

УДК 539.3:620.1

Кривцов В.С., канд.техн.наук,  
Кладова О.Ю., Нарыжный А.Г.,  
Сапрыкин В.Н., канд.техн.наук,  
Шехов А.В.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ОБОРУДОВАНИИ ИМПУЛЬСНОЙ МЕТАЛЛООБРАБОТКИ

Технологическое оборудование для импульсной обработки металлов из-за сходства протекающих процессов имеет общие конструктивные схемы, что позволяет говорить о специфическом типе конструкций. Типовая конструкция представляет собой пространственную пластинчато-стержневую раму, опертую на плоский амортизатор для снижения сейсмического воздействия на фундамент, перекрытия и прочее оборудование. В состав рамы входит две или три переменной толщины и сложной в плане формы плиты, соединенные друг с другом колоннами. Соединения часто выполняются с помощью гаек, навинчивающихся на колонны. Плиты несут на себе энергоузел и техоснастку, в рабочее положение плиты перемещаются с помощью подъемника. Для поглощения энергии в конструкции используются демпферы.

Конструкция испытывает нестационарное нагружение во время разгона снаряда в энергоузле, а затем - при действии снаряда на заготовку или деталь. В результате в конструкции возникают колебания, затухающие со временем из-за излучения энергии в окружающую среду, основание и диссипации ее в демпферах и соединениях элементов конструкции.

Существующие подходы к исследованию динамических процессов в обсуждаемых конструкциях основаны на значительных упрощениях конструктивных схем, характера взаимодействия элементов между собой и с окружающей средой, а также вводят недостаточно обоснованные предположения относительно характера НДС и факторов, его обуславливающих. Предполагается, что связи между колоннами и плитами абсолютно жесткие, колонны и плиты работают только на изгиб, плиты постоянной толщины имеют квадратную в плане форму без вырезов, колонны постоянного диаметра. Априори считается, что НДС осесимметрично, и даже можно пренебречь объемным характером колебаний [1,2,3].

Для уточнения особенностей НДС конструкции, определения круга существенных его факторов проведено экспериментальное изучение механического поведения одной из них.

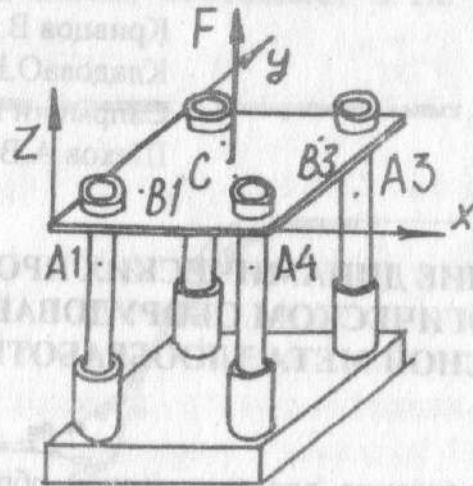


Рис.1.

Экспериментальная установка представляла собой упрощенный вариант типовой установки, отличающийся отсутствием проставки, подъемника, амортизаторов и средней плиты. Упрощение конструкции делало более точным и менее трудоемким измерение и анализ деформированного состояния. В состав экспериментальной установки входили (рис.1): четыре колонны переменного сечения ( $d=70$  мм,  $D=90$  мм) длиной  $L=1150$  мм, квадратная в плане верхняя плита ( $1160*1160$  мм) толщиной  $h=50$  мм с энергоузлом в центре массой  $m=80$  кг и такого же в плане размера нижняя плита толщиной  $H=165$  мм.

Измерялись перемещения колонн (точки  $A_1, A_2, A_3, A_4$ ) и перемещения верхней плиты (точки  $B_1, B_2, B_3, B_4$  и  $C$ ). Статическое нагружение производилось с помощью домкрата, расположенного в центре плиты в точке  $C$  силой  $F=31.8$  кН. Параллельно выполнялись расчеты НДС по традиционным моделям. Главный вывод, вытекающий из совместного анализа результатов эксперимента и расчетов, заключается в существенном несоответствии результатов. При статическом нагружении измеренное вертикальное перемещение точки приложения силы более чем втрое превосходило расчетное, возникали несимметричные формы перемещений, в частности наблюдалось вращение верхней плиты как целого (рис.2). При динамическом нагружении также наблюдались несимметричные формы колебаний элементов.

Для исследования НДС в названных конструкциях разработана новая математическая модель типовой конструкции, более полно отражающая особенности механического состояния, чем традиционные. Используются технические модели пластин, работающих как на изгиб, так и в своей плоскости, а также модели стержней, работающих на поперечный изгиб и продольную силу [4]; работой крутящих моментов мы пренебрегли. Вопросы

конечноэлементной дискретизации перечисленных элементов в литературе достаточно описаны [8].

Особую проблему представило моделирование соединений колонн и плит. В литературе моделирование НДС резьбового соединения выполняется в рамках решения по методу конечных элементов неклассической контактной задачи теории упругости или пластичности [5], а также задач с односторонними условиями [7]. Использование таких моделей при расчете НДС конструкции затруднено из-за непомерно большого количества переменных и сложности учета диссипации энергии. Другой подход рассматривает резьбовое соединение как элемент конструкции с сосредоточенными параметрами, отмечается также, что в динамике резьбовые соединения обладают вязкоупругостью [6]. Однако вопрос о включении такого элемента в конечноэлементную модель конструкции не ставился и не решался. Ниже построен специальный конечный элемент связи для определения НДС конструкции с использованием традиционных процедур МКЭ.

Рассмотрим пространственную конструкцию, включающую упругие элементы, соединенные попарно в ряде узлов. В элементах конструкции устанавливается упругое динамическое равновесие, описываемое уравнениями движения в перемещениях [6]

$$\mu_i \nabla^2 U + (\lambda_i + \mu_i) \nabla U + X = \rho_i \ddot{U} \quad (1)$$

где  $i$  - номер элемента;

$\lambda, \mu$  - коэффициенты Ляме материала элемента;

$U$  - вектор перемещений;

$X$  - вектор внешних объемных сил;

$\rho$  - плотность материала элемента.

На свободных от взаимодействия поверхностях элементов конструкции заданы либо перемещения, либо напряжения

$$U = f, \sigma = g \quad (2)$$

где  $f$  - заданные (возможно, нулевые) перемещения точек поверхности элемента;

$g$  - заданные значения давлений на поверхности элемента как функции времени;

$\sigma$  - нормальная компонента тензора напряжений.

Соотношения между напряжениями и деформациями (закон Гука) имеют вид

$$\sigma_y = \lambda \theta \delta_i^j + 2\mu \epsilon_y \quad (3)$$

где  $\vartheta$  - объемная деформация;

$\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$  - компоненты тензоров деформаций и напряжений;

$\delta'_{ij}$  - дельта Кронскера.

Компоненты тензора деформаций связаны с вектором перемещений

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \quad (4)$$

где  $X_i$  - координаты трехмерной глобальной системы координат.

На поверхности элементов, входящих во взаимодействие, конкретный вид определяющих уравнений, связывающих переменные состояния, неизвестен, что и составляет проблему расчета механического состояния подобных конструкций. В литературе [6] есть замечание, что резьбовые соединения в динамике ведут себя подобно вязкоупругим элементам.

Известные формулировки задач механики конструкций с сухим и вязким трением приводят к необходимости решения не дифференциальных уравнений, а дифференциальных неравенств [8]. Высокая трудоемкость решения задач с такими формулировками на ЭВМ является причиной малого числа решений и неизученности рассматриваемой проблемы.

Учитывая, что подробный анализ НДС в зоне контакта не первоочередная, а следующая за исследованием НДС конструкции в целом, задача, сформулируем систему определяющих уравнений так, чтобы избежать названные трудности.

Предположим, что зона контакта деталей в соединении неизменна и существует некоторая функция, описывающая состояние на поверхности контакта деталей узла

$$\phi(U' - U'', \dot{U}' - \dot{U}'', \sigma, \kappa, t) = 0 \quad (5)$$

где  $j$  - номер узла связи;

$\kappa$  - параметры взаимодействия;

$t$  - время.

Верхние индексы ' , '' отмечают принадлежность переменной к контактирующим в узле смежным деталям. На состояние узла оказывают влияние не абсолютные значения перемещений  $U', U''$  и скоростей смежных поверхностей  $\dot{U}', \dot{U}''$ , а их разности, имеющие смысл относительных смещений и скоростей. Сухое трение связано с нормальной компонентой тензора напряжений, оба вида трения, сухое и вязкое, проявляют себя образованием (ненулевой) касательной компоненты тензора напряжений на

границе: в целом тензор напряжений непрерывен при переходе через границу раздела смежных деталей.

Пусть уравнение (5) разрешимо относительно напряжений

$$\sigma - G_1(U' - U'', \dot{U}' - \dot{U}'', \kappa, t) = 0 \quad (6)$$

Очевидно, при отсутствии относительных смещений и их скоростей недиагональные элементы матрицы-функции должны быть равны нулю, поскольку касательные напряжения отсутствуют.

В предположении малости относительных смещений и скоростей линеаризуем последнее уравнение, разлагая его по степеням  $(U' - U'')$  и  $(\dot{U}' - \dot{U}'')$  и пренебрегая высшими, чем первая, степенями разложения

$$\sigma - C \cdot (U' - U'') - d \cdot (\dot{U}' - \dot{U}'') - \sigma_0 = 0 \quad (7)$$

где  $C$  - жесткость контакта;

$d$  - вязкость контакта;

$\sigma_0$  - нормальное давление в контакте.

Пусть для определенности конструкция в начальный момент времени имеет заданную конфигурацию и известное распределение перемещений и их скоростей

$$U|_{t=0} = f, \dot{U}|_{t=0} = g, \quad (8)$$

где  $f$  - начальные перемещения;

$g$  - начальные скорости.

С формальной точки зрения систему уравнений (1), (2), (7), (8) можно рассматривать как формулировку задачи динамики конструкции с узлами связи, испытывающими сухое и вязкое трение. Выполним формальную дискретизацию отмеченной системы уравнений по методу конечных элементов в пространстве перемещений [8]. Для этого расчленим элементы конструкции на конечные элементы (КЭ), внутри каждого из которых введем параметрическую аппроксимацию искомого поля перемещений

$$U = [N] \{\delta\} \quad (9)$$

где  $[N]$  - матрица функций формы, рассматриваемых как функции координат;  
 $\{\delta\}$  - вектор узловых перемещений КЭ.

Сформулируем систему уравнений для определения вектора узловых смещений ансамбля КЭ, используя метод Галеркина. Для этого подставим аппроксимацию (9) в уравнения (1), (2) и (7) и проинтегрируем полученные выражения по объему с весовыми функциями, в качестве которых используем

ранее введенные функции формы. После выполнения известных преобразований получим для каждого упругого КЭ матричное уравнение

$$[K_e]\{\delta_e\} + [M_e]\{\ddot{\delta}_e\} + \{F_e\} = \{R_e\}, \quad (10)$$

где  $e$  - нижний индекс, номер КЭ;

$[K_e], [M_e]$  - матрица жесткости и матрица масс КЭ;

$\{F_e\}$  - вектор узловых внешних сил КЭ;

$\{R_e\}$  - вектор узловых реактивных сил со стороны ансамбля КЭ.

Для каждого вязко-упругого демпфера и КЭ с условиями на границе контакта (7) получим матричное уравнение вида

$$[K_e]\{\delta_e\} + [M_e]\{\ddot{\delta}_e\} + [C_e]\{\dot{\delta}_e\} + \{F_e\} = \{R_e\}, \quad (11)$$

где  $[C_e]$  - матрица демпфирования.

Рассмотрим подмножество КЭ, входящих в соединение, каждый из которых принадлежит отдельному конструктивному элементу. Используя процедуру конденсации степеней свободы узлов, лежащих на границе раздела деталей, образуем из них суперэлемент с узлами, расположенными лишь в теле конструктивных элементов. Внутренние степени свободы, соответствующие ранее введенным относительным перемещениям и их скоростям исключены из множества неизвестных. Определяющее уравнение суперэлемента имеет канонический вид

$$[K_{se}]\{\delta_{se}\} + [C_{se}]\{\dot{\delta}_{se}\} + [M_{se}]\{\ddot{\delta}_{se}\} + \{F_{se}\} = \{R_{se}\}, \quad (12)$$

где  $\{\delta_{se}\}, \{\dot{\delta}_{se}\}, \{\ddot{\delta}_{se}\}$  - узловые перемещения суперэлемента, их скорости и ускорения;

$[K_{se}], [C_{se}], [M_{se}], \{F_{se}\}, \{R_{se}\}$  - матрицы жесткости, демпфирования и масс, векторы узловых внешних и реактивных сил суперэлемента.

Отметим, что при отсутствии приложения внешних сил к тем фрагментам конструктивных элементов, которые входят в суперэлемент, соответствующий вектор внешних узловых нагрузок также равен нулю.

Уравнение (12) наряду с уравнениями для отдельных КЭ (10) и (11) объединяются с использованием обычной процедуры в систему уравнений ансамбля КЭ

$$K\{\delta\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [M]\{\ddot{\delta}\} + \{F\} = 0, \quad (13)$$

где  $\{\delta\}, \{\dot{\delta}\}, \{\ddot{\delta}\}$  - векторы узловых перемещений ансамбля КЭ, из скоростей и ускорений;

$[K], [C], [M], [F]$  - матрицы жесткости, демпфирования и масс ансамбля КЭ, а также вектор узловых нагрузок ансамбля КЭ.

Уравнение (13) решается совместно с начальными условиями (8).

При сделанных предположениях относительно механизма взаимодействия конструктивных элементов в узле связи и функций, отражающих эту связь, следует возможность моделирования узла в рамках конечноэлементного подхода, и эта модель узла должна иметь традиционную структуру конечного элемента в динамике. При таком подходе к формулировке и решению задачи динамики конструкции проблема состоит в определении матриц жесткости, демпфирования и масс, а также вектора узловых нагрузок суперэлемента, образованного на месте узла с трением.

Описанные процедуры и вывод о возможности существования специального суперэлемента-модели узла с трением в динамике без ограничений применимы к случаю, когда НДС конструкции описано не в терминах тензоров напряжений и деформаций, а в терминах векторов обобщенных усилий и обобщенных деформаций, принятых в моделях НДС пластин и стержней. Другими словами описанный подход позволяет применить конечноэлементную модель для расчета колебаний конструкции технологической пушки, включающей элементы типа пластин, для которых используется одноименная модель НДС, элементы типа колонн, для которых используются модели НДС стержней, и узлы связи, для которых используются специальные конечные элементы (с трением).

Использование выше приема конденсации узловых степеней свободы было основано на предположении существования функции состояния, а поскольку вид функций неизвестен, реально этот прием определения коэффициентов матриц жесткости, демпфирования и масс неприменим. К тому же его использование нежелательно потому, что он неизбежно внес бы дополнительное возмущение в решение из-за известных погрешностей дискретизации [8] на границе.

Нами разработана расчетно-экспериментальная процедура определения коэффициентов матриц жесткости, демпфирования и масс с использованием физической модели узла связи. Она основана на возможности вычисления коэффициентов матриц, исходя из значений параметров НДС, измеренных экспериментально. В статическом случае определяющее уравнение (12) приводится к простейшему виду

$$[K]\{\delta\} + \{F\} = 0, \quad (14)$$

Создавая достаточное количество независимых НДС в узле можно вычислить значения соответствующих коэффициентов матрицы жесткости суперэлемента. Затем, создавая достаточное количество НДС с постоянными скоростями перемещений, полагая известными значения коэффициентов матрицы жесткости, а также учитывая вид определяющего уравнения в этом случае

$$[K]\{\delta\} + [C]\{\dot{\delta}\} + \{F\} = 0, \quad (15)$$

определим значения коэффициентов матрицы демпфирования. Наконец, регистрируя в общем случае ускорения и полагая известными значения матриц жесткости и демпфирования, определим значения коэффициентов матрицы масс.

При определении коэффициентов учитывается симметрия матриц жесткости, демпфирования и масс.

В рамках описанной модели конструкции с использованием разработанного программного обеспечения решены две задачи об определении НДС в статике. Первая задача предполагает анизотропию, а также неоднородность жесткости на изгиб связей различных колонн и верхней плиты конструкции, показанной на рис.1; жесткости на действие сил считаются одинаковыми во всех связях. Результаты расчета перемещений верхней плиты показаны на рис.2; они совпадают с результатами инструментального измерения характеристик НДС, в отличие от расчета по традиционной модели. На рис.2.а показаны перемещения плиты из плоскости, максимальное значение достигается в центре плиты. На рис.2.б показано распределение перемещений в плоскости плиты, наблюдается характерное кручение плиты как целого со смещением центра вращения. При этом в колоннах возникает дополнительная по сравнению с расчетами по традиционным моделям система обобщенных сил типа бимоментов.

Вторая задача решена для изучения особенностей НДС конструкции при дефекте соединения одной из колонн и плиты (для определенности взята левая ближняя колонна на рис.1). Предполагается, что резьбовое соединение ослабло и колонна деформируется независимо от оставшейся части конструкции. Этот дефект предусматривает пренебрежимо малые величины жесткостей соответствующей связи. На рис.3 показаны перемещения из плоскости точек плиты, взятые в отношении силы, их вызывающей. Перемещения симметричны относительно диагонали плиты, проходящей через дефектную связь, но не относительно осей материальной симметрии, как это диктуется традиционной моделью. Сравнение результатов инструментального определения значений характеристик НДС и результатов расчета тех же значений по различным моделям позволяет сделать выводы:



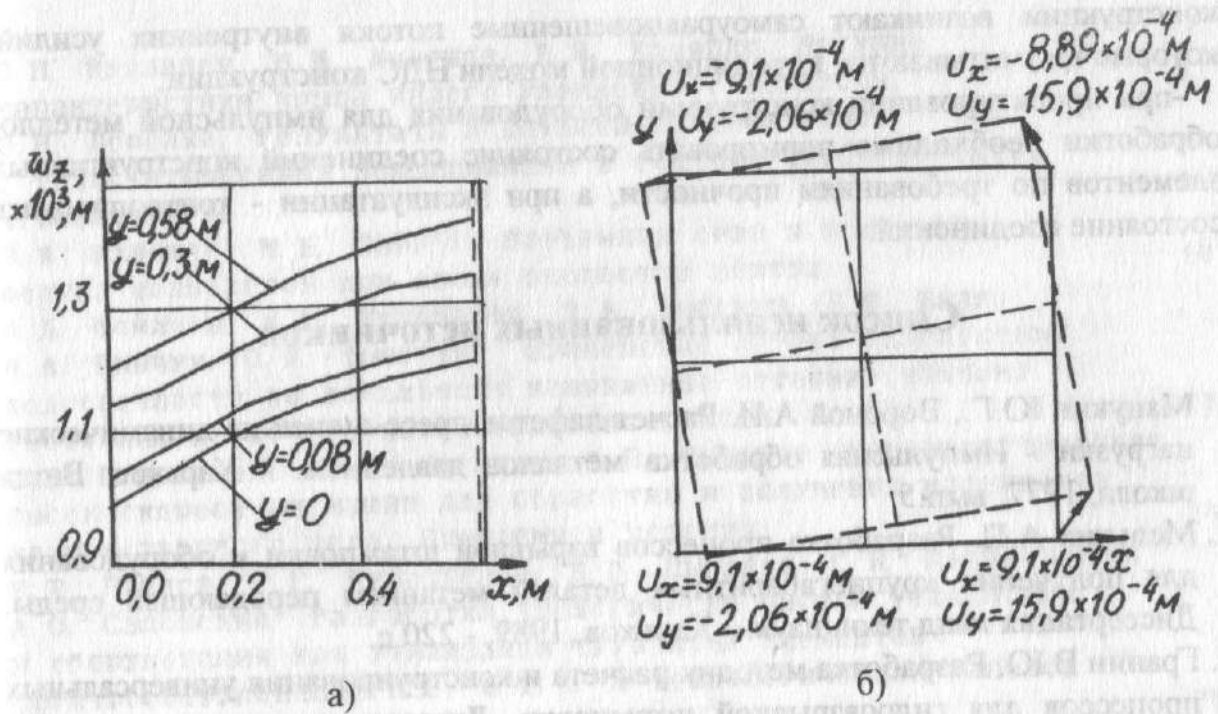


Рис.2

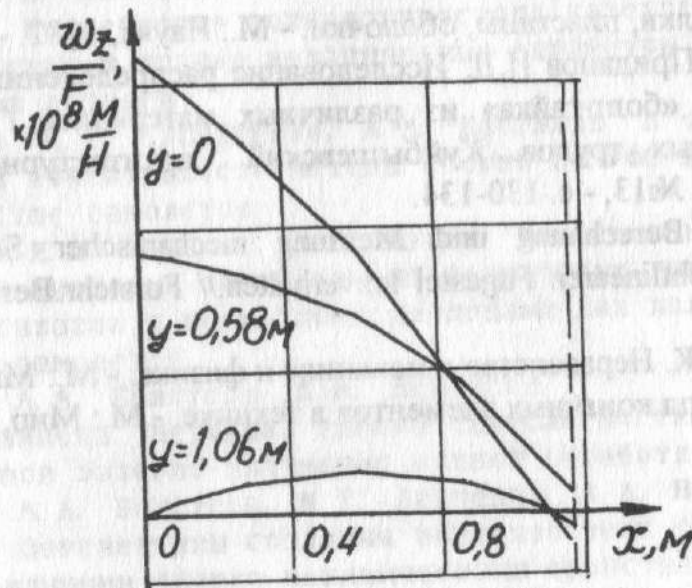


Рис.3

-предложенная модель конструкции правильно отражает основные закономерности и особенности НДС, в основном благодаря учету влияния связей;

-предложенная модель резьбового соединения и разработанный специальный конечный элемент связи правильно отражает взаимодействие конструктивных элементов;

-характеристики НДС конструкции обладают несимметричными формами, в

конструкции возникают самоуравновешенные потоки внутренних усилий, которые не учитываются в традиционной модели НДС конструкции;

-при проектировании конструкций оборудования для импульсной металлообработки необходимо нормировать состояние соединений конструктивных элементов по требованиям прочности, а при эксплуатации - контролировать состояние соединений.

### Список использованных источников

1. Мацукин Ю.Г., Вороной А.И. Расчет лафетов пресс-пушек на динамические нагрузки / Импульсная обработка металлов давлением. - Харьков: Вища школа, 1977, вып.5.
2. Мельник А.П. Разработка процессов взрывной штамповки и оборудования для получения крупногабаритных деталей метанием передающей среды. Диссертация канд.техн. наук. - Харьков, 1989, - 220 с.
3. Гранин В.Ю. Разработка методик расчета и конструирования универсальных процессов для гидровзрывной штамповки. Диссертация канд.техн.наук. - Харьков, 1983, 225 с.
4. Доннелл Л.Г. Балки, пластины, оболочки. - М.: Наука, 1982. - 568 с.
5. Смирнов М.Д., Приданов И.Д. Исследование распределения напряжений в резьбовой паре «болт-гайка» из различных материалов / Межвузовский сборник печатных трудов. Куйбышевский архитектурно-строительный институт. - 1990, №13, - с. 130-134.
6. Bohlen S. Zur Berechnung und Messung mechanischer Schwingungen in Strukturen mit nichtlinearen Fugestellenverhalten.// Forstchr.Ber. UDI,R-1987, - № 91. -s. 154.
7. Дюво Г., Лионс Ж. Неравенства в механике и физике. - М.: Мир,1982. - 324с.
8. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. - М.: Мир, 1975. - 544 с.