

УДК 629.7.054.001

О.Г. ГОРДИН, О.Е. КОПИСОВ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського "ХАІ", Україна

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ БЕЗКАРДАННОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ОДНОГО КЛАСУ

Головний показник якості системи навігації рухомих об'єктів – точність отримання навігаційних параметрів. Для інерціальних систем навігації цей показник в значній мірі визначається точністю інерціальних вимірювачів, які входять в систему. Існують методичні похибки вимірювачів, які в відомих схемах систем не виключаються і негативно впливають на точність навігаційної інформації. В статті розглядається один з можливих методів (кінематично-алгоритмічний) мінімізації методичних похибок інерціальних вимірювачів, який обумовлює значне підвищення точності навігаційної системи з використанням "неточних" вимірювачів. Наводяться алгоритми визначення інерціальної та навігаційної інформації. Розроблені та представлені машинні моделі безкарданної інерціальної системи навігації та результати комп'ютерного моделювання процесів її функціонування.

Ключові слова: навігація, безкарданна навігаційна система, інерціальний вимірювач, точність, модель, моделювання, алгоритм.

Вступ

Основні задачі систем керування рухомими об'єктами - навігація, наведення, стабілізація. Задача навігації, тобто формування навігаційної інформації на основі вимірювання первинних фізичних параметрів, є однією з найважливіших, тому що інформація про поточний стан об'єкта необхідна для системи наведення, стабілізації та інших систем. Вирішення задачі навігації можливо з використанням вимірювальних і програмно-алгоритмічних засобів.

Інерціальні системи – один з видів систем навігації. Відомі різні види і типи інерціальних навігаційних систем, але відповідно до критерію «тип інерціального вимірювального блоку» їх можна розділити на два класи: «карданні» системи, що містять у своєму складі гіростабілізовану платформу (ГСП), що несе інерціальні вимірювачі, і безкарданні (БНС) – з інерціальними вимірювачами, розташованими на корпусі рухомого об'єкта [1].

Основними перевагами БНС в порівнянні з платформеними системами є менші розміри і маси елементів і системи в цілому, більша надійність системи, менші споживання електроенергії та вартість, простота експлуатації і ремонту [2].

Однак існують серйозні технічні труднощі, які пов'язані з застосуванням БНС, головна з яких - використання інерціальних вимірювачів, які характеризуються високою точністю в цілому, але мають методичні похибки, які викликані наявністю уявного прискорення і кутової швидкості по перехресних осях інерціальних вимірювачів та кутових прискорень корпусу об'єкта. Вказані фактори негативно

впливають на точність визначення навігаційної інформації [3].

В даній роботі розглядається один з можливих методів (кінематично-алгоритмічний) мінімізації методичних похибок інерціальних вимірювачів, який обумовлює значне підвищення точності навігаційної системи з використанням "неточних" вимірювачів; наводяться алгоритми визначення інерціальної та навігаційної інформації, розроблені та представлені машинні моделі безкарданної інерціальної системи навігації та результати комп'ютерного моделювання процесів її функціонування.

1. Постановка задачі підвищення точності інерціальної системи

Вказані методичні похибки можливо мінімізувати шляхом певного розміщення інерціальних вимірювачів та використання спеціальних алгоритмів обробки інформації. Один із варіантів такої схеми наведений на рис. 1 [4].

Задача збільшення точності визначення інерціальних параметрів вирішується за рахунок того, що інерціальний вимірювальний блок містить три однокомпонентних гіроскопічних датчика кутової швидкості (Γ_1 , Γ_2 , Γ_3) та три однокомпонентних маятникових акселерометра (A_1 , A_2 , A_3), які зорієнтовані на об'єкті наступним чином. Осі підвісу рухомих елементів однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості та однокомпонентних маятникових акселерометрів взаємно ортогональні. Кожна з них паралельна відповідній осі зв'язаної з об'єктом ортогональної системи координат OXYZ.

Осі підвісу рухомих елементів однокомпонентних маятникових акселерометрів паралельні відповідним осям підвісу рухомих елементів однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості. Виходи всіх шести вимірювачів кінематичних параме-

трів з'єднані з обчислювальним пристроєм. За допомогою алгоритму, який реалізується обчислювальним пристроєм, визначаються три складові вектора кутової швидкості $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ та три складові вектора уявного прискорення W_x, W_y, W_z об'єкта.

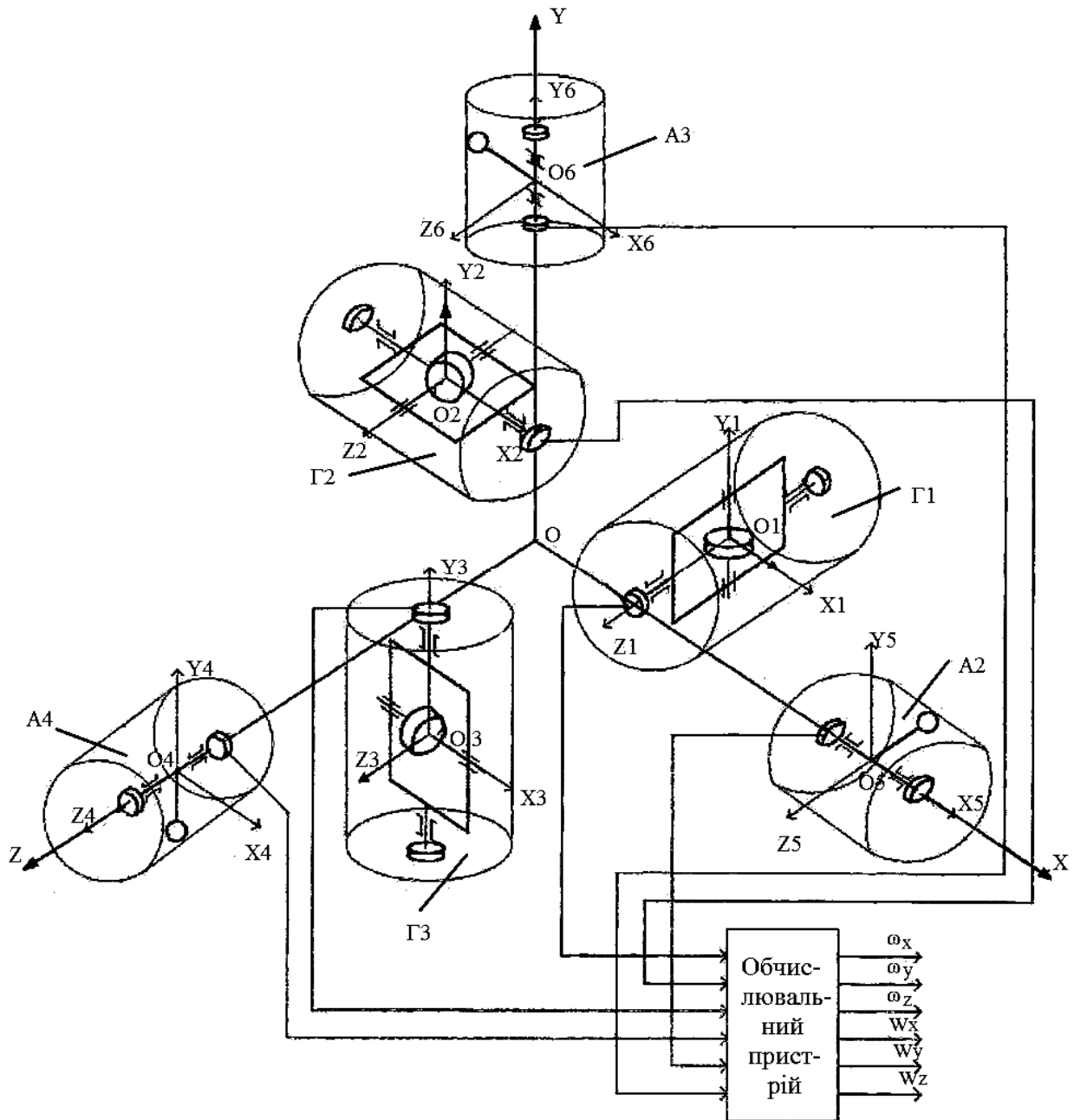


Рис. 1. Схема вимірювального блока БІНС

2. Отримання алгоритмів функціонування інерціальної системи

Під час руху корпусу об'єкта кути відхилення рухомих елементів однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості пропорційні проекціям вектора абсолютної кутової швидкості триєдра OXYZ на їх вісі чутливості. Кути відхилення рухо-

мих елементів однокомпонентних маятникових акселерометрів пропорційні проекціям вектора уявного прискорення точки O на їх осі чутливості. Вихідні сигнали всіх шести вимірювачів, що пропорційні кутам відхилення їх рухомих елементів, подаються на вхід обчислювального пристрою, в якому відповідно до спеціального алгоритму визначаються величини проекцій вектора кутової

швидкості та уявного прискорення корпусу об'єкта на осі зв'язаної з об'єктом ортогональної системи координат OXYZ.

Система рівнянь, що описує динаміку рухомих елементів однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості, може бути записана у вигляді [4]:

$$\begin{aligned} & B_2\ddot{\beta}_X + b_2\dot{\beta}_X + C_2\beta_X = \\ & = -Q_2 \left((\omega_Y^2 - \omega_Z^2) \sin\beta_X \cos\beta_X - \omega_Y\omega_Z \cos 2\beta_X \right) - \\ & \quad - H_2 (\omega_Z \sin\beta_X + \omega_Y \cos\beta_X) - B_2\dot{\omega}_X; \\ & \quad B_1\ddot{\beta}_Z + b_1\dot{\beta}_Z + C_1\beta_Z = \\ & = -Q_1 \left((\omega_X^2 - \omega_Y^2) \sin\beta_Z \cos\beta_Z - \omega_X\omega_Y \cos 2\beta_Z \right) - \\ & \quad - H_1 (\omega_Y \sin\beta_Z + \omega_X \cos\beta_Z) - B_1\dot{\omega}_Z; \quad (1) \\ & \quad B_3\ddot{\beta}_Y + b_3\dot{\beta}_Y + C_3\beta_Y = \\ & = -Q_3 \left((\omega_Z^2 - \omega_X^2) \sin\beta_Y \cos\beta_Y - \omega_X\omega_Z \cos 2\beta_Y \right) - \\ & \quad - H_3 (\omega_X \sin\beta_Y + \omega_Z \cos\beta_Y) - B_3\dot{\omega}_Y, \end{aligned}$$

де $B_{1(2,3)} = I_0 + I_{2(3,1)} - I_{3(1,2)}$;

I_0 – екваторіальний момент інерції ротора однокомпонентного гіроскопічного датчика кутової швидкості;

I_1, I_2, I_3 – осьові моменти інерції рухомих частин однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості;

$\beta_X, \beta_Y, \beta_Z$ – кути відхилення рухомих елементів однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості;

b_1, b_2, b_3 – коефіцієнти демпфірування однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості;

C_1, C_2, C_3 – коефіцієнти пружності підвісу однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості;

$$Q_i = I_0 + I_{1(2,3)} \quad (i = 1, 2, 3);$$

$\omega_X, \omega_Y, \omega_Z$ – проекції вектора кутової швидкості на відповідні вісі зв'язаної з об'єктом ортогональної системи координат;

H_1, H_2, H_3 – кінетичні моменти однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості.

Система рівнянь, що описує динаміку рухомих елементів однокомпонентних маятникових акселерометрів, може бути записана у вигляді:

$$\begin{aligned} & I_1\ddot{\phi}_Z + k_{Д1}\dot{\phi}_Z + k_{Y1}\phi_Z = \\ & = -W_X m_1 L_1 \cos\phi_Z - W_Y m_1 L_1 \sin\phi_Z - \\ & \quad - I_1\dot{\omega}_Z - Q_{CO1} \text{sign}\dot{\phi}_Z; \\ & \quad I_2\ddot{\phi}_X + k_{Д2}\dot{\phi}_X + k_{Y2}\phi_X = \quad (2) \\ & = -W_Y m_2 L_2 \cos\phi_X - W_Z m_2 L_2 \sin\phi_X - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -I_2\dot{\omega}_X - Q_{CO2} \text{sign}\dot{\phi}_X; \\ & \quad I_3\ddot{\phi}_Y + k_{Д3}\dot{\phi}_Y + k_{Y3}\phi_Y = \\ & = -W_Z m_3 L_3 \cos\phi_Y - W_X m_3 L_3 \sin\phi_Y - \\ & \quad - I_3\dot{\omega}_Y - Q_{CO3} \text{sign}\dot{\phi}_Y, \end{aligned}$$

де I_1, I_2, I_3 – моменти інерції рухомих елементів однокомпонентних маятникових акселерометрів;

ϕ_X, ϕ_Y, ϕ_Z – кути відхилення рухомих елементів однокомпонентних маятникових акселерометрів;

$k_{Д1}, k_{Д2}, k_{Д3}$ – коефіцієнти демпфірування однокомпонентних маятникових акселерометрів;

k_{Y1}, k_{Y2}, k_{Y3} – коефіцієнти пружності однокомпонентних маятникових акселерометрів;

W_X, W_Y, W_Z – складові вектора уявного прискорення об'єкта;

m_1, m_2, m_3 – маси чутливих елементів однокомпонентних маятникових акселерометрів;

L_1, L_2, L_3 – зміщення мас чутливих елементів однокомпонентних маятникових акселерометрів;

$Q_{CO1}, Q_{CO2}, Q_{CO3}$ – величини моментів сил сухого тертя в опорах однокомпонентних маятникових акселерометрів.

У сталому режимі для однокомпонентних гіроскопічних датчиків кутової швидкості можна використати такі рівняння, отримані на основі (1):

$$\begin{aligned} & C_1\beta_Z = -H_1 (\omega_Y \sin\beta_Z + \omega_X \cos\beta_Z) - \\ & - Q_1 \left((\omega_X^2 - \omega_Y^2) \sin\beta_Z \cos\beta_Z - \omega_X\omega_Y \cos 2\beta_Z \right) - \\ & \quad - B_1\dot{\omega}_Z; \\ & \quad C_2\beta_X = -H_2 (\omega_Z \sin\beta_X + \omega_Y \cos\beta_X) - \quad (3) \\ & - Q_2 \left((\omega_Y^2 - \omega_Z^2) \sin\beta_X \cos\beta_X - \omega_Y\omega_Z \cos 2\beta_X \right) - \\ & \quad - B_2\dot{\omega}_X; \\ & \quad C_3\beta_Y = -H_3 (\omega_X \sin\beta_Y + \omega_Z \cos\beta_Y) - \\ & - Q_3 \left((\omega_Z^2 - \omega_X^2) \sin\beta_Y \cos\beta_Y - \omega_X\omega_Z \cos 2\beta_Y \right) - \\ & \quad - B_3\dot{\omega}_Y. \end{aligned}$$

У сталому режимі для однокомпонентних маятникових акселерометрів можна використати такі рівняння, отримані на основі (2):

$$\begin{aligned} & k_{Y1}\phi_Z = -W_X m_1 L_1 \cos\phi_Z - \\ & \quad - W_Y m_1 L_1 \sin\phi_Z - I_1\dot{\omega}_Z; \\ & \quad k_{Y2}\phi_X = -W_Y m_2 L_2 \cos\phi_X - \quad (4) \\ & \quad - W_Z m_2 L_2 \sin\phi_X - I_2\dot{\omega}_X; \\ & \quad k_{Y3}\phi_Y = -W_Z m_3 L_3 \cos\phi_Y - \\ & \quad - W_X m_3 L_3 \sin\phi_Y - I_3\dot{\omega}_Y. \end{aligned}$$

У формі Коші рівняння систем (3) та (4) приймуть вигляд:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_Y &= \frac{1}{B_3} \left(-H_3 (\omega_X \sin \beta_Y + \omega_Z \cos \beta_Y) - Q_3 \left((\omega_Z^2 - \omega_X^2) \sin \beta_Y \cos \beta_Y - \omega_X \omega_Z \cos 2\beta_Y \right) \right); \\ \dot{\omega}_X &= \frac{1}{B_2} \left(-H_2 (\omega_Z \sin \beta_X + \omega_Y \cos \beta_X) - Q_2 \left((\omega_Y^2 - \omega_Z^2) \sin \beta_X \cos \beta_X - \omega_Y \omega_Z \cos 2\beta_X \right) \right); \\ \dot{\omega}_Z &= \frac{1}{B_1} \left(-H_1 (\omega_Y \sin \beta_Z + \omega_X \cos \beta_Z) - Q_1 \left((\omega_X^2 - \omega_Y^2) \sin \beta_Z \cos \beta_Z - \omega_X \omega_Y \cos 2\beta_Z \right) \right),\end{aligned}\quad (5)$$

$$\begin{aligned}W_X &= - \frac{\sin \varphi_X \sin \varphi_Z \left(B_3 \left(-H_3 (\omega_X \sin \beta_Y + \omega_Z \cos \beta_Y) - Q_3 \left((\omega_Z^2 - \omega_X^2) \sin \beta_Y \cos \beta_Y - \omega_X \omega_Z \cos 2\beta_Y \right) \right) - I_3 k_{Y3} \varphi_Y \right)}{B_3 m_3 L_3 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)} \\ &\quad - \frac{\cos \varphi_X \cos \varphi_Y \left(B_1 \left(-H_1 (\omega_Y \sin \beta_Z + \omega_X \cos \beta_Z) - C_1 \beta_Z - Q_1 \left((\omega_X^2 - \omega_Y^2) \sin \beta_Z \cos \beta_Z - \omega_X \omega_Y \cos 2\beta_Z \right) \right) - I_1 k_{Y1} \varphi_Z \right)}{B_1 m_1 L_1 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)} \\ &\quad - \frac{\cos \varphi_Y \sin \varphi_Z \left(B_2 \left(-H_2 (\omega_Z \sin \beta_X + \omega_Y \cos \beta_X) - C_2 \beta_X - Q_2 \left((\omega_Y^2 - \omega_Z^2) \sin \beta_X \cos \beta_X - \omega_Y \omega_Z \cos 2\beta_X \right) \right) - I_2 k_{Y2} \varphi_X \right)}{B_2 m_2 L_2 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)}; \\ W_Y &= - \frac{\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \left(B_1 \left(-H_1 (\omega_Y \sin \beta_Z + \omega_X \cos \beta_Z) - C_1 \beta_Z - Q_1 \left((\omega_X^2 - \omega_Y^2) \sin \beta_Z \cos \beta_Z - \omega_X \omega_Y \cos 2\beta_Z \right) \right) + I_1 k_{Y1} \varphi_Z \right)}{B_1 m_1 L_1 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)} \\ &\quad - \frac{\sin \varphi_X \cos \varphi_Z \left(B_3 \left(-H_3 (\omega_X \sin \beta_Y + \omega_Z \cos \beta_Y) - Q_3 \left((\omega_Z^2 - \omega_X^2) \sin \beta_Y \cos \beta_Y - \omega_X \omega_Z \cos 2\beta_Y \right) \right) + I_3 k_{Y3} \varphi_Y \right)}{B_3 m_3 L_3 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)} \\ &\quad - \frac{\cos \varphi_Y \cos \varphi_Z \left(B_2 \left(-H_2 (\omega_Z \sin \beta_X + \omega_Y \cos \beta_X) - C_2 \beta_X - Q_2 \left((\omega_Y^2 - \omega_Z^2) \sin \beta_X \cos \beta_X - \omega_Y \omega_Z \cos 2\beta_X \right) \right) - I_2 k_{Y2} \varphi_X \right)}{B_2 m_2 L_2 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)}; \\ W_Z &= - \frac{\cos \varphi_X \cos \varphi_Z \left(B_1 \left(-H_1 (\omega_X \sin \beta_Y + \omega_Z \cos \beta_Y) - C_1 \beta_Y - Q_1 \left((\omega_Z^2 - \omega_X^2) \sin \beta_Y \cos \beta_Y - \omega_X \omega_Z \cos 2\beta_Y \right) \right) - I_1 k_{Y1} \varphi_Y \right)}{B_1 m_1 L_1 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)} \\ &\quad - \frac{\sin \varphi_Y \sin \varphi_Z \left(B_3 \left(-H_3 (\omega_Z \sin \beta_X + \omega_Y \cos \beta_X) - C_3 \beta_X - Q_3 \left((\omega_Z^2 - \omega_Y^2) \sin \beta_X \cos \beta_X - \omega_Y \omega_Z \cos 2\beta_X \right) \right) + I_3 k_{Y3} \varphi_X \right)}{B_3 m_3 L_3 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)} \\ &\quad - \frac{\cos \varphi_X \sin \varphi_Y \left(B_2 \left(-H_2 (\omega_Y \sin \beta_Z + \omega_X \cos \beta_Z) - C_2 \beta_Z - Q_2 \left((\omega_Y^2 - \omega_X^2) \sin \beta_Z \cos \beta_Z - \omega_X \omega_Y \cos 2\beta_Z \right) \right) - I_2 k_{Y2} \varphi_Z \right)}{B_2 m_2 L_2 (\sin \varphi_X \sin \varphi_Y \sin \varphi_Z + \cos \varphi_X \cos \varphi_Y \cos \varphi_Z)}.\end{aligned}\quad (6)$$

Кути, що характеризують положення рухомого об'єкта у просторі, визначаються в результаті розв'язання рівняння Пуассона наступного вигляду:

$$\frac{dM_{C1}(\gamma, \psi, \vartheta)}{dt} = \Omega \cdot M_{C1}(\gamma, \psi, \vartheta); \quad (7)$$

де $M_{C1}(\gamma, \psi, \vartheta)$ – матриця напрямних косинусів як функція кутів γ, ψ, ϑ ;

$$M_{C1}(\gamma, \psi, \vartheta) = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cdot \cos \psi & \sin \vartheta \cdot \cos \psi & -\sin \vartheta \\ -\sin \vartheta \cdot \cos \gamma + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \psi & \cos \vartheta \cdot \cos \gamma + \sin \vartheta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \psi & \cos \psi \cdot \sin \gamma \\ \sin \vartheta \cdot \sin \gamma + \cos \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma & -\sin \gamma \cdot \cos \vartheta + \sin \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma & \cos \psi \cdot \cos \gamma \end{bmatrix}, \quad (8)$$

де γ, ψ, ϑ – кути крену, курсу та тангажу відповідно;

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & \omega_Z & -\omega_Y \\ -\omega_Z & 0 & \omega_X \\ \omega_Y & -\omega_X & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Введемо наступні позначення:

$$\begin{aligned}M_{11} &= \cos \vartheta \cdot \cos \psi; \\ M_{12} &= \sin \vartheta \cdot \cos \psi; \\ M_{13} &= -\sin \vartheta; \\ M_{21} &= -\sin \vartheta \cdot \cos \gamma + \cos \vartheta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \psi; \\ M_{22} &= \cos \vartheta \cdot \cos \gamma + \sin \vartheta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \psi; \\ M_{23} &= \cos \psi \cdot \sin \gamma; \\ M_{31} &= \sin \vartheta \cdot \sin \gamma + \cos \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma; \\ M_{32} &= -\sin \gamma \cdot \cos \vartheta + \sin \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma; \\ M_{33} &= \cos \psi \cdot \cos \gamma.\end{aligned}$$

Перемножемо вирази (8) та (9) і отримаємо праву частину рівняння (7):

$$\Omega \cdot M_{CI}(\gamma, \psi, \vartheta) = \begin{bmatrix} \omega_Z M_{21} - \omega_X M_{22} - \omega_X M_{23} - \\ -\omega_Y M_{31} - \omega_Y M_{32} - \omega_Y M_{33} \\ -\omega_Z M_{11} + \omega_Z M_{12} + \omega_Z M_{13} + \\ +\omega_X M_{31} + \omega_X M_{32} + \omega_X M_{33} \\ \omega_Y M_{11} - \omega_Y M_{12} - \omega_Y M_{13} - \\ -\omega_X M_{21} - \omega_X M_{22} - \omega_X M_{23} \end{bmatrix} \cdot (10)$$

Ліва частина рівняння (7) має такий вигляд:

$$\frac{dM_{CI}(\gamma, \psi, \vartheta)}{dt} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{де } a_{11} &= -\dot{\vartheta} \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \psi - \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \cos \vartheta; \\ a_{12} &= \dot{\vartheta} \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \psi - \dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin \vartheta; \\ a_{13} &= -\dot{\vartheta} \cdot \cos \vartheta; \\ a_{21} &= \dot{\vartheta} \cdot (-\cos \vartheta \cdot \cos \gamma - \sin \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma) + \\ &+ \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \sin \gamma \cdot \cos \vartheta + \dot{\gamma} \cdot (\sin \vartheta \cdot \sin \gamma + \\ &+ \cos \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma); \\ a_{22} &= \dot{\vartheta} \cdot (-\sin \vartheta \cdot \cos \gamma + \cos \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma) + \\ &+ \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \sin \gamma \cdot \sin \vartheta + \dot{\gamma} \cdot (-\sin \gamma \cdot \cos \vartheta + \\ &+ \sin \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma); \\ a_{23} &= -\dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma + \dot{\gamma} \cdot \cos \psi \cdot \cos \gamma; \\ a_{31} &= \dot{\vartheta} \cdot (\sin \gamma \cdot \cos \vartheta - \sin \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma) + \\ &+ \dot{\psi} \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \psi \cdot \cos \gamma + \dot{\gamma} \cdot (\sin \vartheta \cdot \cos \gamma - \\ &- \cos \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma); \\ a_{32} &= \dot{\vartheta} \cdot (\sin \vartheta \cdot \sin \gamma - \cos \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma) + \\ &+ \dot{\psi} \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \psi \cdot \cos \gamma + \dot{\gamma} \cdot (-\cos \vartheta \cdot \cos \gamma - \\ &- \sin \vartheta \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma); \\ a_{33} &= -\dot{\psi} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma - \dot{\gamma} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \psi. \end{aligned}$$

Прирівнюючи відповідні компоненти матриць (10) та (11), отримаємо систему диференціальних рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= \frac{-\omega_Z \cdot \cos \psi \cdot \sin \gamma + \omega_Y \cdot \cos \psi \cdot \cos \gamma}{\cos \vartheta}; \\ \dot{\psi} &= \frac{-\omega_Z \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \gamma + \omega_Y \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \gamma}{\sin \psi}; \\ \dot{\gamma} &= \frac{\omega_Z \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \gamma + \omega_Y \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \gamma}{\cos \psi} + \omega_X. \end{aligned} \quad (12)$$

Базове рівняння інерціальної навігації:

$$\frac{d}{dt} \bar{V} = \bar{W} + \bar{g}; \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{V} = M_{CI}^T \bar{W} + \bar{g}; \quad (14)$$

де $\frac{d}{dt} \bar{V}$ – вектор абсолютного прискорення рухомого об'єкта;

\bar{W} – вектор уявного прискорення;

\bar{g} – вектор гравітаційного прискорення;

M_{CI}^T – матриця переходу від зв'язаної з об'єктом системи координат до навігаційної системи координат.

Рівняння (13) справедливе, коли опорний і навігаційний триєдри збігаються і компоненти вектора прискорення є проекції вектора прискорення на осі опорного триєдра. Навігаційна система координат при цьому повинна бути нерухома, супроводжуючий триєдр має збігатися з навігаційною системою координат. Компоненти вектора гравітаційного прискорення визначаються з використанням моделей гравітаційного поля Землі і моделі фігури планети:

$$\bar{g} = \begin{bmatrix} g_X \\ g_Y \\ g_Z \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3f}{4\rho_c^4} \cdot (A + C - 2B) \cdot \sin(2\varphi_c) - \\ - \frac{3f}{4\rho_c^4} \cdot (C - A) \cdot \sin(2\varphi_c) \cdot \cos(2\lambda_c) \\ - \frac{M \cdot f}{\rho_c^2} - \frac{3f}{4\rho_c^4} \cdot (A + C - 2B) \cdot (3\sin^2 \varphi_c - 1) - \\ - \frac{9f}{4\rho_c^4} \cdot (C - A) \cdot \cos^2 \varphi_c \cdot \cos(2\lambda_c) \\ - \frac{3f}{2\rho_c^4} \cdot (C - A) \cdot \cos^2(2\varphi_c) \cdot \sin(2\lambda_c) \end{bmatrix}, \quad (15)$$

де A, B, C – моменти інерції Землі відносно осей фігури планети, на якій розташовані півосі a, b відповідно;

f – гравітаційна постійна Землі; M – маса Землі;

$$A = (8,0101 \pm 0,0002) \cdot 10^{37};$$

$$B = (8,0103 \pm 0,0002) \cdot 10^{37};$$

$$C = (8,0365 \pm 0,0002) \cdot 10^{37};$$

$$M = 5,9742 \cdot 10^{24} \text{ кг};$$

$$f = 6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}.$$

Модель фігури планети – тривісний еліпсоїд Красовського, який має наступні характеристики: $a=6378351,3$ м, $b=6378137,7$ м, $c=6356863$ м;

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_X \\ \rho_Y \\ \rho_Z \end{bmatrix} + M_{CO} \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{abc \cdot \cos \varphi_c \cdot \sin \lambda_c}{M} + X_C \cdot \sin \varphi_c \cdot \sin \lambda_c - \\ -Y_C \cdot \cos \varphi_c \cdot \sin \lambda_c + Z_C \cdot \cos \lambda_c \\ \frac{abc \cdot \cos \varphi_c \cdot \cos \lambda_c}{M} + X_C \cdot \sin \varphi_c \cdot \cos \lambda_c - \\ -Y_C \cdot \cos \varphi_c \cdot \cos \lambda_c + Z_C \cdot \sin \lambda_c \\ \frac{abc \cdot \sin \varphi_c}{M} + X_C \cdot \cos \varphi_c + Y_C \cdot \sin \varphi_c \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$M = (b^2 \cdot (c^2 \cdot \cos^2 \lambda_c + a^2 \cdot \sin^2 \lambda_c) \cdot \cos^2 \varphi_c + a^2 \cdot c^2 \cdot \sin^2 \varphi_c)^{0,5}. \quad (17)$$

Матриця переходу від стартової системи координат до планетоцентричної ортогональної системи координат має наступний вигляд:

$$M_{CO} = \begin{bmatrix} \sin \lambda_c \cdot \sin \varphi_c & -\sin \lambda_c \cdot \cos \varphi_c & \cos \lambda_c \\ -\cos \lambda_c \cdot \sin \varphi_c & \sin \lambda_c \cdot \cos \varphi_c & \sin \lambda_c \\ \cos \varphi_c & \sin \varphi_c & 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Спростимо співвідношення (15):

$$\bar{g} = \begin{bmatrix} g_X \\ g_Y \\ g_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{g1}}{\rho_c^4} \cdot \sin(2\varphi_c) - \\ -\frac{K_{g2}}{\rho_c^4} \cdot \sin(2\varphi_c) \cdot \cos(2\lambda_c) \\ -\frac{K_g}{\rho_c^2} - \frac{K_{g1}}{\rho_c^4} \cdot (3 \sin^2 \varphi_c - 1) - \\ -\frac{3K_{g2}}{\rho_c^4} \cdot \cos^2 \varphi_c \cdot \cos(2\lambda_c) \\ -\frac{2K_{g2}}{\rho_c^4} \cdot \cos^2(2\varphi_c) \cdot \sin(2\lambda_c) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

де $K_g = M \cdot f = 3,9873 \cdot 10^{25}$;

$$K_{g1} = \frac{3f}{4} \cdot (A + C - 2B) = 1,30147 \cdot 10^{25};$$

$$K_{g2} = \frac{3f}{4} \cdot (C - A) = 1,3215 \cdot 10^{25}.$$

З іншого боку, зв'язок між планетоцентричними ортогональними і планетоцентричними сферичними координатами має наступний вигляд:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{abc \cdot \cos \varphi_c \cdot \sin \lambda_c}{M} + H_C \cdot \cos \varphi_c \cdot \sin \lambda_c \\ \frac{abc \cdot \cos \varphi_c \cdot \cos \lambda_c}{M} + H_C \cdot \cos \varphi_c \cdot \cos \lambda_c \\ \frac{abc \cdot \sin \varphi_c}{M} + H_C \cdot \sin \varphi_c \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Прирівнюючи відповідні складові рівнянь (16) і (18), отримуємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{aligned} H_C \cdot \cos \varphi_c \cdot \sin \lambda_c &= X_C \cdot \sin \varphi_c \cdot \sin \lambda_c - \\ -Y_C \cdot \cos \varphi_c \cdot \sin \lambda_c + Z_C \cdot \cos \lambda_c; \\ H_C \cdot \cos \varphi_c \cdot \cos \lambda_c &= X_C \cdot \sin \varphi_c \cdot \cos \lambda_c - \\ -Y_C \cdot \cos \varphi_c \cdot \cos \lambda_c + Z_C \cdot \sin \lambda_c; \\ H_C \cdot \sin \varphi_c &= X_C \cdot \cos \varphi_c + Y_C \cdot \sin \varphi_c. \end{aligned} \quad (21)$$

На основі отриманих рівнянь можна виконати комп'ютерне моделювання алгоритму роботи БІНС.

3. Комп'ютерне моделювання алгоритмів інерціальної системи

У якості середовища для моделювання було використане програмне забезпечення MATLAB/Simulink.

На рис. 2 представлена схема машинного моделювання алгоритму роботи БІНС, де позначено:

1 – формування компонентів вектора кутової швидкості та вектора похідної кутової швидкості на основі показань датчиків кутової швидкості рухомого об'єкта;

2 – формування компонентів вектора уявного прискорення на основі показань маятникових акселерометрів та компонентів вектора похідної кутової швидкості рухомого об'єкта;

3 – блок, виконуючий розв'язання рівняння Пуассона при відомих значеннях компонентів вектора кутової швидкості рухомого об'єкта;

4 – базовий алгоритм роботи БІНС, вихідними значеннями якого є компоненти векторів повного прискорення, швидкості та просторового положення рухомого об'єкта;

5 – блок, який реалізує зв'язок стартової та планетоцентричної систем координат;

6 – блок, який реалізує знаходження алгоритмічним шляхом планетоцентричної висоти;

7 – модель гравітаційного поля Землі та модель фігури планети.

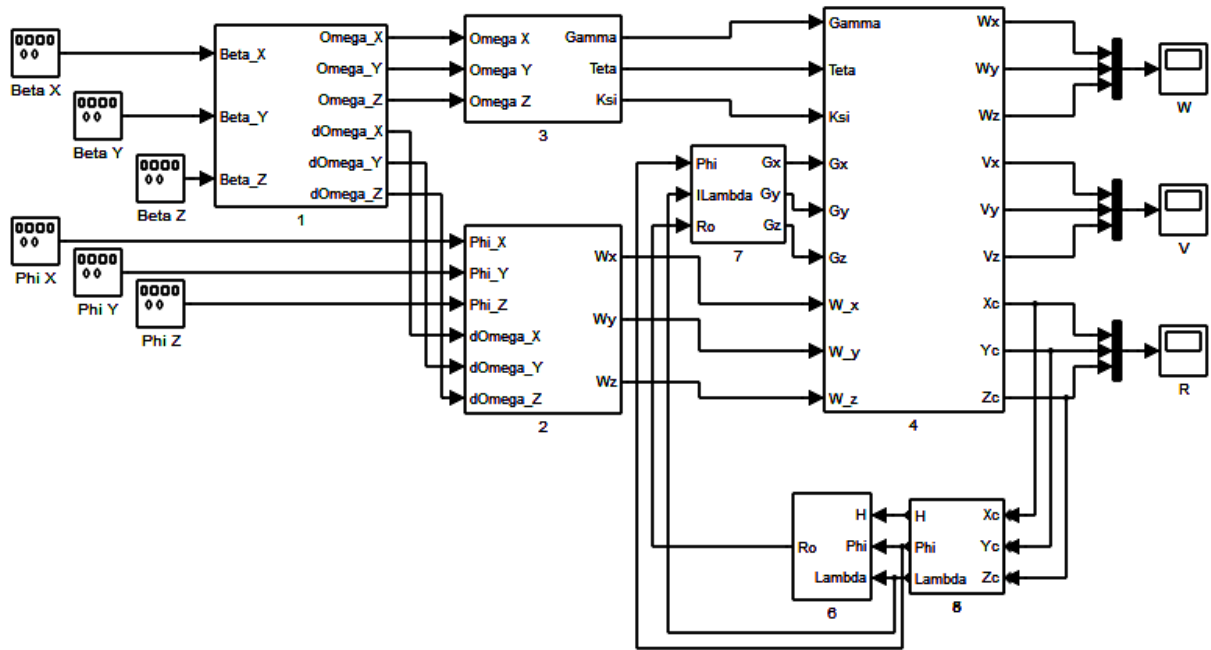


Рис. 2. Схема моделювання алгоритму роботи БІНС

Прийняті для моделювання алгоритму роботи БІНС постійні величини наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Константи, прийняті під час моделювання

Величина	Розмірність	Значення
Q_1	кгм ²	$4,3 \cdot 10^{-5}$
Q_2	кгм ²	$4,8 \cdot 10^{-5}$
Q_3	кгм ²	$5,85 \cdot 10^{-5}$
H	кгм ² /с	$2,37 \cdot 10^{-1}$
C_1, C_2, C_3	Нм	2,8
m	кг	$30 \cdot 10^{-3}$
L_1, L_2, L_3	м	$12 \cdot 10^{-3}$
K_{y1}, K_{y2}, K_{y3}	Нм	$15,6 \cdot 10^{-3}$

Закони змінення показань датчиків кутів гіроскопічних датчиків кутової швидкості та однокомпонентних маятникових акселерометрів приведені в табл. 2.

Таблиця 2

Закони змінення показань датчиків кутів

Параметр	Закон змінення
β_X	$0,1 \sin(0,8t)$
β_Y	$0,07 \sin(t)$
β_Z	$0,13 \sin(0,2t)$
Φ_X	$0,05 \sin(2t)$
Φ_Y	$0,1 \sin(1,1t)$
Φ_Z	$1 \sin(0,6t)$

Результати моделювання алгоритму інерціальної системи наведені на рис. 3 – 5.

Висновок

В статті розглянутий один з можливих методів (кінематично-алгоритмічний) мінімізації методичних похибок інерціальних вимірювачів, який обумовлює значне підвищення точності навігаційної системи з використанням "неточних" вимірювачів.

Наведені алгоритми визначення інерціальної та навігаційної інформації. Розроблені та представлені машинні моделі безкарданної інерціальної системи навігації та результати комп'ютерного моделювання процесів її функціонування.

Література

1. Дмитроченко Л.А. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы: учеб. пособие / Л.А. Дмитроченко, В.П. Гора, Г.Ф. Савинов. – М.: МАИ, 1984. – 64 с.
2. Пomyкаев И.И. Инерциальный метод измерения параметров движения летательных аппаратов / И.И. Пomyкаев. – М.: Машиностроение, 1969. – 215 с.
3. Никитин Е.А. Проектирование дифференцирующих и интегрирующих гироскопов и акселерометров / Е.А. Никитин, А.А. Балашова. – М.: Машиностроение, 1969. – 216 с.
4. Пат. 37386 Україна, МПК⁷ G01P9/00. Інерціальний вимірювальний блок / Гордін О.Г., Шульгіна Л.А.; Заявник Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є. Жуковського "ХАІ". – №200808043; заява 12.06.2008; опубл. 25.11.2008, Бюл. № 22. – 7 с.

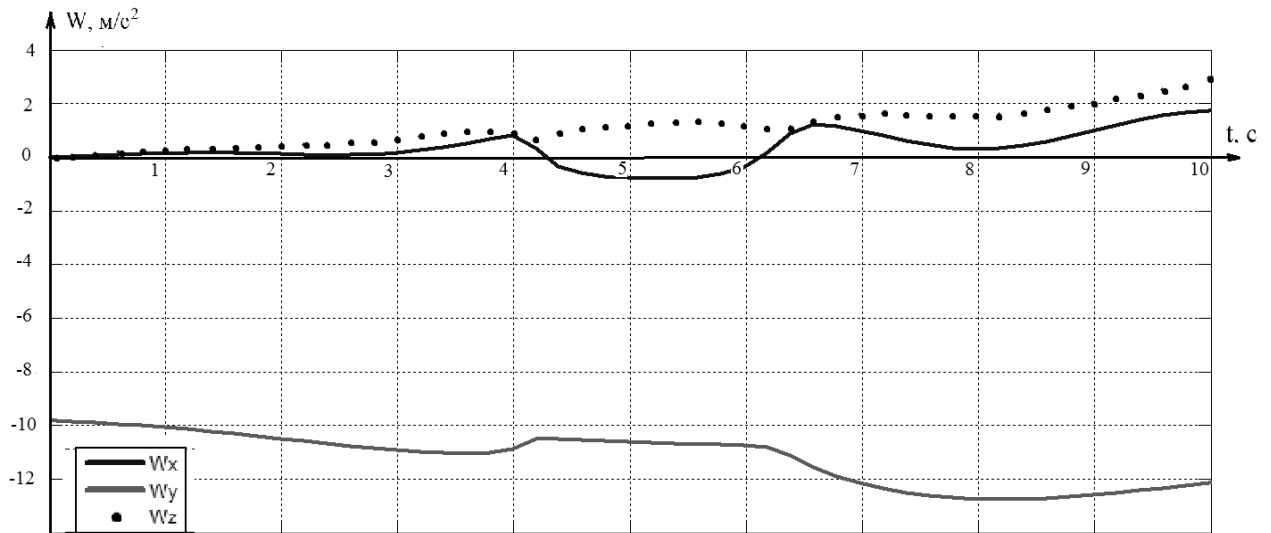


Рис. 3. Змінення компонентів вектора повного прискорення рухомого об'єкта

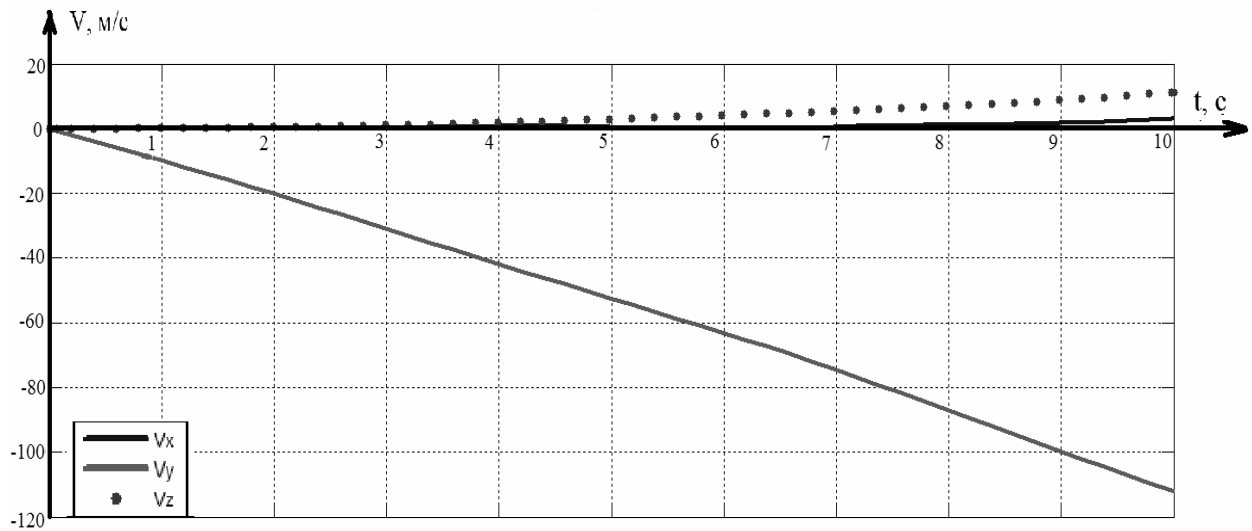


Рис. 4. Змінення компонентів вектора швидкості рухомого об'єкта

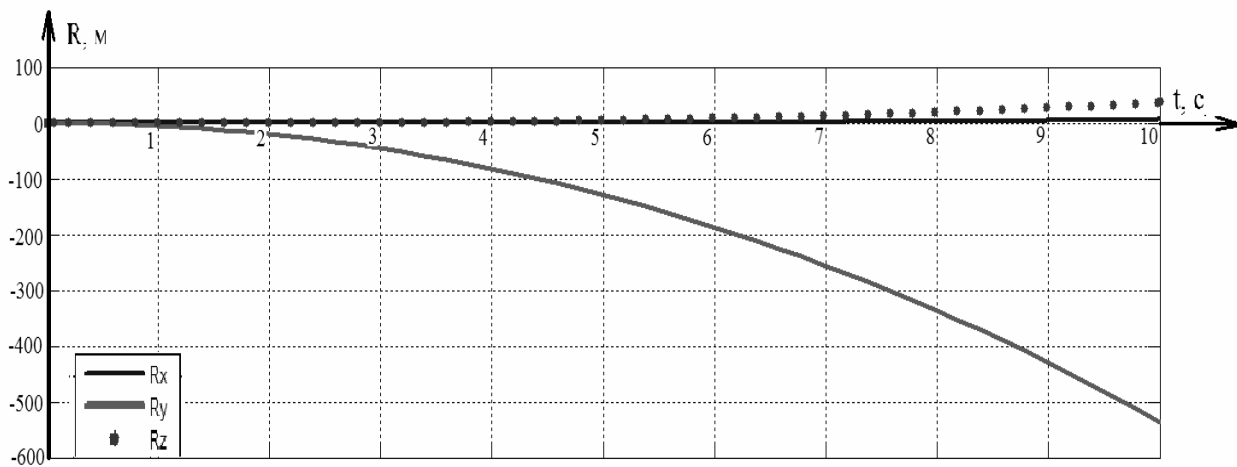


Рис. 5. Змінення компонентів вектора просторового положення рухомого об'єкта

Поступила в редакцию 3.06.2010

Рецензент: : д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой «Авіаційні прилади та вимірювання» М.Д. Кошевий, Національний аерокосмічний університет ім. М.С.Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ БЕСКАРДАННОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ОДНОГО КЛАССА

А.Г. Гордин, О.Э. Копысов

Главный показатель качества системы навигации подвижных объектов – точность получения навигационных параметров. Для инерциальных систем навигации этот показатель в значительной степени определяется точностью инерциальных измерителей, входящих в систему. Существуют методические погрешности измерителей, которые в известных схемах систем не исключаются и негативно влияют на точность навигационной информации. В статье рассматривается один из возможных методов (кинематически-алгоритмический) минимизации методических погрешностей инерциальных измерителей, который обуславливает значительное повышение точности навигационной системы с использованием "неточных" измерителей. Приводятся алгоритмы определения инерциальной информации и навигационной информации. Разработаны и представлены машинные модели бескарданной инерциальной системы навигации и результаты компьютерного моделирования процессов ее функционирования.

Ключевые слова: навигация, бескарданная навигационная система, инерциальный измеритель, точность, модель, моделирование, алгоритм.

INCREASING THE STRAPDOWN NAVIGATION SYSTEM OF A ONE TYPE ACCURACY

A.G. Gordin, O.E. Kopysov

The main quality indicator of the navigation system of moving objects is the navigation parameters accuracy. For the inertial navigation systems this indicator is largely determined by the accuracy of inertial measuring devices in the system. There are methodological errors of measuring devices, which are not excluded in well-known schemes of systems and reduce the navigational information accuracy. This article describes one possible method (kinematically-algorithmic) for the methodological errors of the inertial measuring devices minimization, which ties the significantly improvement of the navigation system with "inaccurate" measuring devices accuracy. Given algorithms for determining the inertial and navigation information. The computer models of the strapdown inertial navigation system and the results of computer simulations of its operation are presented.

Key words: navigation, strapdown navigation system, inertial measuring device, accuracy, model, simulating, algorithm.

Гордін Олександр Григорович – канд. техн. наук, доцент кафедри Систем керування літальних апаратів, Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", Харків, Україна.

Кописов Олег Едуардович – магістрант кафедри Систем керування літальних апаратів, Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", Харків, Україна, e-mail: olegkopys@yandex.ru.