УДК 629.735.33

И.П. Бойчук,
С.Н. Ларьков, канд. техн. наук,
В.Ю. Силевич

СРАВНЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КОЛЕБАНИЯ ЛЕПЕСТКОВОГО КЛАПАНА

Главным фактором, определяющим ресурс пульсирующего воздушно-реактивного двигателя, является стойкость автоматического клапана. Автоматический лепестковый клапан представляет собой седло 1 с лепестком 2, закрепленным на нем одной стороной, отклонение которого ограничивается упором 3 (рис. 1). Известна также конструкция лепесткового клапана, в которой упор заменен системой рессор [1].

Механическая прочность клапана зависит от его материала и толщины. Свойства материала определяют вязкость, пластичность, величину удельной нагрузки, устойчивость к знакопеременным нагрузкам. Собственная частота колебаний лепестка клапана зависит от толщины материала и диаметра седла, причем от амплитудофазочастотных характеристик (АФЧХ) зависит его работоспособность. В ходе испытаний была получена осциллограмма колебаний лепестка клапана [2]. При обработке осциллограммы выявилась устойчивая гармоника, частота которой была на порядок выше основной (рис. 2).

Проведенный Фурье-анализ [3] звуковой записи процесса колебаний лепестка клапана показал, что основная гармоника остается устойчивой на протяжении всего временного промежутка, в то время как гармоники высших порядков со временем затухают, что подтвердило графическое спектрально-временное представление звука и Фурье-анализ осциллограммы колебаний (рис. 3).

Трактовка указанного эффекта может следовать из математической модели процесса осцилляций лепестка клапана.

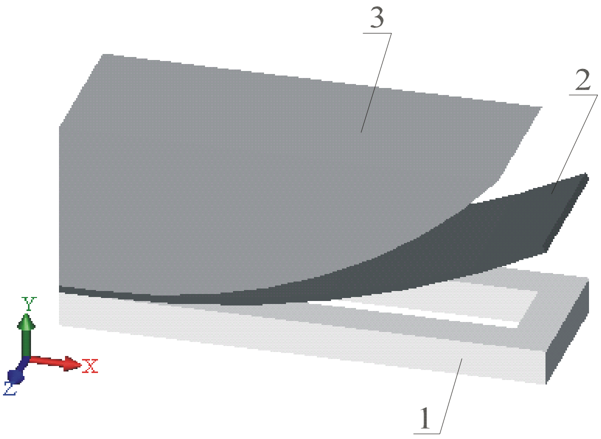


Рисунок 1 – Схема лепесткового клапана [4]

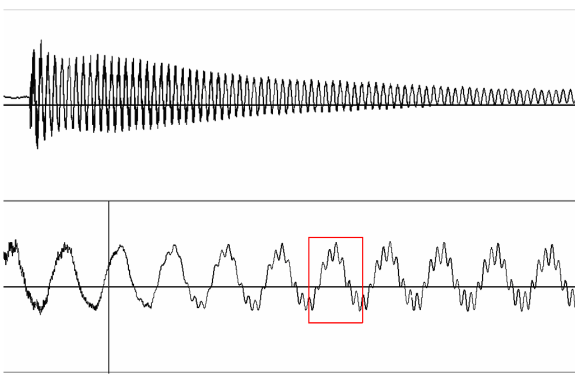


Рисунок 2 – Осциллограмма колебаний лепестка клапана

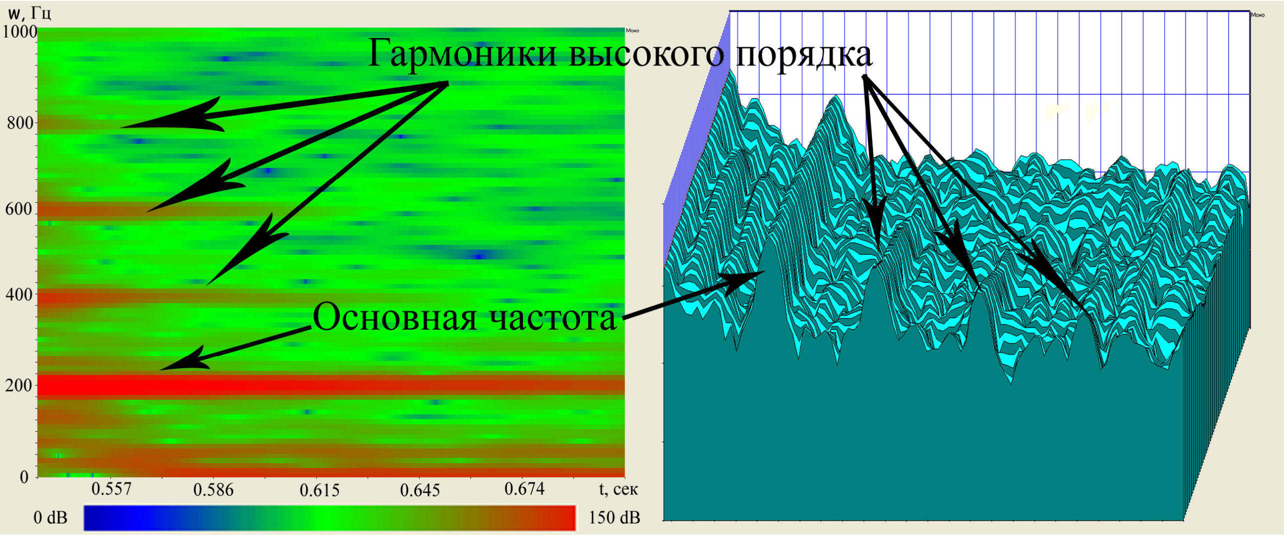


Рисунок 3 – Сонограмма и Фурье-анализ колебаний лепестка клапана, развёрнутые во времени

Постановка задачи. Известно уравнение движения лепесткового клапана [4]

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{1}{\gamma h(x) l(x)} \left[q(x) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ(x) \cdot \frac{\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\sqrt{\left[1 + \left(\dfrac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right]^3}} \right) \right], \tag{1}$$

где *q(x)* – интенсивность сплошной нагрузки; γ – плотность материала; *h(x)* – толщина лепестка; *l(x)* – ширина лепестка; *E* – модуль упругости материала; *J(x)* – момент инерции сечения.

Решение дифференциального уравнения в частных производных (1) в квадратурах неизвестно, однако имеются приближенные решения для некоторых форм изменения ширины пластины [5]. Известны также численные методы расчета колебаний стержней переменного поперечного сечения [6].

В первом случае использован подход [7], заключающийся в описании системы с помощью обобщенных координат. Принимая во внимание только первую форму колебаний пластины, в качестве обобщенной координаты выбирают перемещение пластины в сечении центра тяжести пластины. При этом уравнение движения будет иметь следующий вид:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{k}{m_n} y = Q, \tag{2}$$

где *y* – обобщенная координата; *k* – коэффициент жесткости системы; $m_П = \gamma \int h(x) l(x) dx$ – обобщенная масса; $Q = \frac{1}{m_П} \int \left(p + \frac{\rho w_3^2}{2} \right) dS$ – обобщенная вынуждающая сила (результирующая сил давления).

Коэффициент жесткости системы определяется известным уравнением прогиба балок:

$$k = \frac{3EJ}{l^3}, \quad (3)$$

где *l* – координата центра масс пластины относительно заделки.

После наложения на обобщенную координату ограничения вида

$$0 \le y \le y_{max} \quad (4)$$

получается система уравнений (2) – (4), приближенно описывающих механическое движение клапанной пластины под действием нагрузки от газодинамических сил.

Во втором случае математическая модель процесса осцилляций лепестка клапана сводилась к описанию свободных колебаний упругого стержня в двумерном пространстве.

Движение лепестка определяется функцией $y(x,t)$ и описывается уравнением [8]

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EJ}{\gamma S} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0, \quad (5)$$

где $y(x,t)$ – смещение поверхности от равновесного положения; S – площадь поверхности.

На кромках лепестка удовлетворяются граничные условия следующего вида:

на левом конце – жесткое защемление:

$$y|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad (6)$$

на правом конце – отсутствие изгибающего момента и перерезывающей силы:

$$\left. \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right|_{x=l} = 0, \quad \left. \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \right|_{x=l} = 0. \quad (7)$$

В начальный момент времени

$$y|_{t=0} = f(x), \quad \left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad 0 \le x \le l. \quad (8)$$

В третьем случае рассматривались малые колебания упругой пластины. Движение пластины определяется функцией $W(t,x,y)$ и описывается уравнением [9]

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+\frac{D}{\gamma h}\left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2}+\frac{\partial^4 W}{\partial y^4}\right)=0, \qquad (9)$$

где $W(t,x,y)$ – смещение поверхности пластины от равновесного положения; $D = Eh^3/12$ – изгибная жесткость.

На кромках пластины удовлетворяются граничные условия, заключающиеся в жестком защемления на левом конце:

$$W=0,\ \frac{\partial W}{\partial x}=0,\ x=0 \qquad (10)$$

и в равенстве нулю изгибающего момента и перерезывающей силы на правом конце пластины:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+\mu\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right)=0,\ x=l; \qquad (11)$$

$$\frac{\partial^3 W}{\partial y^3}+(2-\mu)\left(\frac{\partial^3 W}{\partial y \partial x^2}\right)=0,\ x=l, \qquad (12)$$

где μ - коэффициент Пуассона материала пластины.

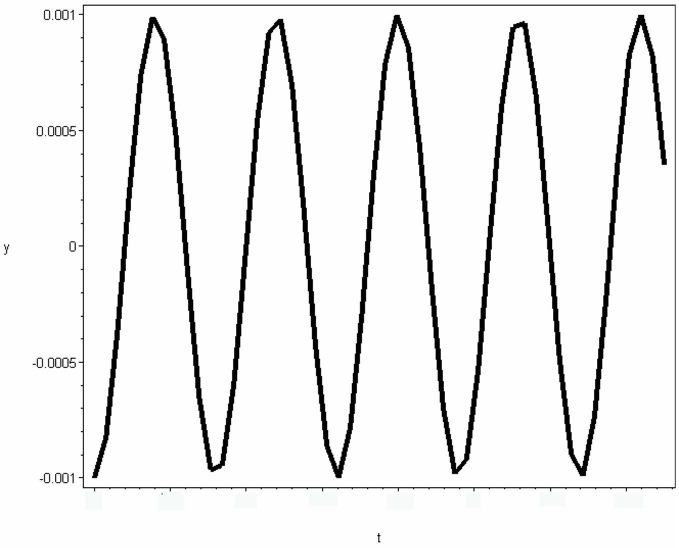
Начальные условия принимают следующий вид:

$$W\big|_{t=0}=f(x,y),\ \frac{\partial W}{\partial t}\bigg|_{t=0}=0,\ 0\le x\le l,\ 0\le y\le b, \qquad (13)$$

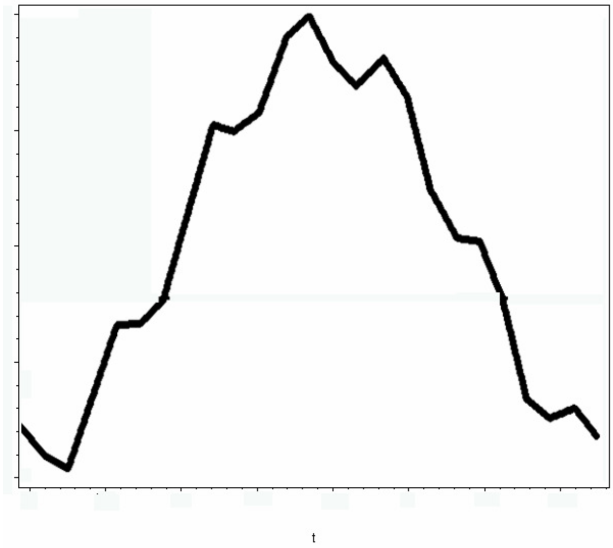
где **l**, **b** – длина и ширина пластины соответственно.

Численное исследование. Решение систем уравнений (2) – (4) и (5) – (8) получено методом конечных разностей. Применялась аппроксимация частных производных по времени и пространству конечными разностями четвертого порядка точности.

На рис. 4 представлено решение систем уравнений в форме графиков изменения положения центра тяжести пластины за один период (рис. 2). В первом случае (рис. 4, а) модель предсказывает простые гармонические колебания. Во втором случае (рис. 4, б) картина совершенно иная. Результаты численного моделирования дают представление о комплексно-гармоническом характере колебательного движения лепестка клапана. На основную частоту в колебательном процессе накладываются частоты более высокого порядка. Это означает, что лепесток в верхней и нижней мертвых точках при колебании изменяет свою форму (рис. 5,6).



а



б

Рисунок 4 – Перемещение пластины в сечении центра тяжести: а – модель в обобщенных координатах, б – модель упругого стержня

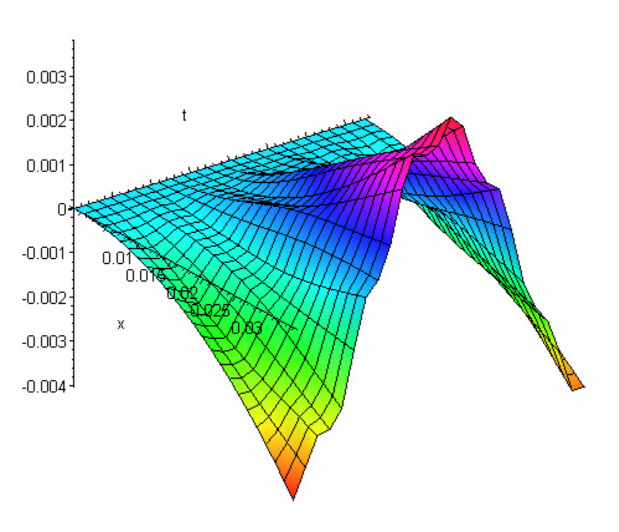


Рисунок 5 – Вековая поверхность процесса колебания лепестка клапана

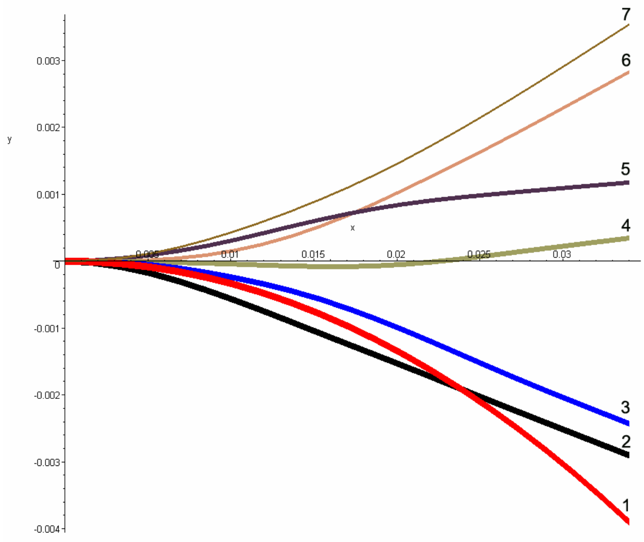


Рисунок 6 – Срезы процесса колебания лепестка клапана

Решение системы уравнений (9) – (13) получено методом конечных элементов. Результаты моделирования показывают, что кроме продольных волн, являющихся суперпозицией волн различного порядка частот, присутствуют и поперечные волны (рис. 7). При этом наблюдается корреляция между результатами моделирования волн в продольном направлении во втором и третьем случаях (рис. 7, 8).

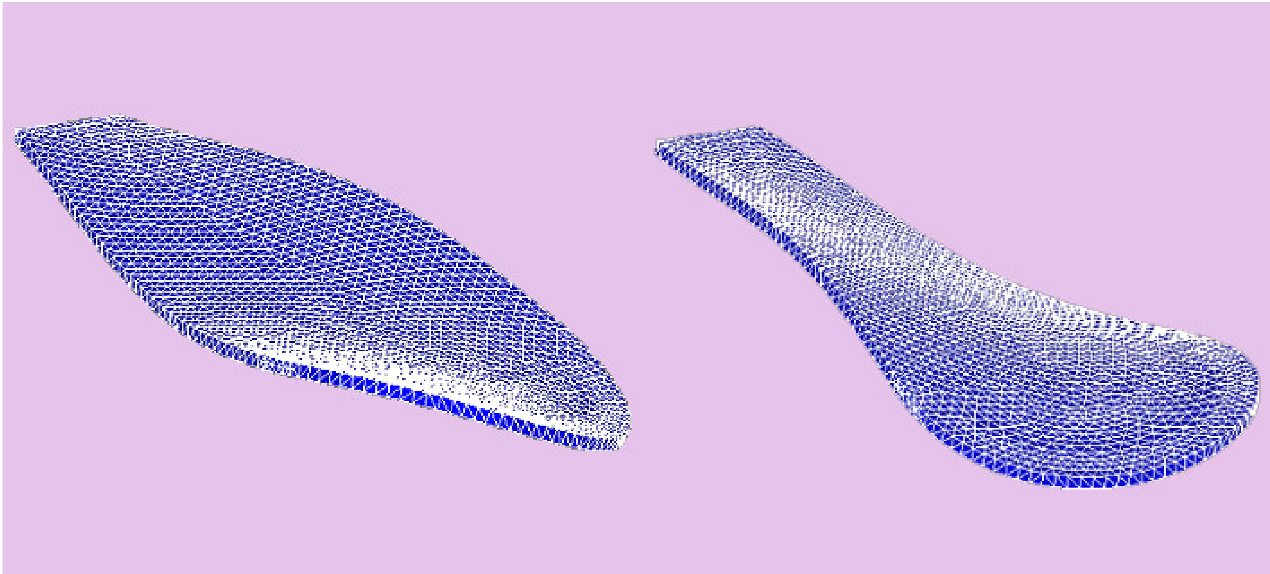


Рисунок 7 – Изменение формы лепестка клапана для различных фаз колебательного процесса (модель упругой пластины)

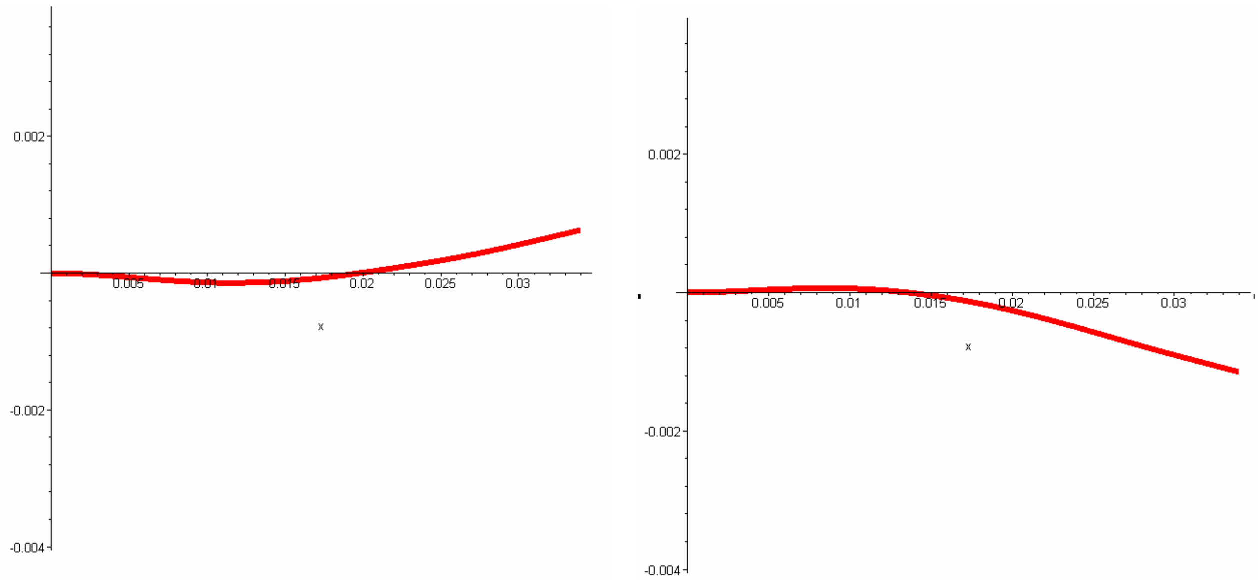


Рисунок 8 – Фазы процесса колебаний лепестка клапана (модель упругого стержня)

Заключение. Адекватность математических моделей физическому оригиналу является ключевым условием их применимости к решению практических задач. Полученный результат изменения формы лепестка клапана в верхней и нижней мертвых точках при колебании, а также наличие поперечных волн могут служить основанием к пересмотру формы поверхности седла и клапанной решетки. Уточненное описание колебательного движения клапана также способствует углубленному пониманию характера рабочих процессов пульсирующих воздушно-реактивных двигателей в пределах, необходимых для решения проектного комплекса задач газообмена, что позволяет исключить наиболее затратные стадии опытной доводки.

Список использованных источников

1. Бородин В. Пульсирующие воздушно-реактивные двигатели летающих моделей самолетов/ Бородин В. – Х.: Изд-во ДОСААФ, 1974. –104 с.
2. Амброжевич А.В. Аппаратно-программный инструментарий исследования рабочих процессов пульсирующих воздушно-реактивных двигателей // А.В. Амброжевич, И.П. Бойчук, В.Ю. Силевич. // Авиационно-космическая техника и технология. – Х., 2008. Вып. 2. – С. 55-59.
3. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения / Успехи физических наук. Т. 166, № 11. – 1996. – С. 1145–1170.
4. Ларьков С.Н. Формирование облика воздушно-реактивных двигателей малоразмерных летательных аппаратов на основе комплексного моделирования: дисс. … канд. техн. наук: 05.07.05; (Рукопись) / Ларьков Сергей Николаевич. – Х., 2005. –159 с.
5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле/ С.П. Тимошенко – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. – 440 с.
6. Вахитов М.Б. Расчет с помощью ЭВМ стержней переменного сечения на изгиб при произвольной поперечной и продольной нагрузке. / М.Б. Вахитов // Изв. вузов. Сер. «Авиац. Техника». – 1967. – №40. – С. 66–77.
7. Тимошенко С.П. Прочность и колебания элементов конструкций/ С.П. Тимошенко. – М.: Наука, 1975. – 704 с.
8. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики/ А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
9. Алексеев В.В. Колебания упругой пластины контактирующей со свободной поверхностью тяжелой жидкости // В.В. Алексеев, Д.А. Индейцев, Ю.А. Мочалова. Журнал технической физики. Т. 72, – 2002. Вып. 5. – С. 16-21.

Поступила в редакцию 20.08.2009 г.
Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Гайдачук, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков