри супутників та небесних тіл тощо;</li> <li>• спектральні характеристики лазерного випромінювання.</li> </ul> <p>Спостереженням смуг рівної товщини широко користуються в заводській практиці для контролю якості плоских поверхонь скляних або металевих виробів, а також визначають якість і точність шліфування різних поверхонь та досліджують надтонку структуру спектральних ліній.</p> <p>На основі інтерференції в тонких плівках розроблено інтерференційні світлофільтри, дзеркала, просвітлювальні покриття елементів оптичних систем.</p>

**Проблеми**  
лазерної техніки,  
електрооптики,  
акустооптики, оп-  
тичного приладо-  
будування

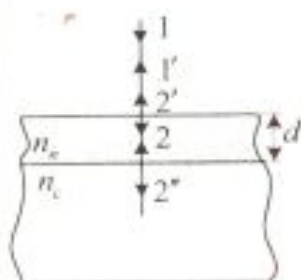


Рис. 1.14

**ПОДУМАЙТЕ ТА  
ВІДПОВІДАЙТЕ**

### 1.5.1. Просвітлювальні оптичні покриття

**Як позбутися відблисків в оптичних елементах, на моніторах, при лазерній обробці металів тощо?**

Український вчений О. Смакула розробив спосіб **просвітлення оптики** для зменшення втрат світла, зумовлених його відбиванням на межі поділу двох середовищ, оскільки проходження світла через кожну поверхню лінзи супроводжується відбиттям приблизно 4 % падаючого потоку світла. В складних об'єктивах число відбивання велике і сумарна втрата світлового потоку досить значна, що призводить до зменшення світлосили оптичних приладів. Крім того, відбивання від поверхні лінз призводить до виникнення бликів. Щоб елементи оптичних систем зробити просвітленими, їх поверхні покривають прозорими плівками речовин, показник заломлення яких менший ніж показник заломлення скла.

При відбиванні світла від межі поділу повітря – плівка і плівка – скло виникає інтерференція когерентних хвиль  $1'$  і  $2'$  (рис. 1.14). Товщину плівки  $d$  і показники заломлення скла  $n_c$  і плівки  $n$  можна підібрати так, щоб хвилі, які інтерферують, гасили одна одну. Для цього їх амплітуди повинні бути рівні, а оптична різниця ходу  $\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$ . Розрахунки показують, що амплітуди відбитих хвиль рівні, якщо  $n = \sqrt{n_c}$ . Речовину плівки підбирають так, щоб виконувалась умова  $n_c > n > n_n$ , де  $n_n$  – показник заломлення повітря. "Втрата півхвилі" в цьому випадку відбувається на обох поверхнях. Умова мінімуму при куті падіння  $i = 0$  має такий вигляд:  $2dn = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$ . Для мінімальної товщини плівки  $m = 0$ , і тоді  $dn = \frac{\lambda_0}{4}$ . Отже, якщо  $n = \sqrt{n_c}$  і оптична товщина плівки дорівнює  $\frac{\lambda_0}{4}$ , то в результаті інтерференції спостерігається гасіння відбитих хвиль.

**Чи використовують просвітлювальні полімерні покриття в технології „СТЕЛЗ” для літаків-невидимок?**



<p>? ДОПИТЛИВИМ</p> <p>Через які дзеркала можна знімати фотокамерою?</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	<p style="text-align: center;"><b>1.5.2. Інтерференційні дзеркала та світлофільтри. Високовідбиваючі оптичні покриття</b></p> <p>Чи можна пучок світла розділити на два пучки без втрати інтенсивності?</p> <p>Якщо напівпрозоре дзеркало виготовити шляхом нанесення тонкого шару срібла, то значна частина світла поглинатиметься. Високоєфективні відбиваючі прозорі прошарки можна отримати, якщо на поверхню скла послідовно нанести тонку плівку речовини з низьким показником заломлення, а потім тонку плівку з високим показником заломлення. Якщо товщини плівок створюють оптичну різницю ходу в чверть довжини хвилі, то відбиті хвилі від усіх трьох поверхонь знаходяться у фазі. Для збільшення коефіцієнта відбиття використовують багат шарові покриття. Оскільки умова, яка забезпечує сильне відбивання, виконується точно лише для певної довжини хвилі оптичного діапазону, то багат шарові покриття відіграють роль інтерференційних світлофільтрів з шириною пропускання 2...7 нм.</p> <p>Комбінацією шарів з високим і низьким показниками заломлення можна отримати багато інших пристроїв, що забезпечують селективне пропускання або відбивання у певному видимому діапазоні спектра. Наприклад, при обертанні інтерференційного світлофільтра змінюється довжина хвилі спектральної смуги, що проходить через нього.</p> <p>Які переваги притаманні дзеркалам з багат шаровими покриттями?</p>
<p>Інтерферометри використовуються для вивчення якості виготовлення оптичних деталей, вимірювання кутів, дослідження процесів, які з великою швидкістю відбуваються в повітрі, що обтікає літальні апарати</p>	<p style="text-align: center;"><b>1.5.3. Вимірювання за допомогою інтерферометрів</b></p> <p>Явище інтерференції використовується у ряді дуже точних вимірювальних приладів, які називають інтерферометрами. Для точних вимірювань показників заломлення газів і їх залежності від температури, тиску та вологості застосовують <i>інтерферометр Жамена</i>. В ньому одну з кювет заповнено газом з відомим показником заломлення <math>n_1</math>, а другу – газом з показником заломлення <math>n_2</math>, який треба виміряти. Різниця <math>n_2 - n_1</math> зумовлює зміщення інтерференційних смуг.</p> <p>Інтерферометр Майкельсона можна використати для знаходження незначних змін показника заломлення прозорих тіл залежно від тиску, температури, домішок. За зміною інтерференційної картини можна зробити виснов-</p>



<p>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?</p>	<p>ки про малі переміщення одного з дзеркал і тим самим використати інтерферометр Майкельсона для точних вимірювань довжини. Похибки при вимірюванні довжини дорівнюють приблизно <math>10^{-8}</math> мм.</p> <p>Радянський фізик В.П. Лінник використав принцип дії інтерферометра Майкельсона для створення <i>мікроінтерферометра</i> – високочутливого приладу, який використовується для контролю чистоти обробки поверхонь металевих виробів. У тих місцях поверхні, де є виступи або заглибини, інтерференційні смуги викривлятимуться. За допомогою цього приладу можна виявити штрихи поверхні деталі, глибина яких дорівнює <math>(2 \div 3) \cdot 10^{-7}</math> мм.</p> <p>За допомогою інтерферометра А. Майкельсон вперше порівняв еталонний метр з довжиною стандартної світлової хвилі.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Інтерференційні методи вимірювання забезпечують:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• високу точність, що одержується досить простим шляхом;</li> <li>• відсутність особливих вимог до кваліфікації спостерігача.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Чи правильно Ви розумієте ключові терміни?</p>	<p>Когерентність – с. 8</p> <p>Оптична різниця ходу – с. 11</p> <p>Конструктивна інтерференція – умова максимуму – с. 12</p> <p>Деструктивна інтерференція – умова мінімуму – с. 12</p> <p>Інтерференційні смуги – с. 12</p> <p>Інтерференційні смуги однакової товщини – с. 17</p> <p>Інтерференційні смуги однакового нахилу – с. 17</p> <p>Інтерферометри – с. 22</p>
<p>Оцініть свої знання – тестові запитання по розділу: 51 бал і вище – 5; 41 бал і вище – 4; 31 бал і вище – 3</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. При якій різниці фаз – 1) <math>\pi/2</math>; 2) <math>3\pi</math>; 3) <math>2\pi</math>; 4) <math>\pi</math>; 5) <math>5\pi</math>; 6) 0 – амплітуда результуючого коливання, отриманого при складанні коливань від двох когерентних джерел: а) максимальна, б) мінімальна? (5 балів)</li> <li>2. Дві когерентні світлові хвилі в результаті інтерференції гасять одна одну в деякій області. Куди дівається їх енергія? (10 балів)</li> <li>3. Як у тонких плівках утворюються когерентні проме-</li> </ol>

	<p>ні? (5 балів)</p> <p>4. Наскільки різниця ходу променів, одержаних за допомогою повітряного клина, відрізняється від різниці ходу променів, одержаних за допомогою такого самого скляного клина? (10 балів)</p> <p>5. Чому при спостереженні смуг однакового нахилу можна використовувати неточкове джерело світла? (15 балів)</p> <p>6. Де локалізуються смуги однакового нахилу? (10 балів)</p> <p>7. Чому інтерференційне забарвлення спостерігається лише на досить тонких плівках? (5 балів)</p>
<p><b>УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ</b></p>	<p>1. Когерентність (адитивність) хвильових властивостей електромагнітних хвиль найбільш яскраво виявляється в інтерференції. <i>Чим визначається контрастність інтерференційної картини?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрастність визначається ступенем когерентності та ступенем відмінності амплітуд.</li> </ul> <p><i>Який параметр хвилі визначає характер перерозподілу інтенсивності при інтерференції?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Різниця фаз і пов'язана з нею оптична різниця ходу.</li> </ul> <p><i>У чому полягає відмінність інтерференції радіохвиль і світла?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Інтерференція радіохвиль – це тільки просторовий перерозподіл інтенсивності в межах кута <math>2\pi</math>, а світла – просторовий перерозподіл у межах радіуса просторової когерентності й перерозподіл інтенсивності в спектрі (кольори тонких плівок тощо).</li> </ul> <p>2. Світло, що випромінюється звичайними (нелазерними) джерелами, не є строго монохроматичним. <i>Чому при спостереженні інтерференції світло від одного джерела потрібно розділити на два пучки, а потім накласти їх один на одного?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• При цьому кожний цуг хвилі ділиться на два, що адекватно появі двох уявних когерентних джерел.</li> </ul> <p><i>Який метод поділу пучка забезпечує велику інтенсивність і лежить в основі дії різноманітних інтерферометрів?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Метод поділу амплітуди, в якому пучок ділиться на одній або декількох поверхнях, що частково відбивають, частково пропускають світло. Цей метод може використовуватись і при неточкових джерелах.</li> </ul> <p>3. Двопроменеві й багатопроменеві інтерферометри мають важливе практичне застосування в техніці, метрології та спектроскопії.</p>



	<p><i>Для чого використовуються інтерферометри?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Інтерферометри використовуються для вивчення якості виготовлення оптичних деталей, вимірювання кутів, дослідження процесів, які з великою швидкістю відбуваються в повітрі, що обтікає моделі літальних апаратів.</li> </ul>
<p><b>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. У чому полягають подібність і відмінність когерентного й некогерентного світла однакової інтенсивності та довжини хвилі?</li> <li>2. Запропонуйте способи визначення ступеня когерентності випромінювання, довжини когерентності, часу когерентності, радіусу просторової когерентності.</li> <li>3. Чому при розрахунку картини інтерференції світла використовується оптична різниця ходу, а при інтерференції радіохвиль ураховуються як різниця фаз, так і різниця ходу?</li> </ol>
<p><b>ВЧИМОСЯ СИСТЕМАТИЗУВАТИ</b></p>	<p>Установіть взаємозв'язки між основними фізичними параметрами і між законами. Співвіднесіть прочитаний матеріал з власним досвідом і знаннями.</p>

### Домашні досліді

**Дослід 1.** Наповніть водою ванну або іншу посудину з досить великою площею поверхні. Здійсніть рівномірне обмочування у воду двох розставлених пальців. Добийтесь рівномірного ритму в декілька циклів за секунду, так щоб від пальців розходились неперервні послідовності хвиль. Спостерігайте за тим, як два кругових хвильових фронти інтерферують один з одним на деякій відстані від пальців. Подивіться, чи вдасться Вам спостерігати лінію, де в будь-який момент часу збурення відсутнє (деструктивна інтерференція), а також лінії, де амплітуда хвиль збільшується вдвічі (конструктивна інтерференція).

**Дослід 2.** Подивіться на голограму виробника, що захищає продукцію, голограми на грошах під різним кутом до поверхні. Колір голограми залежить від кута нахилу, оскільки визначається оптичною різницею ходу променів.

**Дослід 3.** Встановіть гучномовці стереосистеми на відстані 1 м один від одного. На обох стереоканалах слухайте гармоніку, що відповідає частоті 1000 Гц. Переміщуйтеся паралельно уявній лінії, що з'єднує колонки стереосистеми, на відстані близько 1 м від неї. При правильній постановці досліду максимум гучності спостерігатиметься посередині відстані між колонками. На відстанях близько 20 см по обидва боки від центрального максимуму Ви знайдете "нульові області", де звук помітно ослаблений.

## ДОДАТОК 1

**АНАЛІТИКАМ 1.1.** Обчислимо ширину цих смуг, припускаючи, що екран паралельний площині, в якій лежать джерела  $S_1$  і  $S_2$ . Позначимо координату інтерференційного максимуму або мінімуму  $x_m$  (див. рис. 1.10). З трикутника  $S_2MD_2$  маємо

$$r_2^2 = l^2 + \left(x_m + \frac{d}{2}\right)^2, \text{ а з трикутника } S_1MD_1 - r_1^2 = l^2 + \left(x_m - \frac{d}{2}\right)^2. \text{ Звідси } r_2^2 - r_1^2 = 2x_m d,$$

або  $\Delta = r_2 - r_1 = \frac{2x_m d}{r_1 + r_2}$ . З умови  $l \gg d$  випливає, що  $r_1 + r_2 \approx 2l$ . Тому  $\Delta = \frac{x_m d}{l}$  і

$x_m = \frac{l}{d} \Delta$ . Положення  $m$ -го інтерференційного максимуму на екрані задовольняє умову

$\Delta = m\lambda_0$ . Тоді  $x_m^{\max} = \frac{ml\lambda_0}{d}$  ( $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Умова для  $m$ -го мінімуму має вигляд

$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2}, \text{ і}$$

$$x_m^{\min} = \frac{(2m+1)l\lambda_0}{2d} \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Ширина інтерференційної смуги, яка визначається відстанню між двома сусідніми мінімумами інтенсивності, дорівнює

$$\Delta x = x_{m+1}^{\min} - x_m^{\min} = \frac{[2(m+1)+1]l\lambda_0}{2d} - \frac{(2m+1)l\lambda_0}{2d} = \frac{l\lambda_0}{d}.$$

**АНАЛІТИКАМ 1.2.** Розглянемо плоскопаралельну прозору плівку з показником заломлення  $n$  і товщиною  $d$ . Нехай під кутом  $i$  падає плоска монохроматична хвиля (рис. 1.11).

З рисунка видно, що  $OC = CB = \frac{d}{\cos \beta}$ ,  $OA = OB \sin i = 2d \operatorname{tg} \beta \sin i$ .

Оскільки  $n = \frac{\sin i}{\sin \beta}$ , або  $\sin i = n \sin \beta$ , то  $OA = 2d \operatorname{tg} \beta \sin \beta = 2dn \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}$ , тоді

$$\bar{\Delta} = \frac{2dn}{\cos \beta} - \frac{2dn}{\cos \beta} (1 - \cos^2 \beta) = 2dn \cos \beta = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}.$$

З урахуванням "втрати півхвилі" для оптичної різниці ходу одержимо

$$\Delta = \bar{\Delta} \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$



У точці  $M$  буде максимум, якщо

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

і мінімум, якщо

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**АНАЛІТИКАМ 1.3.** Вивчаючи інтерференцію світла за допомогою плоскопаралельної пластинки, вважають, що світло монохроматичне. В реальних умовах користуються джерелами світла, випромінювання яких лежить у широкому інтервалі довжин хвиль. Ступінь монохроматичності характеризується величиною  $\Delta\lambda_0$ , тобто інтервалом довжин хвиль від  $\lambda_0$  до  $\lambda_0 + \Delta\lambda_0$ , в якому відбувається випромінювання джерела. Ступінь монохроматичності, або максимально допустимий інтервал довжин хвиль немонохроматичного світла  $\Delta\lambda_0$ , для якого інтерференційна картина контрастна, визначається співвідношенням  $\Delta\lambda_0 = \frac{\lambda_0}{m}$ , де  $m$  – порядок інтерференції. Користуючись цим співвідношенням, оцінимо допустиму товщину пластинки, за допомогою якої можна спостерігати інтерференційну картину при освітленні пластинки природним світлом. Якщо середня довжина хвилі природного світла  $\lambda_{\text{ср}} = 0,5$  мкм, то  $\Delta\lambda_0 = 0,01$  мкм. Саме з такою різницею хвиль людське око здатне розрізнити дві спектральні лінії. Тоді максимальний порядок інтерференції  $m = \frac{\lambda_{\text{ср}}}{\Delta\lambda_0} = 50$ , в результаті  $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_{\text{ср}}}{2} = 50\lambda_{\text{ср}}$ . Для  $n \approx 1,5$ ,  $i = 0^\circ$ ,

нехтуючи величиною  $\frac{\lambda_{\text{ср}}}{2}$  в порівнянні з  $50\lambda_{\text{ср}}$ , отримаємо

$$d \approx \frac{50\lambda_{\text{ср}}}{2m} = \frac{50 \cdot 0,5}{3} \text{ мкм} \approx 8 \text{ мкм}.$$

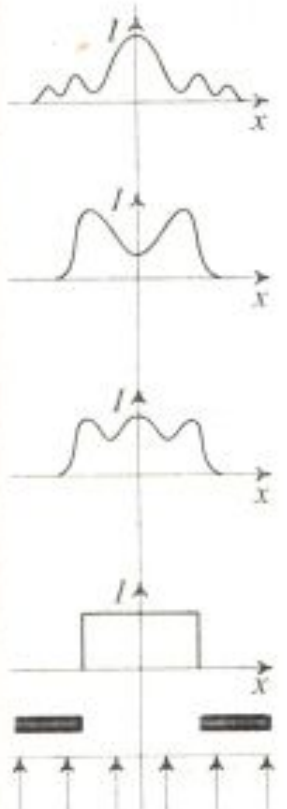
Якщо спостерігати інтерференційну картину в світлі однієї з ліній лінійчастого спектра, для якої  $\Delta\lambda_0 \sim 10^{-6}$  мкм, то допустима товщина пластинки зросте в  $10^4$  разів і становитиме кілька сантиметрів.

<p><b>Розділ 2</b> <b>ДИФРАКЦІЯ</b></p>	<p>2.1. Дифракція світла 2.2. Метод зон Френеля 2.3. Дифракція Фраунгофера 2.4. Дифракція рентгенівського випромінювання 2.5. Голографія</p>
<p><b>МЕТА</b> <b>ВИВЧЕННЯ</b></p>	<p>Після вивчення даного розділу та виконання завдань Ви повинні:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) бути здатні дати означення ключовим термінам;</li> <li>2) знати способи аналітичного й графічного розрахунку дифракційних картин;</li> <li>3) бути здатні пояснити, що об'єднує дифракцію й інтерференцію та чим вони відрізняються;</li> <li>4) знати області використання дифракції й переваги дифракційних методів дослідження матеріалів.</li> </ol>
<p><b>Дифракція (огинання) – це перерозподіл інтенсивності (розмиті тіні, спотворене неоднорідним склом зображення за вікном, розповсюдження радіохвиль за горизонт, розмите зображення фотографій)</b></p> <p><b>Дифракція зумовлює:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>колір</b> (веселка, CD-диски, пір'я пташок, голографічний захист грошей);</li> <li>• <b>роздільну здатність оптичних приладів</b> (ока, фотокамери, мікроскопа і т.п.)</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Дифракція навколо нас</b></p> <p>Дифракційні явища можна спостерігати на кожному кроці. Морські хвилі огинають острів і зустрічаються. З огинанням перешкод звуковими хвилями ми зустрічаємося щодня. Про дифракцію радіохвиль свідчать особливості стільникового зв'язку у великих містах. Вуличні ліхтарі здаються кольоровими „зірками” при розгляді їх крізь зонтик. Коли ми дивимось на багаття крізь напівзакриті очі, то бачимо „доріжки”, що йдуть від полум'я. Жирна ганчірка залишає на склі паралельні забарвлені сліди.</p> <p>Дифракційні явища спричиняють забарвлення тільки внаслідок розділення хвиль з різними довжинами. Наприклад, дифракція від періодичних (шарових) структур (CD-диски, голограми, перламутр і т.п.) зумовлює забарвлення, колір якого залежить від кута зору. Дифракція обмежує роздільну здатність різних оптичних приладів. Для дослідження дифракції світла створюють спеціальні умови – малі отвори й великі відстані. Характерні особливості дифракційних явищ в оптиці зумовлені тим, що, як правило, розміри екранів набагато більші, ніж довжина хвилі. Отже, внаслідок дифракції хвиль можуть виникати нові напрямки розповсюдження світла, які не пояснюються геометричною оптикою.</p>



Хронологія досліджень	1665 – Ф. Гримальді описує досліди з дифракції 1819 – Ж. Френель публікує "Мемуари про дифракцію світла", де принцип Гюйгенса доповнює принципом інтерференції вторинних хвиль 1882 – Г. Кірхгоф дає строге математичне обґрунтування принципу Гюйгенса – Френеля.
-----------------------	--

Дифракція виникає при будь-якому амплітудному або фазовому спотворенні фронту хвилі	<h3 style="text-align: center;">2.1. Дифракція світла</h3> <p>Дифракція – це сукупність явищ, що спостерігаються при поширенні світла в середовищі з різкими амплітудними й фазовими неоднорідностями (поблизу меж непрозорих або прозорих тіл, в оптично неоднорідних середовищах, через малі отвори) і які пов'язані з відхиленням від початкового напрямку.</p>
---	--

 <p style="text-align: center;">Рис. 2.1</p> <p>? допитливим</p>	<h4 style="text-align: center;">2.1.1. Дифракція Френеля і дифракція Фраунгофера</h4> <p>Розглянемо проходження плоскої хвилі через прямокутний отвір (рис. 2.1). При малій відстані від отвору на екрані спостерігається чітка тінь, що пов'язано з малою різницею ходу між вторинними хвилями.</p> <p>З віддаленням екрана геометричне зображення отвору легко впізнається, хоча на його краях і виникають світлі й темні смуги. Це явище називають <b>дифракцією Френеля</b>.</p> <p>На великій відстані від отвору дифракційне зображення визначається формою та розміром джерела й отвору, але не відтворює їх за формою. Це дифракція в паралельних променях, яка називається <b>дифракцією Фраунгофера</b>.</p> <p>Дифракція Фраунгофера має велику практичну цінність для теорії оптичних приладів, теорії дифракційних ґраток, теорії зображень і має ряд цікавих застосувань.</p> <p>Дифракція виражена тим сильніше, чим менші розміри екранів (або отворів у них) і чим більша довжина хвилі. Наприклад, якщо розміри отвору великі порівняно з довжиною хвилі, то дифракція спостерігається тільки у хвилях, що проходять біля самих країв отвору.</p> <p>Чому тільки при дифракції Френеля спостерігається періодична зміна інтенсивності в центрі дифракційної картини при поступовому віддаленні екрана від отвору?</p>
---	---

## 2.1.2. Принцип Гюйгенса – Френеля

Принцип Гюйгенса

*Кожна точка, до якої доходить хвиля, є джерелом вторинних хвиль, а обвідна цих хвиль дає положення хвильового фронту в наступний момент часу.* Принцип Гюйгенса – суто геометричний спосіб побудови хвильових поверхонь – розв'язує лише задачі геометричної оптики.

Т. Юнг пояснив явище інтерференції на основі хвильової теорії.

КЛЮЧОВА ПРОБЛЕМА

**Але як пояснити прямолінійне розповсюдження світла, якщо згідно з принципом Гюйгенса кожна точка хвильового фронту є джерелом вторинних сферичних хвиль?**

Коли хвильовий фронт доходить до отвору, кожна точка отвору стає джерелом вторинних хвиль, а обвідна цих хвиль задає фронт хвилі, що пройшла через отвір. Цей фронт плоский лише в середній частині, а біля країв отвору відбувається загибання хвильового фронту, тобто хвиля проникає в область геометричної тіні, огинаючи краї перешкоди. Згідно з хвильовою теорією Гюйгенса чим більшим є отвір, тим більше вторинних джерел, а отже, й освітленість повинна зростати при збільшенні отвору. Однак на практиці при збільшенні отвору спостерігається періодична зміна освітленості в центрі зображення отвору.

ПРОБЛЕМА (19 ст.):  
світло – хвилі чи корпускули?

**Як пояснити явища, що спостерігаються при пропусканні світла через малий отвір, радіус якого збільшується?**

Зауважимо, що згідно з корпускулярною теорією збільшення отвору супроводжується зростанням радіуса освітленої плями і не повинно впливати на її освітленість. Отже, існує суперечність між теорією й експериментом.

Ідея Ж. Френеля

Щоб розв'язати цю суперечність, Ж. Френель вклав у принцип Гюйгенса новий фізичний зміст, доповнивши його **ідеєю когерентності вторинних хвиль**, інтерференція яких дозволяє пояснити всі явища дифракції. **Принцип Гюйгенса – Френеля** можна виразити такими положеннями:

Новий метод аналізу хвильових процесів

- 1) під час розрахунку амплітуди світлових коливань, що збуджуються джерелом  $S_0$  в довільній точці  $M$ , джерело  $S_0$  можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел – малих ділянок  $dS$  хвильової



**Запам'ятаємо:**  
дифракція – це  
результат ін-  
терференції  
вторинних  
хвиль

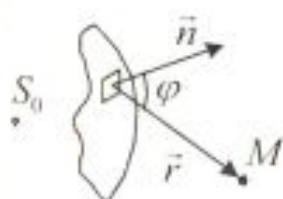


Рис. 2.2

**Аналітичний  
вираз принципу  
Гюйгенса –  
Френеля**

**? ДОПИТЛИВИМ**

поверхні  $S$ , оскільки при цьому фази коливань усіх вторинних джерел однакові;

- 2) вторинні джерела, які еквівалентні джерелу  $S_0$ , когерентні між собою, тому вторинні хвилі, збуджені ними, інтерферують, і розрахунок інтерференції найбільш простий;
- 3) амплітуда  $dE_0$  коливань, що збуджуються в точці  $M$  вторинним джерелом, пропорційна площі  $dS$  відповідної ділянки хвильової поверхні, обернено пропорційна відстані  $r$  від неї до точки  $M$  і залежить від кута  $\varphi$  між зовнішньою нормаллю до хвильової поверхні і напрямком від елемента  $dS$  до точки  $M$  (рис. 2.2):

$$dE_0 = f(\varphi) \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS,$$

де  $(\omega t + \varphi_0)$  – фаза коливань у місці розміщення хвильової поверхні,  $a$  – величина, яка пропорційна амплітуді первинних хвиль у точках елемента  $dS$ ;  $f(\varphi)$  – функція, що монотонно спадає від 1 при  $\varphi = 0$  до 0 при  $\varphi \geq \frac{\pi}{2}$  (вторинні джерела не випромінюють назад);  $\varphi$  – кут дифракції.

Результуюче коливання в точці  $M$  являє собою суперпозицію коливань  $dE_0$ , взятих для всієї хвильової поверхні  $S$ :

$$E_{0M} = \int_S f(\varphi) \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS.$$

Урахування амплітуд і фаз вторинних хвиль дозволяє в кожному конкретному випадку знайти амплітуду результуючої хвилі в довільній точці простору алгебричним або геометричним підсумовуванням. У більшості випадків, що викликають практичний інтерес, цілком достатнім є наближений метод розв'язання задачі про розповсюдження світла поблизу межі світла та тіні, в основу якого покладено принцип Гюйгенса – Френеля.

**Внаслідок чого вторинні хвилі можуть гасити або підсилювати одна одну?**

УЗАГАЛЬНИМО

Дифракція – це:

- огинання хвилями перешкод;
- перерозподіл інтенсивності вторинних хвиль;
- інтерференція вторинних хвиль.

ВЧИМОСЬ  
УЗАГАЛЬНЮВАТИ

Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.

## 2.2. Метод зон Френеля

### 2.2.1. Зони Френеля

? ДОПИТЛИВИМ

Чи можна сфокусувати паралельний пучок світла за допомогою плоскопаралельної пластини?

Так, але для цього треба оволодіти новим методом – *методом зон Френеля*, в основу якого покладено ідею про взаємну інтерференцію вторинних хвиль.

Нехай джерело світла знаходиться на великій відстані від площини  $OP$ , тобто на неї падає плоска хвиля (рис. 2.3). Знайдемо в довільній точці  $M$ , що знаходиться на відстані  $b$  від площини  $OP$ , амплітуду світлової хвилі  $E$ . Ж. Френель розбив площину  $OP$ , що є поверхнею фронту хвилі, на кільцеві зони такого розміру, щоб відстані від сусідніх зон до  $M$  відрізнялись на  $\frac{\lambda}{2}$ , тобто радіуси кіл вибирають так, щоб

$$MP_1 = b + \frac{\lambda}{2}, MP_2 = b + 2\frac{\lambda}{2}, MP_3 = b + 3\frac{\lambda}{2} \text{ і т. д.}$$

Тоді радіуси кіл визначаються співвідношенням

$$r_m^2 + b^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2,$$

або при умові, що  $m\frac{\lambda}{2}$  мале в порівнянні з  $b$ ,  $r_m^2 = bm\lambda$ .

Площа  $m$ -ї кільцевої зони дорівнює  $\pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2 = \pi b\lambda$  і не залежить від  $m$ , отже, площі зон Френеля однакові.

Оскільки оптична різниця ходу променів, що приходять в точку  $M$  від сусідніх зон, складає  $\frac{\lambda}{2}$ , то вони мають протилежні фази і при накладанні будуть взаємно ослаблюватися. Тому амплітуда результуючого коливання в точці  $M$ :



Рис. 2.3

Вклади сусідніх зон Френеля взаємно компенсуються



**Знакозмінний ряд**

$$E_{0M} = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots \pm E_{0m},$$

де  $E_{01}, E_{02}, \dots, E_{0m}$  – амплітуди коливань, що збуджуються зонами 1, 2, ...,  $m$ . У цей вираз усі амплітуди непарних зон входять зі знаком "+", а від парних зон – зі знаком "-". Крім того, інтенсивність випромінювання в напрямку точки  $M$  зменшується зі зростанням  $m$  внаслідок збільшення відстані від зони до точки  $M$ . Враховуючи цей фактор, можемо записати:

$$E_{01} > E_{02} > E_{03} > E_{04} > \dots$$

Можна вважати також, що в межах не дуже великих змін  $m$  залежність  $E_{0M}$  від відстані  $b$  є лінійною, і амплітуда коливань у точці  $M$ , які породжені якою-небудь  $m$ -ю зоною, дорівнює півсумі амплітуд коливань, породжених  $(m-1)$ -ю і  $(m+1)$ -ю зонами:

$$E_{0m} = \frac{1}{2}(E_{0m-1} + E_{0m+1}).$$

Тоді амплітуда результуючого коливання в точці  $M$  матиме такий вигляд:

$$E_{0M} = \frac{E_{01}}{2} + \left( \frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2} \right) + \left( \frac{E_{03}}{2} - E_{04} + \frac{E_{05}}{2} \right) + \dots = \frac{E_{01}}{2},$$

оскільки усі вирази, що стоять у дужках, дорівнюють нулю. Амплітуда, що створюється в довільній точці  $M$  плоскою хвилею, дорівнює половині амплітуди, що створюється однією центральною зоною.

**Зверніть увагу!**

Дія всієї хвильової поверхні на точку  $M$  в 4 рази менша, ніж коли відкрита лише перша зона Френеля.

Поширення світла від джерела світла  $S_0$  до точки  $M$  відбувається так, немовби світловий потік поширюється всередині дуже вузького каналу вздовж  $S_0M$ , тобто **прямолінійно**. У такий спосіб хвильовий принцип Гюйгенса – Френеля дозволяє пояснити прямолінійне поширення світла в однорідному середовищі.

Легко показати, що у випадку сферичної хвилі радіус зовнішньої границі  $m$ -ї зони Френеля визначається формулою

$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda RL}{R+L}},$$

де  $L$  – відстань від фронту хвилі до точки  $M$ ,  $R$  – радіус хвильового фронту.

**2.2.2. Графічний метод Френеля**

Наведемо наглядну геометричну інтерпретацію обчислення напруженості електричного поля в точці  $M$  на основі



Рис. 2.4

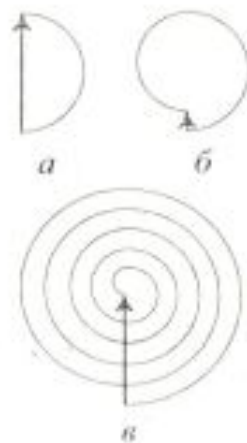


Рис. 2.5

принципу Гюйгенса – Френеля. Для цього розіб'ємо кожну зону Френеля на елементарні кільцеві ділянки (підзони) площею  $dS$ , які зумовлюють однакове за модулем поле  $dE$ . Однак коливання, що породжені в точці спостереження вторинними хвилями від наступної підзони, дещо відстають за фазою. При суперпозиції коливань, породжених підзонами, використано відомий метод вектора амплітуди, що обертається. Результуюче коливання в точці  $M$ , зумовлене хвилями від першої зони Френеля, відображається на діаграмі вектором  $\vec{E}$ , що замикає ламану лінію, утворену векторами  $d\vec{E}_1, d\vec{E}_2, \dots, d\vec{E}_n$  (рис. 2.4). У граничному випадку, коли  $dS$  прямує до нуля, ламана лінія переходить у півколо (рис. 2.5, а). Векторну діаграму результуючого коливання від двох перших зон Френеля наведено на рис. 2.5, б. Якщо відкриті всі зони Френеля, то результуюче коливання дорівнює половині амплітуди, що створюється однією центральною зоною (рис. 2.5, в).

Отже, графічний метод Френеля значно спрощує розрахунок дифракційних картин.

### 2.2.3. Зонна пластинка

**Зверніть увагу!**  
Зонна пластинка як лінза



Рис. 2.6

З теорії Френеля можна отримати ряд чудових, іноді парадоксальних висновків. Один з них – можливість використання плоскопаралельної пластинки з непрозорими концентричними кільцями як збирної лінзи. Інтенсивність світла в точці  $M$  можна значно збільшити, якщо закрити всі парні або непарні зони Френеля (рис. 2.6). Тоді результуюча амплітуда коливань відповідно дорівнюватиме

$$E_{0M} = E_{01} + E_{03} + E_{05} + \dots \text{ або } E_{0M} = E_{02} + E_{04} + E_{06} + \dots$$

Екран, який перекриває всі парні або непарні зони Френеля, називається амплітудною **зонною пластинкою**. Пластинка має складатися з прозорих або непрозорих кілець, радіуси яких дорівнюють  $r_m$ . Радіуси прозорих кілець підраховують для  $m = 0, 2, 4, \dots$ , непрозорих – для  $m = 1, 3, 5, \dots$

Зонна пластинка, що містить  $n$  відкритих зон, створює освітленість у точці  $M$ , приблизно в  $n^2$  разів більшу, ніж отвір в одну зону Френеля. Збільшення інтенсивності світла зонною пластинкою подібне до фокусувальної дії лінзи. Однак на відміну від лінзи зонна пластинка має декілька фокусів більш



? ДОПИТЛИВИМ

Ідея Р. Вуда –  
фазова зонна  
пластинка

високого порядку.

Де розташовані фокуси зонної пластинки більш високого порядку?

Інтенсивність світла в головному фокусі можна збільшити ще в 4 рази (у порівнянні з амплітудною зонною пластинкою), якщо перекриті кільцеві зони Френеля хімічно витравити так, щоб змінити фазу вторинних хвиль на  $\pi$ . Це так звана фазова зонна пластинка. В ній вторинні хвилі від хвильового фронту приходять у точку спостереження  $M$  з однаковими фазами.

ПОДУМАЙТЕ ТА  
ВІДПОВІДАЙТЕ

Освітленість у деякій точці за круглим отвором, що відкриває одну зону Френеля, приблизно у 4 рази більша, ніж при повністю відкритому хвильовому фронті. Якщо вдвічі збільшити площу отвору, то освітленість у цій точці зменшиться майже до нуля, хоча світловий потік збільшиться удвічі. Як ці факти узгоджуються з законом збереження енергії?

#### 2.2.4. Дифракція Френеля на круглому отворі

Розглянемо дифракцію сферичних хвиль, або *дифракцію Френеля*, що здійснюється в тому випадку, коли дифракційна картина спостерігається на скінченній віддалі  $L$  від перешкоди, яка спричинила дифракцію.

? ДОПИТЛИВИМ

Чи залежить характер перерозподілу інтенсивності при дифракції на круглому отворі від кількості відкритих зон?

Нехай сферична хвиля, що поширюється з точкового джерела  $S_0$ , зустрічає на своєму шляху екран з круглим отвором (рис. 2.7). Дифракційну картину спостерігаємо в точці  $M$  на екрані  $E$ , що розміщений перпендикулярно до лінії, яка з'єднує  $S_0$  з центром отвору. Екран  $E$  паралельний площині отвору й знаходиться від нього на відстані  $L$ . Вигляд дифракційної картини залежить від кількості зон Френеля, які вкладаються в отвір. Якщо в отворі вкладається  $m$  зон Френеля, то згідно з формулами

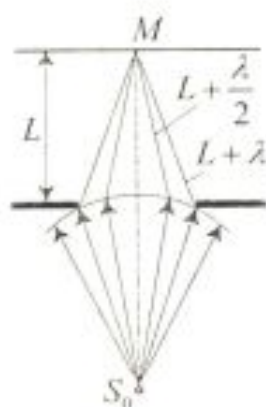


Рис. 2.7

$$E_{0M} = E_{01} - E_{02} - E_{03} - E_{04} + \dots \pm E_{0m} \quad \text{і} \quad E_{0m} = \frac{1}{2}(E_{0m-1} + E_{0m+1})$$

амплітуда  $E_{0M}$  результуючих коливань у точці  $M$  залежати-

ме від парності або непарності числа  $m$ .

Дійсно, якщо число зон Френеля  $m$  непарне, то

$$E_{0M} = \frac{1}{2}E_{01} + \left(\frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2}\right) + \dots + \left(\frac{E_{0m-2}}{2} - E_{0m-1} + \frac{E_{0m}}{2}\right) + \frac{1}{2}E_{0m} = \frac{E_{01}}{2} + \frac{E_{0m}}{2}.$$

Якщо в отворі вкладається парне число  $m$  зон, то

$$E_{0M} = \frac{1}{2}E_{01} + \left(\frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2}\right) + \dots + \left(\frac{E_{0m-2}}{2} - E_{0m-1} + \frac{E_{0m}}{2}\right) + \frac{1}{2}E_{0m-1} - E_{0m} = \frac{E_{01}}{2} + \frac{E_{0m-1}}{2} - E_{0m}.$$

Отже, коли отвір відкриває непарне число зон Френеля, то амплітуда в точці  $M$  буде більшою, ніж при вільному поширенні хвилі, – в точці  $M$  буде інтерференційний максимум. Якщо число  $m$  – парне, то в точці  $M$  – інтерференційний мінімум. Амплітуди від двох сусідніх зон практично однакові. Тому  $\frac{1}{2}E_{0m-1} - E_{0m} = -\frac{1}{2}E_{0m}$ . В результаті  $E_{0M} = \frac{E_{01}}{2} \pm \frac{E_{0m}}{2}$ , де знак "+" стосується непарного, а знак "-" – парного числа зон Френеля.

Таким чином, дифракційна картина від круглого отвору поблизу точки  $M$  матиме вигляд темних і світлих кілець з центрами в точці  $M$  (якщо число  $m$  непарне, то в центрі буде світлий круг (рис. 2.8, а), якщо парне – темний (рис. 2.8, б).

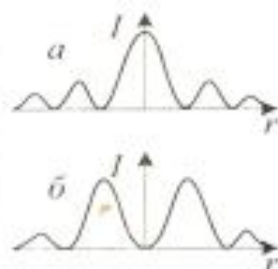


Рис. 2.8

? ДОПИТЛИВИМ

Як залежить від діаметра отвору і відстані  $L$  інтенсивність світла в точці  $M$ ?

### 2.2.5. Дифракція Френеля на круглому диску

Нехай сферична хвиля, яка поширюється від точкового джерела  $S_0$ , зустрічає на своєму шляху непрозорий диск. У такому разі закрити диском ділянку фронту хвилі треба виключити з розгляду і будувати зони Френеля потрібно, починаючи з країв диска. На рис. 2.9 показано побудову цих зон для точки  $M$  екрана  $E$ , яка лежить навпроти центра диска. Амплітуда  $E_{0M}$  в точці  $M$  визначається спільною дією всіх відкритих зон, починаючи з першої:

$$E_{0M} = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots = \frac{E_{01}}{2} + \left(\frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2}\right) + \left(\frac{E_{03}}{2} - E_{04} + \frac{E_{05}}{2}\right) + \dots = \frac{E_{01}}{2}.$$

Отже, в точці  $M$  завжди буде інтерференційний максимум (пляма Пуассона), який відповідає половині дії першої відкритої зони Френеля.

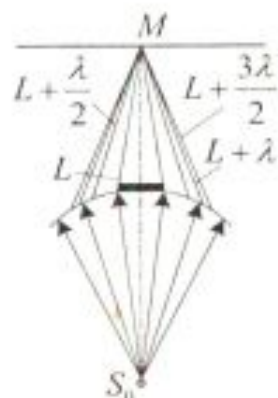


Рис. 2.9

Пляма Пуассона



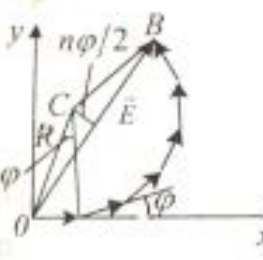
<p><b>? ДОПИТЛИВИМ</b></p>	<p>Як змінюється інтенсивність центрального максимуму при збільшенні розмірів диска?</p>
<p><b>УЗАГАЛЬНИМО</b></p> <p><b>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</b></p>	<p>Ж. Френель запропонував:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• новий аналітичний метод аналізу дифракції;</li> <li>• графічний метод аналізу дифракції;</li> <li>• нові оптичні елементи – зонні пластинки.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p><b>Історична довідка</b></p>  <p><b>Рис. 2.10</b></p> <p><b>Зверніть увагу!</b> У головних максимумах інтенсивність хвиль від <math>n</math> однакових антен в <math>n^2</math> разів більше інтенсивності хвиль від однієї антени</p>	<h3 style="text-align: center;">2.3. Дифракція Фраунгофера</h3> <p>1815 – Й. Фраунгофер створив спектральну установку, на якій виявив темні лінії в спектрі Сонця і використав дифракційну ґратку для дослідження спектрів</p> <h4 style="text-align: center;">2.3.1. Дифракція радіохвиль</h4> <p>Розглянемо просторовий перерозподіл інтенсивності хвиль, випромінюваних <math>n</math> однаковими антенами, що розташовані на рівних відстанях одна від одної. Оскільки антени просторово розділені, то в точці спостереження виникає різниця ходу променів. Підрахуємо амплітуду коливань у точці спостереження, скориставшись геометричним методом Френеля. Амплітуди коливань, породжених окремо кожною з антен, однакові, а фази дещо відрізняються, оскільки хвилі від кожної з антен проходять різні відстані. Тому в кінцевому підсумку одержимо правильний багатокутник з <math>n</math> сторонами, вершини якого лежать на колі з центром <math>C</math> (рис. 2.10). З рисунку видно, що радіус кола повинен задовольняти умову <math>E_0 = 2R \sin \frac{\varphi}{2}</math>, звідки знаходимо величину <math>R</math>. Оскільки кут <math>BCO</math> дорівнює <math>n\varphi</math>, <math>E = 2R \sin \frac{n\varphi}{2}</math>. Виключивши з обох рівнянь <math>R</math>, отримаємо</p> $E = E_0 \frac{\sin \frac{n\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}.$ <p>Оскільки інтенсивність <math>I</math> пропорційна квадрату амплітуди, сумарна інтенсивність буде такою:</p>



Рис. 2.11

$$I = I_0 \frac{\sin^2 n\varphi/2}{\sin^2 \varphi/2}$$

Вигляд цієї залежності наведено на рис. 2.11.

Для нескінченно малих  $\varphi$  відношення синусів дорівнює  $n^2$ , оскільки синус можна замінити його аргументом. Таким чином, інтенсивність результуючих коливань у  $n^2$  разів більша від інтенсивності коливань, породжених однією антеною. Цей результат легко зрозуміти, оскільки при нульовій різниці фаз усі вектори  $dE_0$  складаються в один вектор  $E_0$ , а інтенсивність збільшується в  $n^2$  разів. Важлива особливість формули: при збільшенні кута  $\varphi$  на число, кратне  $2\pi$ , значення інтенсивності не змінюється. Тому для  $\varphi = 2\pi, 4\pi, 6\pi$  і т. д. виникають різкі високі головні максимуми. В цих напрямках усі хвилі, що йдуть від антен, відрізняються за фазою на величину  $2\pi$ , тобто є синфазними. З формули також видно, що крім дуже вузьких головних максимумів існують мало помітні бокові максимуми.

### КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ

#### 2.3.2. Дифракція Фраунгофера на одній щілині

Які особливості дифракції в паралельних променях?

Дифракцію *плоских світлових хвиль*, або дифракцію в паралельних променях, уперше розглянув Й. Фраунгофер. Дифракція Фраунгофера спостерігається в тому випадку, коли джерело світла й точка спостереження нескінченно віддалені від перешкоди, яка спричинила дифракцію.

Щоб спостерігати цей тип дифракції, потрібно джерело світла помістити у фокусі збирної лінзи, а дифракційну картину досліджувати у фокальній площині другої збирної лінзи, встановленої за перешкодою. Розглянемо дифракцію Фраунгофера на *довгій щілині*. Нехай паралельний пучок монохроматичного світла падає нормально на непрозорий екран  $E$ , в якому прорізано вузьку щілину  $BC$ , що має сталі ширину  $a = BC$  і довжину  $l \gg a$  (рис. 2.12). За принципом Гюйгенса – Френеля точки щілини є вторинними джерелами хвиль, які коливаються в одній фазі, бо площина щілини збігається з фронтом падаючої хвилі.

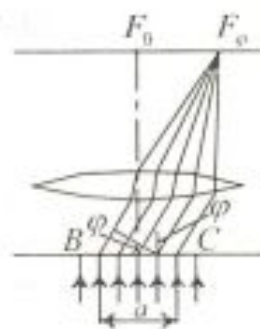


Рис. 2.12

У побічному фокусі лінзи  $F_\varphi$  збираються всі паралельні промені, які падають на лінзу під кутом  $\varphi$  до її оптичної осі  $OF_0$ , перпендикулярної до фронту падаючої хвилі. Оптична



<p>Інтеграл Гюйгенса – Френеля</p> <p>Умова мінімуму <math>a \sin \varphi = \pm k \lambda</math></p>	<p>різниця ходу <math>\Delta</math> між крайніми променями <math>CN</math> і <math>BM</math>, які йдуть від щілини в цьому напрямі, дорівнює <math>\Delta = CD = a \sin \varphi</math>, де <math>BD</math> – перпендикуляр, опущений з точки <math>B</math> на промінь <math>CN</math>.</p> <p>Розрахунок інтенсивності світла у будь-якій точці екрана ґрунтується на використанні аналітичного методу Френеля:</p> $E_{0M} = \int_S f(\varphi) \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS.$ <p>Для цього необхідно поділити відкриту частину хвильової поверхні на елементарні смуги, паралельні межі щілини, й розрахувати інтерференційну картину, що виникає при суперпозиції вторинних хвиль, які поширюються від цих смуг. В результаті інтенсивність світла у різних точках екрана визначається формулою</p> $I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi \right)^2},$ <p>де <math>I_0</math> – інтенсивність центрального максимуму, який відповідає <math>\varphi = 0</math>. Дослідивши цю формулу на екстремуми, отримаємо: мінімуми інтенсивності спостерігаються для кутів дифракції, що задовольняють умову <math>\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi = \pm k \pi</math>, коли <math>a \sin \varphi = \pm k \lambda</math> (<math>k = 1, 2, 3, \dots</math>).</p> <p><i>Шириною дифракційного максимуму</i> на екрані <math>E'</math> називають відстань між двома найближчими до нього дифракційними мінімумами.</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 2.1</p>	<p>Знайдіть кути дифракції <math>\varphi</math>, які відповідають максимумам інтенсивності.</p>
<p>ДІАЛОГ В ОПТИЧНІЙ ЛАБОРАТОРІЇ</p>	<p>Від чого залежить ширина максимуму нульового порядку?</p> <p>Ширина максимуму нульового порядку дорівнює відстані між двома мінімумами першого порядку, тобто <math>I = 2 \frac{\lambda}{a}</math>, і залежить від довжини хвилі та ширини щілини. Вона тим більша, чим більша довжина хвилі <math>\lambda</math> і чим менша ширина щілини <math>a</math>. В межах центра-</p>

льної смуги інтенсивність досить швидко зменшується від її середини до країв.

**За яких умов головний максимум охоплює всю область екрана?**

Для  $a = \lambda \left( \sin \varphi = 1, \varphi = \frac{\pi}{2} \right)$  екран освітлений рівномірно.

**Чим супроводжується збільшення ширини щілини ( $a > \lambda$ ) ?**

Дифракційні смуги стають вузькими, а кількість мінімумів  $k = \frac{a}{\lambda} \sin \varphi$  зростає. Дифракційна картина стає яскравішою, оскільки через ширшу щілину проходить більший світловий потік.

**А що буде, коли  $a \gg \lambda$  ?**

Коли щілина досить широка, то в центрі дифракційної картини буде чітке зображення джерела світла, що відповідає прямолінійному поширенню світла.

**Чому у випадку білого світла спостерігається сукупність відповідних картин для різних кольорів?**

Центральний максимум має райдужне забарвлення по краях. Повного гасіння світла не буде в жодній точці екрана, бо максимуми й мінімуми світла з різними  $\lambda$  перекриваються.

### 2.3.3. Дифракційна ґратка

#### КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ

**Як змінюється розподіл інтенсивності в дифракційній картині при значному збільшенні кількості щілин?**

Розглянемо дифракцію плоскої монохроматичної хвилі, яка падає нормально на поверхню системи з великої кількості однакових за шириною і паралельних одна одній щілин, що лежать в одній площині й відокремлені непрозорими проміжками, однаковими за шириною. Введемо позначення:  $BC=DP=a$ ;  $CD=b$ ;  $d=a+b$  – період дифракційної системи, яку називають дифракційною ґраткою (рис. 2.13). Коливання в усіх точках щілин відбуваються в одній фазі, оскільки ці точки лежать на тій самій хвильовій поверхні. Знайдемо результуючу амплітуду  $E_{\text{оф}\varphi}$  коливань у точці  $F_{\varphi}$  екрана  $E$ , в якій збираються промені від усіх щілин системи, що падають на лінзу під кутом  $\varphi$  до її оптичної осі  $OF_{\varphi}$ .

Очевидно, що в тих напрямках, в яких із однієї щілини не поширюється світло, воно не буде поширюватися й при двох щілинах, тобто головні мінімуми інтенсивності спостері-

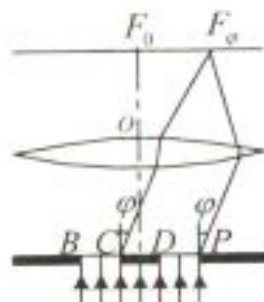


Рис. 2.13





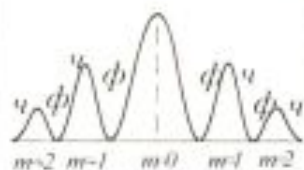


Рис. 2.14

рами першого, другого і т. д. порядків. У межах кожної смужки забарвлення змінюється від фіолетового біля внутрішнього краю (найближчого до максимуму нульового порядку) до червоного біля зовнішнього краю. На рис. 2.14 зображено центральний та два головні максимуми й позначено їхнє забарвлення.

Основними характеристиками дифракційної ґратки є кутова або лінійна дисперсія, дисперсійна область і роздільна здатність.

*Кутовою дисперсією* називається величина

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda},$$

де  $d\varphi$  – кутова відстань між двома спектральними лініями, яким відповідають довжини хвиль  $\lambda$  і  $\lambda + d\lambda$ .

#### АНАЛІТИКАМ 2.3

Покажіть, що дифракційний спектр рівномірний для всього діапазону довжин хвиль.

#### КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ

##### 2.3.4. Роздільна здатність оптичних приладів

Чим визначається теоретична границя роздільної здатності оптичних приладів та пристроїв (ока, мікроскопа, CD-диска тощо)?

Роздільна здатність оптичного приладу є мірою його здатності створювати окремі зображення близьких предметів. Найменша різниця довжин хвиль двох спектральних ліній  $\delta\lambda$ , при яких спектральний прилад розділяє їх окремо, називається спектральною роздільною відстанню, а величина

$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$  – *роздільною здатністю* приладу.

Для дифракційної ґратки Релей запропонував такий критерій спектрального розділення: спектральні лінії з довжинами хвиль  $\lambda$  і  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$  вважаються розділеними, якщо головний максимум дифракційної картини для однієї довжини хвилі збігається за своїм розміщенням з першим дифракційним мінімумом того самого порядку для іншої довжини хвилі, а інтенсивність у проміжку між максимумами становить не більше ніж 80% від інтенсивності максимуму (рис. 2.15).

Нехай головний максимум  $m$ -го порядку для хвиль  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$  знаходиться на місці першого мінімуму ( $m' = 1$ ) спектра того самого порядку для хвилі  $\lambda$ :

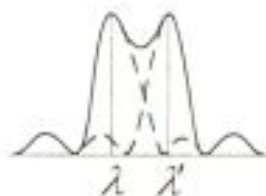


Рис. 2.15



	$d \sin \varphi = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda, \quad d \sin \varphi = m \lambda',$ <p>Звідси <math>\left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda = m(\lambda + \delta\lambda)</math>, тобто <math>\delta\lambda = \frac{\lambda}{mN}</math>. Роздільна здатність ґратки <math>R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN</math>. Отже, роздільна здатність ґратки пропорційна порядку спектра <math>m</math> і кількості щілин <math>N</math>.</p>
АНАЛІТИКАМ 2.4	Визначте максимальну роздільну здатність дифракційної ґратки.
УЗАГАЛЬНИМО	<p>Дифракція Фраунгофера – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• дифракційне зображення джерела і щілини;</li> <li>• дифракція в паралельних променях;</li> <li>• дифракція плоских хвиль;</li> <li>• фізичний чинник, що обмежує роздільну здатність оптичних приладів.</li> </ul>
ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ	Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.
ПРОБЛЕМА (початок 20 ст.)	<p><b>2.4. Дифракція рентгенівського випромінювання</b></p> <p>Яка довжина хвилі рентгенівських променів?</p> <p>Як відомо, рентгенівське випромінювання являє собою електромагнітні хвилі, довжина яких лежить в інтервалі <math>10^{-10} \dots 8 \cdot 10^{-8}</math> м. Спосіб визначення довжини хвилі рентгенівського випромінювання був запропонований лише в 1913 році М. Лауе. Щоб дифракційна ґратка ефективно розкладала випромінювання у спектр, її період <math>d</math> має бути того самого порядку, що й довжина хвилі падаючого випромінювання. Для спостереження дифракції рентгенівських хвиль слід мати просторову ґратку, період якої повинен бути порядку <math>10^{-10}</math> м. У природі існують просторові структури – кристали, де атоми й іони розміщені на відстанях порядку <math>10^{-10}</math> м. Кристалографічні дослідження показали, що у будь-якому кристалі можна виявити певні площини, де атоми або іони, які утворюють його кристалічну ґратку, розміщені найбільш густо. Такі площини відбиватимуть монохроматичне рентгенівське випромінювання, яке може інтерферувати від різних</p>
Ідея М. Лауе	

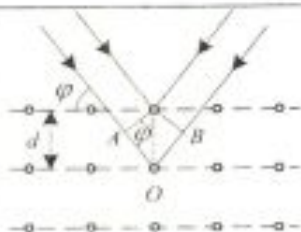


Рис. 2.16

площин. Очевидно, підсилення хвиль при інтерференції відбудеться для тих значень кута  $\varphi$ , коли в різниці ходу  $\Delta = AO + OB$  (рис. 2.16) вміщується ціле число довжин хвиль:  $2d \sin \varphi = m\lambda$ , де  $\varphi$  – доповнювальний кут, або кут ковзання;  $m = 1, 2, 3, \dots$ ;  $d$  – відстань між площинами.

Співвідношення  $2d \sin \varphi = m\lambda$  є **формулою Вульфа – Бреґга**, яка широко застосовується у рентгеноструктурних дослідженнях матеріалів.

### ДІАЛОГ У ЛАБОРАТОРІЇ РЕНТГЕНО- СТРУКТУРНОГО АНАЛІЗУ

**Чому рентгенівське випромінювання виявилось досить важливим засобом для вивчення структури кристалів, рідин, амфотерних твердих тіл тощо?**

Довжина хвилі рентгенівського випромінювання одного порядку з міжатомними відстанями в речовині, тому за допомогою дифракції можна визначити міжатомні відстані, робити висновки про будову молекул та інших систем.

**Навіщо при рентгеноструктурному аналізі кристал обертають?**

Дифракція виникає не в довільному напрямку падіння монохроматичного випромінювання, тому для її спостереження треба повертати кристал так, щоб кут ковзання задовольняв умову  $2d \sin \varphi = m\lambda$ .

**Чому при рентгеноструктурному аналізі полікристалів їх не обертають?**

Якщо проводити експеримент з полікристалічною системою, в якій окремі кристалики орієнтовані довільно, то можна отримати певну систему інтерференційних картин від усіх можливих типів атомних площин певного кристала.

### УЗАГАЛЬНИМО

Дифракція рентгенівського випромінювання використовується для вивчення:

- структури кристалів, рідин, молекул;
- хімічного складу речовин через аналіз їх рентгенівських спектрів.

### ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ

Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.

## 2.5. Голографія

Ідея Д. Габора  
1948 р.

Реєструвати інформацію в електронному мікроскопі не тільки про амплітуди, а й про фази електронних хвиль.



Нобелівська  
премія 1971 р.

### 2.5.1. Одержання і відтворення голограм

Голографія – це спосіб утворення просторового зображення. Інтерес до оптичної голографії з'явився лише з винайденням лазера, що дозволив не тільки відтворювати зображення об'єкта, а й записувати їх. Вперше це зробили у 1961 році Е. Лейт і Ю. Упатнієкс.

На відміну від звичайної фотографії голографічне зображення тривимірне. Воно піддається паралаксу при розгляді з різних положень і потребує акомодациї ока при розгляді різновіддалених деталей, чим створюється повний ефект присутності. Це пояснюється тим, що голограма ґрунтується на фіксації не двовимірного розподілу яскравості (як звичайне фото), а просторово-часового розподілу амплітуди й фази. Спочатку на фотоемульсії реєструється інтерференційна картина, що створюється внаслідок накладання хвиль, розсіяних предметом („предметної хвилі“) і відбитих від дзеркала („опорної хвилі“). Для відтворення зображення фотопластинка-голограма освітлюється когерентними променями, для яких голограма відіграє роль дифракційної ґратки. Отже, голографія є прикладом застосування й інтерференції, й дифракції.

? ДОПИТЛИВИМ

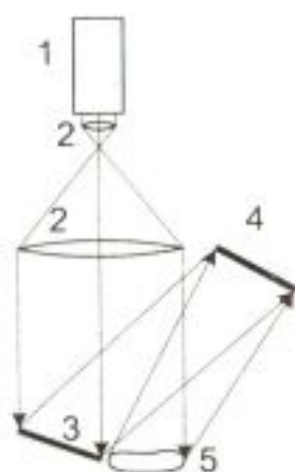


Рис. 2.17

**Як виглядала б фотопластинка за наявності тільки „предметної хвилі“?**

Один із способів одержання голограми показано на рис. 2.17. Пучок світла від лазера 1 розширюється системою з двох лінз 2. Частина променів, відбиваючись від дзеркала 3, утворює „опорну хвилю“, що прямує на фотопластинку 4. Інша частина променів розсіюється предметом 5 і утворює „предметну хвилю“. Оскільки ці хвилі мають просторову і часову когерентність, то, накладаючись, утворюють в площині фотоемульсії інтерференційну картину. Саме в цій інтерференційній картині і зберігається інформація про світлову хвилю, розсіяну предметом.

Окрема точка предмета розсіює світлову хвилю, фронт якої є сферою в кожний момент часу. При накладанні сферичної й плоскої хвиль („опорна хвиля“) на фотопластинці одержуємо концентричні інтерференційні кільця, радіуси яких такі ж, як і радіуси кілець у зонній пластинці Френеля. Отже, голограма світної точки – це зонна пластинка Френе-



Рис. 2.18

ля. Для відтворення фронту розсіяної хвилі треба пропустити через голограму „опорний пучок”. Світлову хвилю, розсіяну будь-яким просторовим предметом, можна розглядати як сукупність хвиль, розсіяних точками цього предмета. Тому голограма реального предмета являє собою результат суперпозиції  $N$  зонних пластинок.

Щоб відтворити зображення предмета, проявлену та фіксовану голограму ставлять на те саме місце, де вона експонувалась (рис. 2.18). Голограму розглядають на просвіт у променях опорної хвилі. При цьому спостерігач бачить уявне зображення, що є точною стереокопією предмета. Одночасно формується ще й дійсне зображення, обернене до уявного зображення, а отже, й до предмета.



Рис. 2.19

### 2.5.2. Метод Денисюка

У 1962 р. Ю.М. Денисюк запропонував новий метод одержання голограм. Він використав фотопластинки з товстим шаром фотоемulsії, через яку предметна й опорна хвилі приходять з різних боків (рис. 2.19). При зустрічі опорної й предметної хвиль в емульсії інтерференційне хвильове поле спричиняє шарувате почорніння (напівпрозорі шари срібла), яке фіксує в собі розподіл і амплітуд, і фаз хвильового поля, розсіяного предметом. Отже, голограма Денисюка являє собою тривимірну структуру, яку розглядають у звичайному білому світлі. Голограма автоматично „вибирає” з такого світла хвилі саме тієї довжини, що була у лазерного випромінювання при одержанні голограми.

### 2.5.3. Властивості і застосування голограм

Голограми мають такі цікаві властивості:

- негатив голограми дає таке саме зображення, як і позитив;
- частина голограми дає зображення всього предмета, як і ціла голограма;
- на одній фотопластинці можна записати кілька голограм;
- кутова роздільна здатність голограм залежить від їхніх лінійних розмірів.

Голографія широко застосовується в таких галузях:



	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) оптичне приладобудування;</li> <li>2) голографічна інтерферометрія;</li> <li>3) дефектоскопія;</li> <li>4) мистецтво (в музейній практиці голограмами підміняють натуральні предмети мистецтва тощо);</li> <li>5) комп'ютерна техніка.</li> </ol>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Голографія це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• спосіб утворення просторового зображення;</li> <li>• приклад застосування і інтерференції, і дифракції;</li> <li>• результат суперпозиції <math>N</math> зонних пластинок.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Оцініть свої знання – тестові запитання по розділу: 51 бал і вище – 5; 41 бал і вище – 4; 31 бал і вище – 3</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Від яких параметрів дифракційної ґратки залежить положення головних максимумів дифракційної картини? (5 балів)</li> <li>2. У чому полягає перевага спектрів низьких порядків при використанні ґратки як диспергуючого елемента? (5 балів)</li> <li>3. Який вигляд матиме дифракційна картина Фраунгофера при похилому падінні плоскої хвилі на щілину? (5 балів)</li> <li>4. Як зміниться розподіл інтенсивності в дифракційній картині Фраунгофера від отвору, якщо отвір змістити в поперечному напрямку? (5 балів)</li> <li>5. Чим відрізняються дифракційні картини від великої кількості однакових перешкод при їх хаотичному та впорядкованому розміщенні? (10 балів)</li> <li>6. Якою буде різниця ходу променів, що приходять у дану точку: а) від двох сусідніх зон Френзеля; б) від 4-ї та 6-ї зон Френзеля? (5 балів)</li> <li>7. Які умови дифракційного максимуму та дифракційного мінімуму при дифракції світла на одній щілині? (5 балів)</li> <li>8. Чому частинки розміром 0,3 мкм не можна побачити за допомогою оптичного мікроскопа? (5 балів)</li> <li>9. Чим відрізняється дифракційний спектр від спектра, отриманого за допомогою призми? (10 балів)</li> </ol>

<p>Чи правильно Ви розумієте ключові терміни?</p>	<p>Принцип Гюйгенса – Френеля – с. 29  Зони Френеля – с. 32  Дифракція Френеля – с. 29  Дифракція Фраунгофера – с. 29, 37  Дифракційна ґратка – с. 40  Роздільна здатність оптичного приладу – с. 42</p>
<p><b>УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ</b></p>	<p>1. Зумовлені хвильовою природою світла відхилення від простих законів геометричної оптики проявляють себе в явищах дифракції.</p> <p><i>Чому при дифракції виникають максимуми та мінімуми?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дифракція – це результат інтерференції вторинних хвиль.</li> </ul> <p><i>Чому дифракційні явища не можна спостерігати від протяжних джерел світла?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Світло від кожного елемента поверхні джерела дає свою дифракційну картину, внаслідок некогерентності світла від множини елементів виникає просте додавання інтенсивностей.</li> </ul> <p><i>Перерозподіл інтенсивності при проходженні світла через оптично неоднорідне середовище – це дифракція?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Так, дифракція виникає не тільки при амплітудному, але й при фазовому спотворенні фронту хвилі.</li> </ul> <p>2. Дифракція є результатом інтерференції вторинних хвиль.</p> <p><i>Чому вторинні хвилі від некогерентного джерела світла когерентні?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Всі елементи фронту одного й того ж цугу хвилі є когерентними.</li> </ul> <p><i>Чому дія всіх зон Френеля в 4 рази менша, ніж коли відкрита лише перша зона Френеля?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Тому що вклади сусідніх зон Френеля взаємно компенсуються.</li> </ul> <p><i>Який пристрій характеризує правильність принципу Гюйгенса – Френеля?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Зонна пластинка, яку називають лінзою Френеля, а також існування зонних пластинок для мікрохвиль і навіть для ультразвукових хвиль.</li> </ul> <p><i>При яких умовах притаманні методу Френеля труднощі стають несуттєвими?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• При великих у порівнянні з довжиною хвилі розмірах отвору розрахунки Френеля збігаються з результатами експерименту.</li> </ul> <p>3. На великій відстані від отвору спостерігається дифракційне зображення джерела і отвору, яке є дифракцією Фраунгофера в паралельних променях.</p>



<p><b>ВЧИМОСЯ СИСТЕМАТИЗУ- ВАТИ</b></p>	<p><i>Чим принципово відрізняється дифракційна картина Фраунгофера від картини Френеля?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• При дифракції Френеля віддалення екрана супроводжується періодичною зміною максимуму на мінімум, а при дифракції Фраунгофера – завжди максимум.</li> </ul> <p><i>У скільки разів збільшується інтенсивність у головних максимумах <math>n</math> однакових антен у порівнянні з однією?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Інтенсивність випромінювання <math>n</math> однакових антен в <math>n^2</math> разів більша інтенсивності випромінювання однієї антени.</li> </ul> <p><b>4. Теоретична границя роздільної здатності оптичних приладів та пристроїв (ока, мікроскопа, CD-диска тощо) визначається дифракцією.</b></p> <p><i>Які величини, що характеризують оптичну систему, визначають розмір дифракційного зображення точкового джерела?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Діаметр об'єктива й довжина хвилі.</li> </ul> <p><i>Чи можна за допомогою оптичного мікроскопа виявити частинки, розміри яких менші за довжину хвилі?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ні, не можна, оскільки роздільна здатність мікроскопа менша ніж довжина хвилі.</li> </ul> <p><b>5. Дифракція на штучно створених дифракційних ґратках використовується для розкладу світла в спектр (спектральний аналіз), а дифракція рентгенівського випромінювання на природних дифракційних ґратках (кристалах) використовується для рентгеноструктурного аналізу кристалічних тіл.</b></p> <p><b>Установіть взаємозв'язки між основними фізичними параметрами і між законами. Співвіднесіть прочитаний матеріал із власним досвідом та знаннями.</b></p>
---	---

### Домашні досліді

Для першого практичного ознайомлення з явищем дифракції хвиль спробуйте поставити такі досліді.

**Дослід 1.** Наповніть подою ванну або іншу посудину з досить великою площею поверхні. Зробіть бар'єр з двох дощечок або шматків картону, який відгороджує один край ванни від іншого. Зробіть зазор між половинами бар'єра та пошліть плоскі хвилі в напрямку до бар'єра з зазором. Чи продовжують розповсюджуватися в попередньому напрямку хвилі, що пройшли крізь зазор? Розповсюджуються вони далі у вигляді вузького пучка, чи розширюються? Спробуйте збільшити ширину зазору й спостерігайте за тим, що відбувається в областях, де можна очікувати тіні.

**Дослід 2.** Другий спосіб спостереження дифракції хвиль полягає в тому, щоб дивитись на точкове джерело світла через проколоти голкою отвір або дуже вузьку щілину. Джерело світла має бути яскравим, але по можливості маленьким. Для цього підійде віддалений вуличний ліхтар або полум'я свічки, що знаходиться на деякій відстані в затемненій кімнаті. Проколоти голкою отвори та прорізати вузькі щілини можна в алюмінієвій фользі (ширина щілини має бути меншою 1 мм). Спостерігайте точкове джерело світла через отвір або щілину. Ви зможете побачити, що світло розходить або круговим чином у випадку круглого отвору, або у вигляді широких бокових смуг у випадку щілини. Зверніть увагу, що це зумовлено не просто розсіяним світлом, що розходить в різні боки.

## ДОДАТОК 2

**АНАЛІТИКАМ 2.1.** Щілину  $BC$  можна розбити на зони Френеля, які мають вигляд смуг, паралельних ребру  $B$  щілини (див. рис. 2.12). Ширина кожної зони вибирається так, щоб різниця ходу від країв цих зон дорівнювала  $\Delta_1 = \frac{\lambda}{2}$ , тобто разом на ширині щілини

вміститься  $n = \frac{\Delta}{\Delta_1} = \frac{\Delta}{\lambda/2}$  зон. Ширина кожної із зон дорівнює  $a_1 = \frac{\lambda/2}{\sin \varphi}$ , а їх площі одна-

кові. Всі зони в заданому напрямку випромінюють світло цілком однаково. При інтерференції світла від кожної пари сусідніх зон амплітуда результуючих коливань дорівнює нулю, бо ці зони спричиняють коливання з однаковими амплітудами, але протилежними фазами. Отже, результат інтерференції світла в точці  $F_\varphi$  визначиться тим, скільки зон Френеля

вкладається в щілині. Якщо число зон парне, то  $a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2}$ , і в точці  $F_\varphi$  буде **дифракційний мінімум**. Знак "–" у правій частині відповідає променям світла, які поширюються

від щілини під кутом  $-\varphi$  і збираються в побічному фокусі  $F_{-\varphi}$  лінзи, який симетричний  $F_\varphi$  відносно головного фокуса  $F_0$ .

Якщо число зон непарне, то  $a \sin \varphi = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ , і в точці  $F_\varphi$  буде **дифракційний максимум**, який відповідає дії однієї зони Френеля ( $k$  – порядок

дифракційного максимуму). У напрямку  $\varphi = 0$  спостерігатиметься найінтенсивніший центральний максимум нульового порядку; коливання, які спричинюються в точці  $F_0$  всіма ділянками щілини, здійснюються в одній фазі.

**АНАЛІТИКАМ 2.2.** Якщо дифракційна ґратка складається з  $N$  щілин, то інтенсивність світла, що поширюється під кутом  $\varphi$  до нормалі, після дифракції на дифракційній ґратці має вигляд

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi \right)^2} \frac{\sin^2 \left( N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi \right)},$$



де  $I_0$  – інтенсивність світла, що проходить через одну щілину, коли  $\varphi = 0$ . Перший множ-

ник  $\frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)^2}$  характеризує розподіл інтенсивності при дифракції плоскої хвилі на

кожній щілині. Другий множник  $\frac{\sin^2\left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}$  враховує інтерференцію між променями,

що дифрагують під кутом  $\varphi$  на  $N$  щілинах.

Перший множник перетворюється в нуль в точках, для яких

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k=1,2,3,\dots).$$

У цих точках інтенсивність, яка створюється кожною із щілин окремо, дорівнює нулю. При умові  $d \sin \varphi = \pm m \lambda$

$$\frac{\sin\left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} = \lim_{\alpha \rightarrow \pm m \pi} \frac{\sin(N\alpha)}{\sin \alpha} = N$$

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)^2} N^2,$$

Отже, якщо виконується умова  $d \sin \varphi = \pm m \lambda$  ( $m=0,1,2,\dots$ ), то інтенсивність світла, дифрагovanого на  $N$  щілинах, зростає в  $N^2$  разів порівняно з інтенсивністю світла, що проходить крізь одну щілину.

**АНАЛІТИКАМ 2.3.** Здиференціювавши формулу  $d \sin \varphi = m \lambda$ , одержимо  $d \cos \varphi d \varphi = m d \lambda$ . Звідси  $D = \frac{d \varphi}{d \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}$ . Для малих кутів дифракції  $\varphi$  маємо  $\cos \varphi \approx 1$  і

$D = \frac{m}{d} = m \frac{N}{l}$ , де  $l$  – довжина робочої ділянки ґратки. Звідси видно, що дифракційний спектр рівномірний для всіх довжин хвиль.

**АНАЛІТИКАМ 2.4.** Оскільки  $N = \frac{l}{d}$ , а  $m = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}$ , то

$$R = mN = \frac{l}{d} \frac{d \sin \varphi}{\lambda} = \frac{l \sin \varphi_{\max}}{\lambda},$$


де  $\varphi_{\max} \leq 90^\circ$  – максимальний кут дифракції. Тому максимальна роздільна здатність ґрат-

ки буде такою:  $\left(\frac{\lambda}{\delta \lambda}\right)_{\max} \leq \frac{l}{\lambda}$ .

<p style="text-align: center;"><b>Розділ 3 ПОЛЯРИЗАЦІЯ ХВИЛЬ</b></p>	<p>3.1. Природне і поляризоване світло 3.2. Утворення поляризованих електромагнітних хвиль 3.3. Подвійне променезаломлення 3.4. Аналіз поляризованих електромагнітних хвиль 3.5. Елементи поляризаційної оптики 3.6. Штучна оптична анізотропія 3.7. Оптична активність. Поворот площини поляризації</p>
<p><b>МЕТА ВИВЧЕННЯ</b></p>	<p>Після вивчення матеріалу даного розділу та виконання завдань Ви повинні:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) бути здатні дати означення ключовим термінам;</li> <li>2) знати способи утворення хвиль з різним станом поляризації та способи визначення стану поляризації хвилі;</li> <li>3) вміти пояснити механізми поляризації хвиль при випромінюванні, а також особливості зміни стану поляризації хвилі в анізотропному середовищі;</li> <li>4) вміти аналізувати стан поляризації та знати області використання поляризованих електромагнітних хвиль.</li> </ol>
<p><b>ЧИ ЗНАТЕ ВИ?</b></p> <p>Поляризація хвиль свідчить про таке:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• упорядкованість коливань електронів при генерації хвиль (поляризація випромінювання радарів, лазерів);</li> <li>• упорядкованість середовища, через яке проходять хвилі (подвійне променезаломлення в кристалах та механічно напруженому середовищі, оптично активні речовини, асиметричні молекули ДНК, РНК тощо);</li> <li>• зміну упорядкованості під дією зовнішніх чинників (електрооп-</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Поляризація навколо нас</b></p> <p>Напрямок розповсюдження світла, його інтенсивність та колір – усі ці властивості світла людське око помічає. Однак існує одна властивість світла, яку око не може безпосередньо побачити та виміряти. Це поляризація, в якій відображається упорядкованість коливань вектора <math>\vec{E}</math> в середовищі. Отже, електромагнітні хвилі поряд з енергією, частотою й напрямком розповсюдження (хвильовим вектором) характеризуються станом поляризації.</p> <p>У побуті Ви зустрічаєтеся з поляризацією, коли дивитесь у кінотеатрі стереофільм. Ефект "об'ємного" зображення досягається за рахунок поляризації випромінювання кіннопроекторів і використання для спостереження зображення на екрані спеціальних окулярів. Подібні окуляри використовують пілоти полярної авіації для визначення положення Сонця нижче лінії горизонту. Фотографії, одержані з використанням поляризаційного світлофільтра, не містять відблисків і чудово відображають хмари. Поляризацію радіохвиль телепередавачів можна визначити за орієнтацією вібраторів телевізійних антен. Наприклад, на відміну від України в Англії вібратори антен мають вертикальну орієнтацію.</p>



<p>тичні, магнітооптичні та інші ефекти в кристалах)</p>	<p>За допомогою поляризації електромагнітних хвиль стало можливим реалізувати ряд ефектів, що знайшли широке практичне використання. Зокрема, поляризацію світла використовують для візуалізації зображень на екранах рідкокристалічних дисплеїв. Вплив магнітного поля на стан поляризації світла, відкритий М. Фарадеєм, дозволив визначити магнітні поля багатьох планет, зірок, галактик.</p>
<p>Хронологія досліджень</p> <p>Історія відкриття поляризації</p>	<p>1669 – відкриття Е. Бартолінусом подвійного променезаломлення</p> <p>1808 – відкриття Е. Малюсом поляризації світла при відбиванні</p> <p>1815 – відкриття Д. Брюстером закону, що зв'язує кут повної поляризації з показником заломлення</p> <p>1815 – відкриття Ж. Біо законів обертання площини поляризації</p> <p>1846 – відкриття М. Фарадеєм ефекту обертання площини поляризації в магнітному полі</p> <p>У 1669 році Е. Бартолінус, розглядаючи предмети через кристал ісландського шпату (карбонат кальцію <math>\text{CaCO}_3</math>), відкрив явище подвійного променезаломлення, яке зумовлює подвійне зображення предметів. Природа явища була встановлена Е. Малюсом лише через два століття після цього відкриття. Спостерігаючи через кристал ісландського шпату відбите від вікон подвійне зображення заходу сонця, він звернув увагу на те, що при обертанні кристала поступово зникає одне із зображень і з'являється інше. Це явище Е. Малюс назвав поляризацією світла. Подвійне зображення можна спостерігати й через плоскопаралельну скляну пластинку при здавлюванні її з двох боків (це явище було відкрито Девідом Брюстером).</p>
<p>Знайомство з явищем</p> <p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p>	<p>„Озбройте” око фотополіаризаційним світлофільтром (поляроїдні плівки, що використовуються в індикаторах наручних електронних годинників або кишенькових електронних ігор). Подивіться через поляроїд на небо, на промінь світла, відбитий від поверхні води, скла, полірованого стола, CD-диска тощо.</p> <p>1. Чому при цьому обертання поляроїда супроводжується зміною інтенсивності світла?</p>

	<p>2. Чому так чітко видно хмари на темному фоні?</p> <p>3. Чому змінюється спектр відбитого CD-диском світла?</p>
<p><b>ПРАКТИКАМ 3.1</b></p>	<p>Присядьте до телевізора антену, що являє собою два горизонтальних провідника. Про що свідчить зміна якості зображення на екрані при повороті антени у вертикальній площині?</p>
<p><b>ПРОБЛЕМА (18 – 19 ст.)</b></p> <p><b>Модель джерела природних (неполяризованих) хвиль</b></p>  <p><b>Рис. 3.1</b></p>	<p><b>3.1. Природне і поляризоване світло</b></p> <p><b>3.1.1. Природне світло і частково поляризоване світло</b></p> <p><b>Світло – це поздовжні чи поперечні хвилі?</b></p> <p>Оскільки поляризація притаманна тільки поперечним хвилям, то після відкриття поляризації світла проблему було вирішено. Електромагнітні хвилі поперечні і відрізняються інтенсивністю, частотою й упорядкованістю, тобто станом поляризації.</p> <p>Відомо, що вектори напруженості електричного поля <math>\vec{E}</math> і магнітної індукції <math>\vec{B}</math> магнітного поля електромагнітної хвилі взаємно перпендикулярні і коливаються в площині, перпендикулярній до вектора швидкості <math>\vec{v}</math> поширення хвилі. <b>Виникає питання: площина, утворена, наприклад, векторами <math>\vec{E}</math> і <math>\vec{v}</math>, одна й та ж у різних точках простору, чи ні? Це залежить від двох факторів: особливостей джерела електромагнітної хвилі, а також від речовини, з якою взаємодіє хвиля при поширенні в просторі. Розглянемо найпростіший випадок – поширення хвиль у вакуумі (при цьому відбувається необхідність враховувати взаємодію хвиль з речовиною). Оскільки електромагнітні хвилі породжуються рухомими зарядами, то особливості випромінюваних хвиль визначаються особливостями коливального руху всіх зарядів джерела хвиль. Якщо <i>заряди, що входять до складу джерела хвиль, здійснюють коливання незалежно один від одного в різних напрямках</i>, то результуюча хвиля, що випромінюється джерелом, характеризується різноманітними рівноймовірними коливаннями вектора <math>\vec{E}</math>. Так, атоми "звичайного" джерела світла випромінюють електромагнітні хвилі незалежно один від одного, тому світловий пучок, що випромінюється джерелом, характеризується рівноймовірними коливаннями вектора <math>\vec{E}</math> в усіх напрямках, перпендикулярних до напрямку поширення хвилі (рис. 3.1).</b></p>



Природне світло – хвиля, в якій коливання вектора  $\vec{E}$  хаотичні

? ДОПИТЛИВИМ



Рис. 3.2

Ступінь поляризації

Світло з усіма можливими рівноймовірними орієнтаціями вектора  $\vec{E}$  називається **природним**. Такий модельний розгляд придатний для опису утворення природних (неполяризованих) хвиль як оптичного, так і радіодіапазону. Утворення природних хвиль радіодіапазону можна здійснити шляхом живлення від радіопередавача (генератора) сукупності радіальних антен (властивості такої антени однакові в усіх напрямках, тому напрямки коливання електронів в антені рівноймовірні).

**Чому, характеризуючи поле хвилі, ми обмежусмося лише вектором  $\vec{E}$  ?**

По-перше, вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  завжди взаємно перпендикулярні. По-друге, при дії світла на речовину саме електрична складова поля хвилі діє на електрони в атомах речовини й породжує вторинні хвилі. Тому традиційно для повного опису стану поляризації світлового пучка необхідно знати поведінку лише вектора напруженості  $\vec{E}$  електричного поля. При розгляді поляризації хвиль оптичного діапазону вектор  $\vec{E}$  іноді називають **світловим вектором**.

Якщо внаслідок яких-небудь зовнішніх впливів з'являється **переважний напрямок коливань вектора  $\vec{E}$** , то світло – **частково поляризоване** (рис. 3.2). За міру ступеня поляризації приймають вираз

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де  $I_{\max}$  і  $I_{\min}$  – максимальна і мінімальна інтенсивності світла, що відповідають двом перпендикулярним компонентам вектора  $\vec{E}$ . Для природного світла  $I_{\max} = I_{\min}$  і  $P = 0$ , для частково поляризованого світла  $P < 1$ .

? ДОПИТЛИВИМ

### 3.1.2. Поляризовані електромагнітні хвилі

**Чи можете Ви назвати джерело світла, в якому коливання вектора  $\vec{E}$  відбуваються не хаотично, а впорядковано?**

**Якою має бути радіоантена, щоб коливання вектора  $\vec{E}$  випромінюваної нею хвилі відбувалися не хаотично, а в одній площині?**

*Поляризація електромагнітної хвилі полягає в упорядкуванні коливань векторів електричної  $\vec{E}$  та магнітної  $\vec{B}$  складових хвилі у просторі.*

Лінійно поляризована хвиля – хвиля, в якій вектор  $\vec{E}$  коливається в одній певній площині

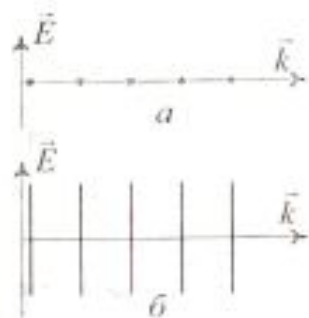


Рис. 3.3

Еліптично поляризована хвиля – хвиля, в якій вектор  $\vec{E}$  описує еліпс

Якщо заряд здійснює коливальний рух вздовж прямої лінії, то вектор  $\vec{E}$  коливається у цьому ж напрямку, а електромагнітна хвиля поширюється у напрямках, перпендикулярних до напрямку коливань (прикладом цього можуть бути коливання електронів в антені, яка являє собою прямий відрізок проводу). Випромінювана при цьому хвиля є *лінійно поляризованою* (плоскополяризованою). Для лінійно поляризованого світла ступінь поляризації  $P = 1$ , оскільки  $I_{\text{min}} = 0$ . Площина, в якій відбувається коливання вектора  $\vec{E}$ , називається *площиною поляризації*. На рис. 3.3, а і б показано дві хвилі, які лінійно поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках.

В ідеально монохроматичній хвилі електричне поле змінюється з певною частотою, а оскільки  $z$ - і  $y$ -компоненти поля можуть коливатися незалежно з однією і тією ж частотою, то спочатку розглянемо додавання двох взаємно перпендикулярних коливань. При додаванні цих компонент поля з однакою фазою ми отримуємо в площині  $zy$  коливання в новому напрямку, який визначається амплітудами компонент  $E_y$  і  $E_z$ . Тобто змінюючи амплітуди компонент поля, можна обертати площину поляризації електромагнітної хвилі. Це більш складний випадок випромінювання хвилі зарядом, що одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях однієї частоти (*згадайте, якою при цьому буде траєкторія руху заряду*). Очевидно, випромінювана при цьому хвиля буде являти собою суперпозицію компонент хвиль  $E_y$  і  $E_z$ :

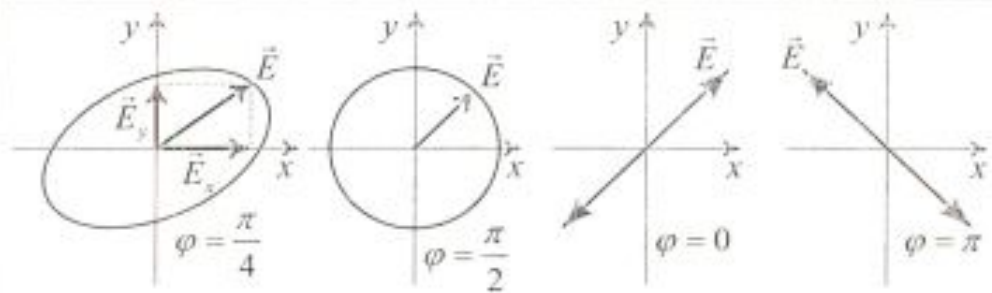
$$E_y = E_{01} \cos(\omega t - kx), \quad E_z = E_{02} \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

де  $E_{01}$ ,  $E_{02}$  – амплітуди, а  $\varphi$  – різниця фаз коливань компонент  $E_y$  і  $E_z$  відповідно. Залежно від різниці фаз поляризація може бути круговою, коли амплітуди рівні, й еліптичною, коли амплітуди не рівні.

У загальному випадку ми отримуємо еліптично поляризовану хвилю. Відобразимо стан поляризації за допомогою так званого еліпса поляризації, що являє собою проекцію траєкторії кінця вектора  $\vec{E}$  на площину, перпендикулярну до вектора Пойнтінга. На рис. 3.4 наведено типи поляризації, що виникають при різних різницях фаз між компонентами поля.



Рис. 3.4



Як видно з рисунка, при різниці фаз  $30^\circ$  траєкторія має вигляд еліпса, тобто хвиля еліптично поляризована. Практично важливі випадки, коли еліптична поляризація вироджується в лінійну при різницях фаз  $\varphi = 0$  і  $\varphi = \pi$ , а також, коли при різниці фаз  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  утворюється кругова (циркулярна) поляризація. Для еліптично й циркулярно поляризованого світла поняття ступеня поляризації не застосовується (у такого світла коливання повністю впорядковані).

Циркулярно поляризована хвиля – хвиля, в якій вектор  $\vec{E}$  описує коло

#### АНАЛІТИКАМ 3.1

Знайдіть проекцію траєкторії на площину, перпендикулярну до вектора Пойнтінга, яку описує своїм кінцем вектор  $\vec{E}$  при додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань  $E_y$  і  $E_z$ , різниці фаз коливань між якими  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  і  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ .

#### ПРАКТИКАМ 3.2

Користуючись коливаннями математичного маятника, змоделюйте різні типи поляризації.

#### УЗАГАЛЬНИМО

- Поляризація – явище упорядкування коливань векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  електромагнітної хвилі.
- Поляризація хвилі можлива як при її утворенні (генерації), так і при взаємодії з речовиною.
- Поляризація хвилі – свідчення її попередності.
- Усі стани поляризації є окремими випадками суперпозиції двох монохроматичних електромагнітних хвиль, що відрізняються фазою.
- У поляризованій по колу хвилі вектор  $\vec{E}$  обертається навколо вектора Пойнтінга, а його абсолютна величина однакова в усіх точках.

#### ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ

Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.

### 3.2. Утворення поляризованих електромагнітних хвиль

ПРОБЛЕМА  
(20 ст.)

Як отримати поляризовані хвилі в рентгенівському та ІЧ-діапазоні?

? ДОПИТЛИВИМ

3.2.1. Поляризація при випромінюванні радіохвиль

Як створити плоскополяризовану, поляризовану по колу та еліптично поляризовану електромагнітну хвилю радіодіапазону?

Поляризація радіохвиль – результат упорядкованого руху електронів в антені

Поляризація радіохвиль або мікрохвиль, що випромінюються антеною, залежить від того, як рухаються електрони в антені, довжина якої мала в порівнянні з довжиною хвилі. Якщо антена являє собою прямий відрізок провідника, то коливання електронів вздовж провідника зумовлює коливання в тому ж напрямку вектора напруженості електричного поля в електромагнітній хвилі. Отже, антена випромінює лінійно поляризовані хвилі, в яких площина коливань вектора  $\vec{E}$  паралельна антені. Якщо взяти дві взаємно перпендикулярні антени, які знаходяться під дією рівних струмів, то залежно від різниці фаз між ними можна отримати хвилю з будь-яким станом поляризації. Так, якщо фази коливань однакові, то випромінювання буде лінійно поляризованим у напрямку, що складає кут  $45^\circ$  до напрямку антен. Якщо струм в одній антені випереджає струм в іншій на  $90^\circ$ , то хвиля, випромінювана антенами у напрямку, перпендикулярному до площини антен, буде поляризованою по колу. Хвиля, випромінювана в інших напрямках, буде еліптично поляризованою. Зауважимо, що таке ж випромінювання можна отримати від еквівалентного заряду, що здійснює круговий рух.

ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?

Конфігурація антенної системи та спосіб її живлення визначають стан поляризації випромінюваної хвилі.

3.2.2. Поляризація при дзеркальному відбиванні.  
Закон Брюстера

При випромінюванні світла, на відміну від радіодіапазону, важко досягти узгодженого випромінювання всіх атомів – випромінювана хвиля найчастіше є природною.

? ДОПИТЛИВИМ

Який найпростіший спосіб поляризації світла?

Погляньте на відбиття якогось предмета на гладкій по-



Домашній дослід

Друге відкриття  
Е. Малюса

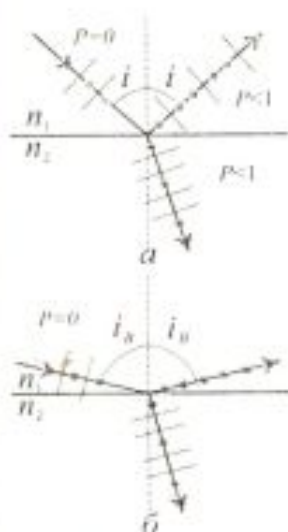


Рис. 3.5

Відкриття  
Д. Брюстера  
(закон Брюстера)

ПОДУМАЙТЕ ТА  
ВІДПОВІДАЙТЕ

верхні води. Скористайтесь поляризаційним світлофільтром (поляроїдом) для визначення стану поляризації відбитого світла. Ви виявите, що при куті падіння близько  $53^\circ$  відбитий промінь повністю лінійно поляризований. Дійсно, обертаючи поляроїд, Ви зможете цілком погасити відбитий промінь. Повторюючи цей дослід на інших діелектриках, Ви виявите, що кут падіння, при якому відбитий промінь повністю поляризований, для різних речовин різний. Цей ефект був помічений ще Е. Малюсом. Саме він показав, що значення кута повної поляризації залежить від властивостей речовини.

Якщо ж природне світло падає на межу поділу повітря – вода під іншим кутом, то частина його відбивається, а частина заломлюється й поширюється у другому середовищі. Якщо встановити на шляху відбитого й заломленого променів аналізатор, то можна побачити, що вони частково поляризовані: при повертанні аналізатора навколо променів інтенсивність світла періодично збільшується й зменшується (повного гасіння не спостерігається).

Подальші дослідження показали, що у відбитому промені переважають коливання, перпендикулярні до площини падіння ( $\perp$ ), в заломленому – коливання, паралельні площині падіння ( $\parallel$ ) (рис. 3.5, а).

Ступінь поляризації – ступінь виділення світлових хвиль з певною орієнтацією електричного вектора – залежить від кута падіння променів і показника заломлення.

У 1815 р. шотландський фізик Д. Брюстер встановив закон, згідно з яким при куті падіння  $i_B$  (кут Брюстера), який задовольняє умову

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

відбитий промінь є повністю лінійно поляризованим. Тут  $n_{21}$  – показник заломлення другого середовища відносно першого.

Якими ж є ступінь і стан поляризації променя, відбитого під кутом Брюстера (рис. 3.5, б)?

Ступінь поляризації  $P$  заломленого променя при куті падіння  $i_B$  досягає найбільшого значення, проте цей промінь залишається поляризованим лише частково.

Явище поляризації хвилі при її відбиванні від поверхні діелектрика використовують для створення поляризатора та вікна Брюстера.

<p>Винахід О.Г. Столетова – набір скляних пластинок як поляризатор!</p> <p>Вікно Брюстера в газових лазерах</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	<p><b>Стопа Столетова.</b> Відбивання під кутом Брюстера дає змогу отримати лінійно поляризоване світло, однак його інтенсивність невелика і для скла (<math>n = 1,5</math>) складає близько 15% від інтенсивності падаючого променя, тобто основна його частина поширюється у напрямку заломлення хвилі, яка поляризована не повністю. Для збільшення ступеня поляризації заломлених хвиль О.Г. Столетов запропонував пропустити їх крізь стопу скляних пластинок. Так, для <math>i = i_0</math> стопа з десяти скляних пластинок дає змогу отримати ступінь поляризації заломлених хвиль майже <math>P = 0,99</math>.</p> <p>Існування кута Брюстера використовують для отримання вікна, що пропускає 100% поляризованого світла. При нормальному падінні через скляне вікно проходить 92% інтенсивності (біля 4% втрачається при відбиванні на кожній поверхні). В газовому лазері, де відбиваючі дзеркала розташовані за вікнами, промінь приблизно 100 разів проходить через вікно. Оскільки після цього залишиться лише 0,03% (0,92 в сотому степені), то для вирішення проблеми вікна розташовують так, щоб світло падало під кутом Брюстера. При цьому компонента з поляризацією, паралельною площині падіння, повністю проходить.</p> <p>Чому пілоти при спостереженні в польоті дна морів часто використовують окуляри з поляроїдами?</p>
<p>ПРАКТИКАМ 3.3</p>	<p>Як за допомогою двох скляних пластин експериментально перевірити закон Брюстера?</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 3.2</p>	<p>Доведіть, що при падінні світла на межу поділу середовищ під кутом Брюстера відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні.</p>
<p>? ДОПИТЛИВИМ</p> <p>Селективне поглинання як спосіб поляризації</p>	<p><b>3.2.3. Поляризація при селективному поглинанні</b></p> <p>Чи є інші способи перетворення природної електромагнітної хвилі у лінійно поляризовану?</p> <p>1. <b>Мікрохвильовий поляризатор.</b> Позбутися "непотрібної" компоненти вектора <math>\vec{E}</math> хвилі можна, якщо змусити її здійснити роботу над електронами в речовині. У випадку мікрохвиль селективне поглинання можна здійснити за допомогою решітки паралельно розташованих провідників.</p> <p>Нехай провідники розташовані паралельно осі <math>x</math>, а мік-</p>



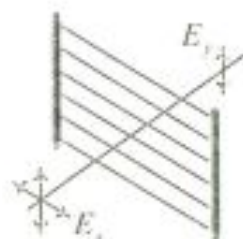


Рис. 3.6

? ДОПИТЛИВИМ

Винахід Ланда – поляризатор в домашніх умовах!

рохвилі мають  $E_x$ - і  $E_y$ -компоненти. Тоді електричне поле  $E_x$ -компоненти спричиняє зміщення електронів уздовж провідників, які для електронів відіграють роль активного навантаження. Поле хвилі здійснює роботу над електронами провідників, внаслідок чого  $E_x$ -компонента хвилі не проходить через решітку провідників. Легко показати, що під дією  $E_y$ -компоненти мікрохвилі електрони в провідниках знаходяться в статичній рівновазі і не мають ні швидкості, ні прискорення. Вони не випромінюють і не поглинають енергію, внаслідок чого  $E_y$ -компонента мікрохвилі вільно проходить через решітку провідників (рис. 3.6). Таким чином, металева решітка відіграє роль поляризатора або аналізатора мікрохвиль.

Який пристрій можна використати як поляризатор для ІЧ-діапазону?

Для ІЧ-діапазону як поляризатори використовують дифракційні ґратки, вирізи яких заповнені золотом.

2. Полярійд. Для видимого світла досить важко зробити решітку з паралельних провідників. Цього можна досягнути, наприклад, осаджуючи в подряпинах дифракційної ґратки (2000 штрихів на міліметр) золото. Така ґратка перетворюється в поляризатор.

У 1938 р. Ланд запатентував полярійд. Полярійдом називають штучний поляризуючий матеріал або пристрій, принцип дії якого також базується на здійсненні роботи однією компонентою випромінювання та її поглинанні. Ланд узяв прозору речовину, молекули якої складаються з довгих вуглеводневих ланцюгів і здатні орієнтуватися вздовж одного напрямку при деформації розтягу або зсуву (наприклад целофан). Речовину після деформування опускають у розчин йоду й висушують. У результаті отримується решітка з „ефективних провідників”, що спрямовані вздовж вуглеводневих ланцюгів. Компонента електричного поля, паралельна „провідникам”, поглинається, а перпендикулярна до них – проходить. Таким чином, така решітка виконує функцію поляризатора.

### 3.2.4. Поляризація при розсіюванні

У сонячний день подивіться через полярійд на блакитне небо. Обертаючи полярійд, спостерігайте на небі темні

Поляризація при розсіюванні як наслідок анізотропії випромінювання електронів у молекулах

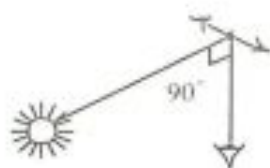


Рис. 3.7

Механічна модель поляризації при розсіюванні



Рис. 3.8

? ДОПИТЛИВИМ

УЗАГАЛЬНИМО

ділянки. Це означає, що розсіяне сонячне світло поляризоване. Виявіть ділянку неба з найбільш вираженою поляризацією та визначте кут між лінією, що з'єднує вашу голову з цією ділянкою, та лінією, що з'єднує сонце з цією ділянкою. Ви з'ясуєте, що цей кут приблизно становить  $90^\circ$ .

Як пояснити поляризацію блакитного неба? Електричне поле в сонячному випромінюванні не поляризоване. В цьому можна переконатися, спостерігаючи за тінню від поляроїда на білому папері. При обертанні поляроїда яскравість тіні не змінюється, що вказує на відсутність поляризації в сонячному випромінюванні. Розсіяне випромінювання є вторинними хвилями, що породжені коливаннями електронів у молекулах повітря. *Електрони, що коливаються в молекулі, не однаково випромінюють у різних напрямках.* Амплітуда й напрямок поляризації хвилі, що випромінюється молекулою, залежать від проекції амплітуди руху заряду на напрямок від молекули до спостерігача (рис. 3.7). Поляризацію при розсіюванні використовують для отримання поляризованого рентгенівського випромінювання.

Поляризацію при розсіюванні можна змоделювати за допомогою двох мотузок: перша прикріплена до стінки, а друга прив'язана до середини першої (рис. 3.8, а, б). Видно, що вертикальні коливання першої мотузки не приводять до коливань другої мотузки. Горизонтальні ж коливання породжують коливання другої мотузки.

Цікаво, що бджоли використовують поляризацію неба для своєї навігації. Деякі люди також можуть відчувати поляризацію, не користуючись поляроїдом. Вони бачать фігуру Гайдінгера, яка являє собою жовту пляму у вигляді перев'язаних снопів на блакитному фоні.

Якою є поляризація веселки – радіальною чи тангенціальною відносно її дуги? (Якщо Ви не зможете дочекатися веселки, щоб перевірити свої передбачення, то зробіть штучну веселку, використовуючи для цього пульверизатор (див. "Домашні досліди", дослід 2).

- Поляризація хвиль – результат упорядкованості коливань зарядів джерела хвиль або зарядів в середовищі, в якому вона розповсюджується.
- Тип поляризації хвилі визначається напрямком коливань зарядів.



<p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Поляроїди – це штучні матеріали або пристрої, в яких одна компонента хвилі поглинається.</p> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>? ДОПИТЛИВИМ</p> <p>Модель анізотропної речовини</p> <p>Подвійне променезаломлення – наслідок анізотропії речовини</p>	<p style="text-align: center;"><b>3.3. Подвійне променезаломлення</b></p> <p style="text-align: center;"><b>3.3.1. Подвійне променезаломлення в анізотропному середовищі</b></p> <p>Поляризація світла змінюється як при відбиванні від діелектрика, так і при заломленні світла на його межі. Чи однаково взаємодіє хвиля з оптично ізотропними та анізотропними діелектриками?</p> <p>Дослід показує, що при проходженні світла в <i>анізотропному середовищі</i> спостерігається ряд цікавих явищ, зумовлених залежністю показника заломлення від напрямку коливань вектора електричного поля хвилі.</p> <p>При проходженні природного світла через анізотропне середовище в ньому „виживають” дві хвилі зі взаємно перпендикулярними площинами поляризації. Для ілюстрації цього скористаємося вже відомою нам моделлю анізотропного середовища. Нехай <i>речовина складається із витягнутих молекул, осі яких паралельні</i> (наприклад целофан). Така структура молекул сприяє тому, що в речовині під дією поля електромагнітної хвилі електрони легше коливаються вздовж осі молекул, ніж поперек (можна вважати, що властивості речовини різні в різних напрямках, тобто речовина анізотропна). За таких умов показник заломлення має різні значення для хвиль, поляризованих у взаємно перпендикулярних напрямках, тому виникає подвійне променезаломлення.</p> <p>Подвійне променезаломлення пояснюється анізотропією речовини, внаслідок якої діелектрична проникність <math>\epsilon</math> виявляється такою, що залежить від напрямку дії електричного поля <math>\vec{E}</math>. В анізотропних матеріалах <math>\epsilon</math> в напрямку оптич-</p>

<p>Подвійне променезаломлення – наслідок анізотропії діелектричної проникності</p>	<p>ної осі (напрямок витягнення молекул) і в напрямку, перпендикулярному до неї, має різні значення: <math>\epsilon_{\parallel}</math> і <math>\epsilon_{\perp}</math>, які називаються поздовжньою і поперечною діелектричними проникностями речовини відповідно. В інших напрямках <math>\epsilon</math> має проміжні значення. А оскільки <math>n = \sqrt{\epsilon}</math> і <math>v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}</math>, то з анізотропії <math>\epsilon</math> випливає, що світловим хвилям зі взаємно перпендикулярними напрямками коливання вектора <math>\vec{E}</math> відповідають різні значення показника заломлення – звичайний <math>n_o</math>, для якого виконується закон заломлення, і незвичайний <math>n_e</math>, для якого не виконується цей закон. Це зумовлює різницю в швидкості поляризованих хвиль у речовині, в якій виникає відносна зміна фази двох компонент.</p>
<p>ПРАКТИКАМ 3.4</p>	<p>Запропонуйте спосіб виявлення оптично анізотропних речовин.</p>
<p>Перше відкриття Ж. Біо</p> <p>Дихроїзм – природне селективне поглинання хвиль оптичного діапазону</p> <p>Поляріди</p>	<p style="text-align: center;"><b>3.3.2. Дихроїзм</b></p> <p>Анізотропним кристалам також притаманне подвійне променезаломлення. Проходження світла через такі кристали вивчає кристалооптика, елементи якої наведено в підручниках [1, 2].</p> <p>У 1816 р. французький фізик Ж. Біо виявив, що в кристалі турмаліну спостерігається подвійне променезаломлення, але звичайний промінь, для якого виконується закон заломлення, у ньому поглинається набагато сильніше, ніж незвичайний. Очевидно, в турмаліні коефіцієнти поглинання не однакові для звичайного й незвичайного променів і залежать від напрямку поширення світла в кристалі. Це явище назвали <b>дихроїзмом</b>, <i>оскільки колір кристала залежить від напрямку спостереження</i>. Пластинка турмаліну завтовшки 1 мм практично повністю поглинає звичайний промінь, і світло, що проходить крізь неї, буде лінійно поляризованим. Поляризатори, принцип дії яких базується на явищі дихроїзму, називаються <b>полярідами</b>.</p>
<p>Відкриття Е. Бартоліноса</p>	<p style="text-align: center;"><b>3.3.3. Аномальне заломлення</b></p> <p>Розглянемо поляризаційне явище – аномальне заломлення світла, яке вперше було описане в 1669 р. датським фізиком Е. Бартоліносом, а пояснене майже через два століття. Моряки, що приїздили з Ісландії, привозили в Європу кристали ісландського шпату (<math>\text{CaCO}_3</math>), які мали дивну влас-</p>



Дослідження  
Х. Гюйгенса

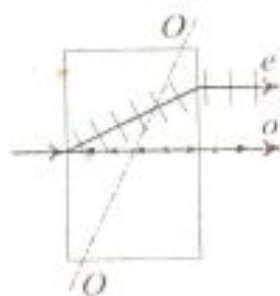


Рис. 3.9

Ідея І. Ньютона

тивість роздвоювати світло.

У 1690 р. Х. Гюйгенс виявив на досліді, що кожен з двох променів, що виходять із шпату, поводиться при проходженні через інший такий же кристал інакше, ніж промені, що йдуть безпосередньо від джерела світла. Залежно від взаємної орієнтації кристалів інтенсивності двох променів, на які в свою чергу роздвоюється другим кристалом кожний з променів, що виходять з першого кристала, різна. При певній орієнтації кристалів інтенсивність одного з променів у другому кристалі дорівнює нулю. Х. Гюйгенс не зміг пояснити ці ефекти.

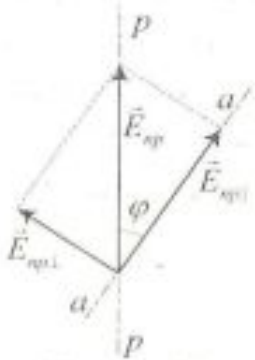
У 1704 році І. Ньютон зробив спробу пояснити це явище, припустивши, що світловий промінь має сторони, і напрям, що сполучає одну пару сторін, нерівноправний з перпендикулярним до нього напрямом. Слід зауважити, що І. Ньютон розглядав світло як сукупність корпускул і вважав, що „світлові корпускули” схожі на маленькі магнітики, які мають полюси, в зв'язку з чим напрям уздовж магнітика нерівноправний з перпендикулярним до нього напрямом.

Аномальне заломлення є окремим випадком уже розглянутого явища подвійного променезаломлення. Воно виникає тоді, коли вісь асиметричних молекул не паралельна природній поверхні кристала. На рис. 3.9 зображено звичайний і незвичайний промені в ісландському шпаті й показано напрямок оптичної осі, що збігається з віссю асиметричних молекул.

### 3.3.4. Поляризатори

Поляризатори

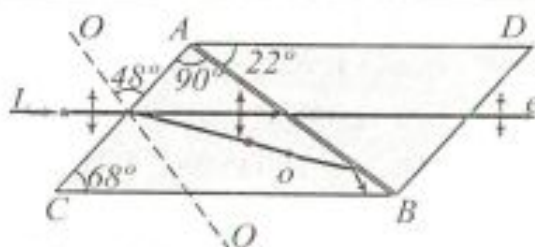
Вище було вказано, що характер коливань вектора  $\vec{E}$  електромагнітної хвилі залежить не лише від джерела хвилі, але й від середовища. При взаємодії хвилі з зарядами середовища може спостерігатись зміна стану поляризації хвилі. Так, плоскополяризоване світло можна отримати з природного за допомогою кристалів або пристроїв, які називаються *поляризаторами*. Вони вільно пропускають коливання, паралельні площині поляризації, яка називається *головною площиною*, і повністю затримують коливання, перпендикулярні до цієї площини. В ролі поляризаторів можуть бути середовища, анізотропні відносно коливань вектора  $\vec{E}$ , наприклад кристали. Одним із природних кристалів, які використовуються як поляризатори, може бути турмалін.

<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Подвійне променезаломлення – наслідок взаємодії хвилі з анізотропною речовиною.</li> <li>• Дихроїзм – наслідок поглинання однієї компоненти хвилі в кристалі.</li> <li>• Роздвоєння зображення в кристалі – свідчення не-паралельності його оптичної осі і природної грані.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>? ДОПИТЛИВИМ</p>  <p>Рис. 3.10</p> <p>Закон Малюса</p> <p>Зверніть увагу</p>	<h3>3.4. Аналіз поляризованих електромагнітних хвиль</h3> <h4>3.4.1. Закон Малюса. Аналізатор</h4> <p>Чому інтенсивність природного світла, що проходить через ідеальний поляризатор, зменшується вдвічі?</p> <p>Розглянемо хвилю, вектор напруженості електричного поля якої <math>\vec{E}_{np}</math> коливається у площині, що утворює з головною площиною поляризатора <math>p-p</math> кут <math>\varphi</math> (рис. 3.10). В ідеальному поляризаторі можна знехтувати втратою інтенсивності при відбиванні й поглинанні. Коливання вектора <math>\vec{E}</math> хвилі, що входить у поляризатор, можна подати у вигляді суперпозиції двох коливань у взаємно перпендикулярних площинах:</p> $E_{np\parallel} = E_{np} \cos \varphi, \quad E_{np\perp} = E_{np} \sin \varphi.$ <p>Перше коливання пройде через поляризатор, друге він затримає. Інтенсивність хвилі, що пройшла, пропорційна величині <math>E_{np\parallel}^2 = E_{np}^2 \cos^2 \varphi</math>, тобто дорівнює</p> $I_p = I_{np} \cos^2 \varphi,$ <p>де <math>I_{np}</math> – інтенсивність коливань з амплітудою <math>E_{np}</math>.</p> <p>Оскільки в природному світлі всі значення <math>\varphi</math> рівномірні, то частина інтенсивності світла, що пройшло через поляризатор, буде дорівнювати середньому значенню <math>\cos^2 \varphi</math> (тобто <math>\frac{1}{2}</math>) і <math>I_p = \frac{1}{2} I_{np}</math>.</p> <p>При обертанні поляризатора навколо напрямку поширення природного світла інтенсивність світла, що пройшло,</p>



<p>Аналізатор – це поляризатор, за допомогою якого аналізують особливості поляризації світла</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	<p>залишається незмінною, змінюється лише орієнтація площини поляризації світла, що вийшло з поляризатора. Тому інтенсивність світла, що пройшло через систему поляризатор – аналізатор, змінюється при обертанні останнього від мінімуму (повне погашення світла) при <math>\varphi = \frac{\pi}{2}</math> до максимуму при <math>\varphi = 0</math>. Оскільки людське око не здатне встановити, поляризовані промені чи ні, то його „озброюють” так званим аналізатором.</p> <p>Чому у випадку світла, поляризованого по колу, обертання аналізатора не супроводжується зміною інтенсивності світла, що пройшло через пристрій?</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 3.3</p>	<p>Знайдіть максимальну інтенсивність світла, яке пройшло через реальні поляризатор та аналізатор, площини яких утворюють кут <math>\varphi</math>, а коефіцієнт поглинання <math>k</math>.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Для аналізу поляризованих хвиль використовують закон Малюса, що визначає зміну інтенсивності лінійно поляризованої хвилі в результаті проходження нею аналізатора.</li> <li>• Реальний поляризатор, утворюючи плоскополяризовану хвилю з природної, зменшує інтенсивність більше ніж у двічі.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>3.5. Елементи поляризаційної оптики</b></p> <p style="text-align: center;"><b>3.5.1. Поляризаційні призми</b></p> <p>Явище подвійного променезаломлення лежить в основі роботи поляризаційних пристроїв, які служать для отримання поляризованого світла. Найчастіше для цього застосовуються <i>призми</i> і <i>поляроїди</i>.</p> <p>Типовий представник поляризаційних призм – <i>призма Ніколя</i> (ніколь) – прилад, що складається з двох призм з ісландського шпату, склеєних вздовж лінії <math>AB</math> канадським бальзамом з <math>n = 1,55</math> (рис. 3.11).</p>

Рис. 3.11



Оптична вісь  $OO'$  нахилена під кутом  $48^\circ$  до вхідної грані  $AC$ . Природний промінь  $L$  при падінні на грань  $AC$  внаслідок подвійного заломлення поділяється на звичайний  $o$  і незвичайний  $e$  промені. При певному виборі кутів призми звичайний промінь падає на шар бальзаму під кутом  $76^\circ$ , більшим за межовий, зазнає повного внутрішнього відбивання, падає на зачорнену грань  $CB$  і нею поглинається. Незвичайний промінь виходить з призми паралельно грані  $CB$ .

### 3.5.2. Затримуючі пластинки. Круговий поляризатор

В анізотропному прозорому пластику для двох напрямків (оптичні осі) діелектричні проникності різні, і тому будуть відрізнятися і показники заломлення. Напрямок, для якого показник заломлення найбільший, називається повільною віссю. Оптична вісь, якій відповідає менший показник заломлення, називається швидкою віссю. Тому пластинку з целюфану або пластика, якій притаманні такі властивості, називають затримуючою пластинкою.

Якщо на анізотропну пластинку (слюда, кристал) падає лінійно поляризоване світло, то когерентними є звичайні й незвичайні хвилі, площини поляризації яких взаємно перпендикулярні. Площина поляризації світла, яке виходить з поляризатора, утворює з оптичною віссю пластинки кут  $\theta < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , і у пластинці поширюватимуться звичайний і незвичайний промені в напрямку падаючого променя. Нехай  $E$  – амплітудне значення електричного вектора променя, що падає на пластинку (рис. 3.12). Тоді амплітуди електричних векторів звичайного й незвичайного променів

$$E_{oa} = E \sin \alpha, \quad E_{ea} = E \cos \alpha.$$

Після проходження пластинки завтовшки  $d$  між звичайним і незвичайним променями виникають різниця ходу  $\Delta = (n_o - n_e)d$  і різниця фаз  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_o - n_e)d$ , де  $\lambda_0$  – довжина хвилі у вакуумі. Тоді коливання електричних векторів

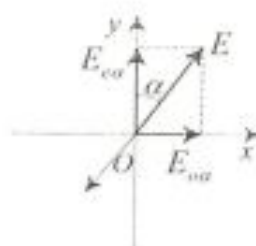


Рис. 3.12



звичайного й незвичайного променів здійснюються за законом

$$E_o = E_{oa} \cos(\omega t - \delta) = E \sin \alpha \cos(\omega t - \delta),$$

$$E_e = E_{ea} \cos \omega t = E \cos \alpha \cos \omega t.$$

При додаванні цих коливань отримуємо рівняння еліпса, довільно орієнтованого відносно осей  $Ox$  і  $Oy$ :

$$\frac{E_o^2}{E_{oa}^2} + \frac{E_e^2}{E_{ea}^2} - 2 \frac{E_o E_e}{E_{oa} E_{ea}} \cos \delta = \sin^2 \delta.$$

Отже, в загальному випадку на виході пластинки отримуємо еліптично поляризовану хвилю.

Якщо товщина пластинки задовольняє умову  $\Delta = (n_o - n_e)d = \frac{\lambda_0}{4}$ , то  $\delta = \frac{\pi}{2}$ , і при  $E_o = E_e$  ( $\alpha = 45^\circ$ ) на виході з пластини світло буде циркулярно поляризованим.

Пластинка, для якої оптична різниця ходу

$$\Delta = (n_o - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{4}\right) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

називається пластинкою у чверть хвилі.

Круговий поляризатор складається з лінійного поляризатора і хвильової пластинки у чверть довжини хвилі (рис. 3.13), оптична вісь якої складає кут  $45^\circ$  з площиною поляризації. Тільки в цьому випадку рівні амплітуди хвиль, між якими пластинка створює різницю фаз  $\delta = \frac{\pi}{2}$ . Така система може здійснювати й обернене перетворення світла, поляризованого по колу, в лінійно поляризоване.

Чому тільки за допомогою пластинки у чверть хвилі можна експериментально відрізнити світло, поляризоване по колу, від природного, еліптичну поляризацію від часткової поляризації?

Пластинка, для якої оптична різниця ходу

$$\Delta = (n_o - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

називається пластинкою у півхвилі. В цьому випадку зсув фаз  $\delta = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) 2\pi$ . Проїшовши таку пластинку, лінійно поляризоване світло таким і залишається, а електричний вектор змінює напрямок коливань на кут  $2\alpha$  за годинниковою стрілкою.

Чому, пройшовши через пластинку в півхвилі, світло

Пластинка у чверть хвилі

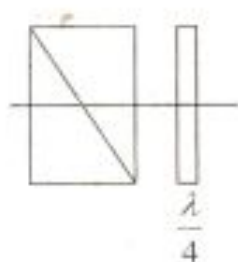


Рис. 3.13

? ДОПИТЛИВИМ

Пластинка у півхвилі

? ДОПИТЛИВИМ

<p>Пластинка в одну хвилю</p>	<p>змінює стан кругової поляризації з правої на ліву і навпаки?</p> <p>Якщо <math>\Delta = (n_o - n_e)d = m\lambda_c</math> (<math>m = 0, 1, 2, \dots</math>), то <math>\delta = 2\pi</math>, і лінійно поляризоване світло після проходження пластинки в одну довжину хвилі буде також лінійно поляризованим без зміни орієнтації площини поляризації.</p>
<p>Способи штучного отримання оптичної анізотропії</p>	<p style="text-align: center;"><b>3.6. Штучна оптична анізотропія</b></p> <p>Подвійне променезаломлення має місце в природних анізотропних середовищах. Існують різні способи отримання <i>штучної оптичної анізотропії</i>, тобто надання оптичної анізотропії природно ізотропним речовинам. Яким чином це можна зробити? Фактично, суть одного із способів Вам вже відома з попередніх підрозділів (виготовлення поляризатора шляхом <i>деформації</i> целофану). Загальний же принцип простий – <i>зовнішньою дією необхідно добитися відмінностей оптичних властивостей в якомусь напрямку</i>.</p> <p>Оптично ізотропні речовини стають оптично анізотропними під дією:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <i>однобічного стиску або розтягу</i> (кристали кубічної системи, скло та ін.) (Т. Зеєбек, Д. Брюстер);</li> <li>2) <i>електричного поля</i> (рідини, аморфні тіла, гази) (Д. Керр);</li> <li>3) <i>магнітного поля</i> (рідини, скло, колоїди) (Коттон, Мутон).</li> </ol> <p>У згаданих випадках речовина набуває властивостей одновісного кристала, оптична вісь якого збігається з напрямком або деформації, або електричного поля, або магнітного поля.</p> <p>Мірою оптичної анізотропії, яка виникає, є різниця показників заломлення звичайного й незвичайного променів у напрямку, перпендикулярному до оптичної осі.</p>
<p>Друге відкриття Брюстера</p>	<p style="text-align: center;"><b>3.6.1. Фотопружність</b></p> <p>Д. Брюстером було встановлено, що в стисненому з двох боків склі виникає подвійне променезаломлення. Оптичну анізотропію, яка виникає під впливом деформації, можна виявити, якщо помістити досліджуване тіло <math>A</math> між</p>



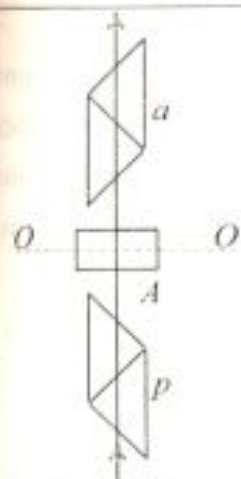


Рис. 3.14

Міра анізотропії

$$n_o - n_e = \frac{v_o}{c} - \frac{v_e}{c}$$

? ДОПИТЛИВИМ

Контроль якості виробництва оптичних матеріалів

Моделювання напружено-деформованого стану в деталях літаків, ракет, машин

схрещеними поляризатором  $p$  і аналізатором  $a$  (рис. 3.14).

Доки тіло не деформоване, така система не пропускає світла. При однобічному стисненні або розтяганні тіла вздовж напрямку  $OO$  в тілі виникає оптична анізотропія, еквівалентна анізотропії одновісного кристала з оптичною віссю  $OO$ . Звичайний і незвичайний промені будуть поширюватися в напрямку, перпендикулярному до  $OO$ , із різними швидкостями  $v_o$  і  $v_e$ . Якщо головний переріз поляризатора не паралельний  $OO$  і не перпендикулярний до неї, то світло, яке пройшло через деформоване тіло, стане еліптично поляризованим, і його не можна погасити аналізатором.

Різниця коефіцієнтів заломлення  $n_o - n_e = \frac{v_o}{c} - \frac{v_e}{c}$  може бути мірою анізотропії, що виникла. Досвід показує, що різниця  $n_o - n_e$  пропорційна напруженню  $\sigma$  в даній точці тіла:  $n_o - n_e = k_1 \sigma$ , де  $k_1$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від властивостей речовини. Різниця фаз, яку матимуть звичайний і незвичайний промені, пройшовши тіло завтовшки  $l$ , дорівнює

$$\delta = \frac{2\pi l}{\lambda_0} (n_o - n_e) = 2\pi C \sigma l,$$

де  $\lambda_0$  – довжина хвилі світла у вакуумі, а  $C = \frac{k_1}{\lambda}$  – новий коефіцієнт. Залежно від роду речовини коефіцієнт  $C$  може бути позитивним або негативним.

Як можна використати явище фотопружності на практиці?

Явище штучної оптичної анізотропії при деформаціях використовують для виявлення внутрішніх залишкових напружень, які можуть виникати у виробах зі скла та інших прозорих ізотропних матеріалів внаслідок порушення технології їх виготовлення. Оптичний метод вивчення на прозорих моделях розподілу внутрішніх напруг у різних напружених частинах машин і споруд широко застосовують у сучасній аерокосмічній техніці. Для цього використовують моделі, виготовлені з целулоїду або іншої ізотропної речовини.

Оскільки величина оптичної анізотропії пропорційна напруженню  $\sigma$ , то за виглядом смуг однакового кольору (ізохром), що виникають при спостереженні моделі між схрещеними поляризаторами, можна зробити висновок про

значення напружень.

Оптична анізотропія може виникнути також і в рідині під дією зовнішніх динамічних впливів. Виникнення оптичної анізотропії в потоці може бути використано для вивчення властивостей полімерів, що йдуть на виготовлення штучних каучуків і пластмас.

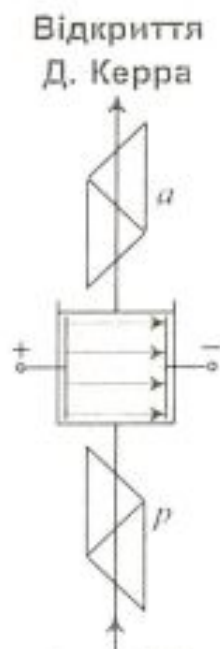


Рис. 3.15

### 3.6.2. Квадратичний електрооптичний ефект Керра

У 1875 р. Д. Керр виявив, що рідкий або твердий ізотропний діелектрик, поміщений у дуже сильне однорідне електричне поле, стає оптично анізотропним. Це явище називають *ефектом Керра*. Принципову схему спостереження цього явища в рідинах зображено на рис. 3.15, де  $p$  і  $a$  – поляризатор і схрещений з ним аналізатор. Між ними розміщена кювета з конденсатором ("комірка Керра"), між пластинами якого знаходиться досліджувана рідина. За відсутності електричного поля світло через систему не проходить.

Досліди показали, що під дією однорідного електричного поля плоского конденсатора рідина набуває властивостей одновісного кристала, оптична вісь якого збігається з напрямком вектора  $\vec{E}$  напруженості поля конденсатора. Різниця показників заломлення рідини для звичайного й незвичайного променів монохроматичного світла в напрямку, перпендикулярному до вектора  $\vec{E}$ , пропорційна  $E^2$ :  $n_o - n_e = k_2 E^2$ , де  $k_2$  – коефіцієнт пропорційності.

Якщо довжина шляху променів між обкладками конденсатора  $l$ , то різниця фаз між звичайним й незвичайним променями дорівнює

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_o - n_e) l = \frac{2\pi}{\lambda_0} l k_2 E^2 = 2\pi B E^2,$$

де  $B = \frac{k_2 l}{\lambda_0}$  – стала Керра, яка залежить від природи речовини, довжини хвилі  $\lambda_0$ , температури і швидко зменшується зі збільшенням температури. Часто користуються іншою константою Керра  $K$ , яка зв'язана з  $B$  співвідношенням  $K = \frac{B\lambda}{n}$ , де  $n$  – абсолютний показник заломлення речовини за відсутності електричного поля.



<p>механізм ефекту Керра</p>	<p>У 1930 р. було виявлено існування ефекту Керра і в газах. Трудність спостереження цього явища пов'язана з тим, що значення <math>B</math> для газів на кілька порядків менше, ніж для рідин. Для більшості речовин <math>B &gt; 0</math>, тобто ці речовини за своїми оптичними властивостями в однорідному електричному полі подібні до оптично позитивних одновісних кристалів. Існують речовини, для яких <math>B &lt; 0</math>.</p> <p>Ефект Керра пояснюється різною поляризацією молекул у різних напрямках. За відсутності поля молекули орієнтовані довільно, тому рідина загалом не виявляє анізотропії. Під дією поля молекули повертаються так, що у напрямі поля орієнтованими є або їх дипольні електричні моменти (у полярних молекул), або напрям найбільшої поляризації (у неполярних молекул). В результаті речовина стає оптично анізотропною.</p>
<p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	<p><b>3.6.3. Лінійний електрооптичний ефект Поккельса</b></p> <p>Виникнення штучного подвійного променезаломлення в кристалі під дією зовнішнього електричного поля називається електрооптичним ефектом Поккельса. На відміну від квадратичного ефекту Керра в лінійному електрооптичному ефекті різниця фазових швидкостей звичайного й незвичайного променів пропорційна напруженості електричного поля.</p> <p>Як можна використати ефекти Керра і Поккельса на практиці?</p> <p>Для модуляції світлового променя! Ефекти практично безінерційні, тобто перехід речовини з ізотропного стану в анізотропний (і назад) при вмиканні (вимиканні) поля становить приблизно <math>10^{-10}</math> с. Тому цей ефект може бути використаний для високочастотної модуляції, в якості бістабільного електрооптичного пристрою, а також для електрооптичного відхилення світлового променя. Електрооптичний ефект застосовується при дослідженні швидкоплинних процесів (швидкісна фото- і кінозйомка тощо).</p>

<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Штучна оптична анізотропія речовини є наслідком дії на неї зовнішніх чинників, що обумовлюють упорядкування орієнтації в просторі частинок речовини.</li> <li>• Наслідком штучної оптичної анізотропії є виникнення у речовини “чутливості” до стану поляризації падаючого світла під дією зовнішніх чинників.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Відкриття Д. Араго</p> <p>Оптична активність – поворот площини поляризації хвилі в речовині</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p> <p>Оптичну активність називають <i>правою</i> (додатною), якщо площина поляризації повертається вправо, і <i>лівою</i> (від’ємною), якщо вона повертається вліво</p>	<p style="text-align: center;"><b>3.7. Оптична активність.</b> <b>Поворот площини поляризації</b></p> <p>У 1811 р. французький вчений Д. Араго, досліджуючи проходження поляризованого світла через пластинки кристала кварцу, вирізані перпендикулярно до оптичної осі, встановив, що кварц має властивість змінювати напрям поляризації світла, що проходить через нього. В подальшому було встановлено, що не лише в кристалічних тілах, але й у деяких ізотропних рідинах крім подвійного заломлення променів спостерігається явище, яке полягає в тому, що площина коливань електричного вектора світлової хвилі повертається на деякий кут при проходженні світла крізь такі речовини. Це явище називається <i>оптичною активністю</i>. Речовини, що мають властивість повертати площину поляризації світла, яке через них проходить, називаються оптично активними. Якщо речовина не знаходиться у зовнішньому магнітному полі, то оптична активність буде природною. Чи всі оптично активні речовини повертають площину поляризації в один бік?</p> <p>Експериментально встановлено, що одні речовини повертають площину поляризації вправо, другі – вліво <i>відносно спостерігача, погляд якого спрямований назустріч падаючому променю</i>. Так, у природі існує два типи кристалів кварцу, які є дзеркальним відображенням один одного. Відповідно до властивості повертати площину поляризації в різні боки їх називають право- і лівоповоротним кварцями.</p> <p>Оптично активне середовище – це сукупність асиметричних молекул. Якісно суть явища можна зрозуміти на прикладі асиметричної молекули у формі спіралі (рис. 3.16).</p>



Модель молекули оптично активної середовища

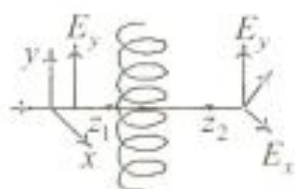


Рис. 3.16

? ДОПИТЛИВИМ

Відкриття Ж. Біо

Якщо на молекулу падає промінь світла, лінійно поляризований уздовж осі  $y$ , то електричне поле викликає рух зарядів вгору та вниз по спіралі. При цьому в напрямку  $y$  виникає струм, що створюється електричним полем. Оскільки електрони можуть рухатися тільки вздовж спіралі, то існує не тільки  $y$ -компонента струму, але й  $x$ -компонента. На перший погляд здається, що  $x$ -складова струму не створює випромінювання, тому що на протилежних боках витка спіралі струм тече в прямо протилежних напрямках. Однак хвилі, породжені протіканням струму на протилежних боках витка, приходять у точку  $z_2$  не одночасно й не гасять одна одну. Оскільки різниця фаз цих хвиль відрізняється від  $\pi$ , то залишається невелика  $E_x$ -компонента електричного поля. Додаючи маленьку  $E_x$ -компоненту до великої  $E_y$ -компоненти, отримаємо результуюче поле під невеликим кутом до  $E_y$ -компоненти поля. Отже, при проходженні променя через середовище з анізотропних молекул напрямок поляризації повертається навколо осі променя.

Від чого залежить кут повороту площини поляризації?

Кут повороту площини поляризації пропорційний товщині шару оптично активної речовини і для монохроматичного світла, довжина світлової хвилі якого  $\lambda$ , визначається формулою

$$\varphi = \alpha l,$$

де  $l$  – довжина шляху променя в оптично активному середовищі;  $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності, який називають питомою оптичною активністю. Він залежить від довжини хвилі, природи речовини та її температури і дорівнює значенню кута, на який повертається площина поляризації монохроматичного світла при проходженні шару завтовшки 1 м.

Для оптично активних рідин та розчинів Ж. Біо у 1831 р. встановив, що кут повороту площини поляризації прямо пропорційний товщині шару  $l$  і концентрації  $C$  оптично активної речовини, тобто

$$\varphi = [\alpha]Cl,$$

де  $[\alpha]$  – коефіцієнт пропорційності, який називається питомою оптичною активністю. Коефіцієнт  $[\alpha]$  залежить від природи оптично активної речовини і розчинника, температури та довжини хвилі світла.

<p>Друге відкриття Ж. Біо</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p> <p>ПРАКТИКАМ</p> <p>Відкриття М. Фарадея</p>	<p>Ж. Біо також експериментально встановив наближену залежність величини <math>[\alpha]</math> від довжини хвилі <math>\lambda</math>:</p> $[\alpha] \sim \frac{1}{\lambda^2}$ <p>Як можна використати явище оптичної активності на практиці?</p> <p><i>Можна визначати концентрацію оптично активних розчинів! Прилади, за допомогою яких проводять такі вимірювання, називаються поляриметрами. Оскільки для розчину цукру питома оптична активність <math>[\alpha]</math> значна, то поляриметри набули широкого застосування в цукрометрії.</i></p> <p><i>Запропонуйте спосіб вимірювання концентрації цукру у розчині.</i></p> <p>Крім природної оптичної активності, у 1845 р. М. Фарадей виявив <i>поворот площини поляризації в оптично неактивних речовинах, розміщених у зовнішньому магнітному полі</i>. Якщо лінійно поляризоване світло поширюється в середовищі у напрямку магнітного поля, то відбувається поворот площини поляризації на деякий кут. Напрямок повороту площини залежить від напрямку поширення світла. Якщо спостерігач дивиться у напрямку магнітного поля, то поворот вправо вважається додатним, вліво – від'ємним. Досліди М. Фарадея і М. Верде показали, що кут повороту площини поляризації пропорційний довжині шляху <math>l</math> променя у речовині й магнітній індукції <math>B</math>, тобто <math>\varphi = VIB</math>, де <math>V</math> – стала Верде, яка залежить від природи речовини і довжини хвилі світла.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Оптична активність – наслідок відмінності в речовині фазової швидкості променів, циркулярно поляризованих у протилежних напрямках.</li> <li>• Кут повороту площини поляризації залежить від довжини хвилі, довжини шляху променя у речовині, природи речовини та її температури.</li> <li>• Оптична активність розчину пропорційна концентрації асиметричних молекул у розчині.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>



<p>Чи правильно Ви розумієте ключові терміни?</p>	<p>Природне світло – с. 55  Частково поляризована хвиля – с. 55  Лінійно поляризована хвиля – с. 56  Еліптично поляризована хвиля – с. 56  Поляризатор – с. 65  Кут Брюстера – с. 59  Подвійне променезаломлення – с. 63  Оптична активність – с. 74</p>
<p>Оцініть свої знання – тестові запитання по розділу:  51 бал і вище – 5;  41 бал і вище – 4;  31 бал і вище – 3</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. У чому полягають відмінності: а) природного світла та частково поляризованого, лінійно поляризованого; б) поляризованого по колу й еліптично поляризованого? (5 балів)</li> <li>2. Напишіть аналітичний вираз для лінійно поляризованої електромагнітної хвилі (електричної складової хвилі), що поширюється вздовж осі <math>x</math> і вектор <math>\vec{E}</math> якої коливається в площині <math>yz</math>. (10 балів)</li> <li>3. Які способи отримання плоскополяризованих хвиль Ви знаєте? Які з них можна використовувати для поляризації хвиль як радіодіапазону, так і оптичного діапазону? Чому? (10 балів)</li> <li>4. На діелектричну поліровану поверхню під кутом Брюстера падає промінь світла. В якому випадку не буде відбивання? (10 балів)</li> <li>5. Як з природної хвилі радіодіапазону отримати частково поляризовану хвилю? (10 балів)</li> <li>6. Чим відрізняється звичайний промінь від незвичайного? (5 балів)</li> </ol> <p>Як можна відрізнити оптично активні речовини від оптично неактивних? (10 балів)</p>
<p>УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Поляризація електромагнітної хвилі полягає в упорядкуванні коливань векторів <math>\vec{E}</math> і <math>\vec{B}</math> у просторі.  <i>Назвіть типи поляризації хвилі.</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Поляризація може бути лінійною, по колу й еліптичною.</li> </ul> <i>Як пояснюється виникнення поляризації того чи іншого типу?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Характером руху зарядів під дією електричного поля в антені або речовині.</li> </ul> </li> <li>2. Поляризація хвилі можлива або при упорядкуванні коливань зарядів джерела хвиль, або при взаємодії хвилі з речовиною, властивості якої в різних напрямках не однакові.</li> </ol>

	<p><i>Як створити хвилю радіодіапазону, поляризовану по колу?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Для цього дві стержневі антени потрібно встановити взаємно перпендикулярно й забезпечити їх живлення від одного генератора так, щоб струм в одній антені випереджав струм в іншій на <math>\frac{\pi}{2}</math>.</li> </ul> <p>3. Поляризація хвиль в анізотропній речовині зумовлена тим, що під дією зовнішньої сили елементарні заряди зміщуються в одних напрямках легше, ніж в інших.</p> <p><i>Про що свідчить проходження світла крізь систему схрещених поляроїдів, між якими помістили призму з плексигласу?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Плексиглас механічно напружений.</li> </ul> <p><i>Як у цьому переконатись?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• При стисканні або розтягненні плексигласу спостерігається зміна інтенсивності світла.</li> </ul> <p>4. Знаючи, як речовина взаємодіє з випромінюванням, ми можемо визначити стан поляризації випромінювання, і навпаки, спостерігаючи, як речовина змінює стан поляризації, ми отримуємо можливість визначити її властивості.</p> <p><i>Як за допомогою поляроїда та транспортира визначити показник заломлення матеріалу?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Потрібно визначити кут, при якому відбитий промінь повністю поляризований, і скористатися законом Брюстера.</li> </ul>
<p>Завдання для обміркування</p>	<p>Запропонуйте способи розпізнавання природного світла та світла, поляризованого по колу, частково поляризованого й еліптично поляризованого.</p>
<p><b>ВЧИМОСЯ СИСТЕМАТИЗУВАТИ</b></p>	<p>Установіть взаємозв'язки між основними фізичними параметрами і між законами. Співвіднесіть прочитаний матеріал із власним досвідом.</p>

### Домашні дослід

**Дослід 1.** Спрямуйте промінь лазерної указки на скляну пластинку під кутом близько  $56^\circ$  та спостерігайте зображення відбитого променя. Повертаючи лазер навколо його



осі. Ви побачите періодичну зміну яскравості зображення відбитого променя (те саме можна спостерігати при відбиванні променя й від інших дзеркальних діелектричних поверхонь).

**Дослід 2.** Створіть штучну веселку, використовуючи для цього пульверизатор. «Озбройте» око фотополяризаційним світлофільтром (поляроїдні плівки, що використовуються в індикаторах наручних електронних годинників або кишенькових електронних ігор). Подивіться через поляроїд на веселку. Як при обертанні поляроїда змінюється інтенсивність світла?

### ДОДАТОК 3

**АНАЛІТИКАМ 3.1.** Щоб знайти траєкторію результуючого коливання світлового вектора при додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань, визначимо  $\cos(\omega t - kx)$  з рівняння для  $E_y$ :

$$\cos(\omega t - kx) = \frac{E_y}{E_{01}},$$

тоді

$$\sin(\omega t - kx) = \sqrt{1 - \left(\frac{E_y}{E_{01}}\right)^2}.$$

Оскільки  $\cos(\omega t - kx + \varphi) = \cos(\omega t - kx)\cos\varphi - \sin(\omega t - kx)\sin\varphi$ , то

$$\frac{E_z}{E_{02}} - \frac{E_y}{E_{01}}\cos\varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{E_y}{E_{01}}\right)^2}\sin\varphi.$$

Піднесемо до квадрата це рівняння:

$$\frac{E_y^2}{E_{01}^2} + \frac{E_z^2}{E_{02}^2} - 2\frac{E_y E_z}{E_{01} E_{02}}\cos\varphi = \sin^2\varphi.$$

Отримане співвідношення є рівнянням еліпса, довільно орієнтованого відносно осей  $Oy$  і  $Oz$ . Якщо  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ , то кінець вектора  $\vec{E}$  в кожній точці поля описує еліпс, який лежить у площині, перпендикулярній до осі  $Ox$ . Така хвиля називається **еліптично поляризованою**.

Якщо  $\varphi = \pm(2m+1)\frac{\pi}{2}$  ( $m=0, 1, 2, \dots$ ), то одержуємо рівняння еліпса, орієнтованого відносно осей  $Ox$  і  $Oy$ :

$$\frac{E_y^2}{E_{01}^2} + \frac{E_z^2}{E_{02}^2} = 1.$$

При  $E_{01} = E_{02} = E_0$  еліпс перетворюється в коло. Така хвиля називається *циркулярно поляризованою (поляризованою по колу)*.

Залежно від напрямку обертання вектора  $\vec{E}$  розрізняють праву та ліву еліптичну і колову поляризацію. Якщо відносно напрямку променя вектор  $\vec{E}$  обертається проти годинникової стрілки, то поляризація називається *правою*, в протилежному випадку – *лівою*.

Еліптично поляризована хвиля при  $\varphi = \pm m\pi$  ( $m=0, 1, 2, \dots$ ) стає *лінійно поляризованою*, оскільки еліпс вироджується в пряму  $\frac{E_y^2}{E_{01}^2} \pm \frac{E_z^2}{E_{02}^2} = 0$ .

АНАЛІТИКАМ 3.2. Оскільки

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = n_{21} = \frac{\sin i_B}{\sin \beta},$$

то  $\cos i_B = \sin \beta$ . Отже,  $i_B + \beta = \frac{\pi}{2}$ , але  $i_B = i$ , тому  $i + \beta = \frac{\pi}{2}$ .

АНАЛІТИКАМ 3.3. Відомо, що інтенсивність плоскополяризованої хвилі, яка утворюється при падінні на *ідеальний поляризатор* природної хвилі, складає 50% від інтенсивності падаючої хвилі. Однак у реальному поляризаторі на кожній поверхні за рахунок відбивання втрачається 4% інтенсивності, і повні втрати складають 8%. Отже, інтенсивність поляризованої хвилі на виході реального поляризатора складає 46% від інтенсивності неполяризованої хвилі, навіть якщо не враховувати поглинання. Поглинання в реальному аналізаторі враховують, вводячи коефіцієнт поглинання  $k_a$ :

$$I_a = k_a I_p \cos^2 \varphi.$$

Якщо пропустити природне світло через реальні поляризатор і аналізатор, площини яких утворюють кут  $\varphi$ , то з першого вийде плоскополяризоване світло інтенсивністю  $I_p = \frac{1}{2} k_p I_{np}$ , а з другого вийде світло інтенсивністю  $I_a = k_a I_p \cos^2 \varphi$ . Отже, інтенсивність світла, що пройшла через два поляризатори:

$$I_a = \frac{1}{2} k_p k_a I_{np} \cos^2 \varphi.$$

Звідси  $I_{\max} = \frac{1}{2} I_{np} k_p k_a$  (поляризатори паралельні) і  $I_{\min} = 0$  ( $\varphi = \frac{\pi}{2}$  – поляризатори схрещені).



**ПРАКТИКАМ 3.1** Зміна якості зображення на екрані телевізора при повороті антени у вертикальній площині свідчить про поляризацію радіохвиль телепередавачів.


**ПРАКТИКАМ 3.2.** Коливання математичного маятника в одній площині є аналогом лінійної поляризації. Якщо виведене з положення рівноваги тіло штовхнути ще й у горизонтальному напрямку вбік, то воно почне рухатися по еліпсу або колу, що є аналогом еліптичної або кругової поляризації.

**ПРАКТИКАМ 3.3.** За допомогою двох скляних пластинок можна експериментально перевірити закон Брюстера, якщо відбитий від першої пластинки промінь під кутом Брюстера падає під цим же кутом на другу пластинку, яка повернута відносно осі променя на  $90^\circ$ .

**ПРАКТИКАМ 3.4.** Візьміть два поляроїди й орієнтуйте їх один відносно одного так, щоб світло не проходило. Якщо помістити між поляроїдами оптично прозору целофанову плівку (використовується для упакування продуктів, квітів тощо), то, обертаючи її у площині, перпендикулярній до напрямку проходження світла, Ви з'ясуєте, що існують дві взаємно перпендикулярні орієнтації плівки, при яких вплив целофану на проходження світла є найбільшим, а також дві взаємно перпендикулярні орієнтації плівки, при яких вплив целофану не проявляється. Таким чином, в целофановій плівці існують два взаємно перпендикулярних напрямки, що лежать в її площині, які зумовлюють утворення фазового зсуву (оптичної різниці ходу) між різними поляризаційними компонентами світла. Зауважимо, що не всяка прозора плівка має такі особливі властивості. Якщо взяти чистий поліетилен і помістити його між скрещеними поляроїдами, то ми не виявимо подвійного променезаломлення. Однак якщо розтягнути його під кутом  $45^\circ$  до напрямку осей поляроїдів, то така система буде пропускати світло.

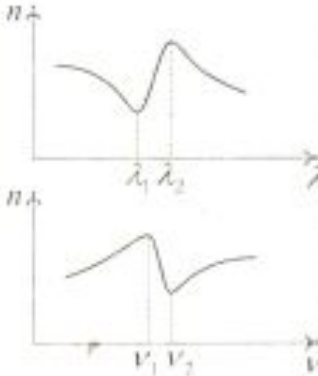
<p style="text-align: center;"><b>Розділ 4</b> <b>ЕЛЕКТРО-</b> <b>МАГНІТНІ ХВИЛІ</b> <b>В РЕЧОВИНІ</b></p>	<p>4.1. Дисперсія світла 4.2. Електронна теорія дисперсії світла 4.3. Поглинання світла 4.4. Ефект Вавілова – Черенкова</p>
<p><b>МЕТА ВИВЧЕННЯ</b></p>	<p>Після вивчення матеріалу даного розділу та виконання завдань Ви повинні бути здатні:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) дати означення ключовим термінам;</li> <li>2) пояснити механізми дисперсії й поглинання електромагнітних хвиль, а також вказати фактори, що визначають характер дисперсійної залежності;</li> <li>3) вказати області використання явищ дисперсії, поглинання світла речовиною й ефекту Вавілова – Черенкова.</li> </ol>
<p><b>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ ?</b></p> <p>Дисперсія – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• розкладення світла в спектр (веселка в небі, явище гало, кольорове забарвлення аерозолі у відбитих променях, кольорове “переливання” діамантів тощо);</li> <li>• деформація (спотворення) електромагнітних хвиль при розповсюдженні в середовищі (залежність швидкості в середовищі від довжини хвилі, зміна форми імпульсу в середовищі)</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Дисперсія навколо нас</b></p> <p>Дисперсія відноситься до ряду явищ, зумовлених взаємодією хвиль з середовищем. Під дисперсією звичайно розуміють залежність фазової швидкості хвилі в середовищі від її частоти. В повсякденному житті ми найчастіше спостерігаємо явище дисперсії електромагнітних хвиль оптичного діапазону (у видимій області) при їх заломленні на межі поділу двох середовищ. Згадаємо, що показник заломлення хвилі на межі двох середовищ чисельно дорівнює відношенню швидкостей розповсюдження хвилі в цих середовищах. Тоді при падінні під одним кутом на межу поділу двох середовищ хвиль різних частот (довжин хвиль) явище дисперсії буде зумовлювати заломлення хвиль різних частот під різними кутами. Саме це зумовлює, наприклад, спостереження нами в небі веселки після дощу або кольорового забарвлення променів, відбитих від полірованих поверхонь алмазу тощо.</p> <p>Дисперсія хвиль спостерігається тільки в тих середовищах, властивості яких залежать від довжини хвилі.</p>



<p>Хронологія досліджень</p>	<p>1620 – відкриття В. Снелліусом закону заломлення</p> <p>1668 – 1675 – активна робота І. Ньютона в області оптики</p> <p>1760 – публікація П. Бугером "Оптичного трактату про градацію світла"</p> <p>1862 – відкриття Леру аномальної дисперсії</p> <p>1934 – відкриття ефекту Вавілова – Черенкова</p>
<p>Згадаємо хвилі в пружному середовищі</p> <p>Класифікація дисперсії</p>	<p>Розглядаючи хвильові процеси, принципово розрізняють дві швидкості: фазову <math>v = \omega/k</math>, що описує швидкість поширення гармонічної хвилі, та групову <math>u = d\omega/dk</math>, що визначає швидкість поширення хвильового пакета (або збурення імпульсного типу), з якою переноситься сигнал (енергія). Якщо при поширенні хвильового пакета в середовищі ці швидкості не збігаються, то хвильовий пакет спотворюється, й кажуть про наявність дисперсії. Для будь-яких хвиль, фазова швидкість <math>v</math> яких залежить від довжини хвилі <math>\lambda</math>, слід розрізняти випадки: <math>dv/d\lambda = 0</math> – немає дисперсії, <math>dv/d\lambda &gt; 0</math> – нормальна дисперсія, <math>dv/d\lambda &lt; 0</math> – аномальна дисперсія. Хвилі без дисперсії задовольняють хвильовому рівнянню, загальним розв'язком якого є рівняння біжучої хвилі.</p>
<p>Відкриття І. Ньютона (1672 р.)</p> <p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p> <p>Досліди І. Ньютона</p>  <p>Рис. 4.1</p>	<p style="text-align: center;"><b>4.1. Дисперсія світла</b></p> <p>Показник заломлення залежить від кольору променя.</p> <p>Чому біле світло при проходженні крізь скляні або кристалічні призми розкладається в спектр? Чим зумовлене явище веселки?</p> <p>Уже в I ст. н. е. було відомо, що великі монокристали (шестикутні призми, створені самою природою) мають властивість розкладати світло на кольори. До 1672 р. в науці панували уявлення про природу кольорів, запропоновані ще Арістотелем, який стверджував, що відмінності в кольорі визначаються "відмінністю в кількості темноти, що змішується з сонячним (білим) світлом".</p> <p>В 1672 р. І. Ньютон показав, що паралельний пучок білого світла, проходячи через скляну призму, розгортається в кольорову смугу, яку він назвав спектром (рис. 4.1). Таким чином, І. Ньютон експериментально показав, що "со-</p>

<p>Дисперсія: модель середовища → механізм явища</p> <p>Дисперсія речовини</p>	<p>нячне світло складається з променів різної заломлюваності". Роботи Л. Ейлера дозволили перейти від поняття <i>кольору</i> до поняття <i>довжини хвилі</i>, внаслідок чого з'явилась можливість трактувати результати дослідів І. Ньютона як залежність показника заломлення від довжини хвилі світла. Це явище отримало назву дисперсії.</p> <p>Отже, <i>дисперсія світла</i> – це явища, зумовлені залежністю фазової швидкості <math>v</math> світла в речовині від його частоти <math>\nu</math> (довжини хвилі <math>\lambda</math>).</p> <p>Чим зумовлена дисперсія світла в середовищі? При вивченні розповсюдження електромагнітних хвиль і, зокрема, світла в середовищі будемо розглядати модельно середовище як систему осциляторів. Під дією електричного поля падаючої хвилі електрони починають здійснювати вимушені коливання і самі стають джерелами вторинних електромагнітних хвиль. Оскільки наведені дипольні моменти атомів (поляризованість середовища) залежать від частоти коливань електронів, то діелектрична проникність, а отже, й показник заломлення залежать від частоти світла. Накладання вторинних хвиль на падаючу хвилю веде до зміни фазової швидкості світла в речовині.</p> <p>Дисперсію світла відображає залежність <math>n = f(\lambda)</math>, а величину <math>D = \frac{dn}{d\lambda}</math> називають <i>дисперсією речовини</i>. Вона показує, як швидко змінюється показник заломлення зі змінною довжини хвилі. Якщо в середовищі <math>\frac{dn}{d\lambda} = 0</math>, то <math>v = u</math>, тобто фазова й групова швидкості збігаються, і це середовище не є диспергуючим. Цей випадок має місце для електромагнітних хвиль у вакуумі.</p>
	<p><b>4.1.1. Дисперсія далеко від смуг поглинання. Нормальна дисперсія</b></p> <p>Досліди, проведені ще І. Ньютоном на скляних призмах, показали, що залежність показника заломлення від довжини хвилі описується спадною функцією. До другої половини XIX ст. вважали, що цей висновок справедливий завжди.</p> <p><i>Дисперсію називають нормальною</i>, якщо зі зменшенням довжини хвилі <math>\lambda</math> абсолютний показник заломлення</p>



<p>Нормальна дисперсія</p> $\frac{dn}{d\lambda} < 0$	<p><math>n</math> середовища зростає: <math>\frac{dn}{d\lambda} &lt; 0</math>.</p> <p>Така залежність <math>n</math> від <math>\lambda</math> буде в тих інтервалах частот, для яких середовище прозоре. При нормальній дисперсії групова швидкість менша фазової, тобто <math>u &lt; v</math>.</p>
<p>Відкриття Леру</p>  <p>Рис. 4.2</p> <p>Відкриття А. Кундта</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	<p><b>4.1.2. Дисперсія на смугах поглинання. Аномальна дисперсія</b></p> <p>У 1860 р. французький фізик Леру встановив, що пара йоду заломлює сині промені в меншій мірі, ніж червоні. Це явище Леру назвав <i>аномальною дисперсією</i> світла.</p> <p>Дисперсію світла в середовищі називають <i>аномальною</i>, якщо зі зменшенням довжини хвилі абсолютний показник заломлення середовища зменшується:</p> $\frac{dn}{d\lambda} > 0.$ <p>На рис. 4.2 нормальній дисперсії відповідає інтервал довжин хвиль від 0 до <math>\lambda_1</math>, аномальній – інтервал довжин хвиль від <math>\lambda_1</math> до <math>\lambda_2</math> або інтервал частот від <math>\nu_1</math> до <math>\nu_2</math>.</p> <p>Пояснення явища аномальної дисперсії було досягнуто завдяки роботам німецького фізика А. Кундта. Проведені ним експериментальні дослідження показали, що аномальна дисперсія спостерігається в області частот, які відповідають смугам інтенсивного поглинання світла речовиною.</p> <p>Чому І. Ньютон, проводячи досліди зі скляними призмами, не виявив аномальної дисперсії світла?</p> <p>Для скла смуги інтенсивного поглинання світла лежать у невидимих для людини ультрафіолетовій та інфрачервоній частинах спектра.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Дисперсія – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• взаємодія хвилі з середовищем, що приводить до її деформації (спотворення);</li> <li>• залежність показника заломлення від довжини хвилі: <math>n = f(\lambda)</math>.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>

## 4.2. Електронна теорія дисперсії світла

### КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ

За Максвеллом,  
 $n = \sqrt{\epsilon}$

? ДОПИТЛИВИМ

Механізм дисперсії – вимушені коливання оптичних електронів

Оскільки дисперсія є результатом взаємодії хвилі з речовиною, то якими параметрами речовини, що залежать від частоти, вона визначається?

Згідно з теорією Максвелла абсолютний показник заломлення середовища  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ , де  $\epsilon$  – діелектрична проникність середовища, а  $\mu$  – магнітна проникність. Оскільки в оптичній ділянці спектра для всіх речовин  $\mu \approx 1$ , то  $n \approx \sqrt{\epsilon}$ .

Знайдемо показник заломлення, наприклад, води. Взявши з будь-якого довідника фізичних величин значення діелектричної проникності води  $\epsilon = 81$ , отримуємо  $n = 9$ . У тому ж довіднику знайдемо, що для води для видимого світла  $n = 1,33$ , а не 9! Це підтверджується дослідним шляхом!

В чому ж помилка? Електромагнітна теорія Максвелла “не працює” в речовині?

Ця суперечність виникає внаслідок нехтування явищем дисперсії, тобто неправильного застосування формули  $n = \sqrt{\epsilon}$ . Величина  $\epsilon$ , як і  $n$ , залежить від частоти змінного електромагнітного поля:  $\epsilon = \epsilon(\nu)$ . Згадаємо, що таке  $\epsilon$ . Це параметр, який показує, наскільки поле в діелектрику менше електричного поля, яке діє на нього. Визначається  $\epsilon$  механізмом поляризації: на низьких частотах домінуючою є орієнтаційна поляризація, а на високих частотах (в оптичному діапазоні  $\nu \sim 10^{15}$  Гц) – деформаційна (електронна) поляризація.

*Отже, як механізм дисперсії світла будемо розглядати електронну поляризацію діелектрика під дією змінного електричного поля, породженого електромагнітною хвилею, в якій беруть участь лише електрони зовнішніх оболонок, так звані оптичні електрони.*

*Як отримати аналітичний вираз залежності  $n = f(\nu)$ ? Оскільки існує зв'язок між показником заломлення та діелектричною проникністю середовища:  $n = \sqrt{\epsilon}$ , то дисперсію світла можна формально розглядати як наслідок залежності діелектричної проникності середовища  $\epsilon$  від частоти  $\nu$  світлових хвиль. Відомо, що за означенням*



$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E},$$

де  $\chi$  – діелектрична сприйнятливість середовища,  $\varepsilon_0$  – електрична стала,  $P$  – миттєве значення вектора поляризованості,  $E$  – напруженість електричного поля. Отже,

$$n^2 = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}.$$

Врахуємо, що при електронній поляризації  $P = n_0 p_e$ , де  $n_0$  – кількість атомів в одиниці об'єму,  $p_e$  – наведений дипольний момент атома. Для атомів з одним оптичним електроном  $p_e = -ex$  і  $P = -n_0 ex$ , де  $e$  – абсолютне значення заряду електрона,  $x$  – зміщення електрона під дією електричного поля світлової хвилі. Знак “-” у правих частинах виразів для  $p_e$  і  $P$  введено тому, що вектори  $\vec{p}_e$  і  $\vec{P}$  протилежні за напрямком вектору  $\vec{x}$  зміщення електрона (негативно зарядженої частинки). Тоді

$$n^2 = 1 - \frac{n_0 ex}{\varepsilon_0 E}.$$

Таким чином, задача зводиться до визначення зміщення  $x$  електрона під дією зовнішнього поля  $E$ . Оскільки електричне поле змінне, то електрон буде здійснювати під його дією вимушені коливання, диференціальне рівняння яких має відомий нам вигляд:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{eE_0}{m} e^{i\omega t},$$

де  $\omega_0$  – частота власних коливань електрона,  $m$  – маса електрона,  $E_0$  – амплітуда поля.

Легко показати, що розв'язком цього рівняння є вираз

$$x = \frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Тоді для частот, які значно відрізняються від власної частоти коливань  $\omega_0$ , співвідношення для показника заломлення виражатиметься формулою

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Звідси видно, що  $n > 1$ , якщо  $0 < \omega < \omega_0$ ;  $n = \pm \infty$  при

Найпростіший випадок – атом з одним оптичним електроном

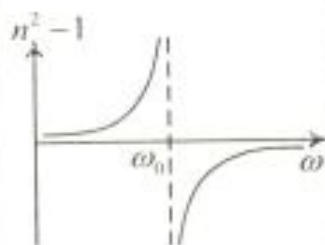


Рис. 4.3

$\omega = \omega_0$  і  $n < 1$ , якщо  $\omega_0 < \omega < \infty$ . На рис. 4.3 зображено залежність функції  $n^2 - 1$  від частоти  $\omega$ . Для значень  $\omega = \omega_0$  функція має розрив, а для всіх інших значень  $\omega$  спостерігається нормальна дисперсія, тобто  $\frac{dn}{d\omega} > 0$ .

Зауваження

*Показник заломлення прямує до нескінченності при  $\omega = \omega_0$ , що пояснюється нехтуванням поглинання.*

У випадку, коли є втрати енергії хвилі, показник заломлення є комплексною величиною  $n' = n - i\kappa$ , де  $n$  – справжній показник заломлення,  $\kappa$  – показник поглинання середовища.

АНАЛІТИКАМ 4.1

Покажіть, що дисперсійні формули для комплексного показника заломлення мають вигляд:

$$n^2 - \kappa^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2},$$

$$2n\kappa = \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{2\delta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}.$$

Наведені формули для  $n^2 - \kappa^2$  і  $2n\kappa$  справедливі, коли ідентичні атоми або молекули мають лише по одній власній частоті коливань. Графіки залежностей функцій  $n^2 - \kappa^2$  і  $2n\kappa$  від частоти  $\omega$  зображено на рис. 4.4. В інтервалі частот від  $\omega_1^2$  до  $\omega_2^2$  (крива BC) дисперсія речовини аномальна.

Рис. 4.4

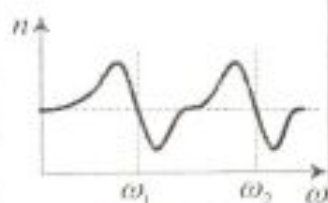
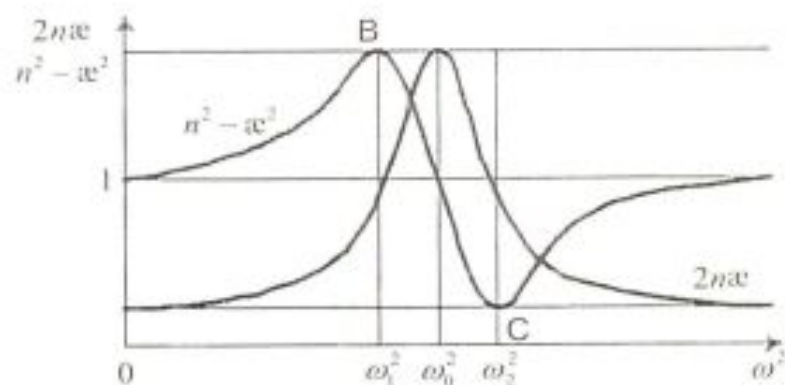
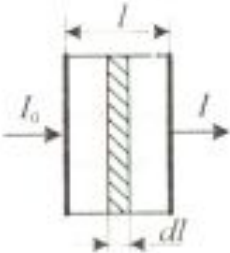


Рис. 4.5

Насправді атоми й молекули мають набір власних частот  $\omega_0$ , які спостерігаються у спектрах поглинання та випромінювання. За наявності декількох ліній поглинання графік залежності  $n$  від  $\omega$  для газів матиме вигляд, зображений на рис. 4.5. Поблизу кожної з власних частот  $\omega_0$  спостерігається аномальна дисперсія.



<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Дисперсія є результатом суперпозиції первинної хвилі та вторинних хвиль, що виникають внаслідок вимушених коливань оптичних електронів, зумовлених дією на ці електрони первинної хвилі.</li> <li>• Наслідком дисперсії є спотворення хвилі речовиною, в якій вона поширюється.</li> <li>• Математично дисперсію можна описати як <math>\varepsilon = \varepsilon(\nu)</math>.</li> <li>• Характер дисперсійної залежності <math>n = f(\lambda)</math> визначається особливостями будови речовини.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Проблема: різноманітність причин поглинання</p> <p>Ідея П. Бугера</p>  <p>Рис. 4.6</p>	<h3 style="text-align: center;">4.3. Поглинання світла</h3> <p>Поглинання світла може приводити до нагрівання і деформації речовини, іонізації або збудження атомів і молекул речовини та ін. Крім того, поглинання може супроводжуватися розсіянням світла й індуктивним випромінюванням.</p> <p>Співвідношення, яке виражає закон поглинання світла, було встановлено у 1729 р. П. Бугером. Розглянемо шар прозорого середовища завтовшки <math>l</math>, на який падає паралельний пучок променів інтенсивністю <math>I_0</math>. Виділимо в середовищі нескінченно тонкий шар <math>dl</math> (рис. 4.6). Дослід показує, що <i>зменшення інтенсивності світла шаром середовища <math>dl</math> пропорційне інтенсивності світла, що входить у цей шар, і товщині шару:</i></p> $dI = -\alpha I dl,$ <p>де <math>\alpha</math> – коефіцієнт пропорційності, який не залежить від інтенсивності світла, називається коефіцієнтом екстинції, або коефіцієнтом поглинання. Знак мінус вказує на те, що зі збільшенням товщини шару поглинального середовища інтенсивність світла, що проходить крізь нього, зменшується.</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 4.2</p>	<p>Покажіть, що після розділення змінних у рівнянні <math>dI = -\alpha I dl</math> та його інтегрування для інтенсивності світла <math>I</math>, що виходить із шару поглинального середовища завтовшки <math>l</math>, можна отримати <math>I = I_0 e^{-\alpha l}</math>.</p>

### Закон Бугера

### Доповнення Бера

### ? ДОПИТЛИВИМ



Рис. 4.7

### ? ДОПИТЛИВИМ

При  $l = \frac{I}{\alpha}$  інтенсивність  $I = \frac{I_0}{e}$ . Отже, коефіцієнт поглинання обернено пропорційний товщині шару, на якому інтенсивність світла зменшується в  $e$  разів. Співвідношення  $I = I_0 e^{-\alpha l}$  називається **законом Бугера, або законом Бугера – Ламберта**.

А. Бер незалежно від П. Бугера встановив, що поглинання світла розчинами пропорційне молекулярній концентрації  $C_0$  розчиненої речовини, тобто  $\alpha = \alpha_0 C_0$ , де  $\alpha_0$  – коефіцієнт пропорційності, який залежить від природи розчиненої речовини і не залежить від її концентрації. Тоді

$$I = I_0 e^{-\alpha_0 C_0 l}.$$

Це співвідношення виражає закон Бугера – Ламберта – Бера, який справедливий для газів і розчинів малих концентрацій.

### Механізмів поглинання багато, а закон один?

Коефіцієнт поглинання можна виразити через циклічну частоту світла  $\omega$  і показник поглинання середовища:

$$\alpha = 2 \frac{\omega}{c} \kappa = 2 \frac{2\pi\nu}{\lambda_0} T \kappa = \frac{4\pi}{\lambda_0} \kappa.$$

Отже, коефіцієнт поглинання залежить від довжини хвилі  $\lambda_0$  (або частоти  $\omega$ ) і від хімічної природи речовини.

В одноатомних газах і парі металів, у яких атоми розміщені на значних відстанях один від одного і їх можна вважати ізольованими, коефіцієнт поглинання для більшості довжин хвиль близький до нуля, і лише для дуже вузьких спектральних ділянок спостерігаються різні максимуми (так званий **лінійчастий спектр поглинання**) (рис. 4.7). Ці лінії відповідають частотам власних коливань електронів в атомах.

Гази з багатоатомними молекулами мають системи тісно розміщених ліній, які утворюють **смуги поглинання**. Структура цих смуг визначається складом і будовою молекул.

Рідкі й тверді діелектрики мають **суцільні спектри поглинання**, що складаються з порівняно широких смуг поглинання, в межах яких коефіцієнт поглинання змінюється плавно. За межами цих смуг, де  $\alpha \approx 0$ , діелектрики прозорі.

### Чому метали практично непрозорі для світла?



	<p>Коефіцієнт <math>\alpha</math> для них має значення порядку <math>10^2 \text{ м}^{-1}</math>, в той час як для скла <math>\alpha \approx 1 \text{ м}^{-1}</math>. Це зумовлено наявністю в металах вільних електронів. Під дією електричного поля світлової хвилі вільні електрони починають рухатись, і в метали виникають швидкозмінні структури, що супроводжуються виділенням теплоти. В результаті енергія світлової хвилі швидко зменшується й перетворюється у внутрішню енергію металу. Структура спектрів поглинання визначається складом і будовою молекул, тому вивчення спектрів поглинання є одним з основних методів кількісного і якісного дослідження речовин.</p>
<p><b>УЗАГАЛЬНИМО</b></p> <p><b>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Інтенсивність світла при проходженні крізь речовину експоненціально зменшується.</li> <li>• Спектр поглинання хімічного елемента є його індивідуальною характеристикою.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p><b>Відкриття П.О. Черенкова і С.І. Вавілова: Нобелівська премія 1958 р.</b></p> <p><b>? ДОПИТЛИВИМ</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>4.4. Ефект Вавілова – Черенкова</b></p> <p>У 1934 р. П.О. Черенков і С.І. Вавілов виявили особливий вид випромінювання, що виникає при проходженні <math>\gamma</math>-променів радію в рідині. Це явище в подальшому отримало назву ефекту Вавілова – Черенкова. Виявилось, що ефект спостерігається як у рідинах, так і в твердих тілах. При цьому випромінювання має дві характерні риси: а) блакитне забарвлення; б) поширення не у всіх напрямках, а лише у межах деякого конуса. Повне теоретичне пояснення цього ефекту було дано у 1937 р. Таммом і Д. Франком.</p> <p><b>Чим зумовлене випромінювання Вавілова – Черенкова?</b></p> <p>Ще С.І. Вавілов висунув припущення, що джерелом випромінювання є швидкі електрони, що створюються <math>\gamma</math>-променями. <i>Чи можливо це?</i> Цілком очевидно, що вимушений рух електронів середовища може бути зумовлений не лише падаючою хвилею, але й, наприклад, електричним полем зарядженої частинки (електрона, протона та ін.), що рухається в середовищі. При цьому окремі елементи об'єму середовища вздовж траєкторії заряду також стають джерелами електромагнітних хвиль.</p>

**ПОДУМАЙТЕ ТА  
ВІДПОВІДАЙТЕ**

**Чому ж тоді ефект Вавілова – Черенкова спостерігається не завжди?**

Все залежить від швидкості заряду! Якщо заряд рухається рівномірно зі швидкістю  $v$ , меншою ніж фазова швидкість світла у середовищі  $\frac{c}{n}$ , то вторинні когерентні хвилі, що випромінюються від різних частин траєкторії заряду, при складанні повністю гасять одна одну. Якщо ж швидкість заряду перевищує фазову швидкість світла у середовищі, то умова повного взаємного гасіння вторинних хвиль не виконується. У цьому випадку заряд, що рухається, зустрічає на своєму шляху електрони середовища раніше, ніж до них може прийти випромінювання, що породжене електронами, збудженими перед цим рухомим зарядом. Згодом експериментально було підтверджено, що ефект спостерігається для електронів, протонів і мезонів при їх русі у рідинах та твердих середовищах. Особливість ефекту полягає у тому, що фронт випромінюваної хвилі являє собою конус, кут при вершині якого залежить від співвідношення фазової швидкості хвилі у середовищі та швидкості заряду, що породжує випромінювання.

**? ДОПИТЛИВИМ**

**Чому фронт випромінюваної хвилі являє собою конус?**

Розглянемо два однакових елементи об'єму  $A$  і  $B$  на траєкторії заряду (рис. 4.8). Елемент  $B$  випромінює таку саму хвилю, що й елемент  $A$ , але з запізненням на час  $t$ , за який заряд проходить відстань  $AB$ . Ці хвилі прийдуть у віддалену точку спостереження одночасно, якщо напрям на неї визначається таким кутом  $\theta$ , що



Рис. 4.8

$$\cos \theta = \frac{c}{nv}$$

оскільки хвилі, що випромінюються точкою  $A$ , знадобиться якраз на  $t$  більше часу для приходу у точку спостереження. Всі когерентні хвилі від різних елементів об'єму середовища на траєкторії заряду, що розповсюджуються у цьому напрямку, мають однакову фазу і при інтерференції підсилюються. Фронт випромінюваної хвилі являє собою конус, вершина якого збігається в кожен момент часу з зарядом, тобто переміщується разом з зарядом зі швидкістю  $v$  (рис. 4.9).

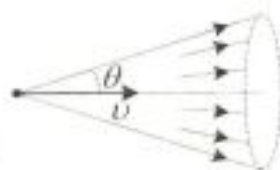
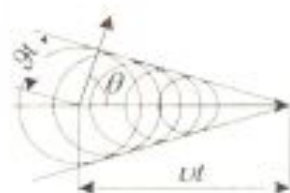


Рис. 4.9





**Рис. 4.10**

**Чи можете ви назвати ефекти, подібні до ефекту Вавілова – Черенкова?**

Згадайте конфігурацію фронту хвилі, що розходить від катера або глісера, який рухається прямолінійно з великою швидкістю по водній поверхні. **Подумайте, що спільного в цьому прикладі з ефектом Вавілова – Черенкова?**

Подібний ефект спостерігається також в акустиці: снаряд (літак, ракета), який рухається зі швидкістю, що перевищує швидкість звуку у середовищі, обганяє створену ним хвилю тиску й залишає за собою стрибок тиску у вигляді "конуса Маха" (рис. 4.10), який визначається формулою  $\cos \theta = \frac{g}{v}$ , де  $g$  – швидкість звуку,

$v$  – швидкість літака.

**Чи спостерігається ефект Вавілова – Черенкова при русі в середовищі не однієї зарядженої частинки, а їх потоку?**

Для виникнення випромінювання суттєвою є нестационарність збурення середовища полем рухомого заряду. При русі в середовищі пучка заряджених частинок навіть при виконанні умови  $v > \frac{c}{n}$  випромінювання Вавілова – Черенкова не виникає. В цьому випадку статистичні нерегулярності приводять до взаємної некогерентності хвиль, породжених окремими частинками, тому їх інтенсивності просто додаються.

**Як впливає дисперсія на випромінювання Вавілова – Черенкова?**

**Чому в спектрі черенковського випромінювання не може бути рентгенівських променів ні при якій швидкості заряду?**

Залежність показника заломлення, а отже, й фазової швидкості світла від частоти приводить до того, що при заданій швидкості заряду випромінювання Вавілова – Черенкова можливе лише на частотах  $\omega$ , при яких  $n(\omega) > \frac{c}{v}$ . Тому спектр цього випромінювання лежить переважно у видимому діапазоні, обриваючись на високих частотах, коли через наближення показника заломлення до одиниці умова  $n(\omega) > \frac{c}{v}$  перестає виконуватись.

Ефект Вавілова – Черенкова покладено в основу принципу дії так званих черенковських лічильників, що використовуються для реєстрації частинок високої енергії, визначення їх параметрів.

**Практичне  
використання  
ефекту**

<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Випромінювання Вавілова – Черенкова – наслідок інтерференції хвиль, породжених зарядом, що рухається у речовині зі швидкістю, яка перевищує фазову швидкість світла в ній.</li> <li>• Ефект Вавілова – Черенкова – кінетичний ефект.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Чи правильно Ви розумієте ключові терміни?</p>	<p>Фазова й групова швидкості хвилі – с. 83 Показник заломлення речовини – с. 84 Спектр – с. 84 Нормальна дисперсія – с. 84 Аномальна дисперсія – с. 85 Оптичні електрони – с. 86 Закон Бугера – с. 89 Смуги поглинання – с. 90</p>
<p>Оцініть свої знання – тестові запитання по розділу: 51 бал і вище – 5; 41 бал і вище – 4; 31 бал і вище – 3</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. При яких співвідношеннях між фазовою та груповою швидкостями хвилі у середовищі спостерігається а) нормальна дисперсія, б) аномальна дисперсія? (10 балів)</li> <li>2. Які моделі середовищ використовують для пояснення дисперсії світла? (10 балів)</li> <li>3. Зобразіть графік залежності <math>n = f(\omega)</math> для речовини, що має а) одну лінію поглинання, б) три лінії поглинання. (10 балів)</li> <li>4. Чому інтенсивність світла при проходженні крізь речовину зменшується експоненціально? (10 балів)</li> <li>5. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні крізь шар речовини, товщина <math>l</math> якого по відношенню до коефіцієнту поглинання <math>\alpha</math> складає <math>l = \frac{3}{\alpha}</math>? (10 балів)</li> <li>6. Поясніть механізм ефекту Вавілова – Черенкова. (10 балів)</li> </ol>
<p>УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Дисперсія – явище, яке полягає в деформації (спотворенні) немонохроматичної хвилі (хвильового пакета) середовищем, в якому вона розповсюджується, внаслідок взаємодії її з зарядженими частинками середовища. <i>У чому полягає взаємодія хвилі з оптичними електронами?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Змінне електричне поле хвилі зумовлює вимушені коливання оптичних електронів, внаслідок чого вони самі стають джерелами вторинних хвиль.</li> </ul> </li> <li>2. Дисперсія є результатом суперпозиції первинної хвилі, що потрапляє у середовище, та хвиль вторинних, що виникають при вимушених коливаннях за-</li> </ol>



<p style="text-align: center;"><b>ВЧИМОСЯ СИСТЕМАТИЗУВАТИ</b></p>	<p>ряджених частинок речовини під дією поля первинної хвилі.</p> <p><i>Якою є частота вимушених коливань заряджених частинок речовини?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Частота вимушених коливань заряджених частинок дорівнює частоті сили, що їх спричиняє (частоті первинної хвилі).</li> </ul> <p><b>3. В інтервалі частот, далеких від смуги поглинання, спостерігається нормальна дисперсія, а на смугах поглинання спостерігається аномальна дисперсія.</b></p> <p><i>Яку інформацію несе в собі дисперсійний спектр речовини?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Можна визначати фізичну природу та механізми поляризації речовини, а також ділянки інтенсивного поглинання.</li> </ul> <p><b>4. У рамках класичної електронної теорії дисперсії враховується взаємодія падаючої хвилі лише з електронами зовнішніх оболонок (оптичними електронами).</b></p> <p><i>Чому тільки з оптичними?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Це пов'язано з тим, що власні частоти електронів внутрішніх оболонок дуже великі.</li> </ul> <p><i>Дисперсію хвиль якого діапазону можуть зумовлювати електрони внутрішніх оболонок?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Рентгенівського діапазону.</li> </ul> <p>Установіть взаємозв'язки між основними фізичними параметрами і між законами. Співвіднесіть прочитаний матеріал з власним досвідом і знаннями.</p>
<p><b>Завдання для обміркування</b></p>	<p>Проаналізуйте електронну теорію дисперсії. Вкажіть всі чинники, які не враховано при отриманні залежності <math>n = f(\omega)</math> в рамках запропонованого механізму взаємодії електромагнітної хвилі з оптичними електронами.</p>

### Домашні дослід

**Дослід 1.** За допомогою побутового пультверизатора розпиліть воду так щоб утворилася хмара аерозолію (туман). Спостерігайте утворену хмару в сонячних променях з різних точок. Зверніть увагу на кольорове забарвлення хмари у відбитих променях.

**Дослід 2.** Спостерігайте біле світло крізь скляну призму (шматок скла або іншого прозорого матеріалу у формі клина). Промені різного кольору, з яких складається пучок білого світла, відхиляються на різні кути, в результаті чого призма створює кольорове зображення, схоже на веселку.

**Дослід 3.** Для дослідження знадобляться скляна призма та смужка паперу, одна половина якої зафарбована в інтенсивний червоний колір, а інша – в інтенсивний синій колір. Спостерігайте паперову смужку через призму. Зверніть увагу, що при певній орієнтації призми та паперової смужки здається, що її синя та червона частини знаходяться на різних рівнях.

## ДОДАТОК 4

### АНАЛІТИКАМ 4.1. Оптичний електрон як коливальна система під дією зовніш-

ньої періодичної сили здійснює вимушені коливання з частотою сили, що їх спричиняє.

Тому розв'язок рівняння вимушених коливань  $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{eE_0}{m} e^{i\omega t}$  будемо шукати у

вигляді  $x = x_0 e^{i\omega t}$ . Оскільки  $\dot{x} = i\omega x_0 e^{i\omega t} = i\omega x$ ,  $\ddot{x} = -\omega^2 x_0 e^{i\omega t} = -\omega^2 x$ , то

$-\omega^2 x + i2\delta\omega x + \omega_0^2 x = -\frac{eE}{m}$ . Звідси  $x = \frac{eE}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\delta\omega}$ . Підставивши це значення

зміщення у вираз для  $n^2$ , отримаємо  $n^2 = 1 - \frac{n_0 e x}{\epsilon_0 E} = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\delta\omega}$ . У випадку,

коли є втрати енергії хвилі, показник заломлення є комплексною величиною. Введемо його за формулою  $n' = n - i\kappa$ , де  $n$  – дійсний показник заломлення,  $\kappa$  – показник поглинання середовища. Тоді

$$(n - i\kappa)^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\delta\omega}$$

Перепишемо цей вираз у такий спосіб, розділяючи дійсну й уявну частини:

$$\begin{aligned} (n^2 - \kappa^2) - i2n\kappa &= 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - i2\delta\omega}{[(\omega_0^2 - \omega^2) + i2\delta\omega][(\omega_0^2 - \omega^2) - i2\delta\omega]} = \\ &= 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2} - i \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{2\delta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2} \end{aligned}$$

Звідси знайдемо  $n^2 - \kappa^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}$ ,  $2n\kappa = \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{2\delta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}$ .

Якщо поглинання незначне, то для частот, які значно відрізняються від власної частоти коливань  $\omega_0$ , має місце нерівність  $\delta\omega \ll \omega_0^2 - \omega^2$ , співвідношення для показника залом-

лення буде дійсним і виражатиметься формулою  $n^2 = 1 + \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}$ . Звідси видно,

що  $n > 1$ , якщо  $0 < \omega < \omega_0$ ;  $n = \pm\infty$  при  $\omega = \omega_0$  і  $n < 1$ , якщо  $\omega_0 < \omega < \infty$ . Отримані фо-

рмули для  $n^2 - \kappa^2$  і  $2n\kappa$  справедливі, коли ідентичні атоми або молекули мають лише по одній власній частоті коливань.

**АНАЛІТИКАМ 4.2.** Після розділення змінних у рівнянні дістанемо  $\frac{dl}{l} = -\alpha dl$ . Ін-

тегруємо це рівняння:  $\int_{I_0}^l \frac{dl}{l} = -\alpha \int_0^l dl$ . При цьому маємо  $l = I_0 e^{-\alpha l}$ , де  $l$  – інтенсивність

світла, що виходить із шару поглинального середовища завтовшки  $l$ ;  $I_0$  – інтенсивність світла, що входить у поглинальне середовище.



<p>Розділ 5 КВАНТОВА ПРИРОДА ВИПРОМІНЮ- ВАННЯ</p>	<p>5.1. Теплове випромінювання 5.2. Розподіл енергії в спектрі чорного тіла. Закон зміщення Віна 5.3. Квантова гіпотеза і формула Планка</p>
<p>МЕТА ВИВЧЕННЯ</p>	<p>Після вивчення матеріалу даного розділу та виконання завдань Ви повинні бути здатні:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) дати означення ключовим термінам;</li> <li>2) пояснити основні фізичні закони теплового випромінювання;</li> <li>3) пояснити фізичні явища, що визначаються тепловим випромінюванням;</li> <li>4) вказати області використання закономірностей теплового випромінювання.</li> </ol>
<p>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?</p> <p>Теплове випромінювання – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- рівноважне випромінювання, інтенсивність якого визначається температурою тіла (потік енергії, що отримується Землею від Сонця, радіаційний нагрів і охолодження елементів електроніки, космічна термоізоляція тощо);</li> <li>- неперервний спектр випромінювання (медичні тепловізори; прилади нічного бачення; військові засоби виявлення цілей – тепла локація літальних апаратів, підводних човнів; здатність деяких тварин орієнтуватись у повній темряві тощо);</li> <li>- можливість дистанційного до-</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Теплове випромінювання навколо нас</b></p> <p>Кожному відомо з повсякденного досвіду, що тіла, нагріті до досить високої температури, набувають здатності світитися. Наприклад, розжарені тверді й рідкі тіла випромінюють біле світло, яке, як відомо, має суцільний спектр частот. Із зниженням температури тіла не лише зменшується інтенсивність його випромінювання, а й змінюється його колір. У ньому дедалі більше переважають довгі хвилі (червоні й інфрачервоні), що вказує на зміну спектра випромінювання. При подальшому охолодженні тіло взагалі припиняє випромінювати видиме світло – воно випромінює невидимі оком інфрачервоні промені.</p> <p style="text-align: center;"><b>Від класичної фізики до квантової фізики</b></p> <p>Досліди Г. Герца і інших фізиків підтвердили справедливості гіпотези Максвелла про електромагнітну природу світла. Світлові хвилі відрізняються від радіохвиль лише довжиною хвилі. Оскільки випромінювання радіохвиль зумовлене коливальним рухом електронів в антені радіопередавача, можна було припустити, що випромінювання видимого світла також зумовлене коливальними рухами електронів, тільки зі значно більшими частотами. Перевірка цього припущення здійснювалась шляхом зіставлення теоретично отриманого закону розподілу енергії в спектрі випромінювання чорного тіла з експериментально встановленим не-</p>

<p>слідження (космічне ІЧ-зондування, вимірювання температури розжарених тіл (оптична пірометрія), космічна геологія тощо)</p>	<p>перервним спектром випромінювання нагрітих тіл. Спочатку В. Він з термодинамічних міркувань вивів формулу розподілу енергії в спектрі випромінювання, яка добре узгоджувалася з експериментальними результатами лише в інтервалі високих частот. Згодом Д. Релей і Д. Джінс, виходячи з закону про рівномірний розподіл енергії за степенями вільності та законів електродинаміки, вивели іншу формулу, яка добре узгоджувалася з експериментом лише в інтервалі малих частот. Для подолання труднощів класичної теорії при поясненні випромінювання чорного тіла М. Планк наприкінці 1900 р. висловив гіпотезу про квантування енергії осцилятора, несумісну з принципами класичної фізики. Ця гіпотеза з очевидністю вказувала на обмеженість класичних уявлень і дала поштовх до революційного процесу ломки старих понять, що закінчився створенням квантової фізики.</p>
<p>Хронологія досліджень</p>	<p>1777 – початок досліджень І. Ламбертом теплових променів  1800 – вивчення В. Гершелем теплового випромінювання  1860 – установлення закону Кірхгофа  1879 – установлення закону Стефана – Больцмана  1893 – В. Він установив зв'язок термодинаміки й випромінювання  1900 – доповідь М. Планка про розподіл енергії в спектрі випромінювання; висунення квантової гіпотези</p>
<p><b>ПРОБЛЕМА</b> (початок 20 ст.)</p> <p><b>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>5.1. Теплове випромінювання</b></p> <p style="text-align: center;"><b>5.1.1. Рівноважне випромінювання</b></p> <p>У чому полягають закономірності взаємоперетворення випромінювання й речовини?</p> <p><i>Світіння тіл, зумовлене нагріванням, називається тепловим випромінюванням.</i> Теплове випромінювання є найпоширенішим у природі і здійснюється за рахунок енергії теплового руху атомів і молекул речовини, тобто за рахунок внутрішньої енергії, і тому залежить від температури речовини.</p> <p>Які існують типи випромінювання крім теплового?</p> <p>Випромінювання, як відомо, супроводжується перенесенням енергії від джерела хвиль. Тому прийнято класифікувати випромінювання залежно від процесу, що супрово-</p>



**КЛЮЧОВЕ  
ЗАПИТАННЯ**

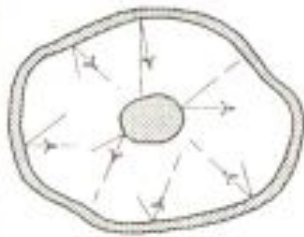


Рис. 5.1

Теплове випромінювання – рівноважне випромінювання

джується виділенням енергії. У такий спосіб відрізняють хемолюмінесценцію, електролюмінесценцію, катодолумінесценцію, фотолумінесценцію.

Яка властивість теплового випромінювання відрізняє його від інших типів випромінювання?

Оточимо нагріте тіло оболонкою з ідеальною відбиваючою поверхнею (рис. 5.1). Якщо повітря з оболонки відкачане, то відбите оболонкою випромінювання, що потрапило на тіло, поглинається ним (частково або повністю). Таким чином, буде відбуватися неперервний обмін енергією між тілом і випромінюванням, яке заповнює оболонку. *Якщо розподіл енергії між тілом і випромінюванням залишається незмінним на кожній довжині хвилі, то стан системи тіло – випромінювання буде рівноважним.* Дослід показує, що єдиним видом випромінювання, яке може знаходитися в рівновазі з нагрітими тілами, є теплове випромінювання.

**АНАЛІТИКАМ  
І ПРАКТИКАМ 5.1**

Доведіть, що здатність теплового випромінювання знаходитися в рівновазі з нагрітими тілами зумовлена зростанням його інтенсивності при підвищенні температури.

Властивості теплового випромінювання – однорідність, неполяризованість, ізотропність

Напрямки поширення рівноважного випромінювання у порожнині рівноймовірні, а напрямки векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  у будь-яких точках простору з часом змінюються хаотично.

Як можна охарактеризувати теплове випромінювання кількісно?

Оскільки в даному контексті розглядається випромінювання тіл, зумовлене тепловими процесами, то *кількісні характеристики випромінювання пов'язують з енергією*, що випромінюється тілом. Випромінювання супроводжується переносом енергії хвилею у просторі, тому, очевидно, можна говорити про розподіл енергії у просторі. Дослід показує, що існує також неперервний розподіл енергії випромінювання по діапазону довжин хвиль, тобто спектр випромінювання.

**ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?**

Які параметри характеризують “енергетичні можливості” джерела випромінювання?

Енергетична світність, або інтегральна випромінювальна здатність

Основний з них називається енергетичною світністю тіла, або інтегральною випромінювальною здатністю. *Енергетичною світністю тіла  $R_r$  називається кількість енергії, що випромінюється з  $1 \text{ м}^2$  поверхні тіла за  $1 \text{ с}$  по*

<p>Спектральна густина енергії випромінювання, або випромінювальна здатність</p>	<p>всіх довжинах хвиль. Як вже було вказано вище, експериментальні дані свідчать, що енергія випромінювання нерівномірно розподіляється між усіма частотами хвиль, які випромінюються нагрітим тілом. Тому ще однією кількісною характеристикою джерела теплового випромінювання є <i>випромінювальна здатність тіла</i>, яка чисельно дорівнює потужності випромінювання з одиниці площі поверхні цього тіла в одиничному інтервалі частот:</p> $r_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^e}{d\nu}$ <p>де <math>dW_{\nu,\nu+d\nu}^e</math> – енергія електромагнітних хвиль, що випромінюється за одиницю часу з одиниці площі поверхні тіла в інтервалі частот від <math>\nu</math> до <math>\nu + d\nu</math>.</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 5.2</p>	<p>Отримайте математичний вираз випромінювальної здатності як функції довжини хвилі.</p>
<p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p> <p>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?</p>	<p>Який зв'язок існує між інтегральною випромінювальною здатністю тіла та його випромінювальною здатністю?</p> <p>Інтегральна випромінювальна здатність <math>R_T</math> тіла зв'язана з випромінювальною здатністю <math>r_{\nu,T}</math> співвідношенням</p> $R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu.$ <p>Як з літака чи супутника-розвідника виявити підводний човен на глибині?  Як виміряти температуру в жерлі вулкана, на поверхні зірок?  Чому змії можуть полювати у повній темряві?</p>
<p>Поглинальна здатність тіла</p>	<p style="text-align: center;"><b>5.1.2. Закон Кірхгофа. Чорне тіло</b></p> <p>Усі тіла в певній мірі поглинають енергію електромагнітних хвиль, які падають на них. Властивість тіла поглинати променеву енергію характеризується параметром, що називається поглинальною здатністю. <i>Поглинальна здатність непрозорого тіла <math>a_T</math> дорівнює відношенню енергії, що поглинається одиницею площі поверхні тіла, до енергії, що падає на тіло при даній температурі за той самий проміжок часу.</i> Як правило, поглинання має селективний харак-</p>



Спектральна поглинальна здатність тіла  $a_{\nu,T}$  – величина безрозмірна

Поглиноальна здатність чорного тіла  $a_{\nu,T} = 1$

? ДОПИТЛИВИМ



Рис. 5.2

тер, тобто залежить від довжини хвилі світла та температури поверхні. Наприклад, тонкий шар сажі майже повністю поглинає світло, але набагато слабше поглинає випромінювання інфрачервоного діапазону. Селективність поглинання характеризується *спектральною поглинальною здатністю тіла*  $a_{\nu,T}$ . Цей параметр показує, яка частина енергії  $dW_{\nu,\nu+d\nu}$ , що доставляється за одиницю часу на одиницю поверхні тіла електромагнітними хвилями з частотами від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , поглинаються тілом:

$$a_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^n}{dW_{\nu,\nu+d\nu}}$$

Досліди показують, що випромінювальна здатність тіла  $r_{\nu,T}$  і його поглинальна здатність  $a_{\nu,T}$  залежать не лише від частоти  $\nu$  хвиль, але й від температури тіла, його хімічного складу та стану поверхні. Важливо зауважити, що чим більшою є поглинальна здатність тіла в деякому спектральному інтервалі, тим інтенсивнішим є його випромінювання при тій самій температурі в тому ж інтервалі.

*Тіло, яке здатне поглинати повністю при будь-якій температурі всю енергію електромагнітних хвиль, які падають на нього, незалежно від їх частоти, називається абсолютно чорним.* Цей вираз був введений Г. Кірхгофом у 1860 р., а в наш час кажуть коротко – чорне тіло.

Отже, поглинальна здатність чорного тіла дорівнює одиниці:  $a_{\nu,T} = 1$  для всіх частот і температур.

Чи існують в природі чорні тіла?

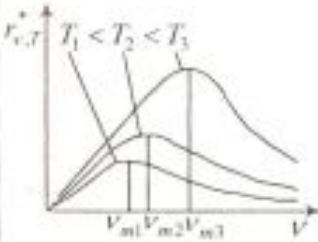
Випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла позначимо  $r_{\nu,T}^*$ . Вона залежить тільки від частоти  $\nu$  й абсолютної температури тіла  $T$ .

Найдосконалішою моделлю абсолютно чорного тіла є невеликий отвір у непрозорій стінці замкненої порожнини, внутрішня поверхня якої зачорнена (рис. 5.2). Світло, яке потрапляє всередину порожнини через отвір, багаторазово відбивається від стінок порожнини, перш ніж вийти з порожнини. При кожному відбиванні енергія світла частково поглинається стінками. Тому незалежно від матеріалу стінок інтенсивність світла, яке виходить з порожнини через отвір, на багато порядків менша за інтенсивність первинного світла, яке падає іззовні.

<p>Сіре тіло</p> <p>Закон Кірхгофа</p>	<p>У техніці поряд з поняттям чорного тіла використовують поняття <i>сірого тіла</i> – тіла, поглинальна здатність якого менша від одиниці й не залежить від частоти:</p> $a_{\nu,T}^c = \text{const} < 1.$ <p>Г. Кірхгоф показав, що відношення випромінювальної здатності тіла до його поглинальної здатності не залежить від матеріалу тіла і для всієї тіл є універсальною функцією частоти <math>\nu</math> і температури <math>T</math>:</p> $\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = r_{\nu,T}^*.$
<p>АНАЛІТИКАМ 5.3</p>	<p>Спробуйте вивести закон Кірхгофа, спираючись на закони термодинаміки й аналізуючи умови рівноважного випромінювання в ізольованій системі тіл.</p>
<p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	<p>Які параметри теплового випромінювання можна розрахувати, знаючи функцію Кірхгофа?</p> <p>Для чорного тіла <math>a_{\nu,T}^c = 1</math>, тому <math>r_{\nu,T}^* = r_{\nu,T}</math>, тобто універсальна функція Кірхгофа <math>r_{\nu,T}^*</math> – не що інше, як випромінювальна здатність чорного тіла.</p> <p>Для довільного тіла <math>a_{\nu,T} &lt; 1</math>, тому в довільному діапазоні спектра <math>r_{\nu,T}^* &lt; r_{\nu,T}</math>.</p> <p>Чому кварцове скло навіть при температурі 1700 К не світиться?</p> <p>Якщо тіло не поглинає електромагнітні хвилі якоїсь частоти, то воно їх і не випромінює, оскільки при <math>a_{\nu,T} = 0</math> <math>r_{\nu,T} = 0</math>.</p> <p>Використовуючи закон Кірхгофа, виразу для інтегральної випромінювальної здатності можна надати вигляду</p> $R_T = \int_0^{\infty} a_{\nu,T} r_{\nu,T}^* d\nu.$ <p>Для сірого тіла</p> $R_T^c = a_{\nu,T}^c \int_0^{\infty} r_{\nu,T}^* d\nu = a_{\nu,T}^c R_T^*,$ <p>де <math>R_T^* = \int_0^{\infty} r_{\nu,T}^* d\nu</math> – інтегральна випромінювальна здат-</p>





	<p>Якщо ж температура тіла змінюється з часом, тобто <math>T = T(t)</math>, то <math>W = \int_0^t \sigma T^4(t) S dt</math>.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Теплове випромінювання – це рівноважне випромінювання нагрітого тіла, інтегральна випромінювальна здатність і неперервний спектр випромінювальної здатності якого залежать від поглинальної здатності та температури тіла.</li> <li>• Відношення випромінювальної здатності тіла до його поглинальної здатності не залежить від матеріалу тіла і є функцією Кірхгофа, яка однозначно визначає спектральний склад випромінювання при заданій температурі.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>ПРОБЛЕМА (19 ст.)</p> <p>Теорія теплового випромінювання – поштовх до розвитку квантових уявлень</p>  <p>Рис. 5.3</p> <p>Особливості випромінювання чорного тіла</p>	<p>5.2. Розподіл енергії в спектрі чорного тіла. Закон зміщення Віна</p> <p>Як дослідити спектральний склад теплового випромінювання?</p> <p>Виміряти спектральну густину випромінювання виявилось досить складно. Одним з перших цю задачу розв'язав американський фізик С. Ленглі. Він винайшов спеціальний прилад – болометр – і в 1886 р. дослідив розподіл енергії в спектрі теплового випромінювання зачорнених сажею джерел у далекій інфрачервоній області. В той самий час німецькі фізики-експериментатори під керівництвом О. Люммера розробили різні моделі чорного тіла та високочутливі приймачі випромінювання, що суттєво підвищило точність вимірювань.</p> <p>Експериментально встановили, що залежність <math>r_{\nu,T}</math> від частоти <math>\nu</math> при різних температурах <math>T</math> чорного тіла має вигляд, зображений на рис. 5.3. Існування на кожній кривій більш або менш чітко вираженого максимуму свідчить про те, що енергія випромінювання чорного тіла розподілена по його спектру нерівномірно: <i>чорне тіло майже не випромінює енергії в інтервалі дуже малих і дуже великих частот</i>. З підвищенням температури тіла максимум <math>r_{\nu,T}</math> змі-</p>



<p>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</p> <p>Відкриття В. Віна</p>	<p>щується в інтервал великих частот.</p> <p>Площа, обмежена кривою залежності <math>r_{\nu,T}^*</math> від <math>\nu</math> і віссю абсцис, пропорційна інтегральній випромінювальній здатності <math>R_T^*</math> чорного тіла. Тому за законом Стефана – Больцмана вона зростає пропорційно <math>T^4</math>.</p> <p>Як аналітично описати спектральний склад теплового випромінювання?</p> <p>Виникненню цієї проблеми передували експериментальні дослідження розподілу енергії в спектрі випромінювання чорного тіла в 19 ст. Спочатку німецький фізик В. Він емпірично встановив, що в інтервалі великих частот залежність <math>r_{\nu,T}^*</math> від частоти має вигляд</p> $r_{\nu,T}^* \sim \nu^3 e^{-a_1 \frac{\nu}{T}},$ <p>де <math>a_1</math> – сталий коефіцієнт.</p> <p>Використовуючи закони термодинаміки й електродинаміки, В. Він у 1893 р. встановив характер залежності випромінювальної здатності чорного тіла <math>r_{\nu,T}^*</math> від частоти й температури. Було доведено, що величина <math>r_{\nu,T}^*</math> прямо пропорційна кубу частоти і є функцією відношення <math>\frac{\nu}{T}</math>, тобто <math>r_{\nu,T}^* = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)</math>, де <math>f\left(\frac{\nu}{T}\right)</math> – функція відношення частоти випромінювання чорного тіла до його температури.</p> <p>Хоча В. Віну не вдалося теоретично встановити вигляд функції <math>f\left(\frac{\nu}{T}\right)</math>, з його закону виявилось можливим отримати аналітично закон Стефана – Больцмана. У 1896 р. В. Він вивів закон зміщення:</p>
<p>Закон зміщення Віна</p>	$\lambda_m = \frac{b}{T},$ <p>де <math>b = 2,829 \cdot 10^{-3}</math> м·К – стала Віна.</p> <p>Цей закон полягає у тому, що довжина хвилі <math>\lambda_m</math>, яка відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності <math>r_{\lambda,T}^*</math> чорного тіла, обернено пропорційна його температурі.</p> <p>Із закону Віна видно, що при зниженні температури чорного тіла максимум енергії його випромінювання зміщується</p>

ПОДУМАЙТЕ ТА  
ВІДПОВІДАЙТЕ

Зверніть увагу!

Ідея Д. Релея  
і Д. Джінса

ся в інтервал більших довжин хвиль. Отже, стає зрозуміло, чому при зниженні температури світних тіл в їх спектрі все більше переважає довгохвильове випромінювання.

Як можна використати закон зміщення на практиці?

Використовуючи закон зміщення, можна за експериментальною кривою розподілу енергії випромінювання по частотах (довжинах хвиль) визначати температуру випромінювального тіла. Таким способом, наприклад, було визначено температуру Сонця, а досвідчені сталевари за кольором розплавленого металу визначають його температуру.

Слід зазначити, що випромінювальні здатності  $r_{\nu,T}^*$  і  $r_{\lambda,T}^*$  не пропорційні одна одній. Тому їх максимуми лежать у різних частинах спектра, так що  $\lambda_m$  і  $\nu_m$  не зв'язані співвідношенням  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ . Зна-

чення максимуму випромінювальної здатності  $r_{\lambda,T}^*$  чорного тіла пропорційне п'ятому степеню його абсолютної температури:

$$(r_{\lambda,T}^*)_{max} = \frac{c^4}{\lambda_m^5} f\left(\frac{c}{\lambda_m T}\right) = \frac{c^4}{b^5} f\left(\frac{c}{b}\right) T^5 = b_2 T^5,$$

де  $b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$ .

У 1899 – 1900 рр. О. Люммер, Ф. Курлбаум, Е. Принсгейм і Г. Рубенс показали, що крива спектральної густини енергії випромінювання завжди має максимум, який зміщується при підвищенні температури, як і передбачалося законом зміщення Віна, отриманим теоретично. Разом з тим їх експерименти виявили, що запропонована В. Віном емпіри-

чна формула  $r_{\nu,T}^* = \nu^3 e^{-a \frac{\nu}{T}}$  справедлива лише в діапазоні коротких хвиль або при низьких температурах. Це поставило під сумнів правильність використання В. Віном термодинамічного підходу до розв'язання задачі про знаходження функції Кірхгофа  $r_{\nu,T}^*$ .

Наступна спроба теоретичного виведення залежності  $r_{\nu,T}^*$  належить англійським вченим Д. Релею і Д. Джінсу, які застосували до теплового випромінювання *методи статистичної фізики*, використавши *класичний закон розподілу енергії за степенями вільності*.

Формула Релея – Джінса для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла має вигляд

$$r_{\nu,T}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$



де  $k$  – стала Больцмана.

Цей вираз узгоджується з експериментальними даними лише в інтервалі малих частот і високих температур. Для великих частот формула виявилась явно неправильною. Розбіжність між експериментальною кривою (суцільна лінія) й кривою, одержаною за допомогою формули Релея – Джінса (штрихова лінія), видно з рис. 5.4. Згідно з законом Релея – Джінса значна частина енергії в спектрі теплового випромінювання припадає на його короткохвильову (ультрафіолетову) ділянку, що не узгоджується з експериментом. Така невідповідність теоретичних та експериментальних даних була названа Паулем Еренфестом *“ультрафіолетовою катастрофою”*, або *парадоксом Релея – Джінса*. Спроба отримати закон Стефана – Больцмана з формули Релея – Джінса також не дає позитивного результату.

Отже, в рамках класичної фізики не вдалося пояснити закони розподілу енергії в спектрі чорного тіла.

Незважаючи на ряд невдач, дослідження В. Віна, Д. Релея і Д. Джінса відіграли важливу роль у формуванні теорії теплового випромінювання. Історично склалося так, що з'ясування спектрального складу випромінювання чорного тіла вийшло далеко за межі теорії теплового випромінювання й відіграло величезну роль у всьому подальшому розвитку фізики. Отримані В. Віном, Д. Релеєм і Д. Джінсом результати поставили під сумнів класичні уявлення про *характер випромінювання* електромагнітних хвиль атомами, чим стимулювали пошук нової теорії, який привів до встановлення квантового характеру випромінювання й поглинання енергії атомами.



Рис. 5.4

Ультрафіолетова катастрофа

УЗАГАЛЬНИМО

1. Формули Віна і Релея – Джінса вперше довели недостатність уявлень класичної фізики і показали їхню неспроможність для знаходження закону розподілу енергії в спектрі випромінювання чорного тіла.
2. Розподіл енергії в спектрі випромінювання чорного тіла змінюється з температурою, зокрема:
  - довжина хвилі, що відповідає максимуму його випромінювальної здатності, обернено пропорційна абсолютній температурі;
  - максимум випромінювальної здатності пропорційний п'ятому степеню його абсолютної температури.

<p><b>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</b></p>	<p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p><b>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</b></p> <p><b>Дослідження М. Планка</b></p> <p><b>Нобелівська премія 1918 р.</b></p> <p><b>Історія відкриття</b></p>	<p><b>5.3. Квантова гіпотеза і формула Планка</b></p> <p>Чому класична теорія Релея і Джінса добре узгоджується з експериментальними даними в інтервалі малих частот і „катастрофічно” розбігається в інтервалі високих частот?</p> <p>Уперше правильний вираз для функції Кірхгофа, що узгоджувався з експериментальними даними й спростував парадокс Релея – Джінса, отримав і теоретично обґрунтував спектральні закономірності випромінювання чорного тіла німецький фізик М. Планк у 1900 р. Відкриття, зроблене М. Планком, мало величезне значення: воно визначило розвиток фізики в ХХ ст., оскільки стало поштовхом до розповсюдження революційних на той час квантових ідей.</p> <p>Досить парадоксальною є історія відкриття М. Планка – математичний вираз для спектральної густини випромінювання був отриманий ним раніше, ніж пояснений! Намагаючись покращити формулу Віна, 7 жовтня 1900 р. Планк отримав інтерполяційну формулу для функції Кірхгофа, яка при малих довжинах хвиль переходила в закон Віна, а при великих – перетворювалась у закон Релея – Джінса. Після представлення М. Планком отриманої ним формули на засіданні Німецької фізичної спілки 19 жовтня 1900 р. вона була порівняна з експериментальними даними, що підтвердило її вражаючу точність. З того часу перед М. Планком постала задача – відшукати справжній фізичний зміст вдало встановленої ним інтерполяційної формули. Майже через два місяці кропіткої роботи, 14 грудня 1900 р. на засіданні Німецької фізичної спілки М. Планк уперше повідомив про елементи енергії (тепер їх називають квантами енергії). Ідеї, що були покладені М. Планком в основу теоретичного розгляду, настільки відрізнялись від класичних уявлень, що протягом п'яти років (доки в подальшому не були розвинуті А. Ейнштейном) не привертати уваги вчених. Саме через нерозуміння і несприйняття революційних ідей М. Планка Нобелівську премію йому, як одному з творців квантової фізики, було присуджено лише через 18 років після першого</p>



<p>Модель випромінювача за Планком</p>	<p>повідомлення.</p> <p>У своїх розрахунках М. Планк вибрав найпростішу <i>модель випромінювальної системи у вигляді сукупності лінійних гармонічних осциляторів (електричних диполів) з найрізноманітнішими частотами <math>\nu</math></i>. Кожний з таких осциляторів відповідає монохроматичній компоненті чорного випромінювання. Матеріал стінок, тобто конкретні властивості системи, з якою пов'язане рівноважне випромінювання, не має значення.</p> <p>Нехай <math>\langle \varepsilon_\nu \rangle</math> – середнє значення енергії осцилятора з власною частотою <math>\nu</math>. Тоді, як показав М. Планк, випромінювальна здатність чорного тіла</p> $r_{\nu,T}^* = \frac{2\pi\nu^3}{c^2} \langle \varepsilon_\nu \rangle.$ <p>Правильний вираз для середньої енергії осцилятора <math>\langle \varepsilon_\nu \rangle</math> і функції Кірхгофа вдалося знайти М. Планку шляхом введення <i>квантової гіпотези</i>, яка зовсім не притаманна класичній фізиці. У класичній фізиці припускається, що енергія будь-якої системи може змінюватися неперервно, набуваючи будь-яких, як завгодно близьких значень. За <i>квантовою гіпотезою Планка енергія <math>\varepsilon_\nu</math> осцилятора може набувати тільки певних дискретних значень, які дорівнюють цілому числу елементарних порцій – квантів енергії <math>\varepsilon_{\nu_0}</math></i>:</p> $\varepsilon_\nu = n\varepsilon_{\nu_0} \quad (n = 0, 1, \dots).$ <p>Вираз для <math>\langle \varepsilon_\nu \rangle</math> М. Планк отримав у такому вигляді:</p> $\langle \varepsilon_\nu \rangle = \frac{\varepsilon_{\nu_0}}{e^{\frac{\varepsilon_{\nu_0}}{kT}} - 1}.$
<p>Квантова гіпотеза Планка</p>	<p>Згідно з <i>гіпотезою Планка атоми й молекули випромінюють енергію окремими порціями, або квантами. Квант енергії пропорційний частоті: <math>\varepsilon = h\nu</math></i>. Величина <math>h</math> називається сталою Планка:</p> $h = (6,626176 \pm 0,000036) \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$ <p>Отже, <i>формула Планка для випромінювальної здатності чорного тіла має вигляд:</i></p>
<p>Стала Планка</p>	<p>Формула Планка</p>
<p>Формула Планка</p>	$r_{\nu,T}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \text{ або } r_{\lambda,T}^* = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}.$

	<p>А. Ейнштейн першим зрозумів революційний характер квантової ідеї та розвинув її. При цьому його цікавили не стільки наслідки з квантових уявлень Планка, скільки те, "які загальні висновки дозволяє зробити формула випромінювання стосовно структури випромінювання і взагалі стосовно електромагнітної основи фізики". Більш того, він переконливо довів, що крім атомістичної структури матерії існує свого роду атомістична структура енергії, що керується універсальною сталою, введеною М. Планком. Це відкриття визначило напрямок розвитку фізики в ХХ столітті, ставши основою для всіх подальших досліджень.</p> <p>З формули Планка легко отримати закон Стефана – Больцмана й закон зміщення Віна.</p> <p>Таким чином, формула Планка є повним розв'язком основної задачі теплового випромінювання, сформульованої Г. Кірхгофом.</p>
АНАЛІТИКАМ 5.4	Виведіть закон Стефана – Больцмана й закон зміщення Віна, використовуючи формулу Планка.
УЗАГАЛЬНИМО	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Розподіл енергії в спектрі випромінювання чорного тіла було пояснено лише відштовхуючись від гіпотези про випромінювання енергії окремими порціями – квантами.</li> <li>• Формула Планка є основою теорії теплового випромінювання, оскільки всі інші закони можуть бути отримані з неї.</li> </ul>
ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ	Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.
Чи правильно Ви розумієте ключові терміни?	<p>Енергетична світність тіла (інтегральна випромінювальна здатність) – с. 99</p> <p>Випромінювальна здатність тіла – с.101</p> <p>Поглиналина здатність тіла – с. 101</p> <p>Спектральна поглиналина здатність тіла – с. 101</p> <p>Чорне тіло – с. 101</p> <p>Функція Кірхгофа – с. 102</p> <p>Квант енергії – с. 109</p>



<p>Оцініть свої знання – тестові запитання по розділу: 51 бал і вище – 5; 41 бал і вище – 4; 31 бал і вище – 3</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теплове випромінювання називають рівноважним. Що це означає? (5 балів)</li> <li>2. Яке з двох тіл, що відрізняються поглинальною здатністю, при нагріванні до однакової температури світиться більш яскраво? (5 балів)</li> <li>3. Чому у всіх людей зіниці очей здаються чорними? (10 балів)</li> <li>4. Від чого залежить спектральний розподіл енергії випромінювання абсолютно чорного тіла? (10 балів)</li> <li>5. Як змінюється спектр випромінювання чорного тіла при зміні його температури? (10 балів)</li> <li>6. Запишіть функцію, що описує спектр випромінювання чорного тіла, та поясніть значення всіх величин, що до неї входять. (10 балів)</li> <li>7. Яку роль у сучасній фізиці відіграє стала Планка? (10 балів)</li> </ol>
<p>УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теплове випромінювання – це рівноважне випромінювання електромагнітних хвиль за рахунок внутрішньої енергії тіла і тому визначається температурою. <i>Чому теплове випромінювання є рівноважним?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• При термодинамічній рівновазі температура тіла стала, внаслідок чого тіло в одиницю часу і поглинає, і випромінює однакову енергію випромінювання.</li> </ul> </li> <li>2. Чорне тіло є найбільш ефективним джерелом теплового випромінювання. <i>Чому чорне тіло є еталонним джерелом світла?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Його характеристики не залежать від матеріалу й форми тіла.</li> </ul> <i>Де і для чого використовується чорне тіло як еталон?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• На підприємствах, що випускають джерела світла й приймачі світла, фотоматеріали, відеокамери, дисплеї, телевізори, пірометри; за допомогою цих еталонів здійснюють калібрування, градування, установку „балансу білого” тощо.</li> </ul> </li> <li>3. Характеристики чорного тіла визначаються законами Стефана – Больцмана і Віна. <i>Як інтегральна випромінювальна здатність залежить від температури?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ця величина пропорційна четвертому степеню його абсолютної температури, тобто коли температура випромінювача збільшується вдвічі, тепла радіація зростає в 16 разів.</li> </ul> </li> </ol>

<p style="text-align: center;">ВЧИМОСЯ СИСТЕМАТИЗУВАТИ</p>	<p><i>Чому сприйняття кольору матеріалу (тканини, фарби тощо) залежить від джерела світла (сонця, лампи розжарювання й іншого)?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Тому що спектр випромінювання тіл визначається температурою, зокрема, довжина хвилі <math>\lambda_m</math>, яка відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності <math>r_{\lambda,T}^*</math> чорного тіла, обернено пропорційна його температурі.</li> </ul> <p>4. Згідно з гіпотезою Планка енергія коливального руху в атомі дорівнює цілому кратному кванту енергії, який пропорційний частоті коливань.</p> <p><i>Що підтверджує квантову гіпотезу Планка?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Теоретично отримана формула Планка добре узгоджується з експериментально визначеним спектром випромінювання чорного тіла.</li> <li>• З формули Планка можна вивести закони Стефана – Больцмана і Віна.</li> </ul> <p>5. Стала Планка відіграє в квантовій фізиці таку ж роль, як і швидкість світла в релятивістській фізиці.</p> <p><i>Чому стала Планка є світовою фундаментальною сталою?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ця стала, як і швидкість світла, визначає межі використання класичної фізики.</li> </ul> <p>Установіть взаємозв'язки між основними фізичними параметрами і між законами. Співвіднесіть прочитаний матеріал з власним досвідом і знаннями.</p>
--	---

### Домашні досліді

**Дослід 1.** Зберіть електричне коло з лампи від кишенькового ліхтаря, реостата та батарейки. Спостерігайте за зміною кольору спіралі лампи при зміні струму в колі (струм змінюйте за допомогою реостата).

**Дослід 2.** Зробіть модель чорного тіла – у металевій сфері або паралелепіпеді зробіть маленький отвір. Розжарте тіло у печі до появи випромінювання видимого діапазону довжин хвиль. Зверніть увагу на відмінність випромінювання з поверхні тіла та з отвору.

### ДОДАТОК 5

**АНАЛІТИКАМ І ПРАКТИКАМ 5.1.** Нехай рівновага між тілом і випромінюванням порушена, і тіло випромінює енергії більше, ніж поглинає. Тоді внутрішня енергія тіла бу-



де зменшуватись, що приведе до зниження температури. Це у свою чергу зумовить зменшення кількості випромінюваної тілом енергії. Температура тіла знижуватиметься доти, доки кількість випромінюваної тілом енергії не стане рівною кількості поглинутої енергії. Якщо рівновага порушиться в інший бік, тобто кількість випромінюваної енергії стане меншою, ніж поглинутої, то температура тіла зростатиме доти, доки знову не встановиться рівновага. Отже, порушення рівноваги в системі "тіло – випромінювання" спричиняє виникнення процесів, що відновлюють рівновагу.

**АНАЛІТИКАМ 5.2.** Випромінювальну здатність можна подати і як функцію довжини хвилі. Ділянці спектра  $d\nu$  відповідатиме інтервал довжин хвиль  $d\lambda$ . Величини  $d\nu$  і  $d\lambda$ , що визначають одну й ту ж ділянку, зв'язані співвідношенням, яке випливає з формули  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ . Диференціювання цього виразу дає  $d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu = -\frac{\lambda^2}{c} d\nu$ . Знак "-" вказує на те, що зі зростанням однієї з величин,  $\nu$  або  $\lambda$ , інша величина зменшується. Тому далі знак "-" випускають. Якщо інтервали  $d\nu$  і  $d\lambda$  стосуються однієї й тієї самої ділянки спектра, то  $r_{\nu,T} d\nu = r_{\lambda,T} d\lambda$ . Звідси

$$r_{\lambda,T} = r_{\nu,T} \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T}.$$

**АНАЛІТИКАМ 5.3.** Розглянемо теплоізольовану систему, яка складається з двох нескінченно довгих пластин  $a$  і  $b$ , які можуть обмінюватися енергією у формі теплоти лише одна з одною, бо їх зовнішні поверхні покриті ідеальною тепловою ізоляцією. Нехай внутрішня поверхня пластини  $a$  чорна, а випромінювальна й поглинальна здатності внутрішньої поверхні пластини  $b$  дорівнюють  $r_{\nu,T}$  і  $a_{\nu,T}$ . Якщо в цій системі встановилася термодинамічна рівновага, то температури обох пластин однакові й дорівнюють  $T$ , а випромінювання пластин – рівноважне.

Енергії, що випромінюються й поглинаються з одиниці площі поверхні в інтервалі частот від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , становлять  $dW_{\nu,\nu+d\nu}^a = r_{\nu,T} d\nu$ ,  $dW_{\nu,\nu+d\nu}^b = a_{\nu,T} dW_{\nu,\nu+d\nu}$ .

Енергія  $W_{\nu,\nu+d\nu}^b$  електромагнітного випромінювання, яке падає за одиницю часу на одиницю площі пластини  $b$  в інтервалі частот від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , дорівнює енергії, що випромінюється за той самий час і в тому самому інтервалі частот одиницею площі чорної поверхні пластини  $a$ . Власне випромінювання пластини  $b$  в  $dW_{\nu,\nu+d\nu}$  враховувати не треба, бо воно може знову повернутися до пластини  $b$  тільки після відбивання від пластини  $a$ . А абсолютно чорна поверхня  $a$  повністю поглинає випромінювання, яке падає на неї, нічого не відбиваючи.

Згідно з принципом детальної рівноваги будь-який мікроскопічний процес у рівноважній системі повинен проходити з такою самою швидкістю, що й обернений до нього, тобто

$$W_{v,v+dv}^g = W_{v,v+dv}^n$$

Отже,

$$r_{v,T} dv = a_{v,T} r_{v,T}^* dv, \text{ або } \frac{r_{v,T}}{a_{v,T}} = r_{v,T}^*$$

**АНАЛІТИКАМ 5.4.** Виведемо закон Стефана – Больцмана та закон зміщення Віна з формули Планка. Інтегральна випромінювальна здатність чорного тіла:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{v,T}^* dv = \int_0^{\infty} \frac{2\pi v^2}{c^2} \frac{hv}{e^{kv} - 1} dv.$$

Введемо безрозмірну змінну інтегрування  $x = \frac{hv}{kT}$ , тоді  $dx = \frac{h}{kT} dv$ ,  $dv = \frac{kT}{h} dx$ .

Звідси

$$R_T = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4,$$

$$\text{де } \sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}, \text{ оскільки } \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

Тоді, підставивши значення сталих, отримаємо  $\sigma = (5,67032 \pm 0,00071) \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$ .

Отже, формула Планка дає можливість не тільки встановити закон Стефана – Больцмана, але й знайти величину сталої  $\sigma$ .

Для отримання виразу закону зміщення Віна знайдемо  $\frac{\partial r_{\lambda,T}^*}{\partial \lambda}$ :

$$\frac{\partial r_{\lambda,T}^*}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi c^2 h}{\left(e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1\right)^2 \lambda^6} + \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^3} \frac{\frac{hc}{kT} \frac{1}{\lambda^2} e^{\frac{hc}{kT\lambda}}}{\left(e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1\right)^2} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^6 \left(e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1\right)} \left[ \frac{\frac{hc}{kT\lambda} e^{\frac{hc}{kT\lambda}}}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} - 5 \right].$$

Довжину хвилі  $\lambda_m$ , яка відповідає максимальному значенню  $r_{\lambda,T}^*$ , знайдемо, прирівнявши до нуля  $\frac{\partial r_{\lambda,T}^*}{\partial \lambda}$ . Введемо змінну  $y = \frac{hc}{kT\lambda_m}$  й одержимо  $ye^y - 5e^y + 5 = 0$ .

Розв'язання цього трансцендентного рівняння методом послідовних наближень дає

$$y = 4,965. \text{ Отже, } \frac{hc}{kT\lambda_m} = 4,965, \text{ звідки } \lambda_m = \frac{hc}{4,965kT} = \frac{b}{T}.$$



<p>Розділ 6 ФОТОНИ</p>	<p>6.1. Зовнішній фотоефект 6.2. Фотони 6.3. Ефект Комптона</p>
<p>МЕТА ВИВЧЕННЯ</p>	<p>Після вивчення матеріалу даного розділу та виконання завдань Ви повинні бути здатні:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) дати означення ключовим термінам;</li> <li>2) пояснити суть фізичних явищ, зумовлених корпускулярними властивостями електромагнітного випромінювання, й основні фізичні закони, що впливають з цих явищ;</li> <li>3) вказати галузі використання квантових властивостей світла.</li> </ol>
<p>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?</p> <p>Фотони (кванти світла) – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- випромінювання, енергія якого пропорційна частоті (фотохімічні реакції в фотографії та фармакології, фотолюмінесцентні елементи захисту цінних паперів, цифрові відео- та фотокамери, наноелектроніка, фотополімери тощо);</li> <li>- випромінювання, імпульс якого пропорційний хвильовому вектору (тиск світла, хвості комет, фотонні двигуни)</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Фотони навколо нас</b></p> <p>Ми часто зустрічаємось з явищами, які пов'язані з фотонами – нас не дивує засмага тіла, фотографічний процес, застереження про псування ліків на світлі, запалення очей при використанні пластикових темних окулярів. Ці та інші явища пов'язані з випромінюванням, енергія якого пропорційна частоті, й досить поширені в природі. Проте характер деяких явищ та їх масштаб не дозволяють спостерігати їх так само широко, як інші оптичні ефекти. Наприклад, одним з найбільш яскравих проявів тиску світла в природі є "хвост" комет, які спрямовані завжди від Сонця. Практичне використання цих явищ весь час розширюється. Так, фотоэффект покладено в основу роботи багатьох систем „електронного” зору (камери телебачення, оптичні сенсори, захисні пристрої на небезпечному виробництві, турнікети в метро, автомати вмикання освітлення тощо). Внутрішній фотоэффект став основою декількох напрямків електроніки – оптоелектроніки (оптрони, "сонячні" батареї, детектори випромінювання тощо), наноелектроніки, фотоелектроніки, цифрової відеотехніки та інших.</p> <p>Фотоелектричний ефект відіграв історично важливу роль у розвитку уявлень про квантування випромінювання. Зокрема, А. Ейнштейн показав, що всі закони фотоэффекту безпосередньо пояснюються, якщо припустити, що світло поглинається такими самими порціями, якими відповідно до теорії М. Планка і випромінюється.</p>

<p>Хронологія досліджень</p>	<p>1887 – відкриття Г. Герцом фотоелектричного ефекту  1888 – початок досліджень О.Г. Столетова з фотоелектричного ефекту  1900 – дослідження П.М. Лебедева з вимірювання тиску світла  1905 – публікації А. Ейнштейна щодо випромінювання  1923 – відкриття ефекту Комптона</p>
<p>Розвиток науки по спіралі: повернення до проблеми XVII – XVIII ст. на початку XX ст.</p> <p>Досліди Г. Герца</p> <p>Відкриття В. Гальвакса</p> <p>Досліди А. Рігі</p> <p>Досліди Ф. Ленарда і Д. Томсона – природа носіїв фотоструму</p>	<p style="text-align: center;"><b>6.1. Зовнішній фотоелектричний ефект</b></p> <p>Світло – це все ж електромагнітні хвилі чи потік корпускул?</p> <p>Постановка цього питання наприкінці XIX – на початку XX ст. могла здаватися дивною, оскільки хвильова теорія світла начебто здобула повну перемогу. Проте гіпотеза Планка і фотоелектричні явища, що, як показували дослідження, супроводжують випромінювання й поглинання енергії речовиною при певних умовах, викликали новий інтерес до здавалося б вирішеної проблеми.</p> <p style="text-align: center;"><b>6.1.1. Відкриття фотоелектричного ефекту та його закони</b></p> <p>Досить унікальною є історія відкриття фотоелектричного ефекту. В 1887 р. Г. Герц, досліджуючи випромінювання електромагнітних хвиль при розряді між парою металевих кульок, помітив, що при ультрафіолетовому освітленні однієї з кульок розряд відбувається при меншій напрузі між електродами, ніж без такого освітлення. У 1888 р. В. Гальвакс встановив, що при освітленні цинкової пластинки ультрафіолетовими променями вона заряджається позитивно. Не знаючи про дослідження Г. Герца і В. Гальвакса, у тому ж році А. Рігі розпочав дослідження цих ефектів. Він ввів термін „фотоелектричний ефект” і виявив, що він можливий і в металах, і в діелектриках. А. Рігі сконструював фотоелемент – прилад, що перетворює світло в електричний струм. Суттєвим внеском в дослідження фотоелектричного ефекту стали роботи Ф. Ленарда і О.Г. Столетова.</p> <p>Через десять років Ф. Ленард і Д. Томсон методом відхилення зарядів в електричному й магнітному полях визначили питомий заряд <math>\frac{e}{m}</math> частинок, що вириваються світлом з катода, і цим самим довели, що ці частинки є електронами.</p>



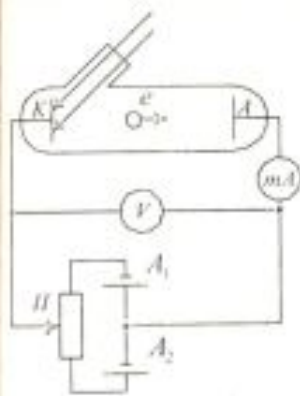


Рис. 6.1

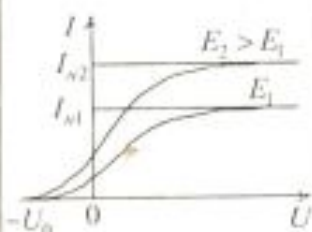


Рис. 6.2

Фотострум насичення  $I_n = en$ ,

Затримуюча напруга  $U_0$

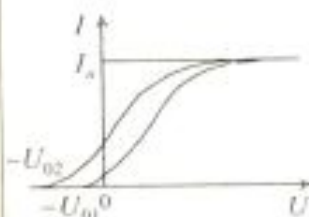


Рис. 6.3

Крім того, була встановлена фактична безінерційність фотоефекту (проміжок часу між початком освітлення й початком фотоструму не перевищує  $10^{-9}$  с).

Суттєво просунутись у розумінні природи явища допомогли дослідження вольт-амперних характеристик фотоефекту (залежність фотоструму  $I$  від напруги  $U$  між електродами) та залежності фотоструму від частоти монохроматичного світла. Дослідження проводились на установках, реалізованих за схемою, показаною на рис. 6.1. Катод К, покритий досліджуваним металом, збуджується монохроматичним світлом, що проходить у трубку через кварцове вікно. Напругу між катодом і анодом регулюють за допомогою потенціометра П і вимірюють вольтметром V. Дві акумуляторні батареї  $A_1$  і  $A_2$ , увімкнуті "назустріч одна одній", дають можливість за допомогою потенціометра змінювати не лише значення, а й знак напруги  $U$ .

На рис. 6.2 зображено вольт-амперні характеристики фотоелемента, що відповідають двом різним освітленостям  $E$  катода. По мірі збільшення  $U$  фотострум поступово зростає, тобто все більша кількість фотоелектронів досягає анода. Максимальне значення фотоструму  $I_n$ , яке називається фотострумом насичення, відповідає таким значенням  $U$ , при яких усі електрони, що вибиваються з катода, досягають анода:  $I_n = en$ , де  $n$  – кількість електронів, які вилітають з катода за 1 с. З вольт-амперної характеристики видно, що при  $U = 0$  фотострум не зникає. Електрони, вибиті з катода світлом, мають деяку початкову швидкість  $v$ , а отже, й відмінну від нуля кінетичну енергію і можуть досягати анода без зовнішнього поля. Для того щоб фотострум став нульовим, необхідно прикласти **затримуючу напругу**  $U_0$ . При  $U = U_0$  жоден з електронів не може подолати затримуюче поле й досягнути анода. Отже,  $\frac{mv_{max}^2}{2} = eU_0$ , тобто, вимірявши  $U_0$ , можна знайти максимальні значення швидкості й кінетичної енергії фотоелектронів.

Якщо при сталій інтенсивності змінювати частоту падаючого монохроматичного світла, то кількість вибитих електронів не буде змінюватись. Але енергія електронів буде тим більша, чим вища частота світла. З рис. 6.3 видно, що фотострум насичення не залежить від його частоти, а за-

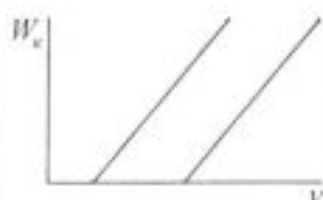


Рис. 6.4

### Закономірності фотоелектричного ефекту

### КЛЮЧОВІ ЗАПИТАННЯ

### Пояснення Ейнштейна

тримує напруження зростає (за абсолютним значенням) зі збільшенням частоти падаючого випромінювання.

З кривих, аналогічних наведеним на рис. 6.3, Ф. Ленард отримав дані, необхідні для побудови графіка залежності кінетичної енергії фотоелектронів від частоти світла (рис. 6.4). Для різних металів ці залежності подібні. Вони лінійні й паралельні одна одній і відрізняються лише найменшою частотою  $\nu$  (або найбільшою довжиною хвилі), починаючи з якої подальше зменшення частоти не супроводжується появою фотоелектронів. Отже, максимальна початкова швидкість фотоелектронів не залежить від інтенсивності падаючого світла, а визначається лише його частотою  $\nu$ , а саме лінійно зростає зі збільшенням частоти. Для кожної речовини існує "червона межа" фотоелектричного ефекту, тобто максимальна довжина хвилі  $\lambda_{max}$ , при якій спостерігається фотоелектричний ефект.

### 6.1.2. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоелектричного ефекту

Чому зовнішній фотоелектричний ефект безінерційний?

Чому існує червона межа фотоелектричного ефекту?

До появи роботи А. Ейнштейна, тобто до 1905 р., ці закономірності фотоелектричного ефекту не знаходили свого пояснення. За Ейнштейном, світло частотою  $\nu$  не лише випромінюється, як стверджував М. Планк, але й поширюється в просторі і поглинається речовиною окремими порціями – світловими квантами, енергія яких  $\varepsilon = h\nu$ . За Ейнштейном, кожний квант світла (фотон) поглинається лише одним електроном. Тому кількість вирваних фотоелектронів повинна бути пропорційна кількості поглинутих фотонів, тобто сила фотоструму пропорційна інтенсивності світла (перший закон фотоелектричного ефекту). При поглинанні фотона його енергія повністю передається електрону, і якщо ця енергія більша ніж робота виходу, то електрон може залишити поверхню металу. Саме цим зумовлений "пороговий" характер фотоелектричного ефекту (наявність "червоної межі"). Безінерційність фотоелектричного ефекту пояснюється тим, що передача енергії при зіткненні фотона з електроном відбувається майже миттєво.

Енергія падаючого фотона витрачається на виконання електроном роботи виходу  $A$  з металу й надання елект-



Рівняння  
Ейнштейна

Нобелівська  
премія 1921 р.

ПРАКТИКАМ

рону, який вилетів, кінетичної енергії  $\frac{mV_{max}^2}{2}$ . За законом збереження енергії

$$h\nu = A + \frac{mV_{max}^2}{2}.$$

Це рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоелефекту. Воно є узагальненням закономірностей фотоелефекту. Максимальна кінетична енергія фотоелектрона лінійно зростає зі збільшенням частоти падаючого випромінювання і не залежить від його інтенсивності, оскільки робота виходу  $A$  від інтенсивності світла не залежить. Оскільки зі зменшенням частоти світла кінетична енергія фотоелектронів зменшується, то при деякій досить малій частоті  $\nu = \nu_{min}$  кінетична енергія фотоелектронів стане рівною нулю. Енергії кванта вистачає тільки, щоб вирвати електрон з металу.

Отже,  $h \frac{c}{\lambda_{max}} = A$ . Величина  $\lambda_{max}$  залежить лише від робо-

ти виходу електрона, тобто від хімічної природи речовини та стану її поверхні. Для більшості металів червона межа фотоелефекту припадає на ультрафіолетову область спектра. Лише для лужних металів червона межа знаходиться у видимій області спектра.

Як експериментально визначити сталу Планка і роботу виходу?

Якщо створити поле, яке затримує рух електронів, тобто на катод подати "+", а на анод "-", то фотострум буде зменшуватись і при напрузі  $U_0$  струм дорівнюватиме нулю. Ця напруга називається затримуючим потенціалом. Робота поля

$$eU_0 = \frac{mV_{max}^2}{2}.$$

Тоді формула Ейнштейна матиме вигляд  $h\nu = A + eU_0$ . Вимірюючи затримуючу напругу при заданій частоті випромінювання, за допомогою останньої формули можна визначити роботу виходу.

Якщо замість роботи виходу підставити значення енергії кванта, що відповідає червоній межі фотоелефекту, тобто

$$A = h \frac{c}{\lambda_{max}} = h\nu_{min},$$

можна одержати  $h\nu = h\nu_{min} + eU_0$  і  $eU_0 = h(\nu - \nu_{min})$ . Остання

<p>Класифікація фотоелектричних явищ</p>	<p>формула була перевірена експериментально Р. Міллікеном в 1914 р., а розраховане з її допомогою значення сталої Планка на основі експериментальних даних добре узгоджувалось з теоретичним.</p> <p>Широкі дослідження дозволили встановити, що при взаємодії світла з різними об'єктами фотоелектричні явища дещо відрізняються. Тому на сьогодні розрізняють:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <i>зовнішній фотоелектричний ефект</i> – виривання електронів з речовини під дією світла;</li> <li>2) <i>внутрішній фотоелектричний ефект</i>, при якому відбувається лише збільшення кількості вільних електронів всередині речовини, але вони не виходять назовні;</li> <li>3) <i>фотогальванічний ефект</i>, при якому на межі поділу напівпровідника й металу або на межі поділу двох напівпровідників під впливом опромінювання виникає електрорушійна сила (за відсутності зовнішнього електричного поля);</li> <li>4) <i>фотоелектричний ефект у газоподібному середовищі</i>, який полягає у фотоіонізації окремих молекул або атомів. Зовнішній фотоелектричний ефект спостерігається в твердих тілах (металах, напівпровідниках, діелектриках), а також у газах.</li> </ol>
<p>Використання фотоелектричного ефекту</p>	<p>Значення фотоелектричного ефекту не обмежується його технічним використанням у світлочутливих приладах. Фотоелектричний ефект відіграв історично важливу роль у розвитку уявлень про квантування випромінювання. Крім цього фотоелектричний ефект використовується для визначення роботи виходу металів. Прикладом сучасного використання фотоелектричного ефекту є фотоелектронна спектроскопія, при якій електрони вибиваються з молекул за допомогою високоенергетичних фотонів. Аналіз спектра кінетичних енергій випущених електронів надає повну інформацію про енергетичні рівні молекули.</p>
<p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Чому класична хвильова теорія світла не здатна пояснити основні закономірності фотоелектричного ефекту?</li> <li>2. Як зв'язана фотоелектронна спектроскопія з фотоелектричним ефектом?</li> <li>3. Яке значення роботи виходу при фотоелектричному ефекті?</li> </ol>



## 6.2. Фотони

### 6.2.1. Імпульс фотона

Нове розуміння природи світла було досягнуто після висунення А. Ейнштейном квантової гіпотези.

Винахід Г. Люїса

Згадаємо, що згідно з гіпотезою Ейнштейна світло випромінюється, поглинається й поширюється дискретними порціями – квантами. У 1926 р. американський фізик Г. Люїс запропонував назвати квант світла *фотон*, вважаючи його специфічною елементарною частинкою, що може існувати лише у стані руху зі швидкістю світла.

? ДОПИТЛИВИМ

Чим фотон відрізняється від інших елементарних частинок?

Фотон, як і інші частинки, має енергію та імпульс, але не має маси.

Енергія кванта

$$\varepsilon = h\nu$$

Імпульс фотона  $p_\gamma$  можна знайти, використовуючи відоме з теорії відносності співвідношення між імпульсом і енергією частинки  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = c\sqrt{p_\gamma^2 + m^2c^2}.$$

При  $m = 0$   $p_\gamma = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ , звідки  $\lambda = \frac{h}{p_\gamma}$ . Згадаємо, що хвильове

число  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , звідки  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ , і

$$p_\gamma = \frac{h}{2\pi}k = \hbar k,$$

Імпульс фотона

де  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

Імпульс фотона є векторною величиною. Напрямок імпульсу збігається з напрямком поширення світла, що характеризується хвильовим вектором  $\vec{k}$ , який чисельно дорівнює хвильовому числу. Проведений аналіз показує, що існує зв'язок між корпускулярними (точніше – квантовими) та хвильовими властивостями і характеристиками світла. Формула  $\lambda = \frac{h}{p_\gamma}$  є відображенням дуалізму світла.

### 6.2.2. Тиск світла

Припущення про існування тиску світла виникло вна-

Припущення  
Й. Кеплера

? ДОПИТЛИВИМ

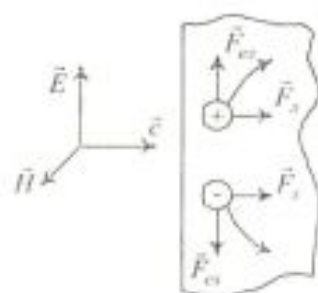


Рис. 6.5

Значення  
дослідів  
П.М. Лебедева

слідок тривалих спостережень астрономів за рухом комет – було встановлено, що при наближенні до Сонця у комети виникає "хвіст", який відхиляється від Сонця, і це відхилення тим більше, чим ближче комета підходить до Сонця. У 1619 р. Й. Кеплер висловив припущення про існування тиску світла. Створення Д. Максвеллом у XIX ст. електромагнітної хвильової теорії дозволило обґрунтувати існування тиску світла теоретично.

Як електромагнітна хвиля може створювати тиск на поверхню опромінюваного тіла?

Нехай на плоску поверхню тіла падає перпендикулярно до неї монохроматична хвиля (рис. 6.5). Дія сили Кулона  $\vec{F}_{el}$  з боку електричної компоненти електромагнітної хвилі на позитивні й негативні заряди зумовлює зміщення цих зарядів уздовж поверхні тіла у протилежні боки. З боку ж магнітної компоненти поля на ці заряди діє сила Лоренца  $\vec{F}_L$ , яка "втискає" ці заряди в речовину. Сила Лоренца пропорційна добутку  $[\vec{v}, \vec{B}]$  і, зрештою, добутку  $[\vec{E}, \vec{B}]$ , який у свою чергу пропорційний густині енергії падаючої хвилі  $w$ .

Уперше експериментально виявив і виміряв тиск світла на тверді тіла та гази П.М. Лебедев (1901 р.). Він експериментально показав, що тиск визначається залежністю  $p = w(1 + \rho)$ , де  $\rho$  – коефіцієнт відбиття.

Для абсолютно відбиваючої поверхні ( $\rho = 1$ ) тиск випромінювання вдвічі більший, ніж для абсолютно поглинальної поверхні ( $\rho = 0$ ).

Досліди П.М. Лебедева показали, що тиск світла досить малий. Так, тиск сонячного випромінювання (в ясний день) на поглинальну поверхню, що орієнтована перпендикулярно до променів, становить приблизно  $4 \cdot 10^{-6}$  Па.

Досліди П.М. Лебедева мали величезне наукове значення. Перш за все, вони стали одним з найбільш вагомих експериментальних підтверджень електромагнітної теорії Максвелла.

Розглянемо тепер світловий тиск потоку монохроматичного випромінювання на поверхню тіла в рамках квантової теорії. З квантової точки зору тиск світла на поверхню якогонебудь тіла зумовлений тим, що *при співударянні* з цією поверхнею *кожний фотон передає їй свій імпульс*. Фотон може рухатися лише зі швидкістю світла. Тому відби-



<p>Корпускулярно-хвильовий дуалізм світла</p>	<p>вання світла від поверхні тіла треба розглядати як складний процес "перевипромінювання" фотонів – падаючий фотон поглинається поверхнею, а потім знову випромінюється нею з протилежним напрямком імпульсу. При цьому тиск світла на відбиваючу поверхню повинен бути таким самим, яким він був би тоді, коли б фотони дзеркально відбивалися від поверхні подібно до абсолютно пружних кульок.</p> <p>Отже, світло одночасно має властивості неперервних електромагнітних хвиль і властивості дискретних фотонних пучків і являє собою діалектичну єдність цих протилежних властивостей. Квантові і хвильові властивості світла не виключають, а навпаки, взаємно доповнюють одне одного. Дослідження в ХХ ст. показали, що така єдність корпускулярної і хвильової природи властива всім формам матерії.</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 6.1</p>	<p>Доведіть, що світловий тиск на поверхню тіла дорівнює потоку монохроматичного випромінювання, що падає на поверхню під кутом <math>i</math>, визначається залежністю <math>p = w(1 + \rho)\cos^2 i</math>, де <math>w</math> – об'ємна густина енергії падаючого випромінювання.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Тиск світла – це наслідок:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• дії сил на електрони освітлюваного тіла з боку електричної й магнітної компонент електромагнітного поля;</li> <li>• передачі фотонами свого імпульсу атомам або молекулам речовини;</li> <li>• матеріальності світла і підтвердження корпускулярно-хвильового дуалізму світла.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Відкриття А. Комптона</p>	<p style="text-align: center;"><b>6.3. Ефект Комптона</b></p> <p>При розсіюванні рентгенівських променів речовиною виявилось, що до складу вторинного випромінювання входять промені з меншою проникною здатністю. Спочатку вважали, що вторинні промені являють собою флуоресцентне випромінювання. Коли ці промені виявили на графіті та інших, більш легких елементах, на яких флуоресценція не-</p>

Нобелівська премія 1927 р.

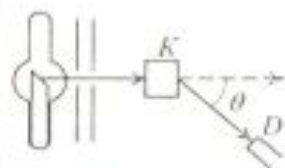


Рис. 6.6

Довжина хвилі розсіяного випромінювання визначається лише величиною кута розсіювання  $\theta$

Ідея А. Комптона (1923 р.)

Квантовий характер ефекту Комптона

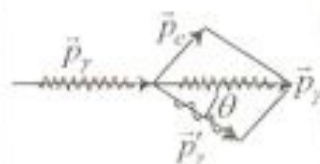


Рис. 6.7

можлива, деякі фізики зробили припущення, що виявлено нове випромінювання, яке назвали  $\lambda$ -випромінюванням. Однак спектроскопічний аналіз ідею про існування такого випромінювання не підтвердив. У 1922 р. американський фізик А. Комптон, досліджуючи розсіяння рентгенівських променів графітом, парафіном та іншими легкими елементами, установив: а) у складі розсіяного випромінювання поряд з випромінюванням початкової довжини хвилі спостерігається також випромінювання довших хвиль; б) довжина хвилі розсіяного випромінювання залежить від кута розсіювання і не залежить від природи речовини. Схему досліду Комптона зображено на рис. 6.6. Вузький діафрагмований пучок монохроматичних рентгенівських променів попадає на "легку" розсіювальну речовину К і після розсіювання на кут  $\theta$  попадає в приймач – рентгенівський спектрограф D, де вимірюється довжина хвилі розсіяного випромінювання.

Досліди А. Комптона показали, що довжина хвилі  $\lambda'$  розсіяного випромінювання більша за довжину хвилі  $\lambda$  падаючого випромінювання, причому різниця  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не залежить від довжини хвилі  $\lambda$  падаючого випромінювання та природи розсіювальної речовини, а визначається лише величиною кута розсіювання  $\theta$ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

де  $\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12}$  м – комптонівська довжина хвилі, стала величина для всіх речовин.

Рентгенівські промені являють собою потік фотонів, що мають певний імпульс, як будь-які частинки, а акт розсіювання – це пружне зіткнення фотона з електроном.

Отже, ефект Комптона – результат пружного зіткнення рентгенівських фотонів з вільними електронами речовини (в легких атомах електрони слабо зв'язані з ядрами атомів, тому їх можна вважати вільними). Схему явища Комптона зображено на рис. 6.7. У процесі цього зіткнення фотон передає електрону частину своїх енергії й імпульсу. При цьому закон збереження імпульсу має вигляд  $\frac{h\nu}{c} = p_e + \frac{h\nu'}{c}$ ,

або  $p_\gamma = \vec{p}_e + \vec{p}'_\gamma$ .

Якщо електрон сильно зв'язаний з атомом, то при розсіянні на ньому фотона останній передає енергію й імпульс не електрону, а атому загалом. Маса атома в багато разів





31 бал і вище – 3	<p>тейна і М. Планка? (10 балів)</p> <p>4. Як імпульс електромагнітного поля світлової хвилі виражається через її енергію? (10 балів)</p> <p>5. Що таке фотон і чому дорівнюють його енергія, маса й імпульс? (5 балів)</p> <p>6. У чому полягає ефект Комптона і як він пояснюється? (10 балів)</p> <p>7. Чому ефект Комптона не відіграв значної ролі при великих довжинах хвиль? (10 балів)</p>
УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ	<p>1. Гіпотеза Планка про квантовий характер випромінювання й поглинання отримала найбільш переконливе експериментальне підтвердження саме в таких проявах, як фотоефект, тиск світла, ефект Комптона.</p> <p><i>У яких явищах проявляється хвильова природа світла, а в яких – корпускулярна?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Хвильова природа світла найбільш яскраво проявляється в інтерференції, дифракції, поляризації, дисперсії. Квантова природа випромінювання проявляється в фотоефекті, ефекті Комптона, закономірностях теплового випромінювання.</li> </ul> <p>2. Фотоефект пояснюється лише в рамках квантової теорії випромінювання. Зовнішній фотоефект – це вибивання фотонами з поверхні металу вільних електронів.</p> <p><i>При якій умові можливий зовнішній фотоефект?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Все залежить від співвідношення енергії фотона та роботи виходу електрона з поверхні металу: якщо робота виходу перевищує енергію фотона, фотоефект неможливий.</li> </ul> <p><i>Які закономірності фотоефекту не можна пояснити в рамках хвильової теорії світла?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Залежність швидкості фотоелектронів від частоти світла, наявність червоної межі фотоефекту та безінерційність фотоефекту.</li> </ul> <p>3. Ефект Комптона – квантове явище, що полягає в “пом’якшенні” розсіяного випромінювання в порівнянні з падаючим.</p> <p><i>Які закономірності характерні для комптонівського розсіювання?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Розсіювання не залежить від початкової довжини хвилі й визначається тільки кутом, на який відхиляється рентгенівське випромінювання.</li> </ul> <p><i>Чому ефект Комптона відіграє незначну роль при великих довжинах хвиль?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Комптонівська довжина хвилі дорівнює 0,0024 нм, тому необхідно використовувати рентгенівські промені.</li> </ul> <p><i>Чим пояснюється ефект Комптона?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Пружним зіткненням фотона з “вільним” електроном, внаслідок чого електрон набуває імпульсу й енергії.</li> </ul>



<b>ВЧИМОСЬ СИСТЕМАТИЗУВАТИ</b>	<p>4. Хвильові й квантові властивості світла не виключають, а взаємно доповнюють одні одних. Вони виражають справжні закономірності поширення світла та взаємодії його з речовиною.</p> <p><i>Чи можна в експерименті одночасно виявити дві сторони корпускулярно-хвильового дуалізму світла?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- В експерименті проявляються одночасно корпускулярні і хвильові властивості світла.</li> </ul> <p>Установіть взаємозв'язки між основними фізичними параметрами і між законами. Співвіднесіть прочитаний матеріал з власним досвідом та знаннями.</p>
------------------------------------	--

## ДОДАТОК Б

**АНАЛІТИКАМ Б.1.** Знайдемо світловий тиск на поверхню тіла потоку монохроматичного випромінювання, що падає на поверхню під кутом  $i$ . Нехай за одиницю часу на поверхню падає  $N$  фотонів. Якщо  $\rho$  – коефіцієнт відбивання світла від поверхні, то з  $N$  фотонів  $\rho N$  дзеркально відбиваються, а  $(1 - \rho)N$  поглинаються. Фотони, що відбиваються, передають тілу сумарний за одиницю часу імпульс, який напрямлений перпендикулярно до поверхні й чисельно дорівнює

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \rho N \frac{2h\nu}{c} \cos i.$$

Поглинуті фотони передають тілу сумарний імпульс за одиницю часу, нормальна складова якого чисельно дорівнює

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = (1 - \rho)N \frac{h\nu}{c} \cos i.$$

Отже, тиск світла на поверхню визначається формулою

$$\begin{aligned} p = \frac{F}{S} = \frac{\Delta p}{S\Delta t} = \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{S\Delta t} &= \rho N \frac{2h\nu}{Sc} \cos i + (1 - \rho)N \frac{h\nu}{Sc} \cos i = (1 + \rho) \frac{N}{S} \frac{h\nu}{c} \cos i = \\ &= \frac{J}{c} (1 + \rho) \cos i, \end{aligned}$$

де  $\frac{N h \nu}{S} = J$  – енергія всіх фотонів, що падають на одиницю площі поверхні за одиницю часу, тобто інтенсивність світла;  $\frac{J}{c} = w$  – об'ємна густина енергії падаючого випромінювання. Остаточно маємо

$$p = w(1 + \rho) \cos i.$$

<p>Розділ 7</p> <p>СПЕКТРИ АТОМІВ ТА ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ</p>	<p>7.1. Атом водню та його спектр за теорією Бора</p> <p>7.2. Дослід Франка – Герца</p> <p>7.3. Гіпотеза де Бройля</p> <p>7.4. Співвідношення невизначеностей</p> <p>7.5. Хвильова функція та її статистичний зміст</p> <p>7.6. Рівняння Шредінгера</p> <p>7.7. Застосування рівняння Шредінгера</p> <p>7.8. Дослід Штерна і Герлаха. Спін електрона</p> <p>7.9. Принцип Паулі</p>
<p>МЕТА ВИВЧЕННЯ</p>	<p>Після вивчення даного розділу та виконання завдань Ви повинні:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) бути здатні дати означення ключовим термінам;</li> <li>2) знати незвичайні властивості мікрочастинок та дослідів, що їх підтверджують;</li> <li>3) бути здатні пояснити фізичний зміст довжини хвилі де Бройля, співвідношення невизначеностей та квадрата модуля хвильової функції;</li> <li>4) знати рівняння Шредінгера та межі застосування квантової механіки.</li> </ol>
<p>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ ?</p> <p>Спектральний аналіз сьогодні – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• швидке й точне визначення хімічного складу речовини (металургійна і хімічна промисловість, геологія й інші галузі);</li> <li>• визначення відносного складу різних елементів у середовищі (напівпровідники, спеціальні джерела світла тощо);</li> <li>• дистанційне зондування забруднення довкілля (моніторинг забруднених зон тощо)</li> </ul>	<p>Від квантової механіки до наноелектроніки</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Квантові точки – найбільш вражаючі елементи наноелектроніки – складаються лише з кількох сотень атомів і випромінюють світло різних довжин хвиль залежно від розміру.</li> <li>• Менші за макроскопічні об'єкти, але більші за молекули нанотехнологічні прилади (транзистори, діоди, реле, логічні елементи) існують в унікальній області – мезомасштабі, де властивості матерії керуються складними і різноманітними комбінаціями законів класичної фізики та квантової механіки.</li> <li>• Інженери не зможуть створити оптимальні наноприлади, доки не усвідомлять фізичних принципів, які домінують в мезомасштабі.</li> <li>• Фізики відкривають закони мезомасштабу, створюючи незвичайні складні системи атомів та вивчаючи їх інтригуючу поведінку.</li> <li>• Як тільки ми зрозуміємо науку, яка лежить в основі нанотехнології, ми зможемо реалізувати передбачення розвитку нанотехнологій Річарда Феймана: „Принципи фізики не суперечать можливості маневрування речами покроково, атом за атомом”.</li> </ul>



<p>Хронологія досліджень</p>	<p>1815 – відкриття Й. Фраунгофером ліній у спектрі Сонця  1885 – емпірична серіальна формула Бальмера  1896 – відкриття ефекту Зеемана  1913 – народження теорії атома Бора  1924 – гіпотеза де Бройля про дуалізм частинок речовини  1926 – отримання рівняння Шредінгера  1927 – відкриття В. Гейзенбергом співвідношення невизначеностей  1981 – створення Г. Біннігом і Г. Рорером тунельного мікроскопа, який дає зображення окремих атомів  1998 – створення групою Ціса Деккера транзистора з вуглецевої нанотрубки</p>
<p>ПРОБЛЕМА (20 ст.)</p> <p>Ідея Й. Рідберга</p>	<p style="text-align: center;"><b>7.1. Атом водню та його спектр за теорією Бора</b></p> <p>Створення теорії спектрів атомів, яка безпосередньо пов'язана з будовою атома.</p> <p style="text-align: center;"><b>7.1.1. Лінійчасті спектри атомів</b></p> <p>Електричний розряд у скляній трубці, що містить одноатомний газ при низькому тиску (згадайте неонову рекламу), є джерелом світла, аналіз якого за допомогою спектрографа дозволяє виявити дуже чіткі спектральні лінії. Тому кожному газу властивий певний лінійчастий спектр, який складається з сукупностей спектральних ліній (так званих спектральних серій, в яких лінії закономірно розподілені в спектрі).</p> <p>На початку 20-го століття довжини хвиль великої кількості спектральних ліній найбільш простого атома водню були виміряні з великою точністю і було здійснено багато спроб знайти емпіричні співвідношення (серіальні формули) між відомими значеннями довжин хвиль у спектральній серії. Очікувалося, що серіальні формули зможуть стати основою для теорії спектрів, яка безпосередньо пов'язана з теорією будови атомів. Однак ніякого прогресу досягти не вдавалось, доки не перейшли від довжин хвиль спектральних ліній до їх хвильових чисел (тобто до величин, обернених до значень довжин хвиль). Зразу виявилось, що всі серії у спектрі водню можуть бути описані однією формулою, яка називається <i>узагальненою формулою</i></p>

<p>Припущення і ідея Й. Рідберга</p> <p>Ідея Й. Рідберга – спектральні терми</p> <p>Принцип Рітца – всі спектральні лінії можуть бути подані як комбінації спектральних термів</p> <p>Планетарна модель атома</p>	<p><b>Бальмера:</b></p> $\nu = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$ <p>де <math>k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots</math> – ціле число, що визначає серію, а <math>n = k + 1, k + 2, k + 3, \dots</math> – ціле число, що визначає окремі лінії серії, <math>R</math> – стала величина, яку називають сталою Рідберга (<math>R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}</math>). Спектральні лінії, що відрізняються одна від одної значеннями <math>k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots</math>, утворюють серії ліній, які відповідно називаються серіями <i>Лаймана, Бальмера, Пашена, Брекета, Пфунда, Хемфрі</i>.</p> <p>У 1889 р. Йоганес Рідберг припустив, що спектри випромінювання хімічних елементів повинні привести до розуміння періодичної системи елементів. Він висунув ідею, що незалежною змінною є не атомна вага елементу, а його порядковий номер. Й. Рідберг показав, що в лінійчастих спектрах не лише водню, а й інших елементів є спектральні серії, причому <math>\nu = T(n_2) - T(n_1)</math>, де <math>n_1</math> і <math>n_2</math> – деякі цілі числа. Функції <math>T(n_2)</math> і <math>T(n_1)</math> називаються спектральними термами.</p> <p>У 1908 р. В. Рітц установив справедливості положення, яке називають комбінаційним принципом Рітца: частоти спектральних ліній випромінювання будь-якого атома можна подати у вигляді різниці двох термів; укладаючи різні комбінації термів, можна знайти всі можливі частоти спектральних ліній цього атома. Підібрані емпірично серіальні формули довгий час не мали теоретичного обґрунтування.</p> <p style="text-align: center;"><b>7.1.2. Атом Резерфорда – Бора</b></p> <p>До 1912 р. роботи Е. Резерфорда і його учнів показали, що атом слід розглядати як ядро, оточене електронами, які рухаються по орбітах подібно до планет, що рухаються навколо Сонця. Однак застосування класичної електродинаміки до ядерної моделі атома призвело до суперечності з експериментальними фактами. Згідно з класичною теорією мають спостерігатись:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• безперервна втрата електроном енергії у вигляді випромінювання електромагнітних хвиль і нестійкість атома;</li> <li>• існування лише неперервного спектра випромінювання.</li> </ul> <p>Насправді виявляється, що атом є стійкою системою і має лінійчастий спектр випромінювання.</p>
---	--



### Згадаємо постулати Бора!

Перший постулат – атоми знаходяться в стаціонарних станах, в яких не випромінюють енергію

Другий постулат – орбітальний момент імпульсу квантується

Третій постулат – при переході атома з одного стаціонарного стану в інший випромінюється або поглинається один фотон з енергією, яка дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів:  
 $h\nu_{\text{фот}} = E_n - E_k$   
 (правило частот)

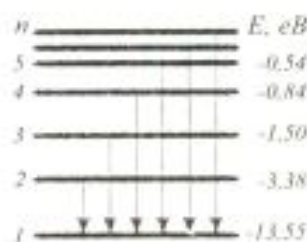


Рис. 7.1

### ? ДОПИТЛИВИМ

Перша спроба побудови якісно нової теорії атома була зроблена в 1913 р. Н. Бором. Він поставив перед собою мету зв'язати в єдине ціле емпіричні закономірності лінійчастих спектрів, ядерну модель атома Резерфорда і квантовий характер випромінювання та поглинання світла.

В основу своєї теорії Н. Бор поклав три постулати.

Згідно з теорією Бора допустимими дискретними значеннями моменту імпульсу електрона є ті, які задовольняють умову

$$L_n = mvr_n = n\hbar \quad (n = 1, 2, \dots),$$

де  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ;  $m$  – маса електрона;  $v$  – його швидкість;  $r$  – радіус орбіти електрона.

Набір можливих частот  $\nu_{\text{фот}} = \frac{E_n - E_k}{h}$  квантових переходів і визначає лінійчастий спектр атома.

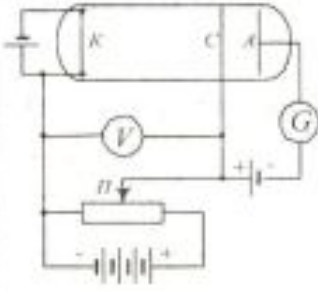
Постулати дали можливість Н. Бору розрахувати спектр атома водню й воднеподібних систем, а також теоретично визначити сталу Рідберга.

Таким чином, енергетичні стани атома утворюють послідовність енергетичних рівнів, що змінюються залежно від значення  $n$ , яке виражає номер енергетичного рівня атома. Надаючи  $n$  різні цілочислові значення, отримаємо для атома водню ( $Z=1$ ) можливі рівні енергії (рис. 7.1). Енергія атома водню зі збільшенням  $n$  зростає (зменшується її від'ємна величина), і енергетичні рівні наближаються до межі, що відповідає значенню  $n = \infty$ . Атом водню має мінімальну енергію  $E_1 = -13,55$  eВ при  $n=1$  і максимальну  $E_\infty = 0$  при  $n = \infty$ . Отже, значення  $E_\infty = 0$  відповідає енергії іонізації атома (відриву від нього електрона). Енергія іонізації з певного стану дорівнює за абсолютною величиною енергії зв'язку електрона в атомі у цьому стані  $E_n$ .

Які постулати суперечать вимогам класичної механіки?

Теорія Бора змогла пояснити спектри водню та воднеподібних систем і обчислити частоти спектральних ліній, але не змогла пояснити їх інтенсивність і не дала відповіді на запитання: чому здійснюються ті чи інші переходи? Помилковість моделі Бора була виявлена при розвитку квантової теорії, коли виявилось, що поняття траєкторії не можна використовувати в явищах атомного масштабу.

Однак модель Бора – значне досягнення, тому що до

<p>Принцип відповідності</p>	<p>механічної проблеми була застосована теорія, яка ґрунтується на результатах дослідження властивостей випромінювання. Це одне з перших свідчень того, що оптичні і механічні явища, по суті, ідентичні.</p> <p>У 1923 р. Н. Бор висунув принцип відповідності, згідно з яким при досить великих квантових числах квантові співвідношення переходять у класичні.</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 7.1</p>	<p>Виходячи з постулатів Бора доведіть, що енергія електрона в атомі водню квантована й визначається формулою <math>E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2}</math>.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p>	<p>Експериментальні закономірності в лінійчастих спектрах атомів свідчать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• про дискретність енергетичних станів атома;</li> <li>• про квантування моменту імпульсу електрона, який в стаціонарних станах є кратним сталій Планка <math>h</math>.</li> </ul>
<p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>ПРОБЛЕМА</p> <p>Нобелівська премія 1925 р.</p>  <p>Рис. 7.2</p>	<p><b>7.2. Дослід Франка – Герца</b></p> <p>Як підтвердити дискретність енергії електрона в атомі не спектроскопічними дослідженнями?</p> <p>Експериментально підтвердити дискретність значень енергій атомів, що їх постулював Н. Бор, вдалося німецьким фізикам Д. Франку і Густаву Герцу в 1912 – 1914 рр. Схему установки, на якій вони досліджували зіткнення електронів з атомами газів методом затримуючого потенціалу, зображено на рис. 7.2. Трубка, заповнена парою ртуті при низькому тиску (~130 Па), містить у собі катод К, анод А і сітку С. Між сіткою С і анодом А створюється невелике електричне поле (різниця потенціалів близько 0,5 В), яке гальмує рух електронів до анода. Д. Франк і Г. Герц досліджували залежність сили струму <math>I</math> в колі анода від напруги <math>U</math> між катодом і сіткою. Сила струму вимірюється гальванометром G, напруга – вольтметром V. Електрони в області між катодом і сіткою зітворюються з атомами пари ртуті. Ті електрони, які після співударянь мають достатню енергію, щоб подолати гальмівне поле, досягають анода.</p>



7 ДОПИТЛИВИМ

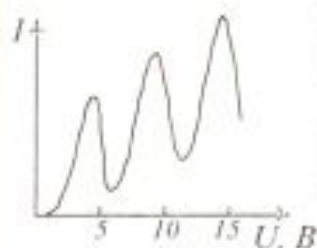


Рис. 7.3

Дослід показав квантовий характер енергії не тільки при електромагнітному випромінюванні, а й у випадку механічного руху

Чому при непружних співударяннях електронів й атомів ртуті останні можуть збуджуватися?

Згідно з теорією Бора кожен з атомів ртуті може отримати лише певну енергію, переходячи при цьому в один із збуджених станів. Тому якщо в атомах дійсно існують стаціонарні стани, то електрони, зштовхуючись з атомами ртуті, повинні втрачати енергію дискретно, певними порціями, що дорівнюють різниці енергій відповідних стаціонарних станів атома. Згідно з експериментом при збільшенні напруги до 4,86 В сила анодного струму зростає монотонно, проходить через максимум (4,86 В), потім різко падає і зростає знову (рис. 7.3). Наступні максимуми спостерігаються при 2·4,86 В і 3·4,86 В.

Доки напруга між катодом К і сіткою С менша 4,86 В, електрони, зустрічаючи на своєму шляху атоми ртуті, співударяються пружно. При  $eU = 4,86$  еВ енергія електрона достатня, щоб удар був непружним. При цьому електрон віддає атому ртуті всю кінетичну енергію, збуджуючи перехід одного з електронів атома на вищий енергетичний рівень, тобто атом переходить у збуджений стан. Електрони, які втратили свою кінетичну енергію, вже не зможуть подолати гальмівного поля й досягнути анода. При значеннях енергій, кратних 4,86 еВ, електрони можуть кілька разів зштовхуватися непружно з атомами ртуті і, втративши при цьому повністю свою енергію, не долетять до анода. Отже, електрони при зіткненні з атомами ртуті передають атомам лише певні порції енергії, причому 4,86 еВ – найменша можлива порція енергії, яка може бути поглинена атомом ртуті в основному енергетичному стані.

**Збудження спектра повільними електронами**

Опромінюючи газ електронами з заданою швидкістю, при певній напрузі можна отримати світіння. Виявилось, що критичний потенціал (мінімальна напруга, при якій виникає світіння) зв'язаний з частотою лінії випромінювання співвідношенням  $qU = h\nu$ . Наприклад, атоми ртуті, які отримали при співударянні з електроном енергію  $\Delta E$ , переходять у збуджений стан і, повертаючись в основний, випромінюють світловий квант  $\nu = \frac{\Delta E}{h}$  або  $\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$ , де  $\Delta E = 4,86$  еВ. Тоді  $\lambda = 0,2537 \cdot 10^{-6}$  м. Цю лінію виявлено в спектрі експериментально. Отже, досліди Франка і Герца експериментально

<p><b>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</b></p>	<p>підтвердили постулати Бора. Чому для вуличної реклами використовують газорозрядні лампи з парами неону, криптону й інших газів?</p>
<p><b>УЗАГАЛЬНИМО</b></p> <p><b>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</b></p>	<p>Дискретність атомних станів підтверджують інші дослідження, а саме:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· світіння при збудженні атомів електронами;</li> <li>· наявність максимумів струму у ВАХ газорозрядної трубки.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p><b>Ідея де Бройля</b></p> <p><b>Нобелівська премія 1929 р.</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>7.3. Гіпотеза де Бройля</b></p> <p style="text-align: center;"><b>7.3.1. Формула де Бройля</b></p> <p>Теорія Бора була значним кроком у розвитку атомної фізики, однак мала ряд внутрішніх суперечностей. Тому необхідно було переглянути уявлення про природу елементарних частинок (електронів, протонів і т.д.). Де Бройль у завершеній у 1924 р. дисертації запропонував і обґрунтував ідею про те, що рух електронів супроводжується деякими хвилями, внаслідок чого електрони рухаються не за законами механіки Ньютона, а за законами хвильової механіки. Де Бройль припускав існування деякої хвилі, яка керує рухом електрона, і тому назвав її „хвиля-пілот”. Відправною точкою при введенні у розгляд хвиль де Бройля є оптико-механічна аналогія Гамільтона, згідно з якою рівняння механіки набувають формально однакової структури з рівняннями геометричної оптики, якщо енергії <math>E</math> поставити у відповідність частоту <math>\omega</math>, імпульсу – хвильовий вектор <math>k</math>, дії <math>S</math> (фізична величина, що має розмірність добутку енергії на час) – фазу <math>\varphi</math>. Геометрична оптика відповідає наближенню майже плоских хвиль, для яких фаза <math>\varphi</math> може бути подана як <math>\varphi = \int \omega dt + \int k dr</math>, де <math>\omega</math> і <math>k</math> – функції, що мало змінюються за період. Якщо руху частинки приписати хвильові властивості, як це зробив де Бройль, то потрібно ввести розмірний коефіцієнт, що зв'язує між собою три пари вищевказаних величин. Вершиною теоретичного аналізу де Бройля було припущення, що розмірний коефіцієнт дорівнює кванту дії</p>



$h$ . Тоді зв'язок указаних величин буде таким самим, як для кванту світла:

$$\varphi = \frac{S}{h}, \quad \omega = \frac{E}{h}, \quad k = \frac{p}{h}.$$

Швидкість частинки відповідає при цьому груповій швидкості хвиль  $v = \frac{dE}{dp}$ .

Таким чином, за де Бройлем, між корпускулярними і хвильовими характеристиками електрона існує такий самий зв'язок, як і між відповідними характеристиками фотона. Інакше кажучи, *рух електрона зі швидкістю  $v$  пов'язаний з деяким хвильовим процесом, якому відповідає довжина хвилі, що визначається рівнянням  $\lambda = \frac{h}{p}$ , де імпульс  $p = mv$* . Це формула де Бройля.

Формула де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

АНАЛІТИКАМ 7.2

Визначте інтервал довжин хвиль де Бройля для електрона, що прискорюється в електричному полі з різницею потенціалів 1...10 В.

Гіпотеза де Бройля і стійкість атома

На основі своєї концепції де Бройль зумів пояснити відбір допустимих орбіт в атомі Бора, виходячи з вимоги, щоб для стійкого руху на орбіті виникали стоячі хвилі. Згідно з другим постулатом Бора  $mv r = n \frac{h}{2\pi}$ . З цього рівняння можна визначити довжину стаціонарної орбіти:  $2\pi r = n \frac{h}{mv}$ , де відповідно до гіпотези де Бройля  $\frac{h}{mv} = \lambda$ . Отже, довжина стаціонарної орбіти  $2\pi r = n\lambda$ . Ціле число  $n$  дорівнює кількості довжин хвиль де Бройля для електрона, які вкладаються на довжині колової орбіти.

де Бройля  $\frac{h}{mv} = \lambda$ . Отже, довжина стаціонарної орбіти  $2\pi r = n\lambda$ . Ціле число  $n$  дорівнює кількості довжин хвиль де Бройля для електрона, які вкладаються на довжині колової орбіти.

Ціле число  $n$  дорівнює кількості довжин хвиль де Бройля для електрона, які вкладаються на довжині колової орбіти.

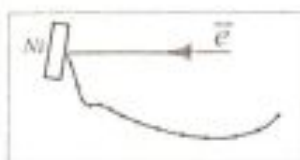
### 7.3.2. Експериментальне підтвердження корпускулярно-хвильового дуалізму

Гіпотезу де Бройля експериментально підтвердили К. Девіссон і Л. Джермер (1927 р.), які досліджували електрони, що розсіювалися нікелем, тобто вторинні.

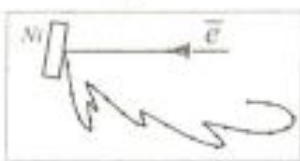
Пучок електронів з електронної гармати спрямовували на поверхню заземленого кристала нікелю, від якого він відбивався (рис. 7.4). Електрони, розсіяні кристалом, попадали в циліндр Фарадея і створювали струм у колі цилінд-



Рис. 7.4



а



б

Рис. 7.5

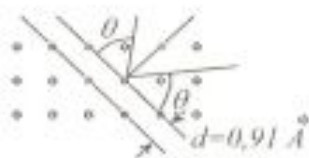


Рис. 7.6

### Дифракція електронів на тонкій плівці



а

б

Рис. 7.7

ра. Досліджувалась інтенсивність розсіюваних електронів як функція кута  $\theta$  при різній прискорюючій різниці потенціалів.

На рис. 7.5, а і б зображено криві розсіяння електронів на полікристалі та монокристалі нікелю відповідно. Для полікристалів характерна монотонна залежність інтенсивності розсіяння від кута  $\theta$ . Для монокристала спостерігалися максимуми й мінімуми інтенсивності, положення яких залежало від енергії електронів.

На рис. 7.6 показано кристалічну ґратку нікелю, на якому проводили дослід з розсіювання під кутом  $\theta = 65^\circ$ . При енергії  $E_e = 54$  еВ спостерігалася максимальна кількість відбитих електронів, цілком несподівана з класичної точки зору. З результатів досліду випливає, що розсіювання електронів монокристалом нікелю нагадує відбивання таким кристалом рентгенівських променів. Рентгенівські промені відбиваються лише при певних довжинах хвиль, які задовольняють умову Вульфа – Бреґґа  $n\lambda = 2d \sin \theta$ . Звідси  $\lambda = 2 \cdot 0,91 \sin 65^\circ = 0,165$  нм ( $n=1$ ).

Розсіювання електронів пов'язане з їх хвильовими властивостями, і довжина хвилі, яка пов'язана з рухомим електроном, визначається його кінетичною енергією:

$$\lambda = \frac{12,25}{\sqrt{54}} = 0,167 \text{ нм.}$$

Цей збіг підтвердився при інших значеннях енергії електронів і кутів розсіяння.

### 7.3.3. Досліди Томсона і Тартаковського

Дифракцію електронів спостерігали у 1928 р. Д. Томсон і П.С. Тартаковський при пропусканні крізь металеві плівки потоків електронів. При розсіюванні пучка електронів, що пройшли крізь тонкі плівки золота і міді, вони отримали фотографії дифракційних картин (рис. 7.7, а – результат короточасного проходження електронів, б – результат тривалого проходження електронів). Аналогічну дифракційну картину у вигляді кілець спостерігали, коли вузький пучок рентгенівського випромінювання проходив крізь полікристалічну тонку металеву пластинку. У методі Дебая – Шеррера діаметр  $D$  дифракційного кільця певного порядку прямо пропорційний довжині хвилі, і тому відношення  $D/\lambda$



<p>Дифракцію електронів застосовують у електроннографії</p>	<p>для певного матеріалу при незмінній відстані від зразка до фотопластинки має бути сталим. Аналогічні результати було одержано при дифракції електронів.</p> <p>Відповідно до гіпотези де Бройля хвильові властивості повинні мати не тільки електрони, але й будь-які частинки – протони, нейтрони, атоми й молекули. Це підтвердив у 1929 р. О. Штерн, провівши серію експериментів з дослідження нейтральних атомів і молекул.</p> <p>Досліди, в яких була вивчена дифракція нейтронів на кристалах, також доводять справедливість формули де Бройля. Нейтрони відбиваються від кристалів і розсіюються в речовині відповідно до умови Вульфа – Брега <math>n\lambda = 2d \sin\theta</math>, де <math>\lambda</math> – довжина хвилі, яка пов'язана з рухомим нейтроном і задовольняє формулі де Бройля.</p> <p>Чому для тіл, маса яких дуже велика порівняно з масою атомів і молекул, ніяких хвильових властивостей виявити не можна?</p> <p>Оцінимо довжину хвилі де Бройля кулі масою <math>m = 10^{-3}</math> кг, що рухається зі швидкістю <math>v = 10^2</math> м/с:</p> $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{10^{-3} \cdot 10^2} \text{ м} = 6,63 \cdot 10^{-33} \text{ м}.$ <p>Таку довжину хвилі неможливо встановити у жодному дифракційному досліді. Тому макроскопічні тіла хвильових властивостей практично не мають.</p> <p>Електроннографія – метод дослідження атомарної будови речовини, який ґрунтується на одержанні та розшифруванні дифракції прискорених електронів, що бомбардують досліджуваний об'єкт (кристал, аморфне тіло, молекули газу тощо). Дифракцію електронів і нейтронів широко застосовують для дослідження структури різних речовин. Інформацію про розміщення структурних елементів речовини несе інтенсивність та просторовий розподіл пучків дифрагованих електронів.</p>
<p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Фазова швидкість хвиль де Бройля перевищує швидкість світла, однак це не суперечить теорії відносності. Чому?</li> <li>2. Чому коли імпульс частинки збільшується, довжина хвилі зменшується?</li> <li>3. Як експериментально визначити довжину хвилі де Бройля протона?</li> </ol>

<p>УЗАГАЛЬНИМО</p>    <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Гіпотезу де Бройля про те, що частинки речовини поряд з корпускулярними властивостями мають також і хвильові властивості, підтвердили:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• досліди з дифракції електронів;</li> <li>• досліди з дифракції атомів, молекул, нейтронів.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</p>           <p>Нобелівська премія 1932 р.</p>    <p>Перше співвідношення невизначеностей Гейзенберга <math>\Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>7.4. Співвідношення невизначеностей</b></p> <p>Які обмеження накладає корпускулярно-хвильовий дуалізм на класичний метод аналізу руху електронів, фотонів, протонів та інших об'єктів мікросвіту?</p> <p>У класичній механіці всяка частинка рухається певною траєкторією, маючи цілком визначені координати та імпульс у кожний момент часу. Хвильові властивості мікрочастинок відрізняють їх від класичних частинок. Одна з основних відмінностей полягає в тому, що мікрочастинка не має чіткої траєкторії, і неправомірно говорити одночасно про точні значення її координат та імпульсу.</p> <p>У 1927 р. В. Гейзенберг, враховуючи хвильові властивості мікрочастинок, дійшов висновку, що об'єкт мікросвіту неможливо одночасно з однаковим ступенем точності характеризувати й координатами, й імпульсом. Згідно з співвідношенням невизначеностей Гейзенберга <i>мікрочастинка не може одночасно мати і певну координату (x, y, z), і певну відповідну їй проєкцію імпульсу (p<sub>x</sub>, p<sub>y</sub>, p<sub>z</sub>), причому невизначеності в значеннях всіх цих величин задовольняють умови</i></p> $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \Delta z \Delta p_z \geq \hbar,$ <p>тобто добуток невизначеностей координати і відповідної їй проєкції імпульсу не може бути меншим від величини <math>\hbar</math>.</p> <p>Співвідношення невизначеностей впливає з хвильових властивостей мікрочастинок. Нехай потік електронів проходить через вузьку щілину завширшки <math>\Delta x</math>, яка розміщена перпендикулярно до напрямку їх руху (рис. 7.8). Оскільки електрони мають хвильові властивості, то при розмірах щілини, близьких до довжини хвиль де Бройля для електрона, під час їх проходження через щілину відбу-</p>



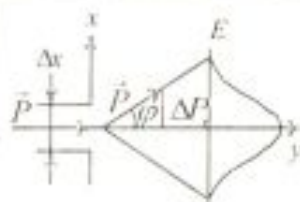


Рис. 7.8

### ? ДОПИТЛИВИМ

Співвідношення невизначеностей отримано при одночасному використанні класичних характеристик руху частинки (координати, імпульсу) і її хвильових властивостей

вається дифракція, яку можна спостерігати на екрані  $E$ .

До проходження через щілину електрони рухалися вздовж осі  $y$ , тому складові імпульсу  $p_y = 0$ , так що  $\Delta p_y = 0$ , а координата  $x$  електрона є цілком невизначеною. В момент проходження електронів через щілину їх положення в напрямку осі  $x$  визначається з точністю до ширини щілини, тобто з точністю до  $\Delta x$ . У той самий момент внаслідок дифракції електрони відхиляються від початкового напрямку й починають рухатися у межах кута  $2\varphi$ . Отже, з'явиться невизначеність у значенні складової імпульсу вздовж осі  $x$ , яка дорівнює  $\Delta p_x = p \sin \varphi = \frac{h}{\lambda} \sin \varphi$ . З теорії дифракції відомо, що перший мінімум відповідає куту  $\varphi$ , що задовольняє умову  $\Delta x \sin \varphi = \lambda$ . З цих формул  $\sin \varphi = \frac{\lambda}{\Delta x} \Delta p_x$ ,  $\sin \varphi = \frac{\lambda}{\Delta x}$ .

Отже,  $\Delta x \Delta p_x = h$ .

Якщо врахувати максимуми дифракційної картини вищих порядків, то співвідношення невизначеностей матиме вигляд

$$\Delta x \Delta p_x \geq h.$$

Чи можна визначити одночасно кінетичну енергію й імпульс частинки?

Іноді під невизначеністю фізичних величин розуміють їх середньоквадратичні відхилення від середніх значень, при цьому співвідношення набуває вигляду

$$\Delta x \Delta p_x \geq h/2.$$

Неможливість одночасно точно визначити координату й відповідну складову імпульсу не пов'язана з недосконалістю методів вимірювання та вимірювальних приладів, а є наслідком подвійної, корпускулярно-хвильової природи мікрооб'єктів.

Оскільки в класичній механіці приймається, що вимірювання координати та імпульсу може бути проведено з будь-якою точністю, то, таким чином, співвідношення невизначеностей є квантовим обмеженням застосовності класичної механіки до мікрооб'єктів.

Співвідношення  $\Delta x \Delta p_x \geq h$  називають першим співвідношенням невизначеностей. В. Гейзенберг одержав ще одне співвідношення, яке можна подати у такому вигляді:

<p>Друге співвідношення невизначеностей Гейзенберга  <math>\Delta E \Delta t \geq \hbar</math></p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	$\Delta x \Delta p_x = (v_x \Delta t) (m \Delta v_x) = \Delta \left( \frac{mv_x^2}{2} \right) \Delta t = \Delta E_x \Delta t \geq \hbar,$ <p>де <math>\Delta E_x</math> – невизначеність кінетичної енергії частинки в деякому стані; <math>\Delta t</math> – час її перебування в цьому стані. Це співвідношення справедливе не тільки для кінетичної, але й для повної енергії:</p> $\Delta E \Delta t \geq \hbar.$ <p>Система, що має середній час життя <math>\Delta t</math>, не може бути охарактеризована чіткими значеннями енергії; розкид значень енергії <math>\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t}</math> зростає зі зменшенням середнього часу життя. Частота випромінюваного фотона повинна мати невизначеність <math>\Delta \nu = \frac{\Delta E}{h}</math>, тобто лінії спектра мають характеризуватися частотою, яка дорівнює <math>\nu \pm \frac{\Delta E}{h}</math>.</p> <p>Чому при підсиленні дуже слабких радіо- або світлових сигналів не можна усунути шум?</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Співвідношення невизначеностей, яке зв'язує корпускулярні і хвильові властивості мікрочастинок, встановлює:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• межу застосовності до мікрочастинок уявлень класичної фізики;</li> <li>• зв'язок ширини енергетичного рівня електрона в атомі з часом його життя на цьому рівні.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Ідея М. Борна</p> <p>Нобелівська премія 1954р.</p>	<p><b>7.5. Хвильова функція та її статистичний зміст</b></p> <p>Встановлення хвильових властивостей електрона потребувало з'ясування фізичної природи хвиль де Бройля.</p> <p>Німецький фізик Макс Борн у 1926 р. припустив, що за хвильовим законом змінюється не сама ймовірність, а деяка величина, яка називається амплітудою ймовірності і позначається <math>\Psi(x, y, z, t)</math>. Цю величину називають також <i>хвильовою функцією</i>. Амплітуда ймовірності може бути комплексною. Ймовірність <math>W</math> пропорційна квадрату модуля</p>



амплітуди:

$$W = |\Psi(x, y, z, t)|^2$$

( $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ , де  $\Psi^*$  – функція, комплексно спряжена з  $\Psi$ ).

У квантовій механіці стан мікрочастинок описується принципово по-новому – за допомогою хвильової функції, яка є основним носієм інформації про їх корпускулярні і хвильові властивості

Таким чином, опис стану мікрооб'єкта за допомогою хвильової функції має статистичний, ймовірнісний характер: *квадрат модуля хвильової функції (квадрат модуля амплітуди хвиль де Бройля) визначає ймовірність знаходження частинки в момент часу  $t$  в області з координатами  $x$  і  $x + dx$ ,  $y$  і  $y + dy$ ,  $z$  і  $z + dz$ .*

Ймовірність знаходження частинки в елементарному об'ємі  $dV$  дорівнює  $dW = |\Psi|^2 dV$ , де величина  $|\Psi|^2 = \frac{dW}{dV}$  має зміст густини ймовірності, тобто визначає ймовірність знаходження частинки в одиничному об'ємі в околі точки з координатами  $x, y, z$ .

Таким чином, фізичний зміст має не сама функція  $\Psi$ , а квадрат її модуля  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ , яким визначається інтенсивність хвиль де Бройля. Ймовірність знайти частинку в момент часу  $t$  у скінченному об'ємі  $V$  згідно з теоремою додавання ймовірностей дорівнює

Фізичний зміст має квадрат модуля хвильової функції

$$W = \int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV.$$

$$|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$$

Оскільки  $|\Psi|^2 dV$  визначається як ймовірність, то хвильову функцію  $\Psi$  необхідно нормувати так, щоб ймовірність  $W$  достовірної події перетворювалася в одиницю, якщо за об'єм  $V$  прийняти нескінченний об'єм усього простору. Це означає, що при даній умові частинка має знаходитися десь у просторі. Отже, **умова нормування**:

Умова нормування  $\Psi$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz = 1,$$

де потрійний інтеграл обчислюють по всьому нескінченному простору. Ця формула означає, що перебування частинки у просторі є достовірною подією, і її ймовірність повинна дорівнювати одиниці.

Вимоги до хвильової функції

Щоб можна було інтерпретувати хвильову функцію як амплітуду густини ймовірності, вона повинна задовольняти ряд вимог:

1) функція  $\Psi$  повинна бути *скінченною* у всьому просторі

<p>Принцип суперпозиції станів</p>	<p>(ймовірність не може бути більшою від одиниці), <i>однозначною</i> (ймовірність не може бути неоднозначною величиною) й <i>неперервною</i> (ймовірність не може змінюватися стрибком);</p> <p>2) похідні <math>\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \frac{\partial \Psi}{\partial t}</math> мають бути неперервними;</p> <p>3) функція <math> \Psi ^2</math> повинна бути інтегрованою.</p> <p>Якщо система може знаходитись у різних станах, що описуються хвильовими функціями <math>\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n</math>, то вона також може знаходитись у стані <math>\Psi</math>, що описується лінійною суперпозицією цих функцій:</p> $\Psi = \sum_n C_n \Psi_n,$ <p>де <math>C_n</math> – деякі комплексні числа, квадрат модуля яких дорівнює ймовірності цих станів.</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 7.3</p>	<p>За допомогою хвильової функції обчисліть середню відстань від електрона до ядра в атомі.</p>
<p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Як інтерпретують хвильову функцію?</li> <li>2. У чому полягає відмінність між ймовірністю й густиною ймовірності?</li> <li>3. Який зміст коефіцієнтів суперпозиції хвильових функцій?</li> </ol>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>За допомогою хвильової функції в квантовій механіці можна:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• обчислити середні значення фізичних величин, які характеризують певний об'єкт;</li> <li>• визначити стан, який описує хвильова функція <math>\Psi</math>;</li> <li>• визначити густину ймовірності знаходження частинки в певній точці простору.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>КЛЮЧОВА ПРОБЛЕМА</p>	<p style="text-align: center;"><b>7.6. Рівняння Шредінгера</b></p> <p style="text-align: center;">7.6.1. Рівняння Шредінгера, що залежить від часу</p> <p>Як одержати рівняння руху, розв'язком якого є хвильова функція, що описує рух мікрочастинок у різних силових полях?</p>



У квантовій механіці рівнянням руху мікрочастинок у різних силових полях повинно бути рівняння, яке б узгоджувалося з хвильовими властивостями частинок, що спостерігаються під час досліду, а також із співвідношенням невідзначеностей Гейзенберга. Основне рівняння має бути рівнянням відносно хвильової функції  $\Psi(x, y, z, t)$ , оскільки саме вона, або точніше, величина  $|\Psi|^2$ , визначає ймовірність перебування частинок у момент часу  $t$  в об'ємі  $dV$ . Основне рівняння нерелятивістської квантової механіки сформульовано в 1926 р. Е. Шредінгером. Рівняння Шредінгера, як і всі основні рівняння фізики, не виводиться, а постулюється. Правильність цього рівняння підтверджується узгодженням з експериментами, що, в свою чергу, надає йому характеру закону природи.

Рівняння Шредінгера має такий вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t},$$

де  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ;  $m$  – маса частинки;  $\Delta$  – оператор Лапласа

$\left( \Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)$ ;  $U(x, y, z, t)$  – потенціальна енергія

частинки в силовому полі, в якому вона рухається;  $i = \sqrt{-1}$  – уявна одиниця.

З погляду математики рівняння Шредінгера являє собою лінійне диференціальне рівняння з частинними похідними, яке має багато розв'язків, причому таких, що лінійна комбінація будь-якої сукупності розв'язків рівняння також буде розв'язком рівняння. Записаний вище вираз називають рівнянням Шредінгера, що залежить від часу, бо воно містить похідну функції  $\Psi$  за часом.

Які важливі властивості хвильової функції визначає рівняння Шредінгера?

Рівняння Шредінгера справедливе для довільної частинки, яка рухається з малою швидкістю ( $v \ll c$ )

**ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ**

**АНАЛІТИКАМ 7.4**

Прийдіть до рівняння Шредінгера, розглянувши вільну рухому частинку, якій згідно з ідеєю де Бройля відповідає плоска хвиля.

### 7.6.2. Стаціонарне рівняння Шредінгера

Для значної кількості фізичних явищ, які відбуваються в мікросвіті, важливо вміти знаходити стаціонарні розв'язки

Нобелівська  
премія  
1933 р.

рівняння Шредінгера, які не містять часу. Для цього треба знайти так зване *стаціонарне рівняння Шредінгера*, в якому виключено залежність  $\Psi$  від часу. Воно має сенс для тих задач, в яких потенціальна енергія  $U$  не залежить від часу:  $U = U(x, y, z)$ . Шукатимемо розв'язок рівняння Шредінгера у вигляді добутку:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i \frac{E}{\hbar} t},$$

де  $\psi(x, y, z)$  – функція лише координат, а  $E$  – повна енергія частинки.

Підставимо вираз для  $\Psi(x, y, z, t)$  у рівняння Шредінгера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi e^{-i \frac{E}{\hbar} t} + U(x, y, z) \psi e^{-i \frac{E}{\hbar} t} = i \hbar \psi (-i) \frac{E}{\hbar} e^{-i \frac{E}{\hbar} t}.$$

Стаціонарне  
рівняння  
Шредінгера

Скоротивши на множник  $e^{-i \frac{E}{\hbar} t}$ , отримаємо

$$\Delta \psi(x, y, z) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi(x, y, z) = 0.$$

Це *стаціонарне рівняння Шредінгера*. Його розв'язок дозволяє визначити вигляд хвильової функції для атомів, молекул і т.п. Однак при його розв'язанні виникає проблема – диференціальне рівняння другого порядку має необмежене число розв'язків, і лише деякі з них задовольняють строгі вимоги, що випливають з інтерпретації хвильової функції, запропонованої М. Борном.

Рівняння Шредінгера – найважливіше співвідношення нерелятивістської квантової механіки. Функції  $\psi$ , які задовольняють рівнянню Шредінгера при певному  $E$ , називають *власними функціями*. В рівняння Шредінгера як параметр входить повна енергія частинки. В теорії диференціальних рівнянь доводиться, що подібні рівняння мають розв'язок не при довільних значеннях параметра, а лише при певних значеннях  $E$ . Ці значення *енергії* називають *власними*.

Власні значення  $E$  можуть утворювати як неперервний, так і дискретний ряди. У першому випадку кажуть про неперервний, або суцільний, спектр, у другому – про дискретний спектр.

**Запам'ятайте!**  
Зв'язані стани систем атомів (молекул) повинні бути квантованими



<p>Принцип причинності в квантовій механіці</p> <p>Зверніть увагу!</p>	<p>Стан частинки в певний момент часу описується періодичною функцією часу з циклічною частотою <math>\omega = \frac{E}{\hbar}</math>, яка визначається повною енергією частинки.</p> <p>Друга похідна, як відомо, описує кривизну функції. Тому стаціонарне рівняння Шредінгера можна розглядати як рівняння, що визначає кривизну хвильової функції. Це дозволяє передбачити деякі особливості його розв'язків.</p> <p>Рівняння Шредінгера дає можливість знайти не тільки конкретний вигляд функції <math>\Psi(x, y, z, t)</math> у заданому зовнішньому полі <math>U(x, y, z)</math>, а й визначити швидкість її зміни з часом <math>\frac{\partial \Psi}{\partial t}</math>. Таким чином, рівняння Шредінгера виступає як свого роду "причина" того, який вигляд має <math>\Psi</math>-функція в тому або іншому випадку і як вона змінюється з часом. Знання ж <math>\Psi</math>-функції дозволяє знайти всі можливі значення важливих фізичних параметрів фізичної системи у будь-який момент часу.</p> <p><i>Рівняння Шредінгера є математичним виразом принципу причинності в квантовій механіці.</i> Але квантова механіка, на відміну від класичної фізики, не дає чіткої відповіді на запитання, якими є точні значення параметрів у даний момент часу. <math>\Psi</math>-функція, вказуючи цілий спектр можливих значень параметрів системи, дозволяє обчислити лише ймовірність появи кожного значення під час вимірювання.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Рівняння Шредінгера – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• рівняння руху мікрочастинок, розв'язок якого дозволяє визначити вигляд хвильової функції;</li> <li>• математичний вираз принципу причинності в квантовій механіці;</li> <li>• рівняння, що визначає кривизну хвильової функції.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
	<p><b>7.7. Застосування рівняння Шредінгера</b></p> <p>Розглянемо ряд найпростіших застосувань рівняння Шредінгера до руху частинки в конкретних умовах.</p>

<p><b>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</b></p> <p>Енергія вільної частинки може набувати довільних значень, тобто її енергетичний спектр неперервний</p>	<p style="text-align: center;"><b>7.7.1. Рух вільної частинки</b></p> <p>Яким є енергетичний спектр вільної частинки?</p> <p>Під час руху вільної частинки (<math>U(x) = 0</math>) повна енергія збігається з кінетичною: <math>E = E_k</math>. Для вільної частинки, що рухається вздовж осі <math>Ox</math>, рівняння Шредінгера для стаціонарних станів набуває вигляду</p> $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$ <p>Прямою підстановкою можна переконатися в тому, що частинним розв'язком рівняння є функція</p> $\psi(x) = A e^{i\sqrt{2mE}x} + B e^{-i\sqrt{2mE}x},$ <p>де <math>A</math> і <math>B</math> – сталі. Функція <math>\psi(x)</math> є тільки координатною частиною хвильової функції <math>\psi(x, t)</math> стаціонарного стану. Розв'язок повного рівняння Шредінгера отримаємо у формі</p> $\psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \sqrt{2mE}x)} + B e^{-\frac{i}{\hbar}(Et + \sqrt{2mE}x)}.$ <p>Цей розв'язок є суперпозицією двох плоских монохроматичних хвиль однакової частоти <math>\omega = \frac{E}{\hbar}</math>. Хвиля з амплітудою <math>A</math> поширюється в додатному напрямку осі <math>Ox</math>, хвиля з амплітудою <math>B</math> – у протилежному напрямку. Порівнюючи знайдені розв'язки з загальним виразом плоскої монохроматичної хвилі <math>\xi = A e^{-i(\omega t - kx)}</math>, бачимо, що хвильове число <math>k</math> для вільної частинки дорівнює <math>k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}</math>.</p> <p>Отже, вільній частинці в квантовій механіці відповідає плоска монохроматична хвиля де Бройля. Вона характеризує ймовірність знаходження частинки в певній точці простору, і <math> \psi ^2 =  A ^2</math>. Власні значення енергії частинки</p> $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m}.$
<p><b>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>7.7.2. Частинка в одновимірній прямокутній потенціальній ямі</b></p> <p>Яких значень може набувати енергія частинки, що знаходиться в потенціальній ямі?</p>





Рис. 7.9

Дослідимо поведінку частинки в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі (рух частинки вздовж осі  $Ox$  обмежений непроникними стінками (рис. 7.9)):

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ 0, & 0 \leq x \leq l; \\ \infty, & x > l, \end{cases}$$

де  $l$  – ширина ями, а енергія відраховується від дна ями.

Рівняння Шредінгера у випадку одновимірної ями запишемо у вигляді

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

За умовою задачі (нескінченно високі стінки) частинка не виходить за межі ями, тому ймовірність її виявлення поза ямою дорівнює нулю. На межах ями (при  $x=0$  і  $x=l$ ) неперервна хвильова функція повинна перетворюватися в нуль. Отже, граничні умови мають вигляд

$$\psi(0) = \psi(l) = 0.$$

У межах ями ( $0 \leq x \leq l$ ) рівняння Шредінгера має вигляд

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0, \text{ або } \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0,$$

де  $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$ .

Загальний розв'язок цього диференціального рівняння:

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx.$$

Оскільки  $\psi(0) = 0$ , то  $B = 0$ . Отже,  $\psi(x) = A \sin kx$ .

Умова  $\psi(l) = A \sin kl = 0$  виконується лише при  $kl = n\pi$ ,

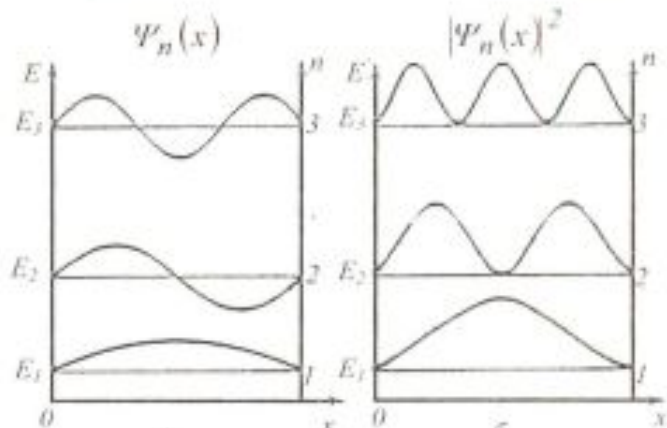
де  $n$  – цілі числа, тобто необхідно, щоб  $k = \frac{n\pi}{l}$ . Тоді

$$\frac{n^2 \pi^2}{l^2} = \frac{2m}{\hbar^2} E_n \text{ і } E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

Отже, енергія частинки  $E_n$  в потенціальній ямі з нескінченно високими стінками не може бути довільною, а набуває лише певних дискретних значень, тобто квантується. Квантові значення енергії  $E_n$  називають рівнями енергії, а число  $n$ , яке визначає енергетичні рівні частинки, – квантовим числом.

Рівнянню Шредінгера задовольняють лише значення  $E_n$ , що залежать від цілого числа  $n$

Енергія частинки  $E_n$  в потенціальній ямі квантується

АНАЛІТИКАМ 7.5	<p>Доведіть, що умова <math>k_n = \frac{n\pi}{l}</math> визначає ціле число півхвиль де Бройля, що вкладаються на ширині ями.</p>
Рис. 7.10	<p>Знайдемо власні хвильові функції</p> $\psi(x) = A \sin kx = A \sin \frac{n\pi}{l} x.$ <p>Сталу інтегрування <math>A</math> визначаємо з умови нормування</p> $A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = 1; \quad A = \sqrt{\frac{2}{l}}.$ <p>Тоді власна хвильова функція має вигляд <math>\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x</math> (<math>n=1, 2, 3, \dots</math>).</p> <p>На рис. 7.10, а зображено графіки функції <math>\psi_n(x)</math> при <math>n=1, 2, 3</math>, а на рис. 7.10, б – густини ймовірності знаходження частинки на різних відстанях від стінок ями для <math>n=1, 2, 3</math>.</p> <p>Наприклад, у квантовому стані з <math>n=2</math> частинка не може знаходитись в середині ями і в той же час однаково часто може перебувати в її лівій або правій частині.</p> 
АНАЛІТИКАМ 7.6	<p>Доведіть, що енергетичний інтервал між сусідніми рівнями обернено пропорційний ширині потенціальної ями.</p>
	<p>Якщо ширина ями велика, то дискретність енергетичного спектра стає непомітною і він практично перетворюється в суцільний, що відповідає уявленню класичної фізики.</p> <p>При великих квантових числах (<math>n \gg 1</math>)</p> $\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2} \approx \frac{2}{n} \ll 1,$ <p>тобто сусідні рівні розміщені тим густіше, чим більше <math>n</math>. Якщо <math>n</math> дуже велике, то можна казати про практично неперервну послідовність рівнів, і характерна особливість кванто-</p>



Принцип відповідності – постулат квантової механіки

При великих значеннях квантових чисел закони квантової механіки повинні переходити в закони класичної фізики

вих процесів стає малопомітною. Це узгоджується з *принципом відповідності*, згідно з яким всяка нова, більш загальна теорія, є розвитком класичної, не відповідає їй повністю, а включає класичну теорію, вказуючи межі її застосовності, причому в окремих граничних випадках нова теорія переходить у стару.

Значення принципу відповідності далеко виходить за рамки квантової механіки. Їм досить широко користуються в квантовій електродинаміці, теорії елементарних частинок. Він є складовою частиною будь-якої нової теорії.

### 7.7.3. Тунельний ефект

Принципова відмінність класичної і квантової частинок стає особливо відчутною, коли частинки зустрічають на своєму шляху потенціальний бар'єр. Нехай частинка рухається вздовж осі  $Ox$  і зустрічає потенціальний бар'єр прямокутної форми. Для потенціального бар'єра прямокутної форми з висотою  $U$  і шириною  $l$  (рис. 7.11) можна записати:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ U, & 0 \leq x \leq l; \\ 0, & x > l. \end{cases}$$

При даних умовах задачі класична частинка, маючи енергію  $E$ , або пройде над бар'єром (при  $E > U$ ), або відіб'ється від нього (при  $E < U$ ) і буде рухатися у протилежному напрямку.

Для мікрочастинки навіть при  $E > U$  існує відмінна від нуля ймовірність того, що частинка відіб'ється від бар'єра і буде рухатися у протилежному напрямку. При  $E < U$  також існує відмінна від нуля ймовірність того, що частинка виявиться в області  $x > l$ , тобто пройде через бар'єр.

Рівняння Шредінгера для кожної з виділених областей має вигляд:

– для областей 1 і 3:  $\frac{\partial^2 \psi_{1,3}}{\partial x^2} + k^2 \psi_{1,3} = 0; k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E;$

– для області 2:  $\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + q^2 \psi_2 = 0; q^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - U).$

Загальні розв'язки цих диференціальних рівнянь:

– в області 1:  $\psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx};$

– в області 2:  $\psi_2(x) = A_2 e^{iqx} + B_2 e^{-iqx};$



Рис. 7.11

Класична частинка

Квантова частинка

– в області 3:  $\psi_3(x) = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx}$ .

Зокрема, для області 1 повна хвильова функція має вигляд

$$\Psi_1(x,t) = \psi_1(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} = A_1 e^{-\frac{i}{\hbar}(E-p_1x)} + B_1 e^{-\frac{i}{\hbar}(E+p_1x)}$$

У цьому виразі перший член відповідає плоскій хвилі, що поширюється в додатному напрямку осі  $x$ , а другий – хвилі, що поширюється в протилежному напрямку, тобто відбитій від бар'єра. Розглянемо в цій задачі дві хвилі: ту, що падає, і ту, що проходить крізь потенціальний бар'єр. Тому вважаємо, що  $B_1 = 0$ . Розв'язок для області 3 містить також функції хвиль, що поширюються в обох напрямках. Однак в області 3 є лише хвиля, що пройшла через бар'єр і поширюється зліва направо. Тому коефіцієнт  $B_3$  слід приймати таким, що дорівнює нулю.

В області 2 розв'язок залежить від співвідношення  $E > U$  або  $E < U$ . Інтерес становить випадок, коли  $E < U$ .

Тут  $q = i\beta$  – уявне число, де  $\beta = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$ . У результаті

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ikx}; \quad \psi_2(x) = A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x}; \quad \psi_3(x) = A_3 e^{ikx}.$$

В області 2 функція  $\psi_2(x)$  вже не відповідає плоским хвилям, що поширюються в обох напрямках, оскільки показники степенів експонент не уявні, а дійсні, і  $B_2$  вибирають таким, що дорівнює нулеві через умови скінченності, які накладаються на хвильову функцію.

Отже, хвильова функція не дорівнює нулю і в середині бар'єра, а в області 3 буде мати вигляд хвиль де Бройля з таким самим імпульсом, але меншою амплітудою.

Якісний вигляд функцій  $\psi_1(x)$ ,  $\psi_2(x)$  і  $\psi_3(x)$  наведено на рис. 7.12.

Таким чином, квантова механіка приводить до принципово нового явища, яке називається *тунельним ефектом*, в результаті якого мікрооб'єкт може пройти через потенціальний бар'єр.

Проходження мікрочастинки крізь область, в яку згідно із законами класичної механіки вона не може проникнути, можна пояснити співвідношенням невизначеностей. Невизначеність імпульсу  $\Delta p$  на відрізку  $\Delta x = l$  дорівнює

$$\Delta p > \frac{\hbar}{l}. \text{ Зв'язана з цим розкидом значень імпульсу кінетична}$$

В області 2  $\psi \neq 0$  і існує ймовірність, що частинка немовби "просочується" крізь бар'єр

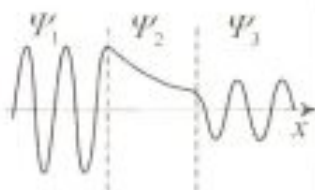


Рис. 7.12

Тунельний ефект є специфічним квантовим ефектом



<p>Експериментальне підтвердження тунельного ефекту</p> <p>Оптичний аналог тунельного ефекту</p>	<p>енергія <math>\frac{\Delta p^2}{(2m)}</math> може бути достатньою для того, щоб повна енергія мікрочастинки стала більшою за потенціальну. Тому не можна казати й про одночасне існування точних значень кінетичної енергії, що визначається імпульсом частинки, і потенціальної енергії, що визначається її координатою.</p> <p>Тунельний ефект відіграє основну роль у явищах радіоактивного <math>\alpha</math>-розпаду, холодної емісії електронів з металу, перебігу термоядерних реакцій.</p> <p>Проходження мікрочастинок крізь потенціальний бар'єр аналогічне проникненню світлових хвиль через тонкий прошарок, що розділяє середовища з різними оптичними густинами, коли з точки зору геометричної оптики повинно спостерігатись явище повного відбивання світла від оптично більш густого середовища.</p>
<p>АНАЛІТИКАМ 7.7</p>	<p>Доведіть, що ймовірність проходження мікрочастинки крізь потенціальний бар'єр, або <i>коефіцієнт прозорості</i>, визначається формулою</p> $D \approx \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(E-U)} dx \right].$
<p>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</p>	<p><b>7.7.4. Атом водню у квантовій механіці</b></p> <p>Які фізичні величини крім енергії квантуються в атомі водню?</p> <p>Основа теорії Бора – точно задані орбіти, що визначаються квантуванням моменту імпульсу. Такий підхід не узгоджується з принципом невизначеності положення електрона та його імпульсу. Потенціальна енергія електрона в полі ядра, що має заряд <math>Ze</math>: <math>U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}</math>, де <math>r</math> – відносна відстань між електроном і ядром. Стан електрона в атомі водню описується хвильовою функцією <math>\psi</math>, яка є розв'язком стаціонарного рівняння Шредінгера</p> $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0,$ <p>де <math>E</math> – повна енергія електрона в атомі. Оскільки поле, в якому рухається електрон, є центрально-симетричним, то</p>

для розв'язання рівняння Шредінгера використовують сферичну систему координат  $r, \theta, \varphi$ , а функцію  $\psi(r, \theta, \varphi)$  зображують добутком трьох функцій, кожна з яких залежить від однієї змінної:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi).$$

Рівнянню Шредінгера задовольняють власні функції  $\psi = \psi_{nlm_l}(r, \theta, \varphi)$ , що визначаються трьома квантовими числами: головним  $n$ , орбітальним  $l$  і магнітним  $m_l$ . Не вдаючись до розв'язання цього рівняння, розглянемо важливі результати, які з нього отримують, і пояснимо їх основний зміст.

1. Квантування енергії. Рівняння Шредінгера має розв'язки, що задовольняють вимоги однозначності, скінченності й неперервності хвильової функції  $\psi$  лише при власних значеннях енергії

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} = -\frac{Z^2}{n^2} R h \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

де  $R = \frac{m e^2}{8 h^3 \epsilon_0^2}$  – стала Рідберга,  $n$  – головне квантове число,

що визначає енергетичні рівні електрона в атомі.

Отже, розв'язок рівняння Шредінгера для атома водню пояснює дискретність енергетичних рівнів. Нижній рівень  $E_1$ , що відповідає мінімально можливій енергії, – основний, всі інші ( $E_n > E_1$ ) – збуджені.

2. Квантування орбітального моменту імпульсу. З розв'язків рівняння Шредінгера випливає, що момент імпульсу (механічний орбітальний момент) електрона квантується, тобто не може бути довільним, а набуває дискретних значень, які обчислюють за формулою  $L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ , де  $l$  – орбітальне квантове число, що визначає величину модуля вектора моменту імпульсу електрона в атомі і при заданому  $n$  набуває значень  $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ , тобто разом  $n$  значень.

3. Квантування проекції моменту імпульсу. З розв'язків рівняння Шредінгера випливає також, що вектор  $\vec{L}_l$  моменту імпульсу електрона може мати лише таку орієнтацію в просторі, при якій проекція  $L_{lz}$  на напрямок  $Z$  зовнішнього магнітного поля набуває квантових значень, кратних  $\hbar$ :

Головне квантове число  $n$  визначає енергетичні рівні електрона в атомі

У квантовій механіці дискретні значення впливають безпосередньо з розв'язків рівняння Шредінгера



$$L_{Iz} = \hbar m_l$$

де  $m_l$  – магнітне квантове число, яке визначає проекцію моменту імпульсу електрона на заданий напрямок. Магнітне квантове число при заданому  $l$  може набувати значень

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l,$$

тобто разом  $2l + 1$  значень. Фізичний сенс обмеження  $m_l$  за величиною полягає в тому, що проекція вектора моменту не може бути більшою за довжину самого вектора.

На рис. 7.13 зображено можливі орієнтації векторів  $\vec{L}_l$  для електронів у випадках  $l = 1$  і  $l = 2$ . Наявність квантового числа  $m_l$  має привести в магнітному полі до розщеплення рівня з головним квантовим числом  $n$  на  $(2l + 1)$  підрівнів. Відповідно у спектрі атома повинно спостерігатися розщеплення спектральних ліній. Розщеплення енергетичних рівнів у магнітному полі було виявлено Т. Зеєманом й отримало назву *ефекту Зеємана*. Розщеплення рівнів енергій у зовнішньому електричному полі називається *ефектом Штарка*.

Ці ефекти свідчать про те, що електрон в атомі водню може мати одне й те ж значення енергії, але знаходитися в декількох різних станах. Стани з однаковою енергією, тобто з даним  $n$ , називаються *виродженими*. Число станів з певним значенням енергії називають *кратністю виродження* відповідного енергетичного рівня.

Оскільки при даному  $n$  орбітальне квантове число  $l$  може змінюватись від 0 до  $n - 1$ , а кожному значенню  $l$  відповідає  $2l + 1$  різних значень  $m_l$ , то кратність виродження дорівнює

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2.$$

Імовірність виявлення електрона в різних частинах атома різна. Електрон при своєму русі ніби "розмазаний" по всьому об'єму атома, створюючи електронну хмару. Густина цієї хмари характеризує ймовірність знаходження електрона в різних точках об'єму атома.

Стан електрона, що характеризується квантовим числом  $l = 0$ , називається *s*-станом (електрон у цьому стані називається *s*-електроном),  $l = 1$  – *p*-станом,  $l = 2$  – *d*-станом,  $l = 3$  – *f*-станом і так далі.

Значення головного квантового числа вказується пе-

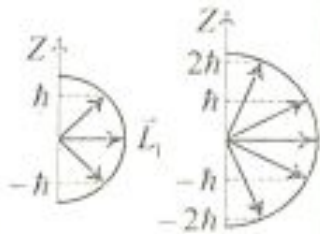


Рис. 7.13

Нобелівська  
премія  
1902 р.

Вироджені стани  
– стани з однако-  
вою енергією

Квантові числа  $n$   
і  $l$  характеризу-  
ють розмір і фо-  
рму електронної  
хмари, а кванто-  
ве число  $m_l$  –  
орієнтацію елек-  
тронної хмари в  
просторі

<p>Правила відбору обмежують кількість можливих переходів електронів в атомі</p>	<p>ред умовним позначенням орбітального квантового числа:  <math>1s; 2s2p; 3s3p3d; 4s4p4d4f; \dots</math></p> <p>Квантові числа <math>n, l</math> і <math>m_l</math> дозволяють повністю описати спектр випромінювання атома водню.</p> <p>4. Правила відбору. Один із постулатів Бора пояснює випромінювання й поглинання електромагнітних хвиль речовиною як наслідок переходів електронів в атомах речовини з одних енергетичних рівнів на інші. Теорія Бора не накладала ніяких обмежень на пари рівнів, між якими можливі переходи. У квантовій механіці з'являються правила відбору, що обмежують кількість можливих переходів електронів в атомі, пов'язаних з випромінюванням і поглинанням світла. Теоретично доведено й експериментально підтверджено, що для дипольного випромінювання електрона, який рухається в центрально-симетричному полі ядра атома, можуть здійснюватися лише такі переходи, для яких: 1) зміна орбітального квантового числа <math>\Delta l</math> задовольняє умову <math>\Delta l = \pm 1</math>; 2) зміна магнітного квантового числа <math>\Delta m_l</math> задовольняє умову <math>\Delta m_l = 0, \pm 1</math>.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p>	<p>У спектральних лініях атома водню серії Лаймана відповідають переходи <math>np \rightarrow 1s</math> (<math>n=2, 3</math>), серії Бальмера – <math>np \rightarrow 2s, ns \rightarrow 2p, nd \rightarrow 2p</math> (<math>n=3, 4</math>).</p> <p>Розв'язок стаціонарного рівняння Шредінгера для заданого потенціального поля дозволив встановити:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• у мікросвіті фізичні параметри частинки (енергія, імпульс, момент імпульсу, проєкція моменту імпульсу) квантовані (дискретні);</li> <li>• квантові числа визначають стаціонарний стан атома;</li> <li>• існують обмеження на переходи з одного стану в інший (правила відбору);</li> <li>• існують стани з однаковою енергією (вироджені стани).</li> </ul>
<p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</p>	<p>7.8. Досліди Штерна і Герлаха. Спін електрона</p> <p>Як здійснити чисто механічну демонстрацію квантування?</p> <p>У 1921 – 1922 рр. О. Штерн і В. Герлах поставили до-</p>



## ? ДОПИТЛИВИМ

Спін – власний механічний момент імпульсу  $\vec{L}_s$ , не пов'язаний з рухом електрона в просторі

сліді, метою яких було вимірювання магнітних моментів  $\vec{p}_m$  атомів, що мають один валентний електрон. Досліди полягали в пропусканні вузького пучка атомів срібла через неоднорідне магнітне поле і в дослідженні розподілу атомів після їх осідання на скляній пластинці. За відсутності поля між полюсами електромагніту атоми ресструвалися на пластинці у вигляді вузької смуги. В сильно неоднорідному полі ця смуга розщеплювалася на дві компоненти.

Чому з точки зору класичної фізики не повинно спостерігатись розщеплення пучка атомів?

У дослідах атомний пучок мав атоми в основному стані. Однак у цьому стані з  $l=0$  електрон не має моменту імпульсу, як це впливає з формули  $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}$ , і магнітне поле не повинно розщеплювати пучок атомів.

Для пояснення розщеплення смуги треба припустити, що електрон крім орбітального моменту імпульсу  $\vec{L}_l$  й відповідного йому магнітного моменту  $\vec{p}_m$  має власний механічний момент імпульсу  $\vec{L}_s$ , який називається *спіном електрона*, і *власний магнітний момент*  $\vec{p}_{ms}$ , що відповідає йому. Припущення про існування спіну висловили в 1925 р. С. Гаудсміт і Г. Уленбек. Спін електрона – квантова величина, що не має класичного аналога; це внутрішня невід'ємна властивість електрона, як його заряд і маса.

Якщо електрону приписати власний механічний момент імпульсу  $\vec{L}_s$ , то з ним буде зв'язаний деякий власний магнітний момент  $\vec{p}_{ms}$  електрона. Із загальних законів квантової механіки випливає, що спін повинен квантуватися за законом  $L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$ , де  $s$  – квантове число, яке називається *спіновим квантовим числом*.

За аналогією з орбітальним моментом імпульсу проєкція  $L_{sz}$  квантується так, що вектор  $\vec{L}_s$  може набувати  $2s+1$  орієнтацій. Оскільки в дослідах Штерна і Герлаха для водню спостерігались лише дві орієнтації, то  $2s+1=2$ , звідки  $s = \frac{1}{2}$ .

Для атомів срібла, що мають один валентний електрон, який перебуває в стані з  $l=0$ , момент імпульсу всього атома дорівнює спіну валентного електрона. Тому виявлене для таких атомів просторове квантування моменту імпульсу

	<p>атома у магнітному полі було доказом наявності лише двох орієнтацій спіну в зовнішньому полі.</p> <p>Спінове квантове число на відміну від введених головного <math>n</math>, орбітального <math>l</math> і магнітного <math>m_l</math> не є цілим числом. Власний механічний момент електрона <math>L_s</math> може набувати лише одного значення:</p> $L_s = \sqrt{\frac{l}{2}\left(\frac{l}{2} + 1\right)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar.$ <p>Проекція спіну на напрямок зовнішнього магнітного поля, будучи квантовою величиною, визначається формулою <math>L_{sz} = m_s \hbar</math>, де <math>m_s</math> – магнітне спінове число, яке визначає проекцію власного імпульсу електрона на заданий напрямок. Магнітне спінове число може мати лише два значення: <math>m_s = \pm \frac{1}{2}</math>. Отже, проекція спінового механічного моменту імпульсу на напрямок поля може набувати двох значень <math>L_{sz} = \pm \frac{1}{2} \hbar</math>, що й підтверджує розщеплення пучка атомів срібла в неоднорідному магнітному полі.</p>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Досліди Штерна і Герлаха підтвердили:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• просторове квантування моментів імпульсу в магнітному полі;</li> <li>• дискретну природу магнітних моментів електронів і атомів, пов'язану з квантуванням моменту імпульсу.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>КЛЮЧОВЕ ЗАПИТАННЯ</p>	<p style="text-align: center;"><b>7.9. Принцип Паулі</b></p> <p style="text-align: center;"><b>7.9.1. Розподіл електронів в атомі за станами</b></p> <p>Чому при русі системи мікрочастинок на відміну від руху однієї мікрочастинки виявляються особливості, що не мають аналога в класичній фізиці?</p> <p>Нехай квантово-механічна система складається з однакових частинок, наприклад електронів. Усі електрони мають однакові фізичні властивості – масу, електричний заряд, спін і т. д. Такі частинки називаються <i>тотожними</i>.</p>



У квантовій механіці тотожні частинки повністю втрачають свою індивідуальність і стають нерозрізними

Незвичайні властивості системи однакових тотожних частинок виявляються у фундаментальному принципі квантової механіки – *принципі нерозрізнимості тотожних частинок*, згідно з яким неможливо експериментально відрізнити тотожні частинки.

Беручи до уваги фізичний зміст величини  $|\psi|^2$ , принцип нерозрізнимості тотожних частинок можна записати у вигляді

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2,$$

де  $x_1$  і  $x_2$  – відповідно сукупності просторових і спінових координат першої й другої частинок. З цього виразу випливає, що можливі два випадки:

$$\psi(x_1, x_2) = \pm \psi(x_2, x_1),$$

тобто принцип нерозрізнимості тотожних частинок веде до певних властивостей симетрії хвильової функції. Якщо при обміні частинок місцями хвильова функція не змінює знака, то вона називається *симетричною*, якщо змінює – *антисиметричною*. Характер симетрії хвильової функції не змінюється з часом. Це є доказом того, що властивість симетрії або антисиметрії – ознака даного типу мікрочастинок.

Симетрія або антисиметрія хвильових функцій визначається спіном частинок. Залежно від характеру симетрії всі елементарні частинки й побудовані з них системи поділяються на два класи. Частинки з півцілим спіном (електрони, протони, нейтрони) описуються антисиметричними хвильовими функціями. Ці частинки називаються *ферміонами*. Частинки з нульовим або цілим спіном ( $\pi$ -мезони, фотони) описуються симетричними хвильовими функціями й називаються *бозонами*.

Якщо тотожні частинки мають однакові квантові числа, то їх хвильова функція симетрична відносно перестановки частинок. Звідси виходить, що два однакові ферміони, що входять в одну систему, не можуть знаходитись в однакових станах, оскільки для ферміонів хвильова функція повинна бути антисиметричною. Узагальнюючи дослідні дані, В. Паулі у 1925 р. сформулював принцип, згідно з яким *в системі однакових ферміонів довільні два з них не можуть одночасно знаходитися в одному й тому ж стані*. Кількість однотипних бозонів, що знаходяться в одному й тому ж стані, не лімітується.

*Ферміони* – частинки з півцілим спіном

*Бозони* – частинки з нульовим або цілим спіном

Принцип Паулі

Нобелівська премія 1945 р.

Розподіл електронів в атомі відповідає принципу Паулі, який може бути використаний у його простішому формулюванні: *в одному й тому ж атомі не може бути більше одного електрона з даним набором чотирьох квантових чисел  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  і  $m_s$ , тобто*

$$Z_1(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ або } 1,$$

де  $Z_1(n, l, m_l, m_s)$  – кількість електронів, що перебувають у стані, який описується набором квантових чисел  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  і  $m_s$ .

Знайдемо, користуючись принципом Паулі, максимальну кількість  $Z(n)$  електронів, що перебувають у станах, які визначаються значенням  $n$  головного квантового числа. Оскільки число  $l$  при заданому  $n$  змінюється від  $0$  до  $n-1$ , то, підсумовуючи  $Z(n, l)$  за  $l$  від  $0$  до  $n-1$ , отримаємо

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = [2(n-1) + 2]n = 2n^2.$$

Сукупність електронів, що мають однакові значення квантового числа  $n$ , утворює оболонку. Оболонки поділяються на підоболонки, що відрізняються значенням квантового числа  $l$ . Відповідно до значення  $n$  оболонкам дають позначення, які взяті зі спектроскопії рентгенівських променів:

$n$	1	2	3	4	5	6	7...
позначення оболонки	K	L	M	N	O	P	Q...

Оскільки орбітальне квантове число набуває значень від  $0$  до  $n-1$ , кількість підоболонки дорівнює порядковому номеру  $n$  оболонки. Кількість електронів у підоболонці визначається магнітним і магнітним спіновим квантовими числами: максимальна кількість електронів у підоболонці з даними  $l$  дорівнює  $2(2l+1)$ .

### 7.9.2. Характеристичне рентгенівське випромінювання

При підвищенні напруги на рентгенівській трубці до величини, більшої за деяке критичне значення, що залежить від речовини анода, на фоні суцільного спектра виникають лінійчасті спектри, інтенсивність яких у тисячі разів перевищує інтенсивність суцільного спектра. Оскільки лінійчастий спектр визначається природою речовини, з якої ви-

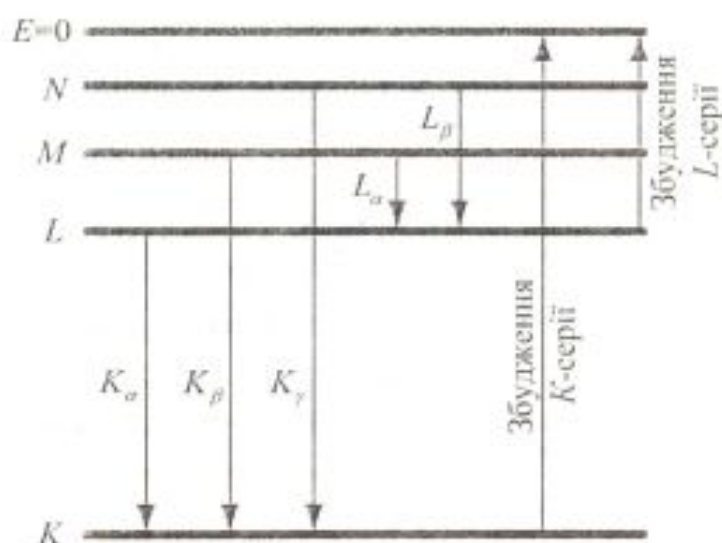


? ДОПИТЛИВИМ

готовлено анод, то його називають *характеристичним*. Про що свідчить подібність рентгенівських спектрів різних речовин?

Виникнення характеристичного рентгенівського випромінювання фотонна теорія пояснює вибиванням електронів із внутрішніх електронних оболонок атомів анода швидкими електронами або фотонами високих енергій. Перехід електронів з вищих оболонок на оболонку, з якої вибито електрон, супроводжується випромінюванням рентгенівського кванта. Так, якщо під впливом падаючих електронів високих енергій на атоми антикатада вибивається один із двох електронів  $1s$ -стану  $K$ -оболонки, то звільнюється місце, яке може зайняти електрон з якої-небудь зовнішньої оболонки ( $L$ ,  $M$ ,  $N$  і т. д.). При цьому виникає  $K$ -серія. Аналогічно виникають й інші серії. Схему виникнення електронних серій показано на рис. 7.14. Кожна серія має невелику кількість ліній, які позначають у порядку зменшення довжини хвилі індексами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  і т. д.

Рис. 7.14



При дослідженні лінійчастих рентгенівських спектрів Г. Мозлі в 1913 р. встановив закон, який виражає зв'язок між хвильовим числом спектральної лінії  $\nu_0 = \frac{1}{\lambda}$  і атомним номером  $Z$  елемента, який випромінює ці лінії. Узагальнений закон Мозлі має вигляд

$$\nu_0 = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

де  $m = 1, n = 2, 3, 4, \dots$  для ліній  $K$ -серії,

$m = 2, n = 2, 3, 4, \dots$  для ліній  $L$ -серії,

<p><b>Закон Мозлі</b></p>	<p><math>m = 3, n = 2, 3, 4, \dots</math> для ліній <math>M</math>-серії;  <math>\sigma</math> – стала екранування, яка має певне значення для кожної серії.</p> <p>Для <math>K</math>-серії стала екранування <math>\sigma = 1</math>, для <math>L</math>-серії <math>\sigma = 7,5</math>. Зміст сталої екранування полягає в тому, що у важкому атомі, який має <math>Z</math> електронів, на електрон, що здійснює, наприклад, перехід, який відповідає лінії <math>K_{\alpha}</math>, діє не весь заряд ядра <math>Ze</math>, а заряд <math>(Z - \sigma)e</math>, ослаблений екрануючою дією одного електрона, що залишився на <math>K</math>-оболонці. У загальному вигляді закон Мозлі записують і так:</p> $\sqrt{\nu} = a(Z - \sigma),$ <p>де <math>\nu</math> – частота, <math>a</math> – стала для певної серії ліній. Закон Мозлі можна сформулювати так: <i>корінь квадратний із частоти є лінійною функцією атомного номера <math>Z</math>.</i></p> <p>Закон Мозлі дозволяє за виміряною довжиною хвилі рентгенівських ліній точно встановити атомний номер даного елемента. Цей закон відіграв велику роль при розміщенні елементів у періодичній системі. На основі цього закону вперше було показано, що не атомна маса, а атомний номер, який дорівнює заряду ядра, визначає хімічні властивості атомів.</p>
<p><b>УЗАГАЛЬНИМО</b></p> <p><b>ВЧИМОСЬ</b> <b>УЗАГАЛЬНЮВАТИ</b></p>	<p><b>Принцип Паулі дозволив:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• зв'язати основні закономірності Періодичної системи елементів Д.І. Менделєєва з будовою і конфігурацією електронних оболонок атома;</li> <li>• пояснити закономірності характеристичного рентгенівського випромінювання.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Чи правильно Ви розумієте ключові терміни?</p>	<p>Лінійчасті спектри – с. 129  Довжина хвилі де Бройля – с. 135  Співвідношення невизначеностей – с. 138  Хвильова функція – с. 140  Умова нормування – с.141  Рівняння Шредінгера – с. 143  Правила відбору – с. 154  Принцип Паулі – с. 157</p>



	<p>Спін електрона – с. 155          Принцип відповідності – с. 145          Тунельний ефект – с. 150</p>
<p>Оцініть свої знання – тестові запитання по розділу:          51 бал і вище – 5;          41 бал і вище – 4;          31 бал і вище – 3</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Чому припущення про рух електрона в атомі по круглій суперечить класичній електродинаміці? (5 балів)</li> <li>2. Що підтвердили досліди Франка – Герца? (5 балів)</li> <li>3. Запишіть формулу де Бройля. (5 балів)</li> <li>4. Що підтвердили досліди Джермера і Девіссона? (5 балів)</li> <li>5. Запишіть вирази обох співвідношень невизначеностей і сформулюйте їх зміст. (10 балів)</li> <li>6. Запишіть стаціонарне рівняння Шредінгера для атома водню. (10 балів)</li> <li>7. Сформулюйте та поясніть принцип Паулі. (10 балів)</li> <li>8. Що таке ферміони і бозони? Наведіть приклади таких частинок. (10 балів)</li> </ol>
<p><b>УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕРІАЛУ РОЗДІЛУ</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Дискретність атомних станів підтверджують експериментальні закономірності в лінійчастих спектрах.  <i>Які досліди підтверджують множинність стаціонарних станів атома водню?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• У спектрі випромінювання виявлено множинність спектральних ліній, в яку входять шість спектральних серій.</li> </ul> <i>Які інші досліди підтверджують дискретність атомних станів?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Свічення при збудженні атомів повільними електронами; наявність максимумів струму у ВАХ газорозрядної трубки.</li> </ul> <i>Чим відрізняються електрони з різних стаціонарних станів?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Енергією та моментом імпульсу.</li> </ul> <i>Як можна виявити перехід атома з одного стану в інший?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Про це свідчить поява спектральних ліній.</li> </ul> </li> <li>2. Корпускулярно-хвильовий дуалізм притаманний не тільки світлу, а й мікрочастинкам.  <i>Які досліди підтвердили гіпотезу де Бройля про те, що частинки речовини поряд з корпускулярними властивостями мають також і хвильові?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Досліди з дифракції електронів, атомів, молекул, нейтронів.</li> </ul> <i>Чому довжина хвилі де Бройля зменшується, коли її імпульс зростає?</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Коли імпульс збільшується, кривизна хвильової функції зростає, що зумовлює зменшення довжини хвилі.</li> </ul> </li> <li>3. Співвідношення невизначеностей встановлює межу застосовності до мікрочастинок уявлень класичної</li> </ol>

<p><b>ВЧИМОСЯ СИСТЕМАТИЗУВАТИ</b></p>	<p>фізики.</p> <p><i>Чим визначається ширина енергетичного рівня електрона в атомі?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ширина енергетичного рівня електрона в атомі зв'язана з часом його життя на цьому рівні.</li> </ul> <p><b>4. Рух мікрочастинок описується рівнянням Шредінгера, розв'язання якого дозволяє визначити вигляд хвильової функції.</b></p> <p><i>Що визначає рівняння Шредінгера?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Воно є математичним виразом принципу причинності в квантовій механіці.</li> </ul> <p><i>Які загальні закономірності притаманні розв'язкам стаціонарного рівняння Шредінгера для заданого потенціального поля?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Енергія, імпульс, момент імпульсу, проекція моменту імпульсу мікрочастинок – квантовані (дискретні).</li> </ul> <p><i>Що визначають квантові числа атома?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Стаціонарний стан атома.</li> </ul> <p><b>5. В атомі існують вироджені стани (стани з однаковою енергією).</b></p> <p><i>Чим визначається ступінь виродження?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ступінь виродження стану визначається головним квантовим числом.</li> </ul> <p><i>Чи існують обмеження на переходи частинок з одного стану в інший?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Існують правила відбору, які вказують умови для можливих змін квантових чисел.</li> </ul> <p>Установіть взаємозв'язки між основними фізичними параметрами і між законами. Співвіднесіть прочитаний матеріал із власним досвідом.</p>
---	--

## ДОДАТОК 7

**АНАЛІТИКАМ 7.1.** Враховуючи припущення Резерфорда, що електрон у воднеподібній системі рухається по коловій орбіті радіусом  $r$  під дією кулонівської сили притягання електрона до ядра, яка створює доцентрове прискорення, запишемо:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{mv^2}{r_n}$$

Звідси  $r_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2}$ . Підставивши сюди величину  $v$  з виразу  $mv r_n = n\hbar$ , отримавмо

$$r_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m} \cdot \frac{m^2 r_n^2}{n^2 \hbar^2} \quad \text{і} \quad r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Zme^2} n^2, \quad \text{де } n = 1, 2, 3, \dots$$



Радіуси орбіт зростають пропорційно квадратам цілих чисел. Для атома водню ( $Z = 1$ ) радіус першої орбіти електрона при  $n = 1$  називається першим борівським радіусом ( $a_0$ ) й дорівнює  $r_1 = a_0 = \frac{h^2 4\pi\epsilon_0}{me^2} = 0,528 \cdot 10^{-10}$  м. Тоді  $r_n = a_0 n^2 \frac{1}{Z}$ .

Оскільки експериментально виміряти радіуси орбіт неможливо, то для перевірки правильності теорії потрібно знайти такі величини, які можна виміряти експериментально. Такою величиною може бути, зокрема, енергія, яку випромінюють або поглинають атоми.

Енергія електрона у воднеподібній системі дорівнює сумі його кінетичної і потенціальної енергій в електростатичному полі ядра:

$$E_n = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$$

Врахувавши, що  $\frac{mv^2}{r_n} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}$ , отримаємо  $\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$ .

Тоді  $E_n = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$ . Підставимо в цей вираз значення  $r_n$ :

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{mZe^2}{n^2 h^2 4\pi\epsilon_0} = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2}$$

Знак "-" означає, що електрон знаходиться у зв'язаному стані.

**АНАЛІТИКАМ 7.2.** Якщо частинка має кінетичну енергію  $E_k$ , то замінивши її імпульс  $p$  енергією  $E_k$  за формулою  $p = \sqrt{2mE_k}$ , можна записати  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$ . Зокрема, для

електрона, що прискорюється в електричному полі з різницею потенціалів  $\Delta\phi$ , маємо

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = e\Delta\phi. \text{ Тоді } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2me\Delta\phi}} = \frac{12,25}{\sqrt{\Delta\phi}} \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Для електричних полів з напругою 1...10 В довжини хвиль де Бройля належать інтервалу  $(10...0,1) \cdot 10^{-10}$  м, тобто мають довжини хвиль звичайних рентгенівських променів.

**АНАЛІТИКАМ 7.3.** Імовірність виявлення електрона в атомі в елементі об'єму  $dV$  дорівнює  $|Y|^2 dV$ . Величина  $S = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |Y|^2 dx dy dz$  є сумою добутоків різних відстаней  $r$

від електрона до ядра на ймовірність цих відстаней. Середнє значення  $\langle r \rangle$  відстані електрона від ядра буде визначене відношенням величини  $S$  до повної ймовірності виявлення електрона в якійсь точці простору:

$$\langle r \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r |\Psi|^2 dx dy dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz}$$

Знаменник цього дробу дорівнює одиниці, тому

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r |\Psi|^2 dx dy dz = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r \Psi \Psi^* dx dy dz.$$

**АНАЛІТИКАМ 7.4.** Для простоти розглянемо випадок одновимірного простору. Рівняння плоскої хвилі, що поширюється вздовж осі  $Ox$ , має вигляд

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx) = A e^{-i(\omega t - kx)}.$$

Отже, враховуючи, що  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi E}{h} = \frac{E}{\hbar}$  і  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{p}{\hbar}$ , отримуюмо плоску хвилю де Бройля в такому вигляді:

$$\Psi(x, y, z, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}.$$

У квантовій механіці показник експоненти беруть зі знаком мінус, але оскільки фізичний зміст має лише  $|\Psi|^2$ , то знак "-" в експоненті неістотний. Тоді

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E \Psi; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \left(\frac{i}{\hbar} p\right)^2 \Psi = -\frac{1}{\hbar^2} p^2 \Psi.$$

$$\text{Звідси } E = -\frac{\hbar}{i} \frac{1}{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t}; \quad E = \frac{1}{\Psi} i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}; \quad p^2 = -\frac{1}{\Psi} \hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}.$$

$$\text{Оскільки } E = \frac{p^2}{2m}, \text{ то одержимо диференціальне рівняння } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t},$$

яке збігається з рівнянням Шредінгера для випадку  $U = 0$  (вільна частинка).

**АНАЛІТИКАМ 7.5.** Умова  $k_n = \frac{n\pi}{l}$  має простий фізичний зміст.

Оскільки  $k_n = \frac{2\pi}{\lambda}$ , де  $\lambda_n$  – довжина хвилі де Бройля для електрона в ямі, то

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{n\pi}{l}, \text{ або } \lambda_n = \frac{2l}{n}, \text{ тобто на ширині ями повинно вкладатися ціле число півхвиль}$$

де Бройля.

**АНАЛІТИКАМ 7.6.** Оцінімо різницю енергій двох сусідніх рівнів:



$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (n+1)^2 - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1).$$

Для електрона при розмірах ями  $l = 10^{-10}$  м (вільні електрони в металі)

$$\Delta E_n = (2n+1) \cdot 6 \cdot 10^{-36} \text{ Дж} = (2n+1) \cdot 3,7 \cdot 10^{-17} \text{ еВ}.$$

Енергетичні рівні розміщені так тісно, що спектр практично можна вважати неперервним. Якщо область, в якій рухається електрон, порядку атомних розмірів ( $l \sim 10^{-10}$  м), то

$$\Delta E_n = (2n+1) \cdot 6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = (2n+1) \cdot 3,7 \cdot 10^1 \text{ еВ}.$$

Таким чином, дискретність енергетичних рівнів у цьому випадку досить помітна, й утворюється лінійчастий спектр.

**АНАЛІТИКАМ 7.7.** За означенням *коефіцієнт прозорості* дорівнює відношенню інтенсивності хвилі, що проходить через бар'єр, до інтенсивності хвилі, що падає на межу поділу областей 1 і 2 (див. рис. 7.11). Оскільки інтенсивність хвилі пропорційна квадрату

амплітуди коливань, то коефіцієнт прозорості бар'єра  $D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$ .

Для того щоб знайти відношення  $\frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$ , необхідно використати умови неперервності

функції  $\psi$  у всій області змін  $x$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ , тобто  $\psi_1(0) = \psi_2(0)$ ,  $\psi_2(l) = \psi_3(l)$ . Для того щоб функція  $\psi$  була гладкою, повинні виконуватися умови  $\psi'_2(0) = \psi'_3(0)$ ,  $\psi'_2(l) = \psi'_3(l)$ . Ці умови дають можливість виразити коефіцієнти  $A_2$  і  $A_3$  через  $A_1$ . В ре-

зультаті  $A_1 = A_2$ ,  $A_2 e^{-\beta l} = A_3 e^{i\kappa l}$  і  $D = \frac{|A_3 e^{i\kappa l}|^2}{|A_1|^2} = e^{-2\beta l} = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}l\right]$ .

Для потенціального бар'єра довільної форми

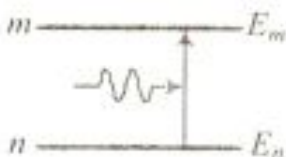
$$D \approx \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(E-U)} dx\right],$$

де  $U = U(x)$ .

Із виразів для  $D$  видно, що коефіцієнт прозорості залежить від маси мікрочастинки, ширини бар'єра і різниці  $(U-E)$ .

<p>Розділ 8</p> <p><b>КВАНТОВІ ПІДСИЛЮВАЧІ І ГЕНЕРАТОРИ</b></p>	<p>8.1. Спонтанне і вимушене випромінювання</p> <p>8.2. Квантовий підсилювач</p> <p>8.3. Оптичні квантові генератори</p>
<p><b>МЕТА ВИВЧЕННЯ</b></p>	<p>Після вивчення даного розділу та виконання завдань Ви повинні:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) бути здатні дати означення ключовим термінам;</li> <li>2) знати основні ідеї, на яких базується робота лазера, та способи їх реалізації;</li> <li>3) бути здатні пояснити, з чим пов'язані основні властивості лазерного випромінювання – когерентність, монохроматичність, спрямованість, висока потужність;</li> <li>4) знати галузі використання квантових підсилювачів і генераторів.</li> </ol>
<p><b>ЧИ ЗНАЄТЕ ВИ?</b> Лазери і мазери сьогодні – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• високоефективні технології (аерокосмічна промисловість, медицина, сільське господарство тощо);</li> <li>• оптичні системи зв'язку і геодезії;</li> <li>• нові методи дослідження й вимірювання (голографічні, спектрометричні, акустичні, механічні тощо);</li> <li>• ефективні засоби отримання, переробки і відображення інформації (комп'ютерна техніка, цифрова техніка тощо)</li> </ul>	<p>Від квантових генераторів до квантової електроніки</p> <p>Лазер – квантовий генератор когерентного, монохроматичного і вузько спрямованого електромагнітного випромінювання оптичного діапазону, дія якого ґрунтується на використанні вимушеного випромінювання. Назва „лазер” є аббревіатурою фрази: Light Amplification by Emission of Radiation, що в перекладі з англійської виражає суть дії лазера: підсилення світла за допомогою вимушеного випромінювання. Лазери в радіочастотному діапазоні називають мазерами.</p> <p>Лазер – це відкрита фізична система (активне середовище), в якій лазерний ефект досягається за рахунок формування упорядкованого стану при великому відхиленні від рівноваги. Він підтримується в стаціонарному термодинамічно нерівноважному стані, у якому електромагнітне поле викликає корельовані акти випромінювання. Упорядкованість активного середовища є наслідком збудження активного середовища.</p> <p>Активним середовищем може бути газ, плазма, тверде тіло, рідина, біосистема. Тому лазерне випромінювання охоплює майже весь діапазон шкали електромагнітних хвиль – від рентгенівського до далекого інфрачервоного випромінювання.</p>



<p>Хронологія досліджень</p>	<p>1954 – радянські фізики М.Г. Басов і О.М. Прохоров і американський вчений Ч. Таунс створили квантовий генератор електромагнітних хвиль сантиметрового діапазону, так званий <i>мазер</i></p> <p>1960 – американський вчений Т. Мейман створив перший оптичний твердотільний (рубіновий) квантовий генератор</p> <p>1960 – американські вчені А. Джаван, У. Бенкет і Д. Ерріот створили перший газовий гелій-неоновий лазер</p>
<p>Ідея А. Ейнштейна (1917 р.)</p> <p>Ідея В.О. Фабриканта (1940 р.)</p> <p>Винахід оптичного резонатора</p>	<p>Три фундаментальні ідеї, на яких базується дія лазера:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Перша ідея полягає у використанні вимушеного випромінювання світла атомними системами, що було відкрите при теоретичному дослідженні некогерентного теплового випромінювання. Через 10 років П. Дірак показав, що випромінювані при цьому фотони не відрізняються від тих, що спричинили випромінювання.</li> <li>- Друга ідея полягає у створенні середовищ, в яких можливе підсилення, а не поглинання світла.</li> <li>- Третя ідея полягає у використанні позитивного зворотного зв'язку, що реалізується за допомогою оптичного резонатора, для перетворення підсилювача в генератор.</li> </ul>
 <p>Рис. 8.1</p>	<p><b>8.1. Спонтанне і вимушене випромінювання</b></p> <p><b>8.1.1. Спонтанні переходи. Природна ширина спектральної лінії</b></p> <p>Введені в 1913 р. Н. Бором квантові уявлення про вільні атоми, які можуть знаходитися лише у квантових станах з дискретними значеннями енергії <math>E_1, E_2, E_3, \dots</math>, узагальнюють гіпотезу Планка про гармонічний осцилятор. Для простоти розглянемо два з цих станів (<math>n</math> і <math>m</math>) з енергіями <math>E_n</math> і <math>E_m</math>. Під дією зовнішнього випромінювання може здійснитися вимушений перехід атома з основного стану <math>E_n</math> у збуджений стан <math>E_m</math>, що приводить до поглинання випромінювання (рис. 8.1). Зі збудженого енергетичного стану атом <i>спонтанно</i> (сам собою) переходить у незбуджений</p>

Спонтанне випромінювання

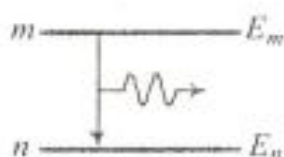


Рис. 8.2

$A_{mn}$  – ймовірність спонтанного переходу

Коефіцієнт Ейнштейна  $A_{mn}$  – величина, обернена до середнього часу життя атома у збудженому стані

стан, випромінюючи світло, яке називають *самочинним* або *спонтанним випромінюванням*.

Розглянемо спонтанне випромінювання атома за Ейнштейном. Якщо атом у деякий момент часу  $t$  перебуває в квантовому стані  $m$  і має енергію  $E_m$ , то під внутрішньою дією, механізм якої неможливо простежити, атом може спонтанно перейти в деякий стан  $n$ , що характеризується меншою енергією  $E_n$  (рис. 8.2). Введемо ймовірність  $A_{mn}$  того, що протягом 1 с здійснюється спонтанний перехід атома зі стану  $m$  у стан  $n$ . Величину  $A_{mn}$  називають коефіцієнтом Ейнштейна для спонтанного випромінювання. Якщо  $N_m$  – кількість атомів, які перебувають на енергетичному рівні  $E_m$  в момент часу  $t$ , то  $-dN_m$  – кількість атомів, що перейшли за проміжок часу від  $t$  до  $t+dt$  у стан  $n$ , пропорційна ймовірності  $A_{mn}$  спонтанного переходу, кількості атомів  $N_m$  і проміжку часу  $dt$ :

$$-dN_m = A_{mn}N_m dt \quad (8.1)$$

Знак "-" свідчить про зменшення кількості атомів на рівні  $m$ .

Тоді після інтегрування отримаємо

$$N_m = N_{m0} e^{-A_{mn}t}, \quad (8.2)$$

де  $N_{m0}$  – кількість атомів на рівні  $m$  в момент часу  $t=0$ .

Кожний перехід зі стану  $m$  у стан  $n$  супроводжується випромінюванням спектральної лінії з енергією  $h\nu_{mn}$ , що визначається правилом частот Бора:

$$E_m - E_n = h\nu_{mn}. \quad (8.3)$$

Середньою тривалістю  $\tau_m$  життя атома у збудженому стані називається час, протягом якого кількість атомів  $N_{m0}$ , які спочатку були на збудженому рівні  $m$ , зменшується в  $e$  разів:

$$N_m = \frac{N_{m0}}{e} = N_{m0} e^{-A_{mn}\tau_m}. \quad (8.4)$$

Звідси  $A_{mn}\tau_m = 1$ , тобто  $\tau_m = \frac{1}{A_{mn}}$ .



<p>АНАЛІТИКАМ 8.1</p>	<p>Доведіть, що інтенсивність випромінювання при спонтанних переходах визначається залежністю</p> $J = J_0 e^{-\frac{t}{\tau_m}}, \text{ де } \tau_m = \frac{1}{A_{m0}}.$
<p>Зверніть увагу! Природна ширина енергетичного рівня <math>\Delta E_m \geq \frac{\hbar}{\tau_m}</math></p> <p>Зверніть увагу! Спонтанне випромінювання некогерентне</p>	<p>Перевірку цього закону й вимірювання часу <math>\tau_m</math> здійснив В. Він у дослідах зі світінням каналових променів.</p> <p>Порядок величини <math>\tau_m \approx 10^{-8}</math> с є характерним для часу перебування атомів у збудженому стані, після чого вони спонтанно переходять на розміщені нижче енергетичні рівні. Скінченність часу життя <math>\tau_m</math> атома в збудженому стані приводить до того, що енергію <math>E_m</math> атома в збудженому стані можна визначити лише з деякою невизначеністю <math>\Delta E_m</math>, що впливає із співвідношення невизначеностей Гейзенберга <math>\Delta E_m \geq \frac{\hbar}{\tau_m}</math>. Величину <math>\Delta E_m = \Gamma_m</math> називають природною шириною енергетичного рівня <math>E_m</math>. Значення <math>\Delta E_m</math> або <math>\tau_m</math> визначає природну ширину <math>\Delta \nu_{mn}</math> спектральної лінії, яка виникає при переході з рівня <math>m</math> на рівень <math>n</math>:</p> $\Delta \nu_{mn} = \frac{\Delta E_m}{2\pi\hbar} \geq \frac{1}{2\pi\tau_m},$ <p>що за шкалою довжин хвиль відповідає величині <math>\Delta \lambda \approx 10^{-5}</math> нм.</p> <p>Статистичний, випадковий характер процесів спонтанного випромінювання приводить до того, що фази, напрямки розповсюдження й стан поляризації світлових хвиль, що випромінюються окремими атомами, не узгоджені один з одним. Це означає, що спонтанне випромінювання некогерентне.</p>
<p>Імовірність вимушеного поглинання <math>B_{nm}</math> (коефіцієнт Ейнштейна)</p>	<p style="text-align: center;"><b>8.1.2. Вимушене поглинання</b></p> <p>В електромагнітному полі крім спонтанних переходів здійснюватимуться процеси збудження атомів, тобто переходи атомів з основного стану <math>n</math> у збуджений <math>m</math> з поглинанням фотона з енергією <math>h\nu_{nm} = E_m - E_n</math>.</p> <p>Імовірність такого переходу в одиницю часу пропорційна густині <math>\rho(\nu)</math> енергії поля на частоті переходу, деякому коефіцієнту <math>B_{nm}</math>, що характеризує ймовірність збудження атома, а також кількості атомів <math>N_n</math> на рівні <math>n</math> у момент</p>

часу  $t$ . Середня кількість  $dN'_n$  переходів атомів з основного стану за час  $dt$ :

$$dN'_n = B_{nm}\rho(\nu)N_n dt. \quad (8.5)$$

Припустимо тепер, що атоми знаходяться в термодинамічній рівновазі з полем випромінювання. Тоді на основі принципу детальної рівноваги кількість переходів з випромінюванням і поглинанням повинна бути однаковою. Виходячи з цього, можна порівняти праві частини рівнянь (8.1) і (8.5) та визначити вигляд функції  $\rho(\nu)$ , тобто спектральну густину енергії рівноважного випромінювання. Однак при цьому для  $\rho(\nu)$  отримаємо не формулу Планка, а формулу Віна.

Щоб у такий спосіб одержати формулу Планка, А. Ейнштейн припустив, що електромагнітне поле викликає не тільки вимушені переходи з основного стану у збуджений, але й зворотні вимушені переходи, що супроводжуються вимушеним (стимульованим, індукованим) випромінюванням.

*Осцилятор у полі світлової хвилі здійснює вимушені коливання і поблизу резонансу, залежно від співвідношення фаз між коливаннями осцилятора і зовнішнього поля енергія може переходити як від поля до осцилятора (поглинання), так і від осцилятора до поля (вимушене випромінювання).*

Суперечність

Ідея  
А. Ейнштейна

Класичний  
аналог

### 8.1.3. Вимушене випромінювання

У 1916 р. А. Ейнштейн постулював, що крім поглинання і спонтанного випромінювання повинен існувати третій, якісно інший тип взаємодії. Якщо на атом, що знаходиться у збудженому стані  $m$ , діє зовнішнє випромінювання з частотою, що задовольняє умову  $h\nu_{mn} = E_m - E_n$ , то виникає вимушений перехід в основний стан  $n$  з випромінюванням фотона з тією самою енергією  $h\nu_{mn} = E_m - E_n$  (рис. 8.3). При подібному переході відбувається випромінювання атомом фотона, додатково до того фотона, під дією якого здійснюється перехід.

Імовірність вимушеного випромінювання під дією поля пропорційна густині  $\rho(\nu)$  енергії поля і деякому коефіцієнту  $B_{mn}$ , який називається коефіцієнтом Ейнштейна для вимушеного (стимульованого) випромінювання.

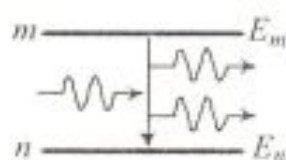


Рис. 8.3

Ідея  
А. Ейнштейна



	<p>Повну ймовірність того, що збуджений атом, який перебуває на рівні <math>m</math>, за одиницю часу перейде на нижчий рівень <math>n</math> з випромінюванням кванта <math>h\nu</math> спонтанно або вимушено, можна визначити сумою <math>A_{mn} + B_{mn}\rho(\nu)</math>.</p> <p>Кількість <math>dN'_m</math> атомів, які із загальної кількості <math>N_m</math> атомів, що перебувають на рівні <math>m</math>, перейдуть у стан <math>n</math> за час <math>dt</math>, можна записати так:</p> $dN'_m = [A_{mn} + B_{mn}\rho(\nu)]N_m dt. \quad (8.6)$ <p>У стані термодинамічної рівноваги речовини й електромагнітного поля повинна бути рівновага між процесами випромінювання й поглинання світла, тобто рівновага повної кількості актів випромінювання світла й кількості актів його поглинання.</p> <p>Оскільки мова йде про переходи між двома довільно вибраними рівнями <math>m</math> і <math>n</math>, то має місце принцип <i>детальної рівноваги</i>, для якої можна записати</p> $[A_{mn} + B_{mn}\rho(\nu)]N_m = B_{nm}\rho(\nu)N_n. \quad (8.7)$
АНАЛІТИКАМ 8.2	<p>Виходячи з того, що в стані термодинамічної рівноваги заселеності рівнів <math>m</math> і <math>n</math> зв'язані розподілом Больцмана, доведіть, що коефіцієнти Ейнштейна для вимушеного поглинання і вимушеного випромінювання однакові.</p>
<p>Отримання формули Планка за Ейнштейном – це підтвердження існування вимушеного випромінювання</p> <p>? ДОПИТЛИВИМ</p>	<p>При довільній температурі з (8.6) з урахуванням розподілу Больцмана, а також того, що <math>B_{nm} = B_{mn}</math>, для спектральної густини рівноважного випромінювання одержимо</p> $\rho(\nu) = \frac{A_{mn}}{B_{mn}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$ <p>Цей вираз збігається з формулою Планка при</p> $\frac{A_{mn}}{B_{mn}} = \frac{h\nu^3}{2\pi^3 c^3}.$ <p>Таким чином, усі три коефіцієнти Ейнштейна зв'язані між собою.</p> <p>Чому при термодинамічній рівновазі вимушене випромінювання помітно менше за вимушене поглинання?</p> <p>У системі атомів, що знаходяться в термодинамічній рівновазі, заселеність основного стану більша від заселеності збудженого стану, тому поглинання падаючого ви-</p>

<p>Ідея П. Дірака (1927 р.)</p> <p>Вимушене випромінювання когерентне випромінюванню, що його спричиняє</p> <p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p>	<p>промінювання буде перевищувати вимушене випромінювання, тобто падаюче випромінювання при проходженні через речовину ослаблюватиметься.</p> <p>П. Дірак, використавши квантову механіку для аналізу поля випромінювання, звернув увагу на чудові властивості вимушеного випромінювання. Він показав, що в кожному акті вимушеного випромінювання відбувається збільшення на одиницю кількості фотонів у тій моді випромінювання, під дією якої виник цей перехід. Це означає, що новий фотон не відрізняється від фотона, що спричинив вимушений перехід. Він має такі ж частоту, фазу, стан поляризації й напрямок поширення, як і первинний фотон. Вторинні фотони, рухаючись в одному напрямку й зустрічаючи збуджені атоми, стимулюють наступні індуковані переходи, й кількість фотонів зростає лавиноподібно.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Чому для виведення формули Планка за Ейнштейном необхідно припустити існування вимушеного випромінювання?</li> <li>2. Як зв'язані між собою коефіцієнти Ейнштейна?</li> <li>3. Які властивості спонтанного випромінювання?</li> <li>4. Які властивості вимушеного випромінювання? Порівняйте його зі спонтанним випромінюванням.</li> </ol>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Ідея Ейнштейна щодо існування вимушеного випромінювання дозволила:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• вивести формулу Планка;</li> <li>• описати процеси поглинання й випромінювання реальними атомами в рамках феноменологічної теорії;</li> <li>• установити зв'язок між шириною спектральної лінії і середнім часом життя атома у збудженому стані;</li> <li>• запропонувати принципово новий шлях для отримання когерентного випромінювання.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>ПРОБЛЕМА</p>	<p><b>8.2. Квантовий підсилювач</b></p> <p>8.2.1. Інверсна заселеність рівнів. Від'ємне поглинання</p> <p>Як збільшити інтенсивність оптичного пучка? Для підсилення падаючого випромінювання середо-</p>



вищем необхідно, щоб кількість актів вимушеного випромінювання фотонів (вона пропорційна заселеності збуджених станів) перевищувала кількість актів поглинання фотонів (вона пропорційна заселеності основних станів). Однак поряд з вимушеним випромінюванням можливий і конкуруючий процес – поглинання. Тому розглянемо зв'язок коефіцієнтів Ейнштейна з макроскопічним оптичним параметром середовища – коефіцієнтом поглинання.

Нехай у розрідженому середовищі розповсюджується паралельний пучок монохроматичного світла з частотою  $\omega$ , що лежить у межах спектральної лінії, функція форми якої  $F(\omega)$ . Замінімо  $\rho(\nu)$  на  $\rho F(\omega)$  та знехтуємо внеском спонтанного випромінювання, оскільки його доля в паралельному пучку досить мала. Тоді зміна кількості фотонів у потоці при проходженні шару завтовшки  $dx = cdt$  за рахунок процесів поглинання й вимушеного випромінювання відповідно до (8.7) дорівнюватиме

$$dN = (N_m B_{mn} - N_n B_{nm}) \rho F(\omega) \frac{dx}{c}.$$

Оскільки  $B_{nm} = B_{mn}$ , то з рівняння

$$dN = B_{mn} (N_m - N_n) \rho F(\omega) \frac{dx}{c}$$

випливає, що при  $N_m < N_n$  поглинання домінує над вимушеним випромінюванням, а при  $N_m > N_n$  навпаки – вимушене випромінювання буде переважати вимушене поглинання.

Отже, щоб середовище підсилювало падаюче на нього випромінювання, необхідно створити нерівноважний стан системи, при якому кількість атомів у збудженому стані буде більшою, ніж їх кількість в основному стані. Такі стани називаються станами з *інверсною заселеністю*.

Знайдемо закон зміни інтенсивності пучка світла під час його розповсюдження в середовищі. Середня густина потоку енергії  $S$  хвилі дорівнює добутку об'ємної густини енергії на швидкість світла:  $S = c\rho$ . Оскільки зміна потоку фотонів на відрізку  $dx$  дорівнює  $cdN$ , то зміна потоку енергії  $dS$  на тому ж відрізку  $dx$  дорівнює  $\frac{h\omega}{cdN}$ . Помноживши ліву й праву частини рівняння на  $h\omega c$ , отримаємо

**Ідея**  
В.О. Фабриканта – для підсилення світла використати вимушене випромінювання в нерівноважному середовищі



Рис. 8.4

Квантовий підсилювач



Рис. 8.5

$$dS = \frac{h\omega}{c} (N_m - N_n) B_{nm} F(\omega) S dx,$$

$$\text{звідки } \frac{dS}{dx} = -\alpha S(x), \quad \alpha = -\frac{h\omega}{c} (N_m - N_n) B_{nm} F(\omega).$$

Розв'язок рівняння має вигляд

$$S(x) = S_0 \exp(-\alpha x),$$

де  $S_0$  – густина потоку енергії зондуєчого пучка при  $x=0$ . Якщо  $\alpha > 0$  і  $N_m < N_n$ , то потік енергії експоненціально спадає в міру розповсюдження пучка (рис. 8.4). Ми приходимо до закону Бугера, а формула виражає коефіцієнт поглинання  $\alpha$  через коефіцієнт Ейнштейна  $B_{nm}$  та заселеності рівнів  $N_m$  і  $N_n$ . У тих випадках, коли виконується умова  $N_m > N_n$ , що відома як інверсія заселеності,  $\alpha < 0$  (від'ємний коефіцієнт поглинання) й інтенсивність хвилі експоненціально зростає в міру її розповсюдження (рис. 8.5).

Оскільки фотони, що виникають при вимушеному випромінюванні, тотожні фотонам, які спричинили це випромінювання, то когерентні властивості вихідного пучка повністю зберігаються. Таким є принцип дії квантового підсилювача випромінювання. Різні способи створення для його роботи середовища з інверсною заселеністю (активне середовище) розглянемо далі.

### 8.2.2. Методи здійснення інверсної заселеності

ПРОБЛЕМА

Пошук шляхів отримання інверсної заселеності в різних агрегатних станах речовини.

У середовищах, які перебувають в інверсному стані, вимушене випромінювання може перевищувати поглинання, внаслідок чого падаючий пучок світла при проходженні через ці середовища буде підсилюватися. Існує три способи отримання інверсної заселеності. Ми розглянули дво-рівневу систему. Однак, щоб ця найпростіша система працювала, необхідно перевести більш ніж 50% атомів з основного стану в збуджений. Це здійснити дуже складно. Тому інверсну заселеність рівнів у квантових підсилювачах і генераторах практично здійснюють за трирівневою схемою або навіть за чотирівневою.

Трирівнева схема (рис. 8.6). Найбільш заселеним є основний рівень  $E_1$ . Атоми, поглинаючи інтенсивне випро-



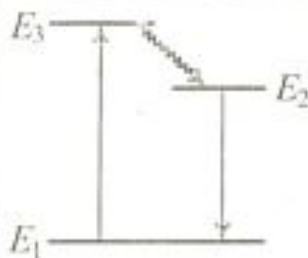


Рис. 8.6

мінювання, збуджуються на найвищий рівень  $E_3$ , з якого здійснюють безвипромінювальні переходи на рівень  $E_2$ . Рівень  $E_2$  метастабільний, і час життя на ньому становить  $\sim 10^{-8}$  с, тобто приблизно в  $10^7$  разів більший за час перебування іона у звичайному збудженому стані  $E_3$ . Так можна створити умови, за яких заселеність іонами метастабільного рівня  $E_2$  перевищуватиме заселеність основного рівня  $E_1$ . За цю схему працює лазер на кристалі рубіну.

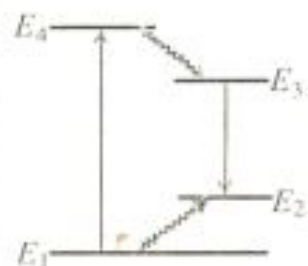


Рис. 8.7

Чотирирівнева схема (рис. 8.7). Атоми, поглинаючи інтенсивне випромінювання, збуджуються на найвищий рівень  $E_4$ , час життя на якому дуже малий, оскільки з великою ймовірністю здійснюється безвипромінювальний перехід атомів на метастабільний рівень  $E_3$ . Рівень  $E_2$  звичайно мало заселений, оскільки з нього атоми здійснюють безвипромінювальні переходи на основний рівень  $E_1$ . Тому легко отримати надлишок атомів на рівні  $E_3$  відносно рівня  $E_2$  і здійснити інверсію заселеностей між цими рівнями. За цю схему працюють лазери на іонах рідкоземельних елементів (неодиму, самарію), упроваджених у кристалічну або скляну матрицю.

Процес збудження активного середовища називається *накачуванням*. Збудження активних центрів середовища можна здійснити оптичним, електричним та іншими способами, які ми розглянемо в наступному підрозділі.


**ПОДУМАЙТЕ ТА  
ВІДПОВІДАЙТЕ**

1. Чому від'ємне поглинання не має пояснення в рамках класичної теорії?
2. За яких умов можливе зростання інтенсивності пучка монохроматичного світла при його розповсюдженні в середовищі?
3. Поясніть принцип дії квантового підсилювача.
4. Чому чотирирівнева схема отримання інверсної заселеності найчастіше використовується в квантовій електроніці?

**УЗАГАЛЬНИМО**

Ідея В.О. Фабриканта щодо можливості підсилення світла в середовищі шляхом використання вимушеного випромінювання привела до такого:

- введення поняття активного середовища, що характеризується від'ємним показником поглинан-

<p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>ня;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• створення квантових підсилювачів випромінювання;</li> <li>• розробка різних способів здійснення інверсної заселеності рівнів;</li> <li>• розуміння необхідності підведення ззовні додаткової енергії, яка здійснює інверсну заселеність рівнів і частково перетворюється в енергію електромагнітного випромінювання, що підсилюється.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
 <p>Рис. 8.8</p>	<h3>8.3. Оптичні квантові генератори</h3> <h4>8.3.1. Основні елементи лазерів</h4> <p>Дві фундаментальні ідеї: вимушене випромінювання (А. Ейнштейн, 1918 р.) і підсилювальні середовища (В.О. Фабрикант, 1939 р.), на яких базується дія всіх лазерів, ми вже розглянули. Третя ідея, що бере свій початок у радіофізиці, полягає у використанні позитивного зворотного зв'язку для перетворення підсилювача в генератор когерентного випромінювання. Кожна з цих ідей реалізована в певному елементі лазера. Тому не дивно, що всі оптичні квантові генератори (ОКГ), тобто лазери, складаються з одних і тих же основних елементів, а саме:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) активного середовища (газ, тверде тіло, рідина), в якому можна створити інверсну заселеність рівнів;</li> <li>2) системи накачування, яка створює дуже нерівноважний стан і формує інверсну заселеність рівнів;</li> <li>3) оптичного резонатора, який реалізує позитивний зворотний зв'язок.</li> </ol> <p>Лазери генерують у видимій, інфрачервоній і ближній ультрафіолетовій ділянках спектра.</p> <p>Принципову схему ОКГ зображено на рис. 8.8, де 1 – активне середовище, 2 і 3 – суцільне й напівпрозоре дзеркала.</p>



Система накачування створює інверсну заселеність робочих рівнів активних центрів

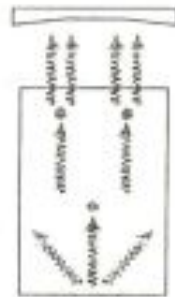
В оптичному резонаторі ефективно підсилюються тільки хвилі вздовж осі резонатора

Активні середовища. Це середовища, в яких можна здійснити інверсну заселеність рівнів. Залежно від типу активного середовища лазери поділяються на *твердотільні (діелектричні та напівпровідникові), газові і рідинні*. Класифікують лазери й за методами накачування – *оптичні, теплові, хімічні, електроіонізаційні та ін.*

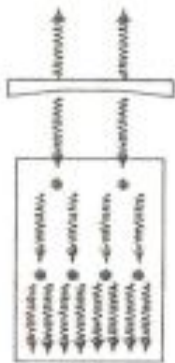
Системи накачування. Існують різні способи створення активного середовища. В імпульсних твердотільних лазерах використовується оптичне накачування світлом потужної газорозрядної лампи-спалаху. В напівпровідникових лазерах неперервної дії нерівноважний стан досягається при пропусканні електричного струму через *p-n*-перехід. У газових лазерах атоми або іони робочої речовини збуджуються в умовах електричного розряду. Накачування здійснюють також шляхом хімічної реакції, ядерного вибуху, опромінення пучком електронів тощо. В усіх випадках витрачена на це енергія зовнішнього джерела частково перетворюється в енергію когерентного випромінювання.

Лазери можуть працювати у трьох основних режимах: стаціонарному (неперервному), імпульсному та в режимі гігантських імпульсів. У стаціонарному режимі система накачування працює безперервно і енергія стабільно подається для збудження активного середовища. В імпульсному режимі генеруються світлові імпульси тривалістю  $10^{-6} \dots 10^{-3}$  с при частоті 10 Гц ... 10 кГц. Інверсна заселеність робочих рівнів активних центрів здійснюється періодично за допомогою імпульсних ламп або імпульсного розряду в газі. В імпульсному режимі забезпечується велика потужність (порядку  $10^4$  Вт). Найбільша концентрація енергії досягається при гігантських імпульсах: пікова потужність –  $10^{10} \dots 10^{13}$  Вт (потужність ГЕС –  $6 \cdot 10^9$  Вт).

Оптичний резонатор. Для здійснення позитивного зворотного зв'язку частина випромінювання, що генерується, повинна залишатися всередині активного середовища й викликати вимушене випромінювання все новими й новими збудженими атомами. Для цього активне середовище розміщують в оптичному резонаторі, утвореному двома паралельними або сферичними дзеркалами, одне з яких напівпрозоре. В оптичному резонаторі ефективно підсилюються тільки ті хвилі, напрямок розповсюдження яких збігається з віссю резонатора, оскільки інші хвилі швидко



а



б



в

Рис. 8.9

залишають активне середовище. Через напівпрозоре дзеркало хвиля частково виходить назовні, а частково відбивається. Проходячи вздовж резонатора від одного дзеркала до іншого шлях  $L$  через активне середовище, хвиля підсилюється в  $\exp(-\alpha L)$  разів, де  $(-\alpha)$  – коефіцієнт підсилення. Після відбивання від другого дзеркала вона знову підсилюється й частково проходить через напівпрозоре дзеркало, і так багато разів. Довжина шляху, який проходить хвиля між двома відбиваннями, повинна становити ціле число довжин хвиль:  $2L = n\lambda$ , або  $L = n \frac{\lambda}{2}$ , де  $n = 1, 2, \dots$ .

Цим забезпечується позитивний зворотний зв'язок, оскільки при другому і всіх наступних проходженнях через резонатор хвиля є узгодженою за фазою з початковою. Отже, якщо ця умова виконується, то хвилі, які при кожному відбиванні виходять з генератора через дзеркало 3, когерентні між собою.

Оптичний резонатор можна розглядати як коливальну систему, в якій власні нормальні коливання (моди) мають вигляд стоячих електромагнітних хвиль з вузлами на дзеркалах. Частота таких мод визначається умовою  $2L = n\lambda$ , де  $n = 1, 2, \dots$  – ціле число. Отже, моди утворюють еквідистантний спектр.

Таким чином, оптичний резонатор збільшує ефективну відстань, яку хвиля проходить уздовж його осі в активному середовищі.

Ми описали хвильову картину виникнення когерентного випромінювання. Вимушене випромінювання атомами активного середовища має таку квантову інтерпретацію. Кожний фотон, який випадково народжується при спонтанних переходах, може породжувати в активному середовищі численні вимушені переходи, в результаті чого виникає ціла лавина вторинних фотонів, які є копією первинних. Однак спонтанні переходи мають випадковий характер, і фотони, що народжуються, спонтанно випромінюються в різних напрямках. Тому в різних напрямках поширюються і лавини вторинних фотонів. Отже, випромінювання, що складається з подібних лавин, не може мати високі когерентні властивості.

В результаті спонтанного випромінювання один фотон, що рухається паралельно осі резонатора, породжує



лавину фотонів, які летять у тому самому напрямку (рис. 8.9, *a*). Частина цієї лавини пройде крізь напівпрозоре дзеркало назовні, а частина – відіб'ється й наростатиме в активному середовищі (рис. 8.9, *b*). Коли лавина електронів дійде до суцільного дзеркала, вона частково поглинеться, але після відбивання від дзеркала підсилений потік фотонів знову рухатиметься так само, як і початковий, "затравочний" фотон (рис. 8.9, *в*). Потік фотонів, який був багато разів підсилений і вийшов з генератора крізь напівпрозоре дзеркало, утворює точно напрямлений пучок променів світла.

Таким чином, внутрішнє електромагнітне поле резонатора створює кореляції в часі між актами випромінювання на противагу випадковому характеру інших подій.

### 8.3.2. Типи лазерів

1. Твердотільні лазери. Один з перших ОКГ, що працюють за схемою трьох рівнів з твердим тілом як активним середовищем, був створений у 1960 р. Т. Мейманом. Підсилювальне середовище у ньому – кристал рубіну, який за хімічним складом є окисом алюмінію  $Al_2O_3$  з домішкою оксиду хрому  $Cr_2O_3$  кількістю від 0,03 до 0,05 %. При цьому в кристалічній ґратці окису алюмінію частину атомів  $Al$  замінено іонами  $Cr^{+3}$ . Активною речовиною, в якій здійснюються вимушені переходи, в рубіні є іони  $Cr^{+3}$ .

На рис. 8.10 зображено схему енергетичних рівнів іона хрому  $Cr^{+3}$ . У ньому над нормальним рівнем  $E_1$  розміщені дві енергетичні смуги  $E_3$  і  $E_4$ , а між рівнем  $E_1$  і смугою  $E_3$  знаходиться метастабільний рівень  $E_2$ , який складається з двох енергетичних підрівнів. Підкачування в лазері здійснюється потужним спалахом ксенонової лампи. Атоми хрому, які до спалаху знаходились на основному рівні  $E_1$ , внаслідок поглинання зеленого або синього світла, яке випромінює ксенонова лампа, переходять у збуджені стани  $E_3$  і  $E_4$ . Час перебування атомів у збуджених станах становить  $\sim 10^{-8}$  с, і вони здійснюють релаксаційний перехід на збуджений рівень  $E_2$  без випромінювання. Рівень

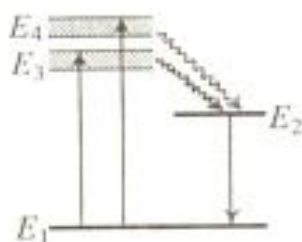


Рис. 8.10

$E_2$  метастабільний, і час життя на ньому становить  $\sim 10^{-3}$  с, тобто приблизно в  $10^5$  разів більший за час перебування іона у звичайному збудженому стані  $E_3$  і  $E_4$ . Так можна створити умови, за яких заселеність іонами подвійного рівня  $E_2$  перевищуватиме заселеність основного рівня  $E_1$ . При переході іонів хрому з метастабільного стану в основний рубіновий лазер випромінює світло двох довжин хвиль:  $\lambda_1 = 0,6929$  мкм і  $\lambda_2 = 0,6943$  мкм, що лежать у червоній частині спектра. Більш інтенсивна лінія  $\lambda_2 = 0,6943$  мкм, тому вона й підсилюється при роботі лазера. Виникненню інверсій рівнів  $E_1$  і  $E_2$  сприяє мала ймовірність спонтанних переходів іонів хрому з рівня  $E_2$  на рівень  $E_1$ .

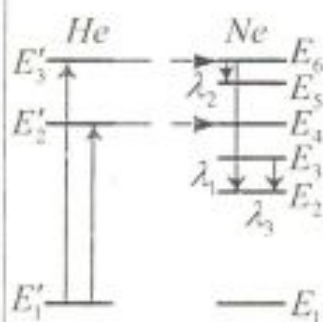


Рис. 8.11

**2. Газові лазери.** Газові лазери за багатьма характеристикам перевершують лазери інших типів. Вони перебивають широкий спектральний діапазон – від ультрафіолетового до субміліметрового. Першим газовим лазером неперервної дії був створений в 1960 р. А. Джаваном лазер на суміші атомів неону й гелію. В газових лазерах інверсна заселеність рівнів здійснюється електричним розрядом, що збуджується в газах.

У гелій-неоновому лазері накачування відбувається в два етапи: гелій (*He*) служить носієм енергії збудження, а лазерне випромінювання дає неон (*Ne*). Із всіх рівнів *He*, крім основного  $E_1'$ , для роботи лазера мають значення метастабільні рівні  $E_2'$  і  $E_3'$  з енергіями 19,82 і 20,61 еВ відповідно (рис. 8.11). Спонтанний перехід з цих рівнів на основний рівень  $E_1'$  "заборонений", тобто відбувається з дуже малою ймовірністю. Тому час життя атома на цих рівнях  $E_2'$  і  $E_3'$  дуже великий. На цих метастабільних рівнях атоми *He* нагромаджуються в результаті зіткнень з електронами, що утворюються в розряді. Але рівні гелію  $E_2'$  і  $E_3'$  майже збігаються з рівнями  $E_4$  і  $E_6$  неону (див. рис. 8.11). Завдяки цьому при зіткненнях збуджених атомів гелію з незбудженими атомами неону інтенсивно відбуваються безвипромінювальні переходи атомів гелію у незбуджений стан з передачею енергії атомам неону. Цей процес збудження



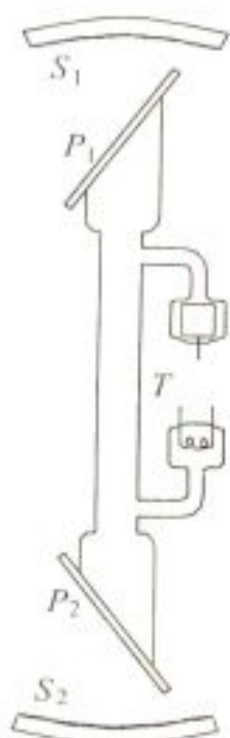


Рис. 8.12

? ДОПИТЛИВИМ

атомів  $Ne$  на рис. 8.11 символічно показано горизонтальними пунктирними лініями. В результаті концентрація атомів  $Ne$  на рівнях  $E_4$  і  $E_6$  дуже зростає, й виникає інверсна заселеність відносно рівнів  $E_3$  і  $E_5$ , а різниця заселеності рівнів  $E_6$  і  $E_3$  збільшується в декілька разів. Перехід атомів неону з рівня  $E_6$  на рівень  $E_3$  супроводжується генерацією червоного світла з довжиною хвилі  $\lambda_1 = 0,6328$  мкм. Цей лазер може генерувати й інфрачервоне випромінювання з довжинами хвиль  $\lambda_2 = 3,390$  мкм і  $\lambda_3 = 1,150$  мкм.

Принципову схему гелій-неонового лазера зображено на рис. 8.12. Лазер складається з газорозрядної трубки  $T$  діаметром 7...10 мм. Трубка заповнена сумішшю гелію (тиск  $\sim 1$  мм рт. ст.) і неону (тиск  $\sim 0,1$  мм рт. ст.). Кінці трубки закриті плоскопаралельними кварцовими вікнами  $P_1$  і  $P_2$ . Між електродами трубки прикладається постійна напруга 1 – 2 кВ. Розрядний струм у трубці становить декілька десятків міліампер.

Чому вікна газорозрядної трубки встановлюють під кутом Брюстера до осі трубки?

Це вікна Брюстера (див. підрозд. 3.4), які створюють лінійну поляризацію лазерного випромінювання з електричним вектором, паралельним площині падіння. Інтерференційні дзеркала  $S_1$  і  $S_2$  оптичного резонатора, між якими розміщена трубка, виконуються сферичними, з багатошаровими діелектричними покриттями. Вони мають високі коефіцієнти відбивання й практично не поглинають світла. Пропускна здатність дзеркала, через яке виходить випромінювання лазера, становить 2%, а другого – значно менше 1%.

### 8.3.3. Властивості лазерного випромінювання

Висока монохроматичність лазерного випромінювання пояснюється тим, що створення індукованого випромінювання – це процес резонансний. Вона забезпечує селективність дії, тобто лазерний промінь взаємодіє лише з тим середовищем, у якому він поглинається. Наприклад, біологічна дія лазерного випромінювання проявляється через

Властивості лазерного випромінювання – монохроматичність, когерентність, малий кут розходження променів, висока густина енергії та поляризованість

Галузі використання лазерів:

- голографія;
- вимірювальна техніка;
- медицина;
- енергетика;
- нелінійна оптика;
- зв'язок;
- локація;
- геодезія;
- будівництво;
- авіаційна техніка (високоточне ударне озброєння)

певні структурні, функціональні та біохімічні зміни. При цьому результат дії залежить як від характеристик випромінювання, так і від характеристик тканин організму (поглинальної здатності, теплопровідності тощо).

Лазерне випромінювання характеризується високою часовою і просторовою когерентністю. З нею пов'язана висока здатність до концентрації енергії:

- 1) у спектрі – дуже вузька спектральна лінія випромінювання ( $\Delta\lambda \sim 10^{-11}$  м);
- 2) за часом – можливість отримання надкоротких імпульсів світла, що забезпечує велику густину потоку випромінювання (режим гігантських імпульсів);
- 3) у просторі і за напрямком розповсюдження – можливість отримання спрямованого пучка з дуже малим кутовим розходженням, а також можливість фокусування всього випромінювання в пляму розміром порядку довжини хвилі.

#### 8.3.4. Використання лазерів

Властивості лазерного випромінювання, які дали можливість використовувати його так широко, – це монохроматичність, висока когерентність, малий кут розходження променів, висока густина енергії та поляризованість. Ці властивості відкрили широкі перспективи для використання лазерів у різних галузях науки і техніки:

- монохроматичність і когерентність – в голографії, при обробці інформації, у вимірювальній техніці, медицині;
- висока потужність – у лазерній технології й енергетиці, нелінійній оптиці;
- мале кутове розходження пучка – в лазерному зв'язку, локації, геодезії, будівництві, авіаційній техніці і т.п.

Великі переваги в порівнянні з радіохвилями дає використання лазерного променя в сигналах зв'язку. По одному променю в принципі можна одночасно передавати до  $10^8$  телефонних розмов.

В сучасних технологіях випромінюванням лазера пропалюють найдрібніші отвори у найтвердіших речови-



<p>ПОДУМАЙТЕ ТА ВІДПОВІДАЙТЕ</p>	<p>нах, зварюють мікродеталі, виконують механічну обробку, прискорюють перебіг хімічних реакцій тощо.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. У чому полягає відмінність спонтанного і вимушеного випромінювання?</li> <li>2. Які особливості індукованого випромінювання?</li> <li>3. Поясніть, чим зумовлені вузька спрямованість і монохроматичність лазерного випромінювання?</li> <li>4. Як працює лазер?</li> </ol>
<p>УЗАГАЛЬНИМО</p> <p>ВЧИМОСЬ УЗАГАЛЬНЮВАТИ</p>	<p>Лазер – це:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– унікальний генератор електромагнітних хвиль;</li> <li>– квантовий підсилювач з позитивним зворотним зв'язком;</li> <li>– генератор когерентних хвиль.</li> </ul> <p>Обдумайте вивчений матеріал, виділіть головне та доповніть висновки по підрозділу.</p>
<p>Чи правильно Ви розумієте ключові терміни?</p>	<p>Спонтанне випромінювання – с. 168  Вимушене поглинання – с. 169  Вимушене випромінювання – с. 170  Система накачування – с. 176  Оптичний резонатор – с. 177  Позитивний зворотний зв'язок – с. 177  Інверсна заселеність – с. 173</p>
<p>Оцініть свої знання – тестові запитання по розділу:</p> <p>51 бал і вище – 5;  41 бал і вище – 4;  31 бал і вище – 3</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. На яких фундаментальних ідеях базується принцип дії лазера? (5 балів)</li> <li>2. Які функції в лазері виконують активне середовище й оптичний резонатор? (5 балів)</li> <li>3. Що забезпечує високу монохроматичність і когерентність лазерного випромінювання? (10 балів)</li> <li>4. Чим відрізняється квантовий генератор від квантового підсилювача? (10 балів)</li> <li>5. Які переваги чотирирівневої схеми отримання інверсної заселеності перед іншими схемами? (10 балів)</li> <li>6. Чому лазерне випромінювання поляризоване? (10 балів)</li> <li>7. Назвіть, які властивості лазерного випромінювання використовуються у зв'язку й комп'ютерній техніці. (10 балів)</li> </ol>

УЗАГАЛЬНЕННЯ  
МАТЕРІАЛУ  
РОЗДІЛУ

1. Робота лазера базується на трьох фундаментальних ідеях – вимушене випромінювання, активні середовища, оптичний резонатор.

*Чим відрізняється вимушене випромінювання від спонтанного?*

- Вимушене випромінювання когерентне випромінюванню, що його спричиняє, а спонтанне випромінювання не когерентне тому, що є наслідком випадкових процесів, які не узгоджені між собою.

*З яких основних елементів складаються всі лазери?*

- Лазери складаються з трьох основних елементів: **активного середовища**, в якому створюється стан з інверсною заселеністю енергетичних рівнів; **системи накачування** — пристрою для створення інверсій в активному середовищі; **оптичного резонатора** — пристрою, який формує вихідний світловий пучок.

2. Можливість підсилення світла в активному середовищі пов'язана з інверсною заселеністю рівнів в ньому.

*Чому активне середовище характеризується від'ємним показником поглинання?*

- Тому що в ньому вимушене випромінювання перевищує вимушене поглинання, внаслідок чого від'ємний показник заломлення є показником підсилення.

3. Квантовий підсилювач випромінювання являє собою активне середовище з системою накачування.

*Для чого необхідна система накачування?*

- Для здійснення інверсної заселеності рівнів.

*Що відбувається з додатковою енергією накачування?*

- Додаткова енергія здійснює інверсну заселеність рівнів і частково перетворюється в енергію електромагнітного випромінювання, що підсилюється.

4. Лазер – це квантовий підсилювач з позитивним зворотним зв'язком.

*Чим зумовлена висока когерентність лазерного випромінювання?*

- Лазерне випромінювання – це вимушене випромінювання, яке за своєю природою є когерентним.

*Що забезпечує високу монохроматичність і спрямованість лазерного випромінювання?*

- Оптичний резонатор як багатопроменевий інтерферометр забезпечує високу спектральну селективність



і спрямованість лазерного пучка.

*З чим пов'язана велика потужність лазерів?*

Потужність лазерів залежить від способу й потужності накачування, коефіцієнта корисної дії й тривалості лазерного імпульсу.

5. Квантові підсилювачі й генератори широко використовуються в авіаційнокосмічній техніці.

*У яких системах авіаційної техніки використовуються лазери?*

У системах автоматичної посадки літака, контролю габаритів літака при виробництві та в процесі експлуатації, для контролю горизонтальності при будівництві аеродромів, а також у високоточному ударному озброєнні.

## ДОДАТОК В

АНАЛІТИКАМ В.1. Енергія, яка випромінюється за час  $dt$ , дорівнює

$$dE = h\nu_{mn} |dN_m| = h\nu_{mn} A_{mn} N_m dt.$$

Інтенсивність випромінювання  $J$ , тобто енергію, яка випромінюється за одиницю часу, можна визначити так:

$$J = \frac{dE}{dt} = h\nu_{mn} N_{m0} A_{mn} e^{-A_{mn}t} = J_0 e^{-A_{mn}t},$$

де  $J_0$  – початкова інтенсивність випромінювання.

АНАЛІТИКАМ В.2. Ймовірність вимушених переходів в одиницю часу пропорційна густині  $\rho(\nu)$  енергії поля на частоті переходу, деякому коефіцієнту  $B_{nm}$ , що характеризує ймовірність збудження атома, а також кількості атомів  $N_n$  на рівні  $n$  у момент часу  $t$ . Середня кількість  $dN'_n$  переходів атомів з основного стану за час  $dt$ :

$$dN'_n = B_{nm} \rho(\nu) N_n dt.$$

Якщо атоми знаходяться в термодинамічній рівновазі з полем випромінювання, то на основі принципу детальної рівноваги кількість переходів з випромінюванням і поглинанням повинна бути однаковою. Виходячи з термодинамічних міркувань Ейнштейн довів, що ймовірність вимушених переходів, що супроводжуються випромінюванням, має дорівнювати ймовірності вимушених переходів, що супроводжуються поглинанням. Отже, коефіцієнти Ейнштейна для вимушеного поглинання і вимушеного випромінювання однакові.

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Астахов А.В., Широков Ю.М. Курс физики. – М.: Наука, 1980. – Т. 2. – 359 с.
2. Астахов А.В., Широков Ю.М. Курс физики. – М.: Наука, 1983. – Т. 3. – 239 с.
3. Савельев И.В. Курс физики: Учебник для вузов. – М.: Наука, 1988. – Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 432 с.
4. Савельев И.В. Курс физики: Учебник для вузов. – М.: Наука, 1989. – Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 304 с.
5. Яворский Б.М., Пинский А.А. Основы физики: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1974. – Т. 2: Колебания и волны. Основы квантовой физики атомов, молекул и твердых тел. Физика ядра и элементарных частиц. – 464 с.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. – М.: Наука, 1983. – Т. 3: Электричество. – 688 с.
7. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высш. шк., 1990. – 478 с.
8. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. – М.: Мир, 1966. – Т. 2. – 237 с.
9. Бутиков Е.И. Оптика. – М.: Высш. шк., 1987. – 512 с.
10. Курс фізики / Лопатинський І.Є., Зачек І.Р., Кравчук І.М., Романишин Б.М., Габа В.М., Гончар Ф.М. – Л.: Афіша, 2003. – 373 с.
11. Дитчберн Р. Физическая оптика. – М.: Наука, 1965. – 631 с.



## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА .....	3
Розділ 1. Інтерференція .....	4
1.1. Інтерференція електромагнітних хвиль .....	5
1.2. Когерентність і монохроматичність .....	8
1.3. Спостереження інтерференції світлових хвиль .....	10
1.4. Інтерференція в тонких плівках .....	15
1.5. Практичне застосування інтерференції .....	20
Розділ 2. Дифракція .....	28
2.1. Дифракція світла .....	29
2.2. Метод зон Френеля .....	32
2.3. Дифракція Фраунгофера .....	37
2.4. Дифракція рентгенівського випромінювання .....	43
2.5. Голографія .....	44
Розділ 3. Поляризація хвиль .....	52
3.1. Природне і поляризоване світло .....	54
3.2. Утворення поляризованих електромагнітних хвиль .....	58
3.3. Подвійне променезаломлення .....	63
3.4. Аналіз поляризованих електромагнітних хвиль .....	66
3.5. Елементи поляризаційної оптики .....	67
3.6. Штучна оптична анізотропія .....	70
3.7. Оптична активність. Поворот площини поляризації .....	74
Розділ 4. Електромагнітні хвилі в речовині .....	82
4.1. Дисперсія світла .....	83
4.2. Електронна теорія дисперсії світла .....	86
4.3. Поглинання світла .....	89
4.4. Ефект Вавилова – Черенкова .....	91
Розділ 5. Квантова природа випромінювання .....	97
5.1. Теплове випромінювання .....	98
5.2. Розподіл енергії в спектрі чорного тіла. Закон зміщення Віна .....	104
5.3. Квантова гіпотеза і формула Планка .....	108
Розділ 6. Фотони .....	115
6.1. Зовнішній фотоефект .....	116
6.2. Фотони .....	121
6.3. Ефект Комптона .....	123

Розділ 7. Спектри атомів та елементи квантової механіки .....	128
7.1. Атом водню та його спектр за теорією Бора .....	129
7.2. Дослід Франка – Герца .....	132
7.3. Гіпотеза де Бройля .....	134
7.4. Співвідношення невизначеностей .....	138
7.5. Хвильова функція та її статистичний зміст .....	140
7.6. Рівняння Шредінгера .....	142
7.7. Застосування рівняння Шредінгера .....	145
7.8. Досліди Штерна і Герлаха. Спін електрона .....	154
7.9. Принцип Паулі .....	156
Розділ 8. Квантові підсилювачі і генератори .....	166
8.1. Спонтанне і вимушене випромінювання .....	167
8.2. Квантовий підсилювач .....	172
8.3. Оптичні квантові генератори .....	176
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК .....	186



Мигаль Валерій Павлович  
Клименко Ігор Андрійович

ХВИЛІ, КВАНТИ І АТОМИ

✓ 43 59507М - 1 кк  
✓ аи 59506М - 509М - 2  
✓ 4р 59510М - 514М -  
✓ ау 59515М - 59564М  
✓ оу 59565М - 59612М  
✓ ов 59613М - 59660М  
✓ от 59661М - 708М  
оА 59409М - 597.

Редактор Т.О. Іващенко

Зв. план, 2004

Підписано до друку 12.08.2004

Формат 60×84 1/8. Папір офс. № 2. Офс. друк.

Ум. друк. арк. 10,5. Обл.-вид. арк. 11,81. Наклад 500 прим.

Замовлення 350. Ціна вільна



Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського

"Харківський авіаційний інститут"

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

<http://www.khai.edu>

Видавничий центр "ХАІ"

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

[izdat@khai.edu](mailto:izdat@khai.edu)