

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Факультет ракетно – космічної техніки

Кафедра вищої математики та системного аналізу

Пояснювальна записка до дипломної роботи

магістра

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему «Дисципліна обслуговування першої заявки з найменшим отриманим часом сервісу та її вплив на характеристики системи M|G|1»

XAI.405.463м.124.1404032.190

Виконав: студент 6 курсу групи № 463м

Спеціальність: 124 «Системний аналіз»

(шифр і назва спеціальності)

Освітня програма: «Системний аналіз і управління»

Крайниченко А.С.

(прізвище й ініціали студента)

Керівник: Брисіна І.В.

(прізвище й ініціали)

Рецензент: Романова Т. Є.

(прізвище й ініціали)

Харків – 2019

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до дипломної роботи містить: 65 с., 10 рис., 15 табл., 37 джерела.

ВЕРИФІКАЦІЯ, РОЗПОДІЛ, СМО, FB, PS, SRPT.

Об'єкт дослідження - система масового обслуговування.

Предмет дослідження: випадкові процеси, які відбуваються під час роботи систем масового обслуговування, характеристики системи масового обслуговування, вибір дисципліни обслуговування.

Мета дослідження – аналіз різних дисциплін обслуговування, порівняння середнього часу перебування вимог в системі при різних дисциплінах обслуговування.

В багатьох сферах виробництва, економіки і фінансів важливу роль становлять системи спеціального виду, які реалізують багаторазове виконання типових завдань. Подібні системи називають системи масового обслуговування.

В останні роки одним з найбільш актуальних напрямків в теорії масового обслуговування є вивчення систем обслуговування для різних дисциплін обслуговування, асимптотический аналіз систем обслуговування при різних дисциплінах обслуговування в умовах малого або критичного навантаження.

РЕФЕРАТ

Пояснительная записка к дипломной работе содержит: 65 страниц, 10 рисунка, 15 таблиц, 37 источников литературы.

ВЕРИФИКАЦИЯ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ, СМО, FB, PS, SRPT.

Объект исследования - система массового обслуживания.

Предмет исследования: случайные процессы, которые происходят во время работы системы массового обслуживания, характеристики системы массового обслуживания, выбор дисциплины обслуживания.

Цель исследования - анализ различных дисциплин обслуживания, сравнение среднего времени пребывания требований в системе при различных дисциплинах обслуживания.

Во многих сферах производства, экономики и финансов важную роль составляют системы специального вида, реализующих многократное выполнение типичных задач. Подобные системы называют системы массового обслуживания.

В последние годы одним из наиболее актуальных направлений в теории массового обслуживания является изучение систем обслуживания для различных дисциплин обслуживания, асимптотический анализ систем обслуживания при различных дисциплинах обслуживания в условиях малой или критической нагрузки.

ABSTRACT

Explanatory note to the graduate work contains: 60 pages, 10 figures, 15 tables, 37 sources of literature.

VERIFICATION, DISTRIBUTION, MASS-MAINTENANCE, FB, PS, SRPT.

The object of study - queuing system.

Subject of study: random processes occurring during the operation of queuing systems, characteristics of queuing systems, choice of service discipline.

The purpose of the study is to analyze different service disciplines, to compare the average time spent in the system for different service disciplines. In many spheres of production, economy and finance, specialty systems play an important role, implementing multiple typical tasks. Such systems are called queuing systems.

In recent years, one of the most relevant trends in queuing theory has been the study of service systems for different service disciplines, asymptotic analysis of service systems under different service disciplines under low or critical load conditions.

Зміст

ВСТУП.....	8
1 ОПИС ПРОБЛЕМ ТЕОРІЇ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ	10
1.1 Стан в дослідженні	10
1.2 Проблеми в теорії масового обслуговування	12
1.3 Цілі і завдання дослідження	13
2 АНАЛІЗ ОБ’ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ	14
2.1 Основні елементи системи масового обслуговування.....	14
2.2 Класифікація систем масового обслуговування.....	15
2.3 Морфологічний аналіз.....	20
2.4 Функціональний аналіз системи	21
2.5 Дослідження класифікації системи.....	22
2.6 Показники ефективності роботи системи масового обслуговування	23
3 аналітичні методи розрахунку	24
3.1 Отримання характеристик марківських моделей обслуговування	24
3.2 Система Ерланга. Формула Поллачека-Хинчина	24
3.3 Вхідний потік пуассонівський, постійний час обслуговування.....	26
3.4 Обґрунтування некоректності заміни довільного часу обслуговування на показникове.....	26
3.6 Клас розподілу heavy-tail.....	28
3.7 Класифікація розподілів за ознакою «старіючі» - «молодіючі»	30
3.8 Опис дисциплін обслуговування	32
3.9 Класифікація дисциплін обслуговування	35
3.11 Дисципліна обслуговування FCFS	37

	6
3.12 Дисципліна обслуговування Шраге (SRPT).....	38
3.13 Дисципліна розподілу процесора PS.....	39
3.14 Дисципліна обслуговування FВ.....	40
3.15 Порівняння дисциплін обслуговування.....	43
3.16 Порівняння методів аналізу систем масового обслуговування.....	48
4 ЕКОНОМІЧНА ЧАСТИНА	49
4.1 Опис програмного продукту	49
4.2 Визначення трудовитрат робіт	49
4.3 Перелік робіт для створення програмного продукту	50
4.4 Склад виконавців роботи та розрахунок заробітної плати	51
4.5 Перелік необхідного обладнання для створення програмного продукту ..	53
4.6 Альтернативний процес розробки програмного продукту	56
4.7 Склад виконавців роботи та розрахунок заробітної плати альтернативного процесу	57
4.8 Перелік необхідного обладнання для створення програмного продукту альтернативного процесу	59
ВИСНОВКИ.....	61
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	63

СКОРОЧЕННЯ ТА УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

1. н.о.р. – незалежно однаково розподілені
2. ПП – програмний продукт
3. СМО – система масового обслуговування
4. ТМО – теорія масового обслуговування
5. ФР – функція розподілу
6. DHR – Decreasing Hazard Rate – клас «молодіючих» розподілів
7. FB – Foreground-Background
8. FCFS – «first come, first serve»
9. IHR – Increasing Hazard Rate – клас «старіючих» розподілів
10. LCFS – «Last come, first serve»
11. PS – Processor Sharing
12. RANDOM – случайный выбор
13. RS – «random selection for service».
14. SRPT – the Shortest Remaining Processing Time

ВСТУП

Дедалі частіше ми зустрічаємося з необхідністю перебування в стані очікування. Такі ситуації виникають в чергах, в квиткових касах, у банку, у лікарні. У всіх перерахованих випадках маємо справу з масовістю і обслуговуванням. Вивченням таких ситуацій займається теорія систем масового обслуговування.

В багатьох сферах виробництва, економіки і фінансів важливу роль становлять системи спеціального виду, які реалізують багаторазове виконання типових завдань. Подібні системи називають системи масового обслуговування (СМО).

Завдяки характеристикам СМО можна виявити основні проблеми в роботі системи масового обслуговування, та оптимізувати її подальшу роботу. Підвищення ефективності тягне за собою скорочення часу перебування в черзі, зменшує кількість відмов заявки. Все це впливає на прибуток, який приносить СМО.

В останні роки одним з найбільш актуальних напрямків в теорії масового обслуговування є вивчення систем обслуговування для різних дисциплін обслуговування, асимптотический аналіз систем обслуговування при різних дисциплінах обслуговування в умовах малої або критичного навантаження.

Незважаючи на появу програмних засобів імітаційного моделювання випадкових процесів на ЕОМ, аналітичне розрахунок основних показників роботі систем масового обслуговування є актуальним. Складність аналітичних методів не дозволяє вирішувати будь-які завдання масового обслуговування, однак, коло завдань, що вирішуються аналітично, досить широкий.

Об'єкт дослідження - система масового обслуговування.

Предмет дослідження: випадкові процеси, які відбуваються під час роботи СМО, характеристики СМО, вибір дисципліни обслуговування.

Мета дослідження – аналіз різних дисциплін обслуговування, порівняння середнього часу перебування вимог в системі при різних дисциплінах обслуговування.

Основними завданнями дипломної роботи є:

1. Розрахунок середнього часу перебування вимог в системі при різних дисциплінах обслуговування.
2. Порівняння методів систем масового обслуговування.
3. Обґрунтування некоректності заміни довільного розподілу часу обслуговування на показникове.

У представлений роботі в першому розділі наведено огляд інформаційних джерел про СМО, а також визначення об'єкта, предмета, цілей, завдань.

У другому розділі наводиться: доказ того, що об'єкт дослідження є системою, структурний аналіз досліджуваного об'єкта, функціональний аналіз, інформаційний аналіз, дослідження класифікації об'єкта.

У третьому розділі розглядаються деякі типи СМО. Приведені розрахунки стаціонарних ймовірностей. Приведено опис дисциплін обслуговування, та розрахунок середнього часу перебування вимоги в системі.

У четвертому розділі проводиться розрахунок собівартості програмного продукту.

У висновку показані результати виконаної роботи.

1 ОПИС ПРОБЛЕМ ТЕОРІЇ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

1.1 Стан в дослідженні

Якість функціонування СМО визначається значеннями характеристик обслуговування заявок, таких як час перебування і очікування заявок, число заявок в системі. Для забезпечення необхідної якості функціонування використовуються різні стратегії управління надходженням в систему потоків заявок, що задаються у вигляді дисциплін обслуговування.

У роботах Л. Шраге [1] була знайдена оптимальна дисципліна обслуговування в системі, яку ми будемо називати дисципліною Шраге, за умови, що в момент надходження кожної вимоги нам відомо його повне час обслуговування. В.В. Козлов узагальнив цей результат на довільний вхідний потік, незалежний від процесу обслуговування.

У роботах В.В. Козлова і А.Д. Соловьева [2] було показано, що в умовах малого навантаження застосування дисципліни Шраге дає великий вигравш для основних характеристик обслуговування. І.В. Брисіна і А.Д. Соловьев провели повний асимптотичний аналіз мереж масового обслуговування вельми загальної структури при довільних дисциплінах обслуговування в умовах малого навантаження [3].

Велике значення мають роботи Г.П. Клімова [4] який досліджував системи з поділом часу. У цих роботах, зокрема, знайдені оптимальні дисципліни в класі дисциплін без переривання обслуговування.

А.В. Печінкін, [5] провів широке дослідження однолінійних систем для різних дисциплін і класів дисциплін, отримав в ряді випадків замкнуті формули для характеристик обслуговування, провів асимптотичний аналіз однолінійних систем для деяких класів дисциплін в умовах малої і критичного навантаження, отримав ряд цікавих оцінок і якісних висновків.

А. В. Павлов [6] знайшов асимптотичний розподіл процесу обслуговування в однолінійній системі для дисципліни Шраге, коли навантаження наближається до одиниці. Цей дуже сильний результат дав метод асимптотичного аналізу систем обслуговування для досить широкого класу дисциплін в деякому сенсі близьких до дисципліни Шраге.

В даній роботі особливу увагу приділяється такій дисципліні обслуговування як FВ.

FВ вперше з'явився в літературі в другій половині 1960-х років. Термін FВ, або, скоріше, FВ_n, використовувався в якості абревіатури як для систем переднього плану, так і для систем зі зворотним зв'язком. Ці різні імена відносяться до однієї і тієї ж моделі, див. Шраге [1], Коффман і Клейнрок [7]. Черга FВ_n з так званим квантовим розміром q - це черга з одного сервера з n станами або класами пріоритетів.

Ця черга працює наступним чином. Після прибуття в чергу завдання переходить в перший (або найвищий пріоритет) стан. У межах кожного пріоритетного стану пріоритет завдань залежить від часу їх надходження в цей стан відповідно до FCFS. Робочі місця обслуговуються по одному і безперервно протягом періоду часу q . Після того як сервер завершив запит на обслуговування завдання в певному стані, для обслуговування вибирається завдання з найвищим станом пріоритету. Якщо завдання не покидає чергу протягом свого часу в k -м стані, воно переходить в стан $k + 1$, яке має більш низький пріоритет, і очікує, поки воно не буде оброблено в цьому стані. В n -му і кінцевому стані робочі місця обслуговуються, тільки якщо в інших штатах немає робочих місць. У цьому кінцевому стані вони обслуговуються до тих пір, поки не покинуть систему. Так, наприклад, FВ₁ = FCFS. Інтерес до моделі FВ_n з n станами і позитивним квантовим розміром q згас.

Хоча FВ вперше обговорювалося ще в 1960-х роках, йому приділялося дуже мало уваги до 1980-х років, коли почали з'являтися нові результати. Протягом 1960-х і 1970-х років більшість досліджень черг FВ була проведена Шраге [8] і Клейнрок [9], які вивели середнє і перетворення Лапласа часу відгуку

для завдання розміру x при FB. Однак трохи про FB було вивчено. Здається, є дві причини цього недоліку уваги: в ті дні був менший інтерес до черг з характеристиками з важкими хвостами, аналіз черзі FB має тенденцію бути більш складним, ніж черзі з іншими дисциплінами.

Проте, близько 1980 року інтерес до FB почав зростати. Печінкін [10], Шассбергер [11] і Яшков [12] отримали вираження для стаціонарної довжини черги, і, використовуючи ці вирази разом з більш раннім аналізом Клейнрока і Шраге, люди почали вивчати поведінкові властивості FB, Яшков [13] надав огляд більшості результатів, відомих в той час. Незабаром після цього, на початку 1990-х років, Райтер і Шантикумар [14, 15] довели ряд результатів оптимальності для довжини черги FB.

З 2000 року з'явилося безліч нових результатів про FB. Велика частина цієї недавньої роботи над FB була мотивована пропозиціями розробників комп'ютерних систем, що пропонують використання FB в різних додатках, таких як планування потоків на маршрутизаторах і планування процесів в операційних системах. Ці пропозиції створили необхідність більш детального вивчення поведінки FB по відношенню до традиційних дисциплін масового обслуговування на додаток до введення ряду нових, нетрадиційних дисциплін масового обслуговування. Області недавнього прогресу в розумінні поведінки черг FB включають розподіл часу відгуку, продуктивність великих завдань в FB і максимальна довжина черги.

1.2 Проблеми в теорії масового обслуговування

Аналізуючи огляд інформаційних джерел можна зробити висновок, що в даний час основними проблемами вирішення завдань в теорії масового обслуговування є:

1. Відсутність аналітичних методів отримання основних характеристик системи, в якій випадковий процес є не марковським.

2. Проблема верифікації даних отриманих в результаті аналітичних методів і результатів імітаційного моделювання.
4. Складність підібрати розподіл для випадкових величин СМО.
5. Проблема оптимізації характеристик СМО.

1.3 Цілі і завдання дослідження

Проведений огляд і аналіз наявної апріорної інформації дозволив сформулювати мету, об'єкт, предмет, завдання і методи дослідження.

Об'єкт дослідження - система масового обслуговування.

Предмет дослідження - випадкові процеси, які відбуваються під час роботи СМО, характеристики СМО, вибір дисципліни обслуговування.

Мета дослідження – аналіз різних дисциплін обслуговування, порівняння середнього часу перебування вимог в системі при різних дисциплінах обслуговування.

Основними завданнями дипломної роботи є:

4. Розрахунок середнього часу перебування вимог в системі при різних дисциплінах обслуговування.
5. Порівняння методів систем масового обслуговування.
6. Обґрунтування некоректності заміни довільного розподілу часу обслуговування на показникове.

2 АНАЛІЗ ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1 Основні елементи системи масового обслуговування

Основним призначенням СМО є обслуговування потоку заявок, що представляють послідовність подій, що надходять нерегулярно і в заздалегідь невідомі і випадкові моменти часу. Обслуговування заявок має непостійний і випадковий характер. Випадковий характер потоку заявок і часу їх обслуговування обумовлює нерівномірність завантаження СМО: на вході можуть накопичуватися необслуговувані заявки, або заявок немає або їх менше, ніж вільних каналів. На рисунку 2.1 представлена найпростіша схема системи масового обслуговування.

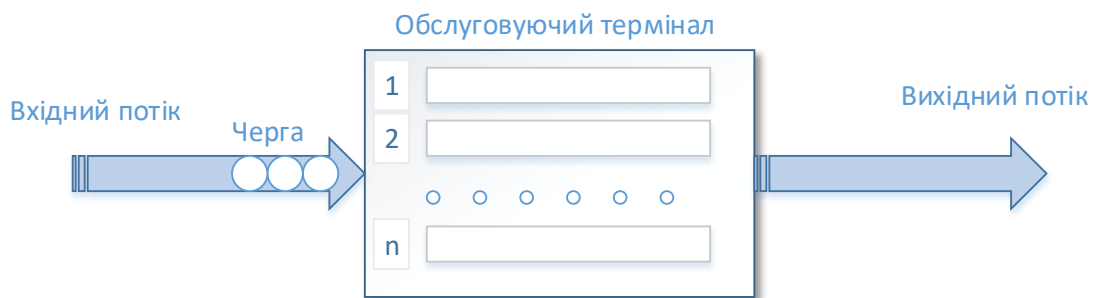


Рисунок 2.1 – Схема системи масового обслуговування

У СМО надходять заявки, частина з яких приймається обслуговуючими каналами системи, деякі з них стають в чергу на обслуговування, а деякі залишають систему необслуговуваними.

Виділимо деякі базові елементи СМО:

1. Вхідний потік заявок. Описується випадковими величинами, котрі можуть становити або число, що надходять протягом інтервалу часу, заявок або проміжок часу між послідовним прибуттям заявок. Якщо прибуття заявок відбувається за розкладом, черга відсутня. Потік вхідних заявок змінюється завдяки зовнішнім факторам.

2. Канал обслуговування. Мережі складаються з декількох каналів обслуговування, розташованих послідовно або паралельно.
3. Ємність системи. Кількість вимог, які можуть чекати в черзі системи є важливим фактором для розгляду. Якщо кількість місць не обмежена, можна припустити, що черга нескінченна.
4. Черга. Всі інші фактори, що стосуються правил поведінки черги, можуть бути об'єднані під цією рубрикою. Одним з них є правило, після якого прилад приймає клієнтів для обслуговування. Такими правилами є: FCFS, LCFS, RS.
5. Вихідний потік. Кількість заявок, котрі обслуговувалися в системі.

2.2 Класифікація систем масового обслуговування

Класифікація систем масового обслуговування може бути визначена таким чином:

1. За кількістю обслуговуючих каналів:
 - 1.1 Одноканальні - це СМО яка має один канал обслуговування.
 - 1.2 Багатоканальні - це СМО яка має два або більше каналів обслуговування.
2. За кількістю фаз обслуговування:
 - 2.1 Однофазні - це СМО, які містять тільки одну фазу в обслуговуючій системі.
 - 2.2 Багатофазні - це СМО, які містять дві або більше фаз в обслуговуючій системі.
3. За часом перебування вимог у черзі до початку обслуговування:
 - 3.1 З відмовами - це СМО, в якій заявка, що надходить в момент, коли всі канали зайняті, отримує відмову, залишає СМО і в подальшому в процесі обслуговування не бере участі (наприклад, телефона мережу, в якій заявка на телефонну розмову залишає СМО в тому випадку, коли канал зайнятий).

- 3.2 З блокуванням - в СМО, що складається з L послідовних фаз, блокування полягає в тому, що вхід приладу i фази після завершення обслуговування чергової заявки при передачі його на наступну, $i + 1$ фазу залишається закритим до закінчення обслуговування цієї вимоги приладами наступних $L-i$ фаз.
- 3.3 З орбітою - такі СМО відрізняються від класичних систем з очікуванням і систем з відмовами тим, що запит, що надійшов в систему і застав усі обслуговуючі прилади зайнятими, не стає в чергу і не залишає систему назавжди, а йде на так звану "орбіту" - віртуальний простір для таких запитів, звідки робить спроби потрапити на обслуговування через випадкові моменти часу.
- 3.4 З очікуваннями (чергою) - це СМО, в якій заявка, що прийшла в момент, коли всі канали зайняті, не йде, а стає в чергу на обслуговування. У свою чергу СМО з очікуванням (чергою) поділяються на:
 - 3.4.1 СМО з обмеженою чергою.
 - 3.4.2 СМО з необмеженою чергою.
 - 3.4.3 СМО з обмеженим часом очікування (заявка, заставши всі пристрої зайнятими, стає в чергу і чекає обслуговування протягом обмеженого часу. Не дочекавшись обслуговування у встановлений час, заявка залишає систему).
 - 3.4.4 СМО з необмеженим часом очікування.
4. За пріоритетності обслуговування
 - 4.1 З статистичними пріоритетом - СМО, в якій обслуговування виробляється в порядку надходження заявок.
 - 4.2 З відносним пріоритетом - СМО, в якій заявка високого пріоритету очікує закінчення обслуговування заявки з більш

низьким пріоритетом (СМО, де більш важлива заявка отримує лише «Краще» місце в черзі).

4.3 З абсолютним пріоритетом - СМО, в якій заявка високого пріоритету при надходженні витісняє заявку з більш низьким пріоритетом.

4.4 З змішаним пріоритетом - СМО. в якій використовується абсолютний пріоритет, якщо заявка з нижчим пріоритетом обслуговувалась в плинні часу, менше критичного, і використовується відносний пріоритет в іншому випадку.

5. За принципом обслуговування

5.1 FCFS.

5.2 LCFS.

5.3 RS.

5.4 PNP.

6. В залежності від способу генерації заявок

6.1 Відкриті - СМО, де циркулює кінцеве, зазвичай постійний кількість вимог, які після завершення обслуговування повертаються в джерело.

6.2 Замкнуті - СМО, де джерело генерує нескінченну кількість вимог.

Графічно класифікацію можна побачити на рисунку 2.2.



Рисунок 2.2 – Класифікація систем масового обслуговування

Наведена класифікація є умовною. На практиці найчастіше СМО виступають в якості змішаних систем.

Однією з форм класифікації систем масового обслуговування є символна класифікація Д. Кендалла. Характеристики системи описуються у вигляді трьох, чотирьох або п'яти символів, наприклад, A | B | C | D | E, де:

1. A - тип розподілу вхідного потоку вимог;
2. B - тип розподілу часу обслуговування;
3. C - число каналів обслуговування;
4. D - кількість місць перебувань в черзі;
5. E - порядок відбору (пріоритету) вимог.

Якщо останні параметри не зазначені, то вважається, що $D = \infty$ і $E = \text{FCFO}$ [14]. Для опису типу розподілу вхідного потоку вимог і типу розподілу часу обслуговування використовують символіку, представлена в таблиці 2.1:

Таблиця 2.1 – Символіка класифікації Кенделла.

Символ	Найменування
M	Марківський потік
G	Потоки як послідовності з невідомими статистичними властивостями
GD	Потоки як послідовності з незалежними членам відомими розподілами.
GU	Потоки являють собою послідовності однаково розподілених, але взаємно залежних випадкових величин;
GR	Потоки складаються з незалежних однаково розподілених випадкових величин (так званий рекурентний потік);
D	Регулярний потік (потік подій, де час появи наступної події є константа)
E_k	Потік Ерланга k - го порядку

2.3 Морфологічний аналіз

Лінійна структура системи масового обслуговування містить:

1. Вхідний потік заявок
2. Черга
3. Обслуговуючі канали
4. Вихідний потік

За допомогою морфологічного аналізу можна показати будови системи, її підсистем, елементів і зв'язків між ними. Структура опису становлять собою послідовний набір підсистем, подальша деталізація яких призводить на певному рівні до деталізації, після чого подальший опис стає безглуздим. Рівні опису системи дають уявлення про складність системи.

Показати, що досліджуваний об'єкт є системою, значить вказати закономірності взаємодії частини і цілого, до яких можна віднести наступні:

Емерджентність. СМО має таку якість, обслуговування вимог. Окремо її компоненти не володіють цією якістю. Так в каналах обслуговування відбувається обслуговування клієнтів, а в вхідному потоці генеруються нові заявки.

Цілісність. Зміна кількості заявок в потоці призведе до зміни функціонування всієї системи. Наприклад, при меншому навантаженні системи втрата клієнтів стане менш ймовірною, але може бути простій обслуговуючих каналів, а значить, зменшення прибутку.

Адитивність. Зміна в елементах в сумі дають зміни у всій системі. Так при зміні кількості обслуговуючих каналів зміниться час перебування заявки в черзі, що є вихідним параметром системи.

Тип елементного складу: гетерогенний.

Тип елементів: інформаційні та речові.

Типи зв'язків між елементами: інформаційні та речові.

Тип структури: лінійний.

2.4 Функціональний аналіз системи

У наведеній нижче таблиці 2.2 представлені функції елементів СМО.

Таблиця 2.2 – Функції елементів системи.

Код	Елемент	Функції
1	Вхідний потік	Генерує випадкове надходження вимог до СМО
2	Черга	Забезпечує очікування обслуговування заявки
3	Канали обслуговування	Задоволення вимогам заявки
4	Вихідний потік	Прибирає заявку з системи масового обслуговування

Параметри підсистем і елементів СМО можна побачити в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Параметри елементів системи.

Код	Елемент	Параметри
1	Вхідний потік вимог	Розподіл, кількість
2	Черга	Кількість місць очікування обслуговування
3	Канали обслуговування	Час обслуговування, кількість каналів
4	Вихідний потік	Показники ефективності роботи СМО представлені в розділі 2.6.

2.5 Дослідження класифікації системи

СМО задовольняє потребам вхідної заявки. Класифікація системи приведена у таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 – Класифікація системи

№	Ознака класифікації	Тип системи за ознакою	Визначення
1	За зв'язку з навколишнім середовищем	Відкрита	Взаємодіє з навколишнім середовищем
2	За походженням	Штучна	Створена людиною
3	По об'єкту існування	Реальна	Складається з штучних об'єктів
4	За типом опису законів функціонування	«Білий ящик»	Закон функціонування відомі
5	За властивості управління	Управління із зовні	Система управляється із зовні
6	За централізацією	Децентралізована	Головний в функціонуванні системи - генеральний директор
7	За однорідності	Різнорідна	В системі елементами можуть бути і люди, і техніка
8	За організованості	Добре організована	В системі визначені всі її елементи, зв'язку та цілі
9	За обумовленості	Детермінована	Входи однозначно визначають виходи системи
10	За кількістю вхідних і вихідних параметрів	Одновимірна	Система має один вхід
11	За типом цілеспрямованості	Цілеспрямована	Система вибирає свою поведінку в залежності від внутрішньої властивості мети

2.6 Показники ефективності роботи системи масового обслуговування

Показники ефективності СМО діляться на показники, що характеризують якість і умови роботи обслуговуючої системи, і показники, що відображають економічні властивості системи.

Показники, що характеризують якість і умови роботи обслуговуючої системи, зазвичай формують на основі отриманих з розрахунків значень ймовірностей станів системи. Показники другої групи розраховуються на основі показників першої групи [21].

До показників першої групи відносяться:

1. Середня кількість вимог, які знаходяться в черзі.
2. Імовірність відмови, тобто ймовірність того, що заявка покине СМО не обслугованою;
3. Абсолютна пропускна здатність системи, тобто середнє число заявок, що обслуговуються в одиницю часу;
4. Відносна пропускна здатність, тобто середня частка заявок, що обслуговуються системою;
5. Середнє число зайнятих обслуговуванням приладів.
6. Загальна кількість вимог, що знаходяться в системі.
7. Середній час очікування вимог початку обслуговувань.
8. Середній час перебування заявки в системі;
9. Середнє число заявок в черзі - довжина черги;
10. Середнє число заявок в системі;
11. Середній час перебування заявки в черзі;
12. Ступінь завантаження каналу, тобто ймовірність того, що канал зайнятий;
13. Середнє число заявок, що обслуговуються в одиницю часу;
14. Імовірність того, що число заявок в черзі перевищить певне значення.

3 АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ

3.1 Отримання характеристик марківських моделей обслуговування

Модель обслуговування вважається марківською, якщо вхідний потік – пуассонівський і час обслуговування – експоненційний. Випадковий процес, що протікає в системі S , називається марківським (або "процесом без наслідків"), якщо він має таку властивість: для кожного моменту часу t_0 ймовірність будь-якого стану системи у майбутньому (при $t > t_0$) залежить тільки від її стану в теперішній час (при $t = t_0$) і не залежить від того, коли і яким чином система прийшла у такий стан.

В даному розділі ми розглянемо випадок $M|M|n|m$, де n – кількість обслуговуючих приладів (каналів), m – кількість місць очікування перед початком обслуговування. Інтенсивність надходження вимог дорівнює λ , інтенсивність обслуговування вимоги приладом дорівнює μ .

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n+1}}{(n+1)!} * \frac{1 - (\frac{\rho}{n})^m}{1 - \frac{\rho}{n}}}$$

$$p_k = \frac{\rho^k}{k!} * p_0, \quad k = 1..n$$

$$p_{n+k} = \frac{\rho^{k+n}}{n! * n^k} * p_0, \quad k = 1..m$$

3.2 Система Ерланга. Формула Поллачека-Хинчина

Розподіл Ерланга можна розглядати як розподіл суми k незалежних випадкових величин, кожна з яких має експоненційний закон розподілу з параметром μ .

В даній роботі ми розглядаємо випадок $M|E2|1$. Припустимо, що час обслуговування – Ерланг другого порядку, розподілено із середнім значенням $2 / \mu$. Навантаження системи дорівнює:

$$\rho = \frac{2 * \lambda}{\mu}$$

Скористаємося формулою Поллачека-Хинчина:

$$P(z) = \frac{(1 - \rho) * \tilde{B}(\lambda - \lambda * z) * (1 - z)}{\tilde{B}(\lambda - \lambda * z) - z},$$

де $\tilde{B}(\lambda - \lambda * z)$ – твірна функція моментів.

Твірна функція моментів розподілу Ерланга другого порядку дорівнює:

$$\tilde{B}(t) = \left(\frac{\mu}{\mu + t}\right)^2$$

Тоді:

$$P(z) = \frac{(1 - \rho) * \left(\frac{\mu}{\mu + \lambda - \lambda * z}\right)^2 * (1 - z)}{\left(\frac{\mu}{\mu + \lambda - \lambda * z}\right)^2 - z} = \frac{(1 - \rho) * \mu^2 * (1 - z)}{\mu^2 - z * (\mu + \lambda - \lambda * z)^2} =$$

$$= \frac{(1 - \rho)}{1 - \rho * z - \rho^2 * (1 - z)/4} =$$

$$= \frac{1 - \rho}{\frac{\rho^2}{4} * \left(z - \frac{\frac{\rho^2}{4} + \rho - \sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}}{\frac{\rho^2}{2}} \right) * \left(z - \frac{\frac{\rho^2}{4} + \rho + \sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}}{\frac{\rho^2}{2}} \right)}$$

$$= \frac{\frac{1 - \rho}{\sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}} * \frac{\frac{\rho^2}{2}}{\frac{\rho^2}{4} + \rho - \sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}}}{\left(1 - \frac{\frac{\rho^2}{2}}{\frac{\rho^2}{4} + \rho - \sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}} * z\right)}$$

$$- \frac{\frac{1-\rho}{\sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}} * \frac{\frac{\rho^2}{2}}{\frac{\rho^2}{4} + \rho + \sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}}}{\left(1 - \frac{\frac{\rho^2}{2}}{\frac{\rho^2}{4} + \rho + \sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}} * z\right)}$$

Знаючи твірні функції деяких послідовностей, маємо такі стаціонарні ймовірності:

$$p_k = \frac{1-\rho}{\sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}} * \left(\frac{\frac{\rho^2}{2}}{\frac{\rho^2}{4} + \rho - \sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}} \right)^{k+1} -$$

$$- \frac{1-\rho}{\sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}} * \left(\frac{\frac{\rho^2}{2}}{\frac{\rho^2}{4} + \rho + \sqrt{\frac{\rho^2}{4} * \left(\frac{\rho^2}{4} + 2 * \rho\right)}} \right)^{k+1}$$

3.3 Вхідний потік пуассонівський, постійний час обслуговування

В цьому розділі розглянемо випадок M|D|1. Стаціонарні ймовірності такої системи дорівнюють:

$$p_0 = (1 - \rho)$$

$$p_1 = (1 - \rho) * (e^\rho - 1)$$

$$p_n = (1 - \rho) * \left(e^{n*\rho} + \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} * e^{k*\rho} * \left(\frac{(k * \rho)^{n-k}}{(n-k)!} + \frac{(k * \rho)^{n-k-1}}{(n-k-1)!} \right) \right)$$

3.4 Обґрунтування некоректності заміни довільного часу обслуговування на показникове

На перший погляд зручно моделювати процес відмов робочого елемента атомної станції марківським процесом. Тоді ймовірність відмови

елемента в майбутньому залежить тільки від його стану в даний момент t_0 і не залежить від того скільки він пропрацював раніше. Якщо ж допустити, що надійність цього елемента залежить від того, скільки часу він використовувався, то і процес відмов і відновлення елемента буде не марківським.

Як бачимо з таблиці 3.1 заміна довільного часу обслуговування на показникове веде за собою змінення числових характеристик систем масового обслуговування.

Таблиця 3.1 – Порівняння стаціонарних ймовірностей при довільному розподілі часу обслуговування.

	$M M 1$	$M E_2 1$	$M D 1$
P_0	0.8333333333333333	0.6666666666666667	0.8333333333333333
P_1	0.1388888888888889	0.240740740740741	0.151133677388038
P_2	0.0231481481481481	0.0684156378600823	0.0144655083968074
P_3	0.00385802469135802	0.0180184042066758	0.00100490797914391
P_4	0.000643004115226337	0.00460621157851954	5.91443960599551E-05
P_5	0.000107167352537723	0.00116284295316884	3.24391886574738E-06
P_6	1.78612254229538E-05	0.000291965189240982	1.74645978419837E-07
P_7	2.97687090382564E-06	7.3130680748998E-05	9.40503156835841E-09
P_8	4.96145150637606E-07	1.82981572359998E-05	5.07739776149189E-10
P_9	8.2690858439601E-08	4.57626009219442E-06	2.74343510871707E-11
P_{10}	1.37818097399335E-08	1.14425622118132E-06	1.48473825826538E-12
P_{11}	2.29696828998892E-09	2.860852995323E-07	8.14163551391782E-14
P_{12}	3.82828048331486E-10	7.15236853538493E-08	2.96059473233375E-15

У таблиці 3.1 показано наскільки суттєво змінюються характеристики системи при заміні реального розподілу часу обслуговування на показникове. Система рівнянь Колмогорова справедлива тільки для показникового розподілу часу, хоча вдається замість стандартного процесу обслуговування

$x(t)$ – кількість вимог в системі в момент часу t – ввести процес у якому додано, наприклад, залишкові довжини вимог які знаходяться в системі. Для цього процесу вдається скласти систему інтегро-диференціальних рівнянь. Якщо ця система має розв’язок, то стаціонарні ймовірності вдається знайти аналітично [13].

3.6 Клас розподілу heavy-tail

Залежно від виду розподілу часу обслуговування системи, змінюються основні характеристики процесу обслуговування. Наведемо класифікацію розподілів:

- 1) Light-Tailed (LT) – з «легким хвостом»;
- 2) Heavy-Tailed (HT) – з «важким хвостом».

Прикладами «легкохвістних» розподілів є експонентний закон, рівномірний, Ерланга, нормальний закон. Але в даний час, особливо в зв'язку з інтенсивним розвитком обчислювальної техніки, все більш актуальним стає вивчення таких немарківських моделей СМО, у яких час обслуговування має розподіл з так званим «важким хвостом». Виявилось, що, наприклад, тривалості передачі файлів і тривалості завантаження файлів в Інтернеті як раз часто мають «важкий хвіст» (зокрема, мають розподіл Парето). Для чіткого розуміння суті розподілів з «важким хвостом» необхідно ввести ряд визначень.

1) Неперервна функція $L(x)$ називається функцією, яка повільно змінюється, якщо $\forall x > 0$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{L(tx)}{L(t)} = 1$$

2) Клас правильно змінюючихся ймовірнісних розподілів RV_ρ : випадкова величина належить класу правильно змінюючихся розподілів, якщо її функція надійності задовольняє умові:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{U(tx)}{U(t)} = x^\rho.$$

Щільність випадкової величини зазначеного класу має вигляд:

$$f(x) = L(x) \cdot x^\rho$$

3) Розподіл з функцією розподілу $F(x)$ має Парето-тип з показником $\alpha > 0$, якщо

$$\bar{F}(x) \sim \frac{L(x)}{x^\alpha}$$

при $x \rightarrow \infty$, де $L(x)$ - повільно змінююча функція.

Розподіл Парето-типу найпростіший приклад правильно змінюючихся розподілів.

4) Кажуть, що випадкова величина має розподіл з «важким хвостом» (клас НТ), якщо у неї не існує твірної функції моментів $M_x(t) = Me^{tx}$.

У таблиці 3.2 наведено приклади деяких поширених розподілів з «важким хвостом».

Таблиця 3.2 - Приклади розподілів «важким хвостом».

Назва розподілу	Функція надійності \bar{F} або щільність f	Параметри
Логнормальний	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-(\ln x - \mu)^2 / (2\sigma^2)}$	$\mu \in R, \sigma > 0$
Парето	$\bar{F}(x) = \left(\frac{k}{x}\right)^\alpha, x \geq k$	$\alpha, k > 0$
Коши	$f(x) = \frac{1}{\Pi(1+x^2)}, x \in R$	–
Логгамма	$f(x) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} (\ln x)^{a-1} x^{-\lambda-1},$ $x > 1$	$a > 0,$ $\lambda > 0$

Вейбула	$\bar{F}(x) = e^{-(x/\beta)^\alpha}$	$\beta > 0$ $0 < \alpha < 1$
Burr	$F(x, c, k) = 1 - (1 + x^c)^{-k}$, $x > 0$	$c > 0$ $k > 0$
Фреше	$F(x) = e^{-\left(\frac{x-m}{s}\right)^{-\alpha}}$	$\alpha > 0$ $s > 0$ $m \in \mathbb{R}$

3.7 Класифікація розподілів за ознакою «старіючі» - «молодіючі»

Нехай $f(x)$ – щільність розподілу, а $\bar{F}(x)$ - функція надійності.

Інтенсивністю відмови (Hazard Rate) називається функція $h(x)$, яка має вигляд:

$$h(x) = \frac{f(x)}{\bar{F}(x)}. \quad (3.1)$$

Функція $h(x)$ має безліч назв: інтенсивність відмов, інтенсивність смертності, небезпека відмови, інтенсивність закінчення обслуговування. Сенс функції $h(x)$ полягає в наступному: вона пропорційна ймовірності того, що обслуговування буде закінчено в інтервалі $(x, x + \Delta x)$ за умови, що заявка вже обслуговується до моменту x :

$$h(x)\Delta x = P\{x \leq X \leq x + \Delta x \mid X > x\}.$$

Серед розподілів часу обслуговування виділимо три класи:

- Increasing Hazard Rate (IHR) - «старіючі»;
- Decreasing Hazard Rate (DHR) - «молодеючі».
- Non-monotone Hazard Rate (NMHR).

Ймовірнісні розподіли називаються Increasing Hazard Rate («старіючі»), якщо інтенсивність відмови $h(x)$ зростає з ростом часу.

Функція розподілу $F(x)$ є «старіючою» тоді і тільки тоді, коли $\forall t: \bar{F}(x) > 0$

$$\bar{F}_t(x) = \frac{\bar{F}(t+x)}{\bar{F}(t)}; \quad (3.2)$$

Функція $\bar{F}_t(x)$ строго спадає по t для всіх x . Формула (3.2) широко використовується в актуарній математиці і значить, що залишковий час життя убиває.

Ймовірнісні розподіли називаються Decreasing Hazard Rate («молодіючі»), якщо інтенсивність відмови $h(x)$ спадає з ростом часу.

Відзначимо деякі важливі властивості «старіючих» і «молодіючих» розподілів:

1. Згортка «старіючих» розподілів є «старіючим» розподілом:

$\xi_1, \xi_2 \geq 0$ - незалежні СВ з густиною $f(x), g(x)$. Тоді сума цих двох величин теж є СВ з щільністю:

$$f * g = \int_0^x f_1(t)f_2(x-t)dt, \quad f(x), g(x), f * g \rightarrow \text{IHR} - \text{розподіл.}$$

2. Суміш «молодіючих» розподілів є «молодіючим» розподілом:

$$\bar{F}(x) = p_1\bar{F}_1(x) + p_2\bar{F}_2(x) + \dots + p_n\bar{F}_n(x),$$

$$\text{де } p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

$$\bar{F}_1(x), \bar{F}_2(x), \dots, \bar{F}_n(x), \bar{F}(x) \rightarrow \text{DHR-распределения.}$$

3. $\bar{F}(t) \geq e^{-\frac{t}{MX}}$ при $t \leq MX$, где MX – математическое ожидание.

$$4. \bar{F}(t_1) \geq [\bar{F}(t_2)]^{\frac{t_1}{t_2}}.$$

5. «Старіючі» розподіли мають коефіцієнт $c^2 < 1$, а «молодіючі» $c^2 > 1$.

Нехай $a_n = \frac{MX^n}{n!}$, тоді $a_{n+1}a_{n-1} \leq a_n^2$. Зокрема, при $n = 1$: $a_2 \leq (a_1)^2$.

Отже: $\frac{MX^2}{2!} \leq (MX)^2$ або

$$MX^2 \leq 2(MX)^2 \Rightarrow MX^2 - (MX)^2 \leq (MX)^2 \Rightarrow DX \leq (MX)^2,$$

Отже, «старіючі» розподіли мають коефіцієнт:

$$c^2 = \frac{DX}{(MX)^2} < 1,$$

а «молодіючі» навпаки: $c^2 = \frac{DX}{(MX)^2} > 1$.

3.8 Опис дисциплін обслуговування

Для визначення ряду дисциплін, введемо поняття швидкості обслуговування. Припустимо, що кожна вимога несе з собою випадкову величину η_0 , яку ми будемо називати довжиною вимоги. Скажімо, що вимога, що надійшла в систему в момент t , обслуговується зі швидкістю $c(x)$, якщо час перебування вимоги в системі η пов'язано з його довжиною η_0 наступною рівністю:

$$\int_t^{t+\eta} c(x)dx = \eta_0 \quad (3.3)$$

Як видно з (3.3), довжину вимоги η_0 можна інтерпретувати як час обслуговування зі швидкістю $c(x) \equiv 1$. Тоді будь-яка дисципліна обслуговування може бути задана набором швидкостей $d = \{c_{1n}, c_{2n}, \dots, c_{nn}; n = 1, 2, \dots\}$, де c_{kn} - швидкість обслуговування k -го по порядку прибуття вимоги, коли в системі знаходяться n вимог.

Випадковий процес обслуговування $\xi(t, \omega)$ - число вимог в системі в момент t - визначено на імовірнісному просторі $\Omega = \{\omega\}$, $\omega = \{t_1, t_2, \dots, x_1, x_2, \dots\}$, де $0 < t_1 < t_2 < \dots$ - послідовні моменти прибуття вимог, а x_1, x_2, \dots - їх довжини. Швидкість обслуговування c_{kn} залежать в загальному випадку від часу і від точки ω , $c_{kn} = c_{kn}(t, \omega)$, але ми будемо розглядати більш вузький клас дисциплін. Якщо в даний момент в системі знаходиться n вимог, то у кожній k -ої вимоги є вироблена довжина x_k^- і залишкова довжина x_k^+ , їх сума дорівнює повній довжині вимоги. Ми будемо припускати, що виконані наступні умови::

1. У систему надходить пуассоновський потік вимог з параметром λ .
2. Довжини вимог - незалежні випадкові величини з ФР $G(x)$

3. Швидкості обслуговування в кожен момент можуть залежати тільки від вироблених і залишкових довжин вимог, що знаходяться в цей момент в системі.

4. У кожний момент $\sum_{k=1}^n c_{kn} \equiv 1$. Ця умова означає, що вимоги обслуговує один прилад з сумарною швидкістю 1, розподіляючи свою роботу між наявними в системі вимог. Такі дисципліни ми будемо називати консервативними.

5. Розглянемо деякі дисципліни:

1) дисципліна FIFO («First In First Out») або FCFS («First Come First Served») («перший прийшов - перший обслужився»). Відповідає ситуації, коли заявки обслуговуються в міру їх надходження, і велика пріоритетність відводиться раніше надійшла заявці. Для неї $c_{1n} = 1, c_{2n} = c_{3n} = \dots = c_{nn} = 0$ [];

2) дисципліна LIFO («Last In First Out») або LCFS («Last Come First Served») - «останній прийшов - перший обслуговується». Вказує на ситуацію, в якій остання заявка в черзі автоматично переходить в категорію найбільш пріоритетним заявки, і першою надходить на сервер. Для неї $c_{1n} = c_{2n} = \dots = c_{n-1,n} = 0, c_{nn} = 1$ [] ;

3) дисципліна PS (Processor Sharing) - («дисципліна поділу процесора»), коли всі вимоги обслуговуються з однаковою швидкістю, тобто $c_{1n} = c_{2n} = \dots = c_{nn} = 1/n$, за рахунок чого є егалітарної [];

4) дисципліна Шраге (Schrage) або SRPT (the Shortest Remaining Processing Time) – (дисципліна обслуговування найліпшою заявки). У кожен момент обслуговується вимога з найменшою залишковою довжиною, тобто $c_{in} = 1, c_{kn} = 0, k \neq i$, где i - номер, для якого $x_i^+ = \min_k x_k^+$ [];

5) дисципліна PSJF (Preemptive Shortest Job First) [14] – (найкоротша заявка перша). У кожен момент обслуговується зі швидкістю 1 вимога з найменшою виробленою довжиною, якщо ж таких вимог кілька, скажімо, то кожне з них обслуговується зі швидкістю. Ця дисципліна з перериванням дуже

схожа на SRPT, але перевага має та заявка, у якої найменша вже обслугована довжина, а не залишкова. (Така властивість може стати корисною заміною SRPT, коли залишкова довжина невідома). Існує і така дисципліна SJF (Shortest Job First), але без переривання обслуговування.

б) дисципліна FB (Foreground-Background) – (передній план - задній план) віддає пріоритет тим заявкам, які на даний момент отримали найменше «кількість» обслуговування. У практиці FB працює за наступним правилом: в кожен момент часу обслуговується зі швидкістю 1 заявка, яку обслуговували мінімальний час. Якщо було n таких заявок, то вони обслуговуються одночасно (кожна з них обслуговується зі швидкістю $1/n$). Таким чином, чергу, обслуговує з дисципліни FB, завжди поділяє сервер порівну між наймолодшими заявками в системі [].

Можна розглядати дисципліни, в яких в кожен момент обслуговується зі швидкістю 1 вимога, і його обслуговування не переривається. В цьому випадку дисципліна визначається правилом вибору на обслуговування вимог з наявних в черзі. Це правило може залежати від номера вимоги і від довжин всіх вимог.

Для системи $M|G|1|n$, де n є кінцеве число місць очікування, дисципліна визначається ще й правилом «вибивання»: вимога приходить в систему, де зайняті всі місця, вимога залежно від своєї довжини і від довжин (вироблених і залишкових) вимог, які перебувають в системі, може або втрачатися, або «вибивати» одна з вимог, стаючи на його місце.

Зауваження. Дисципліни PS і LCFS PR є інваріантними: стаціонарні ймовірності не залежать від виду функції розподілу часу обслуговування і дорівнюють

$$p_n = \rho^n \cdot (1 - \rho).$$

У зв'язку з проблемою інваріантності стаціонарних ймовірностей розглядається такий клас дисциплін - кожне приходить вимога з ймовірністю α_k займає k місце, відтісняючи вимоги з номерами $k, k+1, k+2, \dots$ на одиницю вправо, а при догляді вимоги з k -го місця всі вимоги, які стоять за ним,

зсуваються на одиницю вліво. Швидкості обслуговування вимог залежать тільки від числа вимог в системі і від номера місця, яке займає вимога.

Будь-яка характеристика процесу обслуговування залежить від дисципліни d і від розподілу часу обслуговування $G(x)$. Тому при оптимізації можливі дві постановки:

- 1) якщо розподіл фіксований $G(x)$, то необхідно в заданому класі дисциплін вказати таку дисципліну, при якій досягається найменше або найбільше значення $\alpha(d, G)$;
- 2) якщо дисципліна фіксована, то необхідно в заданому класі розподілів (наприклад, серед всіх розподілів з однаковим математичним очікуванням) знайти таке, при якому досягається найменше або найбільше значення значення $\alpha(d, G)$.

Найбільший інтерес для практики представляє мінімізація таких характеристик, як середня величина черги, середній час перебування, середній час очікування та ін. В задачах, пов'язаних з аналізом надійності складних відновлюваних систем, коли СМО здійснює ремонт відмовили елементів, найцікавіше мінімізувати ймовірність виходу процесу обслуговування за заданий рівень.

3.9 Класифікація дисциплін обслуговування

Всі дисципліни обслуговування можна класифікувати за різними ознаками:

- 1) з перериванням і без переривання;
- 2) базуються на довжині вимоги, на віці вимоги і так звані «сліпі»;
- 3) справедливі, несправедливі і іноді справедливі.

Існує порядок обслуговування заявок, при якому обслуговуючий прилад перериває своє обслуговування для того, щоб приступити до вимоги, більш придатному на його розсуд. Такий порядок називається з перериванням і

позначається символом P (Preemptive) перед самою назвою дисципліни або ж позначається як PR (також Preemptive) після назви дисципліни. Як приклад можна привести аббревіатури PLCFS і LCFS PR, які означають одне і те ж: дисципліна є з перериванням і дообслуговуванням заявок, які були перервані. А поняття дисциплін без переривання можна пояснити так: якщо заявка надійшла на обслуговування, сервер не має права перервати процес для обслуговування іншої заявки. Яскравим і простим прикладом даної дисципліни є FCFS.

Наступний клас дисциплін ґрунтується на додаткових вимогах тієї чи іншої дисципліни, наприклад, їй необхідно знати залишкову або обслуговану довжину заявки (що базуються на довжині вимоги). Якщо дисципліна обслуговування не вимагає ніяких вказівок довжини заявки, то вона називається «сліпою» дисципліною. Є і такий клас дисциплін, яким необхідно знати «вік» заявки - то кількість часу, яке заявка обслуговувалася на даний момент. Але такий клас дисциплін швидше назовемо підкласом, оскільки він відноситься до «сліпих» дисциплін.

Розглянемо поняття справедливості для обслуговуючих дисциплін. Введемо функцію $S(x)$, яка б означала в перекладі з англійської уповільнення (Slowdown). Її значення дорівнює відношенню середнього часу перебування заявки довжиною x в системі до власне самої довжини x :

$$S(x) = \frac{EV(x)}{x}. \quad (3.4)$$

Розглянемо середнє значення уповільнення $S(x)$ для дисципліни поділу процесора PS, оскільки вона інваріантна і не залежить від довжини заявки:

$$E(S(x))^{PS} = \frac{1}{1 - \rho}$$

Дисципліна P справедлива, якщо $E(S(x))^P \leq E(S(x))^{PS}$ для всіх x . У зворотному випадку дисципліна несправедлива.

Дисципліна справедлива лише в тому випадку, якщо вона справедлива при всіх навантаженнях і для всіх розподілів. Таким же чином дисципліна є несправедливою для всіх навантажень і всіх розподілів. Якщо для дисципліни йде поділ на деякі навантаження (розподілу), при яких вона справедлива, і на решту навантажень (розподілів), при яких вона вже не є справедливою, то кажуть, що дана дисципліна іноді справедлива.

Будь-яка дисципліна Р з перериванням і залежить від довжини заявки є завжди несправедливою.

3.11 Дисципліна обслуговування FCFS

Це звичайна дисципліна обслуговування вимог у порядку надходження без переривання. Для неї відомі середня стаціонарна довжина черги і середнє стаціонарне час перебування заявки в системі.

$$ML = \rho + \frac{\rho^2(1 + C_G^2)}{2(1 - \rho)}$$

$$MV = MX \cdot \left(1 + \frac{\rho(1 + C_G^2)}{2(1 - \rho)} \right)$$

Формули пов'язані між собою формулою Літгла:

$$ML = \lambda \cdot MV$$

Стаціонарні ймовірності в замкнутому вигляді вдається знайти далеко не для всіх розподілів часу обслуговування. Для довільного розподілу відома формула Поллачека-Хинчина, яка дає вираження твірної функції стаціонарних ймовірностей через перетворення Лапласа щільності розподілу часу обслуговування:

$$P(z) = (1 - \rho) \frac{(1 - z)\beta(\lambda - \lambda z)}{\beta(\lambda - \lambda z) - z}$$

В окремому випадку для марковської моделі $M | M | 1 | \infty$ стаціонарні ймовірності мають вигляд:

$$p_n = \rho^n (1 - \rho).$$

3.12 Дисципліна обслуговування Шраге (SRPT)

Дисципліна обслуговування найліпшою заявки з перериванням обслуговування описується наступним чином. Припустимо, що в момент надходження в систему кожної заявки набуває розголосу її довжина. У будь-який момент часу обслуговується та з знаходяться в системі заявок, (залишкова) довжина якої мінімальна. Зокрема, якщо в момент надходження деякої заявки в систему виявиться, що її довжина менше (залишкової) довжини заявки, що знаходиться на приладі, то вона перериває обслуговування і сама стає на прилад. Заявки з перерваним обслуговуванням дообслуговуються.

Дисципліна SRPT на перший погляд здається дещо штучною, оскільки вона передбачає знання довжини кожної вимоги що надходить в систему і, крім того, оперує громіздкою інформацією про всіх залишкові довжини. Однак ці недоліки цілком викупаються тим фактом, що в ряді випадків, особливо при близькому до одиниці завантаженні, її використання дозволяє істотно поліпшити показники функціонування системи.

Теорема: Якщо вхідний потік не залежить від процесу обслуговування, то в класі консервативних дисциплін виконується нерівність для діципліни Шраге, позначеної як d_4 , і для довільної дисципліни d :

$$\xi_t(\omega, d_4) \leq \xi_t(\omega, d)$$

Дисципліна Шраге мінімізує середню чергу, тобто:

$$M\xi_t(\omega, d_4) \leq M\xi_t(\omega, d)$$

Також мінімальної при дисципліні Шраге є ймовірність перевищення процесом обслуговування заданого рівня і час перебування вимоги в системі.

Наведемо аналітичні вирази для характеристик процесу обслуговування, які для даної дисципліни можна знайти в замкнутому вигляді:

Середнє число вимог в системі в стаціонарному режимі ($t \rightarrow \infty$):

$$ML = \lambda \cdot \int_0^{\infty} \frac{\int_0^x y \cdot \bar{G}(y) dy}{x^2(1-\rho_x)} dx.$$

Середній час перебування в системі:

$$MV = \lambda \cdot \int_0^{\infty} \frac{\int_0^x y \cdot \bar{G}(y) dy}{(1-\rho_x)^2} \cdot g(x) dx + \int_0^{\infty} \frac{\bar{G}(x)}{1-\rho_x} dx, \quad (3.5)$$

$$\text{де } \rho_x = \lambda \cdot \int_0^x y \cdot g(y) dy,$$

$\bar{G}(y)$, $\bar{G}(x)$ - функції надійності розподілів,

$g(y)$ - щільність розподілу.

Зауважимо, що до сих пір невідомі стаціонарні ймовірності для дисципліни Шраге. Для деяких інших дисциплін, наприклад, для звичайної дисципліни в порядку надходження FCFS, стаціонарні ймовірності вдається знайти хоча б у вигляді виробляє функції. Це так звана формула Поллачека-Хинчина.

3.13 Дисципліна розподілу процесора PS

При дисципліні так званого егалітарного (або справедливого) розподілу процесора прилад в кожен момент часу обслуговує з однаковою швидкістю всі наявні в даний момент часу в системі вимоги. Відомо, що стаціонарні ймовірності для даної дисципліни не залежать від виду функції розподілу часу обслуговування, а залежать тільки від середнього значення:

$$p_n = \rho^n (1 - \rho).$$

Відповідно середня стаціонарна чергу і середнє стаціонарне час перебування заявки в системі мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 ML &= \frac{\rho}{1-\rho} \\
 MV &= \frac{MX}{1-\rho}
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

3.14 Дисципліна обслуговування FB

Дисципліна обслуговування Шраге оптимальна, але на практиці не завжди відома залишкова довжина вимоги, проте відома вироблена довжина (вік). Тому необхідно розглянути таку дисципліну, яка в деякому сенсі, аналогічна дисципліні Шраге, але базується на інформації про вироблену довжину вимоги.

Було б добре, якби ми могли якось отримати менші середні значення для менших за обсягом заявок.

Питання: Але як можна віддати перевагу меншим за розмірам заявкам, якщо ми не знаємо розмір роботи?

Відповідь: Ми знаємо вік заявки (обслуговування, яке вона отримала до цих пір), і вік є вказівкою на залишковий час обслуговування.

UNIX робить це за допомогою багаторівневого обміну процесорами (MLPS), який також називається плануванням Foreground Background. Є дві черги, які обслуговуються одним і тим же сервером, де черга 1 має високий пріоритет, а черга 2 - низька. Усі завдання починаються в черзі 1. Обслуговування у черзі 1 запускаються за допомогою PS. Коли робота досягає певного віку, її переміщують у чергу 2. Роботи у черзі 2 отримують сервіс лише тоді, коли черга 1 порожня.

Ця дисципліна обслуговування називається Генералізованим плануванням переднього плану (FB) і визначається наступним чином:

Завдання з найменшим часом сервісу отримує процесор для себе. Якщо декілька завдань мають однаково низький час сервісу, вони обслуговуються за

допомогою PS. Цей алгоритм відомий в літературі як під назвою FB, так і під назвою найменший час сервісу (LAS).

Питання: Розгляньте таку послідовність прибуття:

У час 0 прибуває заявка розміру 3.

У час 1 прибуває заявка розміру 2.

У час 2 прибуває заявка розміру 1.

Коли кожна заявка покине систему с дисципліною обслуговування FB, якщо більше жодна заявка не надходить у систему?

Відповідь: заявка розміром 1 залишає систему у час 3; заявка розміром 2 залишає систему у час 5; заявка розміром 3 залишає систему у час 6.

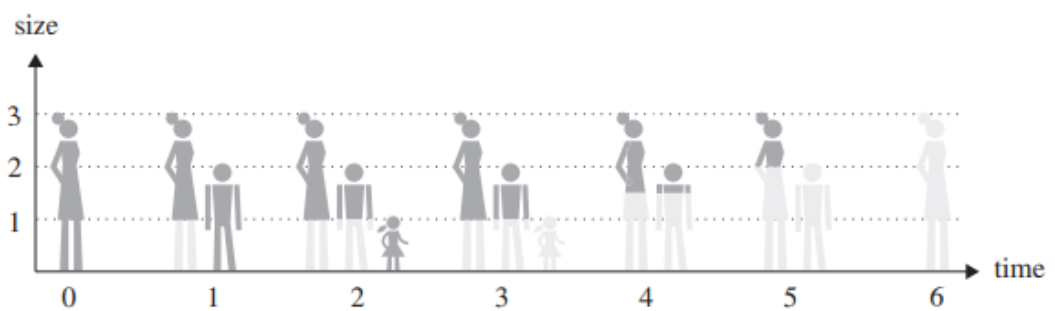


Рисунок 3.1 Приклад роботи системи з дисципліною FB

Підвищення ефективності роботи FB над PS, очевидно, пов'язане з тим, наскільки гарно прогнозований вік залишкового розміру, що залежить від розподілу розмірів робочих місць.

Наша мета - обчислити $E[T(x)]^{FB}$. Нехай $f(y)$ - функція щільності ймовірності для нашого розподілу розмірів.

Якщо S_x позначає розмір завдання, то

$$E[S_{\bar{x}}] = \int_0^x \bar{F}(y) dy$$

$$E[S_{\bar{x}}^n] = \int_0^x y^n * \bar{F}(y) dy$$

Введемо: $\rho_{\bar{x}} = \lambda * E[S_{\bar{x}}]$.

Тепер повернемося до проблеми виведення $E [T(x)]^{FB}$. Нехай завдання x позначає завдання розміру x . Щоб отримати $E [T(x)]^{FB}$, подумайте про всі одиниці роботи, які необхідно виконати до того, як робота x може покинути систему:

(1) x одиниць (це лише розмір завдання x).

(2) Очікувана робота, яка залишається в системі після надходження завдання x , за винятком того, що при виконанні цього обчислення нам потрібно зробити вигляд, що для кожної роботи в системі є вимога обслуговування не більше x . Тобто, для кожного завдання розміром $> x$ передбачається розмір x , з метою обчислення решти роботи в системі при надходженні завдання x . Щоб зрозуміти це, зрозумійте, що з точки зору робота x - це робота j з розміром $> x$ виглядає точно так, як у нього розмір x , оскільки коли робота j досягне віку x , вона більше ніколи не вплине на роботу x . Отже, підсумовуючи очікувану роботу в системі, яка вплине на роботу x , нам потрібно зменшити розмір кожної роботи до x . Якщо робота вже досягла віку $\geq x$, ми просто ігноруємо цю роботу, оскільки вона не отримає послуги доти, доки робота x не завершиться.

(3) Очікувана робота за рахунок нових надходжень, поки робота x знаходиться в системі, де робочі місця знову рахуються лише тим, наскільки вони можуть вплинути на роботу x .

Ми використовуємо S_x для визначення величин (2) і (3) в $E [T(x)]^{FB}$.

Виведення (2):

Твердження: Якщо в черзі використовується планування FB, то решта роботи в раптово трансформованій системі така сама, як якщо б ми просто перетворили кожну роботу в той момент, коли вона надійшла в систему.

Доведення: Нехай система A є оригінальною системою, без перетворень. Нехай система B - це система, де кожна робота перетворюється в момент її надходження. Щоразу, коли система B працює, система A також працює над роботою віком $< x$. Єдиний час, коли система A працює над завданням віку $> x$, коли обидві системи B простоюють, і усі завдання системи A мають вік $> x$.

Таким чином, якби ми в будь-який момент підходили до системи А, система А виглядала б так само, як система В.

Питання: Але що залишається в такій системі?

Відповідь: Пам'ятайте, що решта роботи в будь-якій системі збереження роботи така ж, як і в будь-якій іншій, тому ми можемо також запитати, яка очікувана робота в програмі $M/G/1/FCFS$ де розмір завдання становить S_x . Але це просто:

$$E[\text{Remaining work in } M|G|1|FCFS] = E[T_Q]^{M|G|1|FCFS} = \frac{\lambda * E[S_x^2]}{2 * (1 - \rho_x)}$$

$$(2) = \frac{\lambda * E[S_x^2]}{2 * (1 - \rho_x)}$$

Виведення (3):

Для отримання (3) зауважте, що

(3) = $E[\# \text{прибуття під час } T(x)] \cdot E[\text{розмір заявок за переглядом роботи } x] = \lambda E[T(x)]^{FB} E[S_x]$.

$$E[T]^{FB} = (1) + (2) + (3) = x + \frac{\lambda * E[S_x^2]}{2 * (1 - \rho_x)} + \lambda * E[T]^{FB} * E[S_x]$$

$$= x + \frac{\lambda * E[S_x^2]}{2 * (1 - \rho_x)} + \rho_x * E[T]^{FB}$$

$$E[T]^{FB} * (1 - \rho_x) = x + \frac{\lambda * E[S_x^2]}{2 * (1 - \rho_x)}$$

$$E[T]^{FB} = \frac{x * (1 - \rho_x) + \frac{1}{2} * \lambda * E[S_x^2]}{(1 - \rho_x)^2} \quad (3.7)$$

3.15 Порівняння дисциплін обслуговування

Розглянемо систему $M|G|1$. Дослідимо, який вплив на основні характеристики цієї системи має розподіл часу обслуговування та дисципліни обслуговування. Розглянемо такі дисципліни обслуговування: FB, PS та SRPT. Одним із розподілів часу обслуговування було обрано розподіл Вейбула.

Розподіл Вейбула виник як адекватна модель для опису часу безвідмовної роботи багатьох технічних систем. Він виявився корисним також тому що він є узагальненням найбільш поширеного у теорії масового обслуговування експонентного закону, а саме:

- Якщо $\alpha > 1$ – розподіл «молодіючий»
- Якщо $\alpha < 1$ – розподіл «старіючий»
- Якщо $\alpha = 1$ – експонентний закон.

Функція надійності для розподілу Вейбула:

$$\bar{G}(x) = e^{-(x/\beta)^\alpha}$$

Щільність розподілу:

$$g(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha}.$$

Середнє, другий момент та дисперсія розподілу Вейбула:

$$MX = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right).$$

$$MX^2 = \beta^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right).$$

$$DX = \beta^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right)^2 \right)$$

Скористаємось формулами для обчислення середнього часу перебування вимоги в системі з дисципліною обслуговування FB (формула 3.7), в системі з дисципліною обслуговування PS (формула 3.6), в системі з дисципліною обслуговування SRPT (формула 3.5).

Нехай $G \sim \text{Weib}(1/9, 2)$. Розподіл Вейбула з такими параметрами є «молодіючим» розподілом. Розрахуємо середній час для кожної системи. Результати розрахунків можна побачити у таблиці 3.3:

Таблиця 3.3 – Середній час перебування вимоги в системі

ρ	FB	PS	SRPT
0,1	0.109	0.111	0.104
0,2	0.122	0.125	0.11
0,4	0.161	0.167	0.128
0,6	0.236	0.25	0.159
0,8	0.453	0.5	0.238

Також, результати представлені на рисунку 3.2.

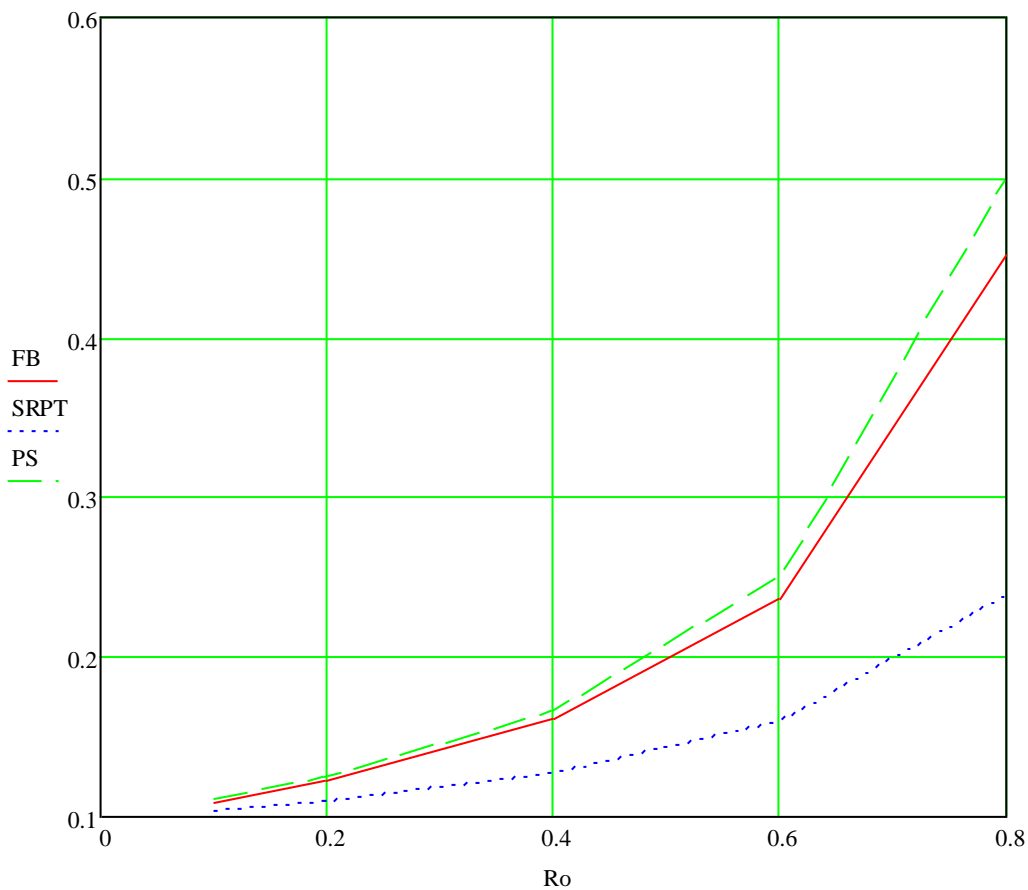


Рисунок 3.2 Графічне представлення результатів

Нехай G – Weib(1/9, 1). Розподіл Вейбула з такими параметрами є експонентним розподілом. Розрахуємо середній час для кожної системи. Результати розрахунків можна побачити у таблиці:

Таблиця 3.4 – Середній час перебування вимоги в системі

ρ	FB	PS	SRPT
0,1	0.122	0.111	0.117
0,2	0.135	0.125	0.124
0,4	0.173	0.167	0.144
0,6	0.245	0.25	0.178
0,8	0.442	0.5	0.261

Також, результати представлені на рисунку 3.3.

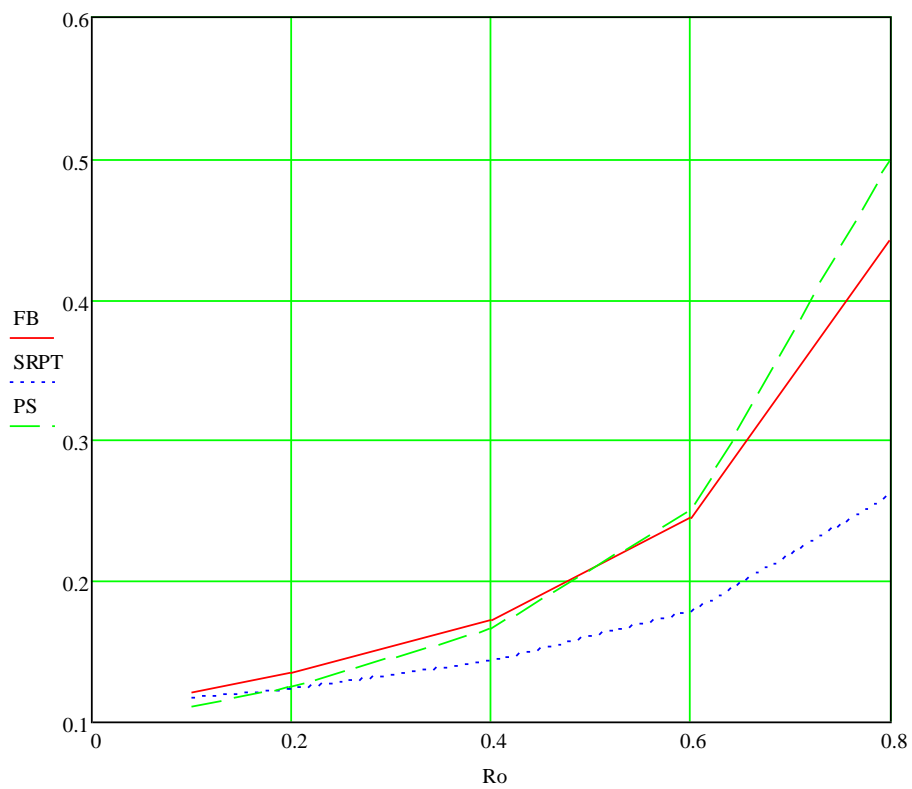


Рисунок 3.3 Графічне представлення результатів

Нехай G – Weib(1/9, 1/2). Розподіл Вейбула з такими параметрами є «старіючим» розподілом. Розрахуємо середній час для кожної системи. Результати розрахунків можна побачити у таблиці:

ρ	FB	PS	SRPT
0,1	0.244	0.222	0.236
0,2	0.27	0.25	0.252
0,4	0.349	0.333	0.298
0,6	0.51	0.5	0.383
0,8	1.122	1	0.663

Також, результати представлені на рисунку 3.4.

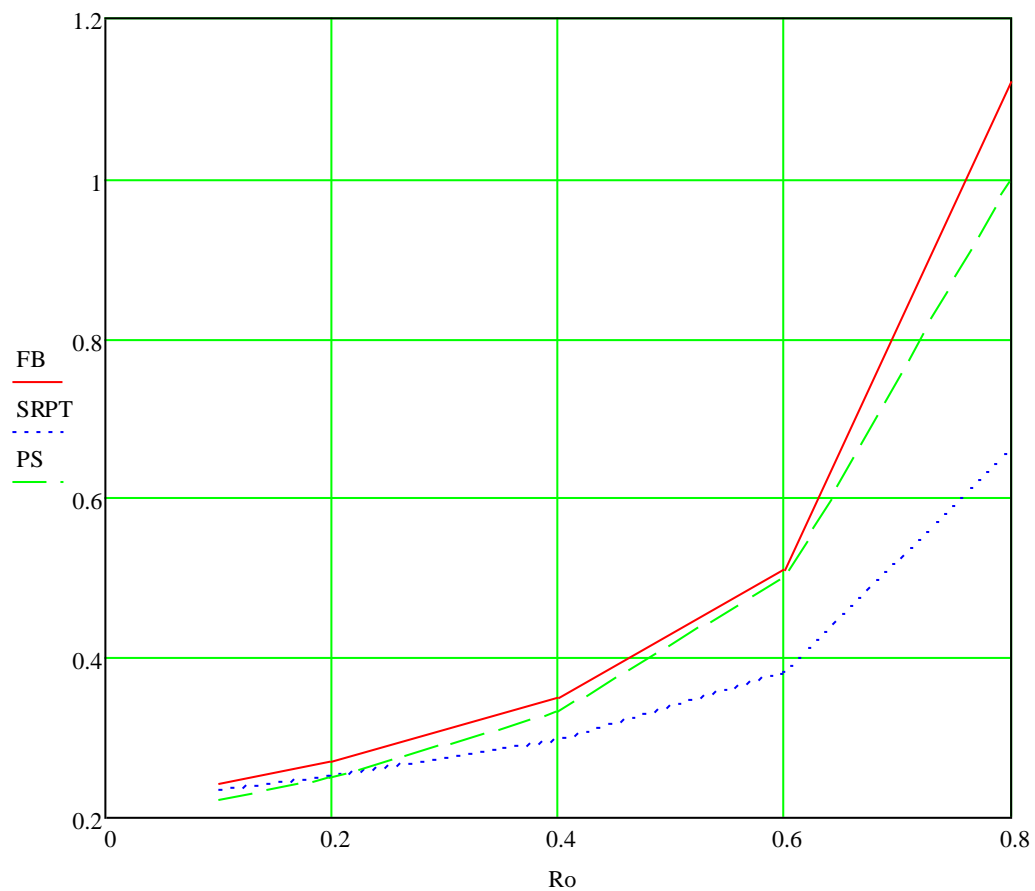


Рисунок 3.3 Графічне представлення результатів

Проілюструємо деякі цікаві результати відносно FB на прикладах:

- Розглянемо «молодіючий» розподіл часу обслуговування, для якого вимоги (заявки), які мають менший вироблений час обслуговування (назвемо його віком), мають менший залишковий час, тобто: $E[T]^{FB} < E[T]^{PS}$.
- У випадку «старіючого» розподілу більш «молоді» заявки мають більшу залишкову довжину. А тоді дисципліна FB, яка віддає перевагу їм, гірша ніж PS, має на увазі: $E[T]^{FB} > E[T]^{PS}$.
- Для показникового розподілу, у якого залишковий час не залежить від виробленого, слід очікувати: $E[T]^{FB} = E[T]^{PS}$.

3.16 Порівняння методів аналізу систем масового обслуговування

4 ЕКОНОМІЧНА ЧАСТИНА

4.1 Опис програмного продукту

Дана глава присвячена кількісній оцінці матеріальних витрат на виробництво представленого в дипломній роботі програмного продукту, призначеного для порівняння методів аналізу систем масового обслуговування. Продукт розроблений в програмному середовищі Visual Studio 2017.

Кошторис витрат на науково-дослідницьку роботу (НДР) включає витрати, що йдуть як безпосередньо для виконання НДР, так і прибуток (накопичення) для розвитку досліджень.

Кошторис витрат на НДР включає в себе:

1. Витрати на оплату праці;
2. Матеріальні витрати;
3. Відрахування на соціальні заходи;
4. Інші витрати.

4.2 Визначення трудовитрат робіт

Метою економічного розділу є розрахунок собівартості і вартості програмного продукту.

Статті витрат на НДР відносяться до позавиробничих витрат і розраховуються за представленою нижче методикою.

До витрат на оплату праці відносяться основна і додаткова заробітна плата персоналу, зайнятого безпосередньо при виконанні конкретної теми: науковці, науково-технічний, науково-допоміжний персонал і виробничі робітники.

В даному розділі необхідно скласти перелік етапів робіт по розробці програмного забезпечення і розрахувати трудомісткість і тривалість робіт над проектом.

Тривалість кожного етапу визначається за формулою:

$$T = \frac{t}{n}, \quad (5.1)$$

де T – тривалість етапу в робочих днях;

t – трудовитрати етапу;

n – кількість виконавців, одночасно зайнятих на певному етапі роботи.

4.3 Перелік робіт для створення програмного продукту

Для розробки програмного продукту потрібна наявність співробітників, які, власне, і будуть виконувати розробку ПП.

Даний ПП вимагає участі двох виконавців: аналітик та програміст.

Розрахуємо тривалість розробки продукту за видами робіт. Результати розрахунків містяться в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Перелік робіт

№ етапу	Найменування етапу	Тривалість, дн.		Трудовитрати, лд.-дн.
		Аналітик	Програміст	
Розробка технічного завдання				
1	Організаційна підготовка до створення ПП	1		1
2	Розробка технічного завдання на постановку задачі	2		2
	Разом:	3		3
Постановка задачі				
1	Розробка математичної моделі і алгоритмів	7		7
2	Розробка опису завдання і технічного завдання	3		3

Продовження таблиці 4.1

Разом:		10		10
Розробка програмного продукту				
1	Розробка алгоритмів		10	10
2	Розробка програми		12	12
3	Тестування		5	5
Разом:			27	27
Всього:		23	27	50

В кінцевому підсумку, ми отримали, що термін створення програмного продукту – 50 днів.

4.4 Склад виконавців роботи та розрахунок заробітної плати

Дані про посадові оклади і склад виконавців роботи занесені в таблицю 4.2. Тривалість робочого місяця буде в середньому вважати 22 дня. Робочий день – восьмигодинний.

Таблиця 4.2 – Склад виконавців роботи

Посада	Посадовий оклад, грн.	
	Місячний	Добовий
Аналітик	10000	454,6
Програміст	10000	454,6

Заробітна плата – винагорода за працю залежно від кваліфікації працівника, складності, кількості, якості та умов виконуваної роботи, а також компенсаційні виплати і стимулюючі виплати.

До витрат на заробітну плату праці відносяться основна і додаткова заробітна плата персоналу, зайнятого безпосередньо при виконанні конкретної

теми: науковці, науково-технічний, науково-допоміжний персонал і виробничі робітники.

Основна заробітна плата ($ЗП_{осн}$) складається з суми середньої добової заробітної плати аналітика та програміста, помноженої на тривалість їх праці відповідно і розраховується за формулою:

$$ЗП_{осн} = ЗП_{доб\ аналітика} * T_{аналітика} + ЗП_{доб\ програміста} * T_{програміста}, \quad (4.2)$$

де $ЗП_{доб\ аналітика}$, $ЗП_{доб\ програміста}$ – добова заробітна плата керівника і програміста відповідно (таблиця 4.2);

$T_{аналітика}$, $T_{програміста}$ – тривалість праці керівника і програміста відповідно (таблиця 4.2).

Таким чином, основна заробітна плата, розрахована за формулою 4.2 дорівнює:

$$ЗП_{осн} = 454,6 * 23 + 454,6 * 27 = 10455,8 + 12274,2 = 22730 \text{ (грн)}.$$

Далі проводиться розрахунок додаткової заробітної плати ($ЗП_{дод}$), яка становить 25% від основної заробітної плати і розраховується:

$$ЗП_{дод} = ЗП_{осн} * N_{дод}, \quad (4.3)$$

де $N_{дод}$ – коефіцієнт додаткової зарплати, рівний 20%.

Отже, за формулою (4.3) додаткова заробітна плата дорівнює:

$$ЗП_{дод} = 22730 * 0,25 = 5682,5 \text{ (грн)}.$$

Разом, загальний фонд заробітної плати становить:

$$ЗП = ЗП_{осн} + ЗП_{дод} = 22730 + 5682,5 = 28412,5 \text{ (грн)}.$$

Нарахування на заробітну плату (єдиний соціальний внесок – $ЗП_{соц}$) складають 22% і розраховується за формулою:

$$ЗП_{соц} = ЗП * N_{соц}, \quad (4.4)$$

де $N_{соц}$ – коефіцієнт єдиного соціального внеску, рівний 22%.

Отже, за формулою (4.4) нарахування на заробітну плату становлять:

$$ЗП_{соц} = 28412,5 * 0,22 = 6250,75 \text{ (грн)}.$$

4.5 Перелік необхідного обладнання для створення програмного продукту

Вартість необхідного обладнання, а також їх призначення і необхідну кількість представлені в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Вартість обладнання

№ п/п	Найменування матеріалу	Призначення	Кількість,шт	Ціна за одиницю
1	Ноутбук Asus K56CB (K56CB-XX035H)	Робота з програмним	1	21000
2	Операционная система Windows 10 Профессиональная 32/64-bit на 1ПК	Програмне забезпечення	1	6800
3	Visual Studio Professional 2017	Розробка ПП	1	15000
Разом:				42800

Проведемо розрахунок амортизації (АМ) обладнання, в нашому випадку для ноутбука Asus K56CB (K56CB-XX035H). Амортизацію обладнання як елемент собівартості даної продукції пропонується розраховуватимуть за такою методикою:

- 3 урахуванням первісної вартості обладнання і річної норми амортизації розраховується річна сума амортизаційних відрахувань по даному виду обладнання за формулою:

$$AM_{j\text{рік}} = C_j * H_{\text{ам}}, \quad (4.5)$$

де $H_{\text{ам}}$ – коефіцієнт річної норми амортизації, рівний 25%;

C_j – первісна вартість обладнання;

$AM_{j\text{рік}}$ – сума річної амортизації обладнання j виду.

2. Визначається величина амортизаційних відрахувань у розрахунку на

одну годину роботи обладнання даного виду:

$$AM_{j\text{год}} = \frac{AM_{j\text{рік}}}{T_j}, \quad (4.6)$$

де $AM_{j\text{год}}$ – величина амортизації обладнання даного виду протягом однієї години його використання;

T_j – річний фонд роботи даного обладнання, рівний 1976 годинам.

3. В залежності від часу використання обладнання в процесі виготовлення продукту розраховується розмір амортизаційних відчислень, пов'язаних з виробництвом одиниці даного виду:

$$AM_j = AM_{j\text{год}} * t_j, \quad (4.7)$$

де AM_j – амортизація обладнання даного виду при виготовленні продукту;

t_j – час використання обладнання даного виду при виготовленні продукту, рівний 400 годинам.

Отже, за формулою (4.5) річна сума амортизаційних відрахувань для ноутбука Asus K56CB (K56CB-XX035H):

$$AM_{\text{ноут рік}} = 21000 * 0,25 = 5250 \text{ (грн)}.$$

Тоді, за формулою (4.6) величина амортизаційних відрахувань на одну годину для ноутбука Asus K56CB (K56CB-XX035H):

$$AM_{\text{ноут год}} = 5250/1976 = 2,66 \text{ (грн)}.$$

За формулою (5.7) величина амортизаційних відрахувань залежно від часу використання ноутбука Asus K56CB (K56CB-XX035H):

$$AM_{\text{ноут}} = 2,66 * 400 = 1064 \text{ (грн)}$$

Вартість технологічної електроенергії обчислюється за формулою:

$$S_e = T_{\text{ар}} * T * W, \quad (4.8)$$

де $T_{\text{ар}}$ – тариф електроенергії за один кВт, рівний 2,01 грн.;

T – кількість годин роботи;

W – споживана технологічна потужність ($W = 0,032$ кВт).

Отже, за формулою (4.8) вартість технологічної електроенергії:

$$S_e = 2,01 * 400 * 0,032 = 25.73 \text{ (грн)}.$$

Вартість освітлювальної електроенергії розраховується за формулою:

$$S = T_{ар} * T * W, \quad (4.9)$$

де W – споживана потужність освітлювальним прибором ($W = 0,1$ кВт).

Отже, за формулою (4.9) вартість освітлювальної електроенергії:

$$S = 2,01 * 400 * 0,1 = 80,4 \text{ (грн)}.$$

Собівартість – це вартісна оцінка використовуваних в процесі виробництва продукції (робіт, послуг) природних ресурсів, сировини, матеріалів, палива, енергії, основних фондів, трудових ресурсів та інших витрат на її виробництво і реалізацію. Собівартість дорівнює сумі всіх витрат на розробку проекту і розраховується за формулою:

$$C = ЗП + ЗП_{соц} + АМ + S_e + S, \quad (4.10)$$

Отже, з формули (5.10) собівартість становить:

$$C = 27276 + 6000,72 + 1064 + 25,7 + 80,4 = 35833,35 \text{ (грн)}.$$

Таблиця 4.4 – Статті калькуляції на розробку програмного продукту

№	Стаття калькуляції	Витрати, грн.
1	Основна заробітна плата	22730
2	Додаткова заробітна плата	5682,5
3	Загальна заробітна плата	28412,5
4	Єдиний соціальний внесок	6250,75
5	Амортизація	1064
6	Вартість технологічної електроенергії	25,7
7	Вартість освітлювальної електроенергії	80,4
8	Загальна собівартість розробки	35833,35
9	Повна вартість ПП з обладнанням	78633,35

4.6 Альтернативний процес розробки програмного продукту

Для розробки програмного продукту потрібна наявність співробітників, які, власне, і будуть виконувати розробку ПП.

Даний ПП вимагає участі двох виконавців: аналітик та два програміста.

Розрахуємо тривалість розробки продукту за видами робіт. Результати розрахунків містяться в таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 – Перелік робіт

№ етапу	Найменування етапу	Тривалість, дн.			Трудовитрати лд.-дн.
		Аналітик	Програміст 1	Програміст 2	
Розробка технічного завдання					
1	Організаційна підготовка до створення ПП	1			1
2	Розробка технічного завдання на постановку задачі	2			2
Разом:		3			3
Постановка задачі					
1	Розробка математичної моделі і алгоритмів	7			7
2	Розробка опису завдання і технічного завдання	3			3

Продовження таблиці 4.5

Разом:		10			10
Розробка програмного продукту					
1	Розробка алгоритмів		3	3	6
2	Розробка програми		6	6	12
3	Тестування		2	2	4
Разом:			11	11	22
Всього:		13	11	11	35

В кінцевому підсумку, ми отримали, що термін створення програмного продукту – 35 днів.

4.7 Склад виконавців роботи та розрахунок заробітної плати альтернативного процесу

Дані про посадові оклади і склад виконавців роботи занесені в таблицю 4.6. Тривалість робочого місяця буде в середньому вважати 22 дня. Робочий день – восьмигодинний.

Таблиця 4.6 – Склад виконавців роботи

Посада	Посадовий оклад, грн.	
	Місячний	Добовий
Аналітик	10000	454,6
Програміст 1	10000	454,6
Програміст 2	10000	454,6

Заробітна плата – винагорода за працю залежно від кваліфікації працівника, складності, кількості, якості та умов виконуваної роботи, а також компенсаційні виплати і стимулюючі виплати.

До витрат на заробітну плату праці відносяться основна і додаткова заробітна плата персоналу, зайнятого безпосередньо при виконанні конкретної теми: науковці, науково-технічний, науково-допоміжний персонал і виробничі робітники.

Основна заробітна плата ($ЗП_{осн}$) складається з суми середньої добової заробітної плати аналітика та програміста, помноженої на тривалість їх праці відповідно і розраховується за формулою:

$$ЗП_{осн} = ЗП_{доб\ аналітика} * T_{аналітика} + ЗП_{доб\ програміста1} * T_{програміста1} + ЗП_{доб\ програміста2} * T_{програміста2}, \quad (4.14)$$

де $ЗП_{доб\ аналітика}$, $ЗП_{доб\ програміста1}$, $ЗП_{доб\ програміста2}$ – добова заробітна плата аналітика і програміста відповідно (таблиця 4.6);

$T_{аналітика}$, $T_{програміста1}$, $T_{програміста2}$ – тривалість праці аналітика і програміста відповідно (таблиця 4.6).

Таким чином, основна заробітна плата, розрахована за формулою 5.14 дорівнює:

$$\begin{aligned} ЗП_{осн} &= 454,6 * 13 + 454,6 * 11 + 454,6 * 11 \\ &= 5909,8 + 5000,6 + 5000,6 = 15911 \text{ (грн)}. \end{aligned}$$

Отже, за формулою (5.3) додаткова заробітна плата дорівнює:

$$ЗП_{дод} = 15911 * 0,25 = 3977,75 \text{ (грн)}.$$

Разом, загальний фонд заробітної плати становить:

$$ЗП = ЗП_{осн} + ЗП_{дод} = 15911 + 3977,75 = 19888,75 \text{ (грн)}.$$

Отже, за формулою (5.4) нарахування на заробітну плату становлять:

$$ЗП_{соц} = 19888,75 * 0,22 = 4375,525 \text{ (грн)}.$$

4.8 Перелік необхідного обладнання для створення програмного продукту альтернативного процесу

Оренда офісу з комп'ютерним обладнанням на 35 днів коштує 12500 грн (2500 грн за тиждень).

Отже, за формулою (4.8) вартість технологічної електроенергії:

$$S_e = 2,01 * 280 * 0,032 = 18 \text{ (грн)}.$$

Отже, за формулою (4.9) вартість освітлювальної електроенергії:

$$S = 2,01 * 280 * 0,1 = 57 \text{ (грн)}.$$

Собівартість – це вартісна оцінка використовуваних в процесі виробництва продукції (робіт, послуг) природних ресурсів, сировини, матеріалів, палива, енергії, основних фондів, трудових ресурсів та інших витрат на її виробництво і реалізацію. Собівартість дорівнює сумі всіх витрат на розробку проекту і розраховується за формулою:

$$C = 3П + 3П_{\text{соц}} + S_e + S, \quad (4.15)$$

Отже, з формули (5.10) собівартість становить:

$$C = 19888,75 + 4375,525 + 18 + 57 = 24339,275 \text{ (грн)}.$$

Калькуляційні розрахунки на розробку програмного забезпечення представлені в таблиці 5.7.

Таблиця 5.7 – Статті калькуляції на розробку програмного продукту альтернативного процесу

№	Стаття калькуляції	Витрати, грн.
1	Основна заробітна плата	15911
2	Додаткова заробітна плата	3977,75
3	Загальна заробітна плата	19888,75
4	Єдиний соціальний внесок	4375,525
5	Вартість технологічної електроенергії	18

6	Вартість освітлювальної електроенергії	57
7	Загальна собівартість розробки	24339,27
8	Повна вартість продукту з орендою	48132,7

В даному розділі було розглянуто два варіанта розробки програмного продукту, в обох варіантах:

1. Визначені трудовитрати робіт створення програмного продукту;
2. Призначені виконавці роботи, а також проведені розрахунки заробітної плати та соціального внеску;
3. Складено перелік робіт для кожного з виконавців;
4. Складено перелік необхідного обладнання, для яких розраховані витрати на амортизацію у розмірі 1064 грн., або була визначена оренда офісного приміщення;
5. Проведений розрахунок вартості електроенергії: технологічної та освітлювальної.
6. Проведені розрахунки собівартості, прибутку, повної вартості розробленого програмного продукту.

Проаналізувавши витрати на реалізацію кожного з варіантів, було прийнято рішення, що альтернативний варіант розробки програмного продукту найбільш вигідніший.

ВИСНОВКИ

На конкретних прикладах розрахунку певних характеристик було показано, що поряд з усіма іншими відомими дисциплінами обслуговування дисципліна Шраге працює найефективніше. SRPT виграє не тільки у випадку з «тяжкими хвостами», але і на «легких хвостах» розподілів часу обслуговування. Але SRPT має один великий недолік, коли ми не можемо оцінити довжину заявки яка надійшла до системи. У такому випадку доводиться звертатися до дисциплін, які діють наосліп. До таких дисциплін відносяться до, наприклад PS і FB. Виявилось, що ефективність роботи тієї чи іншої дисципліни залежить ще і від конкретного класу розподілу часу обслуговування.

Також, у представленій роботі було проведено розгляд системи масового обслуговування як об'єкта, з точки зору системного аналізу. Проведено інформаційний, морфологічний, функціональний аналіз, а також було проведено дослідження класифікації системи масового обслуговування.

Проілюструємо деякі цікаві результати відносно FB на прикладах:

- Розглянемо «молодіючий» розподіл часу обслуговування, для якого вимоги (заявки), які мають менший вироблений час обслуговування (назвемо його віком), мають менший залишковий час, тобто: $E[T]^{FB} < E[T]^{PS}$.
- У випадку «старіючого» розподілу більш «молоді» заявки мають більшу залишкову довжину. А тоді дисципліна FB, яка віддає перевагу їм, гірша ніж PS, має на увазі: $E[T]^{FB} > E[T]^{PS}$.
- Для показникового розподілу, у якого залишковий час не залежить від виробленого, слід очікувати: $E[T]^{FB} = E[T]^{PS}$.

При порівнянні методів аналізу стало зрозуміло, що результати імітаційного моделювання та аналітичного розрахунку не завжди можуть співпадати. Та, все ж, варто відмітити, що аналітичні методи розрахунку не такі зручні з точки зору спостереження за роботою моделі та аналізу динаміки. Так,

аналітичні методи можуть спрогнозувати, при вірних параметрах, кількість втрачених покупців супермаркету, але зрозуміти, де саме виникла велика черга, або на якому етапі втрачається найбільша кількість клієнтів буде важче, ніж спостерігати за роботою моделі та бачити наочно, де виникають проблемні ситуації в обслуговуванні.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Schrage L., Miller L. The queue M/G/1 with the shortest remaining processing time discipline. — Oper. Res., 1966, v. 14, p. 670-684.
2. Козлов В.В., Соловьев А.Д. Оптимальное обслуживание восстанавливаемых систем, I. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, 1978, J63.
3. Брысина И.В., Соловьев А.Д. Асимптотический анализ сетей массового обслуживания при малой нагрузке. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, 1983, №3.
4. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания. Москва, "Наука", 1966.
5. Печинкин А.В. Стационарные вероятности в системе с дисциплиной преимущественного разделения процессора. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, 1980, № 5
6. Павлов А.В. Об одноканальной системе с дисциплиной Шраге в условиях большой загрузки. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, 1983, § 6.
7. E. Coffman and L. Kleinrock. Feedback queueing models for time-shared systems. Journal of the Association for Computing Machinery, 15:549–576, 1968
8. L. Schrage. The queue M/G/1 with feedback to lower priority queues. Management Science, 18(7):466–474, 1967.
9. L. Kleinrock. Queueing systems, Volume II: Computer Applications. Wiley, 1976.
10. A. Pechinkin. Stationary probabilities in a system with discipline of advantageous distribution of a process. Engineering Cybernetics, 18(5):52–56, 1981.
11. R. Schassberger. The steady state distribution of spent service times present in the M/G/1 foreground-background processor-sharing queue. Journal of Applied Probability, 25(7):194–203, 1988.
12. S. Yashkov. Processor-sharing queues: some progress in analysis. Queueing Systems, 2:1–17, 1987.
13. A. V. Pechinkin, A. D. Solov'ev, and S. F. Yashkov, "On a system with discipline serving the first customer with minimum completed processing time," izv. Akad. Nauk SSSR, Tekh. Kibern., No. 5, 51-58 (1979).

- 14.S. Yashkov. Mathematical problems in the theory of shared-processor systems. *Journal of Soviet Mathematics*, 58(2):101–147, 1992.
- 15.R. Righter and J. Shanthikumar. Scheduling multiclass single server queueing systems to stochastically maximize the number of successful departures. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 3:323–333, 1989.
- 16.M. Shaked and J. Shanthikumar. *Stochastic orders and their applications*. Academic Press, 1994.
17. Печинкин.А.В., Соловьев А.Д., Яшков С.Ф. О системе с дисциплиной обслуживания первым требования с минимальной оставшейся длиной. *Известия АН СССР, Техническая кибернетика*, 1979, № 5.
- 18.Макаричев А. В. Оптимальные дисциплины обслуживания в системах массового обслуживания с потерями.— *Изв. АН СССР, сер. техн. киберн.*, 1982, No 3, с. 128— 136.
- 19.Bocharov P. P., Manzo R., Pechinkin A. V. Analysis of a two-phase queueing system with a Markov arrival process and blocking // *Journal of Mathematical Sciences*. 2006, vol. 132, no. 5, p. 578–589.
20. Chakravarthy S. On the optimal control problem of a single — server queueing system- *J. Optimization Theory and Appl*, 1983, v. 41, № 2, p. 317-325.
- 21.Erlang A . K. Solution of some problems in the theory of probabilities of significance in automatic telephone exchanges.— *Post Office Electrical Engineers J*. 1917— 1918, v. 10, p. 189-197.
22. Gnedenko B. W., Konig D. (Red). *Handbuch der Bedienung-theorie, Band 1*. Berlin: Akademie-Verlag, 1983. 114-120.
- 23.Gnedenko B. W., Konig D. (Red.). *Handbuch der Bedienungtheorie, Bd. 1*. Berlin: Akademie-Verlag, 1983. p. 317-325.
24. Gomez-Corral A. A tandem queue with blocking and Markovian arrival process // *Queueing Systems*. 2002, vol. 41, pp. 343–370.

25. Gupta S. Queues with hyper-Poisson input and exponential service time distribution with state dependent arrival and service rates.— *Operat. Res. Quart.*, 1967, v. 15, № 5, p. 845-850.
26. Morse P. M. *Queues, inventories and maintenance*. N. Y.: John Wiley and Sons, 1958. p. 114-120.
27. Бронштейн О. И., Рыков В. В. Об оптимальных приоритетах в системах массового обслуживания. *Техническая кибернетика*, № 6, 1965, с. 215-361.
28. Бочаров П. П. Однолинейные системы обслуживания конечной емкости. М.: Изд-во Ун-та дружбы народов, 1985, с. 51-68.
29. Вентцель Е.С. *Исследование операций*. М: Наука, 1980, с. 423-480.
30. Гмурман В.Е. *Теория вероятностей и математическая статистика*. Учеб. пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1998, с. 75-93.
31. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. *Введение в теорию массового обслуживания*. М.: Наука, 1987, с. 110-151.
32. Ефимушкин В. А . Анализ системы конечной емкости с обслуживанием общего вида и неоднородными заявками в дискретном времени.-В кн.: *Модели информационных сетей*. М.: Наука, 1984, с. 76-83
33. Маркус М., Минк Х. *Обзор по теории матриц и матричных неравенств*. М.: Наука, 1972. с. 51
34. Печинкин А. В., Чаплыгин В. В. Стационарные характеристики системы массового обслуживания $G/MSP/n/r$ // *Вестник РУДН, сер. «Прикладная математика и информатика»*, 2003. № 1. с. 119–143.
35. Печинкин А. В., Чаплыгин В. В. Стационарные характеристики системы массового обслуживания $SM/MSP/n/r$ // *Автоматика и телемеханика*, 2004. № 9. с. 85–100.
36. Саати Т.Л. *Элементы теории массового обслуживания и ее приложения*. - М: Сов. радио. С.1971 -520.