

УДК 519.6: 629.7.036.3

**Е.М. УГРЮМОВА, М.Ю. СОЛДАТЕНКО, А.Ю. СОКОЛОВ, М.Л. УГРЮМОВ**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## **СИСТЕМНОЕ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МЕТОДОМ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ**

Предложен подход к решению задачи реконструкции (модификации) сложной технической системы на примере турбореактивного двигателя на основе приведения ее к многоуровневой задаче оптимизации. Квазирешение общей задачи получено путем распределенного решения взаимосвязанных обратных задач.

**теория больших систем, оптимизация, обратные задачи, турбореактивные двигатели**

### **Введение**

Сокращение материально-технических затрат на всех этапах жизненного цикла таких сложных технических систем (СТС) как газотурбинные двигатели (ГТД) является актуальной технической проблемой авиационной промышленности. Снижение риска появления ошибок разработчиков, особенно на начальных этапах создания ГТД, которые могут приводить к неоправданным затратам, возможно за счет внедрения в практику проектирования ГТД современных методов и средств информационной технологии решения задач системной оптимизации. Эти задачи могут быть сведены к многокритериальным задачам параметрической оптимизации (МЗПО). Однако даже многокритериальные задачи параметрической оптимизации проектных и режимных параметров, управляющих переменных ГТД относятся к трансвычислительным задачам, требующим высокой информационной ресурсоемкости [1]. Поэтому актуальной научной проблемой является развитие подходов, разработка новых эффективных математических методов и алгоритмов численного решения этих задач.

Формализация и структуризация МЗПО представлены в работе [1]. В работе [2] предложена методология определения оптимальных параметров ГТД на этапе концептуального проектирования, ко-

торая базируется на методах нечеткой логики и эволюционных алгоритмах поиска оптимальных решений. В этих работах поиск лучшей альтернативы из подмножества рациональных альтернатив предлагается осуществлять на основе последовательного решения прямых задач количественного анализа физических полей и процессов в функциональных элементах СТС. В работе [3] предложено поиск лучшей альтернативы сводить к построению квази-решения МЗПО СТС путем распределенного решения взаимосвязанных прямых оптимизационных и обратных задач. Этот подход позволяет свести решение МЗПО большой размерности к построению решений многоуровневой задачи оптимизации (нахождения точки Нэша – точки некооперативного равновесия) с меньшей размерностью на каждом уровне для каждой из подзадач, по сравнению с общей задачей. Очевидно, что с практической точки зрения целесообразна разработка общей методологии, методик, а также средств информационной технологии решения МЗПО на основе предложенного в работе [3] подхода.

### **1. Постановка задачи модификации**

Рассмотрим содержательную постановку задачи модификации СТС. Задача модификации является частным случаем задачи реконструкции [3 – 5].

**Известны** следующие данные, представленные в формализованном виде: описание объекта исследования, общие характеристики и свойства СТС, условия функционирования и основные требования к ее тактико-техническому и технико-экономическим показателям; структура СТС; цели модификации; сведения об аналогах и прототипе, классе допустимых управлений (способов и реализующих их устройств), критериях качества проектных решений.

**Требуется определить** оптимальные значения параметров конструкции функциональных элементов (ФЭ) для реализации желаемых критериев качества модифицированной СТС из условия рационального компромисса заданных требований.

Формализуем представление задачи модификации СТС. Пусть объект, подлежащий совершенствованию, состоит из  $L$  подсистем (технических систем), а каждая  $l$ -тая подсистема ( $l = 1 \dots L$ ) – из соответствующих ФЭ. Будем характеризовать объект, подлежащий реконструкции, разными группами параметров: проектными и режимными (определяющими состояние системы)  $\Pi^\circ$ , которые задаются конструктором; управляющими или регулируемыми переменными  $U^\circ$ , выбор которых определяется типом задачи; фазовыми переменными или переменными состояния  $\Phi^\circ$ , устанавливаемыми в процессе расчетов по заданным замыкающим соотношениям.

Вектор  $\Pi^\circ$  ограничен и находится в некоторой области определения

$$D_{\Pi} = \left\{ \Pi^\circ = (\pi_1, \dots, \pi_k, \dots, \pi_{K_d}) : \right. \\ \left. : (\forall k \in [1 \dots K_d]) \pi'_k \leq \pi_k \leq \pi''_k \right\}$$

пространства  $\Pi$ , вектор  $U^\circ$  ограничен и находится в некоторой области

$$D_U = \left\{ U^\circ = (u_1, \dots, u_m, \dots, u_{M_d}) : \right. \\ \left. : (\forall m \in [1 \dots M_d]) u'_m \leq u_m \leq u''_m \right\}$$

пространства  $U$ , что кратко записывается как

$$\Pi^\circ \in D_{\Pi} \subset \Pi; U^\circ \in D_U \subset U.$$

Область  $D_{\Pi} \subset \Pi$  является областью имеющих физический смысл режимов, а область  $D_U \subset U$  –

область допустимых управлений.

Вектор  $\Phi^\circ$  может быть найден либо на базе экспериментальных исследований путем обработки данных измерений, либо расчетным путем на базе исходной математической модели (ИММ) объекта исследования в виде

$$\Phi^\circ = \Phi(\Pi^\circ, U^\circ). \quad (1)$$

Вектор  $\Phi^\circ$  находится в ограниченной области значений фазовых переменных

$$D_{\Phi} = \left\{ \Phi^\circ = (\phi_1, \dots, \phi_n, \dots, \phi_{N_d}) : \right. \\ \left. : (\forall n \in [1 \dots N_d]) \phi_n = \phi_n(\Pi^\circ, U^\circ) \right\}$$

обычно  $\Phi^\circ \in [\Phi^\circ_{\min}, \Phi^\circ_{\max}]$ . Здесь  $K_d$  – общее количество проектных и режимных параметров,  $M_d$  – общее количество управляющих переменных,  $N_d$  – общее количество фазовых переменных.

Пусть  $Q = \{q_j^\circ\}$ ,  $q_j^\circ = (\Pi_j^\circ, U_j^\circ, \Phi_j^\circ)$ ,  $j = 0 \dots J$  – конечное множество допустимых проектных решений (подмножество корректности).

С точки зрения лица, принимающего решения (ЛПР), качество любого решения  $q_j^\circ \in Q$  определяется относительно критериев  $W = \{w_i\}$ ,  $i = 1 \dots I$ . Пусть для каждого решения существует отображение  $A: q_j^\circ \rightarrow W_j$ , тогда значение  $A_i(q_j^\circ) = w_{ij}$  – оценка решения  $q_j^\circ \in Q$  по  $i$ -му критерию  $w_{ij} \in W$ .

Пусть для критериев  $W = \{w_i\}$  существует отображение  $B: W \rightarrow W^\circ$ ,  $W^\circ = \{w^\circ_i\}$ , тогда значение  $B_i(w_{ij}) = w^\circ_{ij}$  – оценка критерия  $w_{ij} \in W$  по нормированному критерию  $w^\circ_{ij} \in W^\circ$ .

Пусть  $W^\circ_j = (w^\circ_{1j}, w^\circ_{2j}, \dots, w^\circ_{ij})$  – множество оценок  $j$ -го проектного решения по критериям  $W_j = (w_{1j}, w_{2j}, \dots, w_{ij})$  в системе предпочтений  $G$  [3], сконструированных в виде системы правил формирования вектора  $U^\circ$ . Тогда пара  $(q_j^\circ, W^\circ_j)$ ,  $j = 0 \dots J$ , есть альтернатива  $v_j^\circ$ . Множество пар  $v_j^\circ = (q_j^\circ, W^\circ_j)$  составляет множество альтернатив  $V = \{v_j^\circ\}$ .

В рассматриваемом случае множество альтернатив  $V$  содержит прототип  $v_0^\circ \in V$ , а остальные его элементы –  $v_j^\circ$  могут быть получены заданием малых отклонений от параметров прототипа.

С учетом введенных преобразований ИММ (1) можно представить в виде

$$W^\circ = W(\Pi^\circ, U^\circ, \Phi^\circ(\Pi^\circ, U^\circ)) = W(\Pi^\circ, U^\circ). \quad (2)$$

Проведем агрегирование переменных ИММ (2) в соответствии с принятой структурой СТС таким образом, что

$$\Pi^\circ = \{\Pi_l^\circ\}; U^\circ = \{U_l^\circ\}; \Phi^\circ = \{\Phi_l^\circ\}; l=1..L,$$

где

$$\Pi_l^\circ = \{\pi_{lk}\}, k=1..K_l, \sum_{l=1}^L K_l = K; \Pi_l^\circ \in D_{\Pi a} \subset D_{\Pi};$$

$$U_l^\circ = \{u_{lm}\}, m=1..M_l, \sum_{l=1}^L M_l = M; U_l^\circ \in D_{U a} \subset D_U;$$

$$\Phi_l^\circ = \{\Phi_{ln}\}, n=1..N_l, \sum_{l=1}^L N_l = N, \Phi_l^\circ \in D_{\Phi a} \subset D_{\Phi},$$

так что в области значений фазовых переменных  $D_{\Phi}$  можно выделить подобласть  $D_{\Phi a} \subset D_{\Phi}$ :

$$D_{\Phi a} = \{\Phi_l^\circ, l \in [1..L]: \Phi_l^\circ \in D_{\Phi a},$$

$$(\forall l \in [1..L]) \Pi_l^\circ \in D_{\Pi a},$$

$$U_l^\circ \in D_{U a} \rightarrow \Phi_l^\circ = \Phi_l^\circ(\Pi_l^\circ, U_l^\circ)\}. \quad (3)$$

Тогда, исходя из (3), ИММ (2) примет вид

$$W^\circ = W(\Pi_r^\circ, U_r^\circ, \Phi^\circ), \quad (4)$$

где  $\Pi_r^\circ \in D_{\Pi} \setminus D_{\Pi a}, U_r^\circ \in D_U \setminus D_{U a}, \Phi^\circ \in D_{\Phi a}$ .

Таким образом, ИММ (2) размерности  $K_d \times M_d \times I$  путем агрегирования переменных и декомпозиции общей задачи на подзадачи можно свести к агрегированной ИММ (4) размерности  $(K_d - K) \times (M_d - M) \times N \times I$  и множеству математических моделей подсистем (ФЭ) СТС размерности  $K_l \times M_l \times N_l, l=1..L$ :

$$W : (\Pi_r^\circ, U_r^\circ, \Phi^\circ) \rightarrow W^\circ, N \ll K + M; \quad (5)$$

$$\Phi_l : (\Pi_l^\circ, U_l^\circ) \rightarrow \Phi_l^\circ. \quad (6)$$

Формализуем представление входных данных для задачи модификации объекта исследования. Пусть желаемые значения оценок критериев модифицированной СТС  $W^* = \{w_i^*\}$  заданы, либо могут быть найдены через параметры прототипа –  $w_i^* = \Phi_i(w_i^\circ)_0$ , где  $\Phi_i$  – индексы совершенствования СТС по  $i$ -ым критериям ( $i = 1..L$ ). Пусть для фазовых переменных каждой  $l$ -й подсистемы (ФЭ)

$\Phi_l^\circ = \{\Phi_{ln}\}$  существует отображение

$$C_l : \Phi_l^\circ \rightarrow W_l^\circ, W_l^\circ = \{w_{ln}^\circ\},$$

тогда значения  $C_l(\Phi_{ln}) = w_{ln}^\circ$  – оценки фазовых переменных  $\Phi_{ln} \in D_{\Phi a}, l=1..L, n=1..N_l$ . Введем множество векторов  $\Phi_l^\circ = \{\Phi_{ln}\}$ , элементами которых являются индексы совершенствования подсистем (ФЭ) СТС  $\Phi_{ln}$ . Желаемые значения оценок фазовых переменных  $l$ -й модифицированной подсистемы (ФЭ) могут быть заданы, либо определены через параметры прототипа –  $w_{ln}^* = \Phi_{ln}(w_{ln}^\circ)_0$ .

В соответствии с принципом некооперативного равновесия [6, 7] задачу модификации СТС можно сформулировать как многоуровневую задачу оптимизации, что позволит свести решение МЗПО к распределенному решению взаимосвязанных прямых оптимизационных и обратных задач (нахождению точки Нэша – точки некооперативного равновесия).

Пусть имеется несколько подсистем – рассматриваемая СТС (внешняя система), технические системы (подсистемы первого уровня), ФЭ (подсистемы второго и ниже уровней), которые взаимодействуют между собой для минимизации единого критерия качества. Для каждой подсистемы определены свои критерии качества:

– для внешней системы –  $W_e^\circ(q^\circ)$ :

$$W_e^\circ = \{w_{ei}^\circ\}, w_{ei}^\circ = \left| w_i^\circ(q^\circ) - w_i^* \right| = \left| w_i^\circ(q^\circ) - \Phi_i(w_i^\circ)_0 \right|;$$

$$q^\circ = (\Pi_r^\circ, U_r^\circ, \Phi^\circ); \quad (7)$$

– для внутренних подсистем –  $W_l^\circ(q_l^\circ)$ :

$$\begin{aligned} W_l^\circ &= \{w_{ln}^\circ\}, w_{ln}^\circ = |w_{ln}^\circ(q_l^\circ) - w_{ln}^*| = \\ &= |w_{ln}^\circ(q_l^\circ) - \varphi_{ln}(w_{ln}^\circ)_0|, \\ q_l^\circ &= (\Pi_l^\circ, U_l^\circ, \Phi_l^\circ). \end{aligned} \quad (8)$$

Для внешней системы и подсистем введем глобальный критерий – функцию коллективной полезности, которая будет совпадать с (7). Таким образом, среди критериев задан порядок предпочтения.

В отличие от внешней системы с критерием качества (7), внутренние подсистемы рассматривают желаемые значения фазовых переменных модифицированных подсистем  $\Phi_{ln}^*$  или соответствующие им оценки:

$$C_l(\Phi_{ln}^*) = w_{ln}^*, \varphi_{ln} = w_{ln}^* / (w_{ln}^\circ)_0 \quad (9)$$

как исходные данные.

Пусть задан прототип  $v_0^\circ$ , множество альтернатив  $V = \{v_i^\circ\}$ , множество оценок критериев (7) – (9) и система предпочтений  $G$  [3]. Требуется найти такое допустимое управление  $U^\circ(\Phi^\circ)$  ( $U^\circ \in D_U$ ), которое перевело бы систему из заданного состояния  $v_0^\circ$  в другое желаемое состояние  $v^* \in \hat{V}$  в системе предпочтений  $G$  [3].

Представленная задача модификации может быть отнесена к классу задач определения чебышевского приближения для несовместной системы нелинейных уравнений [1] и приведена к задаче нелинейного математического программирования.

## 2. Структуризация задачи

Предположим, что все подсистемы согласованы с функцией коллективной полезности (7). Тогда вначале решается оптимизационная задача (5), (7) для внешней системы нахождения векторов управляющих  $\hat{U}_r^\circ$  и фазовых переменных  $\hat{\Phi}_\circ = \{\hat{\Phi}_l^\circ\}$ . Далее, воспользовавшись соотношениями (9) и полагая  $\Phi_{ln}^* = \hat{\Phi}_{ln}$ , определяются желаемые значения оце-

нок фазовых переменных модифицируемых подсистем  $w_{ln}^*$ , либо индексы совершенствования подсистем (ФЭ) СТС  $\varphi_l^\circ = \{\varphi_{ln}\}$ .

В результате оптимальные значения параметров конструкции подсистем (ФЭ)  $\hat{q}_l^\circ = (\hat{\Pi}_l^\circ, \hat{U}_l^\circ, \hat{\Phi}_l^\circ)$  определяется при решении оптимизационных задач (6), (8) для внутренних подсистем (ФЭ), исходя из выбора желаемых индексов совершенствования подсистем (ФЭ)  $\varphi_l^\circ$  (решения для внешней системы).

## 3. Численное решение задачи

Задачи для внешней системы и внутренних подсистем (5) – (8) допускают две постановки – прямую и обратную. В первом случае поиск лучшей альтернативы  $\hat{v}_l^\circ$  из подмножества рациональных альтернатив  $\hat{v}_l^\circ \in \hat{V}_l$  ( $l=1..L$ ) осуществляется прямыми методами решения МЗПО. Во втором случае поиск лучшей альтернативы сводится к построению квази-решения путем распределенного решения взаимосвязанных прямых оптимизационных и обратных задач [6 – 8].

В качестве примера реализации подхода [3] рассмотрим решение задачи модификации двухвального двухконтурного турбореактивного двигателя (ТРДД). В работе [2] было рассмотрено решение МЗПО параметров цикла ТРДД. Для выбора оптимальных параметров цикла использовалась методика термогазодинамического расчета двухвального ТРДД без смешения потоков с постоянной теплоемкостью [9]. В качестве управляющих переменных выбирались:  $m$ ,  $\pi_{VII}$ ,  $\pi_{KI}$ ,  $T_\Gamma$ . Значения физических свойств газов, коэффициентов полезного действия подсистем (ФЭ), потерь в каналах и других входных данных задавались. В качестве критерия качества ТРДД была выбрана сумма массы силовой установки  $M_{CV}$  и топлива  $M_T$ , необходимого для выполнения заданной программы полета:  $M_\Sigma = M_{CV} + M_T$ . При вычислении  $M_{CV}$  использо-

вались методы нечеткой логики для аппроксимации данных об аналогах. Поиск оптимальных параметров цикла ТРДД осуществлялся с помощью генетического алгоритма. Результаты расчетов, полученные по методике [2], были приняты в качестве начальных данных для задачи модификации.

Выберем в качестве оценки желаемого значения

$$M_{\Sigma}^* \text{ величину } \Delta M_{\Sigma}^* = \frac{M_{\Sigma}^* - (M_{\Sigma})_0}{(M_{\Sigma})_0} 10^2.$$

Введем оценки желаемых фазовых переменных

$$\text{подсистем (ФЭ) СТС } \Delta w_{in}^* = \frac{\Phi_{in}^* - (\Phi_{in})_0}{(\Phi_{in})_0} 10^2, \text{ где}$$

$$\Phi^{\circ} = \{G_I, \pi_{KI}, \eta_{KI}, \eta_{TI}, G_{II}, \pi_{BII}, \eta_{BII}, \eta_{TII}, C_R, R_{yD}\}.$$

В качестве объекта модификации был выбран современный ТРДД для пассажирского регионального самолета. Рассмотрено несколько вариантов модификации (табл. 1). Набор искомых фазовых переменных подсистем, используемый для каждого варианта модификации, отмечен в табл. 1 символом «+».

Решения задач модификации для внешней системы находились с помощью генетического алгоритма. Вычисления выполнялись для  $\Delta M_{\Sigma}^* = -3$  при выбранной области допустимых значений фазовых переменных (табл. 2).

Результаты расчетов представлены в табл. 3. Получено, что при выбранной области допустимых значений искомых фазовых переменных желаемое значение  $\Delta M_{\Sigma}^*$  не достигнуто. Для достижения же-

лаемого значения  $\Delta M_{\Sigma}^*$  необходима дальнейшая коррекция верхней границы области допустимых значений фазовых переменных. Найденные значения фазовых переменных  $\hat{\Phi}^{\circ} = \{\hat{\Phi}_i^{\circ}\}$  могут быть использованы далее при решении задач модификации подсистем ТРДД – вентилятора, компрессора высокого давления, турбины высокого давления, турбины вентилятора.

Таблица 1

Варианты модификации

Переменная	Вар.1	Вар.2	Вар.3	Вар.4
$\pi_{KI}$	+	+	+	+
$\eta_{KI}$	+	+	+	+
$\eta_{TI}$	-	+	+	+
$\pi_{BII}$	-	-	+	+
$\eta_{BII}$	-	-	+	+
$\eta_{TII}$	-	-	-	+

Таблица 2

Область значений фазовых переменных

Переменная	Минимальное значение	Максимальное значение
$\pi_{KI}$	25,0	26,5
$\eta_{KI}$	0,85	0,91
$\eta_{TI}$	0,89	0,91
$\pi_{BII}$	1,38	2,00
$\eta_{BII}$	0,89	0,92
$\eta_{TII}$	0,92	0,94

Таблица 3

Результаты расчетов

№	$\Delta G_I^{\circ}$	$\Delta \pi_{KI}^{\circ}$	$\Delta \eta_{KI}^{\circ}$	$\Delta \eta_{TI}^{\circ}$	$\Delta G_{II}^{\circ}$	$\Delta \pi_{BII}^{\circ}$	$\Delta \eta_{BII}^{\circ}$	$\Delta \eta_{TII}^{\circ}$	$\Delta C_R^{\circ}$	$\Delta R_{yD}^{\circ}$	$\Delta M_{\Sigma}^{\circ}$
1	0,25	6,00	0,61	0	0,25	0	0	0	-0,97	-0,25	-0,87
2	0,32	6,00	0	1,04	0,32	0	0	0	-1,23	-0,32	-1,12
3	-0,24	6,00	0	2,20	-0,24	0,59	0	0	-1,80	0,24	-1,66
4	-0,28	6,00	0	1,52	-0,28	0,87	0	1,85	-1,84	0,28	-1,69

### Заключение

На основе принципа некооперативного равновесия постановка общей задачи реконструкции (модификации) СТС на примере турбореактивного двигателя приведена к многоуровневой многокритериальной задаче параметрической оптимизации (нахождения точки Нэша – точки некооперативного равновесия) с меньшей размерностью на каждом уровне для каждой из подзадач, по сравнению с общей задачей. Построение квазирешения поставленной задачи может быть получено путем распределенного решения взаимосвязанных прямых оптимизационных и обратных задач.

### Литература

1. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Системный анализ: проблемы, методология, приложения. – К.: Наук. думка, 2005. – 743 с.
2. Информационная система поддержки принятия решений при выборе параметров авиационных двигателей на этапе эскизного проектирования / А.Ю. Соколов, М.Л. Угрюмов, О.С. Радивоненко, Н.С. Бакуменко // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. – Х.: Национальный аэрокосмический ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2001. – Вып. 23. Двигатели и энергоустановки. – С. 104-107.
3. Угрюмова Е.М., Волков С.Г., Угрюмов М.Л. Совершенствование сложных технических систем методом обратных задач // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – № 1 (27). – С. 91-95.
4. Гельфандбейн Я.А., Рудинский И.Д., Новожилова Н.В. Гибридные многомодельные системы. Вопросы реализации // Техническая кибернетика. – 1991. – № 3. – С.174-183.
5. Интеллектуальные системы принятия проектных решений / А.В. Алексеев, А.Н. Борисов, Э.Р. Вилломс, Н.Н. Слядзь, С.А. Фомин. – Рига: Зинатне, 1997. – 320 с.
6. Бенсусан А., Лионс Ж.-Л., Темам Р. Методы декомпозиции, децентрализации, координации и их приложение // Методы вычислительной математики. – Новосибирск: Сибирское отд. изд-ва «Наука», 1975. – С. 144-274.
7. Волкович В.Г., Коленов Г.В. Метод распределенного решения взаимосвязанных оптимизационных задач // Техническая кибернетика. – 1990. – № 6. – С. 28-42.
8. Угрюмов М.Л. Проектирование диффузорных решеток профилей с гидродинамически целесообразным распределением давлений // Авиационно-космическая техника и технология: Тр. ХАИ им. Н.Е. Жуковского за 1996. – Х.: ХАИ, 1997. – С. 328-332.
9. Теория воздушно-реактивных двигателей / Под. ред. С.М. Шляхтенко. – М.: Машиностроение, 1975. – 568 с.

*Поступила в редакцию 31.05.2006*

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Бастеев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

