

Получено  
1939 г.

Проверено  
1947

Проверено  
1958 г.



533  
П-81

# 1. Значение экспериментальных методов изучения аэродинамики.

ПЕРЕОБЛІК 2012 р.

№ 01 ЕРЕНД  
1932 г.

Научно-техническая библиотека "ХАИ"



kn0003983

3866-25019

При применении положений аэродинамики для практических целей при расчете и конструировании летательных машин методы и решения теоретической аэродинамики идеальной жидкости не являются достаточно точными в особенности в случае определения сил сопротивления, происходящих от влияния вязкости воздуха.

Аэродинамика как основа авиации развивается главным образом благодаря применению экспериментального метода изучения ее задач.

Инженер и исследователь, поставленный перед необходимостью решения задач авиационной, не может отказаться от решения, если средства теоретической аэродинамики не дают ему этой возможности. В этом случае всегда, возможно получить требуемое решение, путем применения методов опытного изучения задач аэродинамики. Опытное изучение задач аэродинамики на моделях дает возможность определить усилия воздействия воздушного потока на модели частей летательных машин и машин в целом; путем видоизменения форм моделей возможно отыскивание рациональных форм.

Путем накопления и систематизации опытного материала возможно нахождение закономерностей и обобщений.

Таким образом создается опытная наука - Экспериментальная аэродинамика.

Большое значение изучения аэродинамических явлений на опыте привело к созданию аэродинамических лабораторий, в которых изучение аэродинамических явлений производится на моделях в аэродинамических трубах.

ПЕРЕОБЛІК 2019 р.

## II. Классификация методов э. аэродинамики.

Существует два метода экспериментальной аэродинамики:

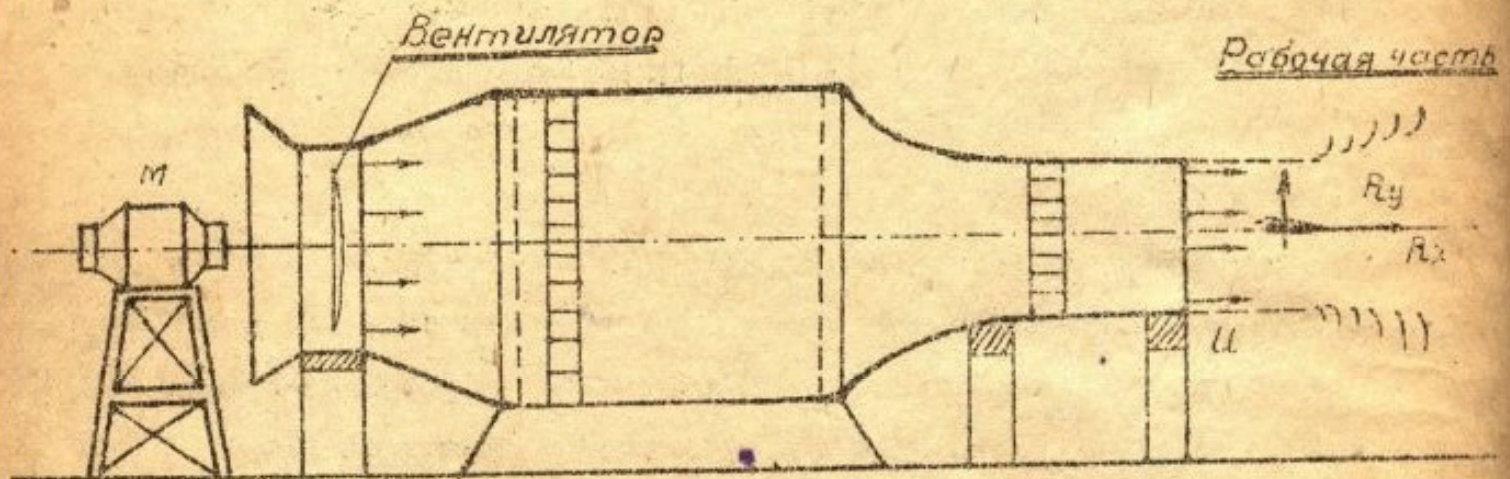
а) изучаемая модель неподвижна в движущемся потоке воздуха.

### А. Аэродинамические трубы.

Первоначально, изучаемые модели помещались в естественном потоке воздуха (на ветре) (Лилиенталь); однако этот способ не может дать сколько нибудь точных результатов в виду непостоянства естественного течения воздуха.

Поэтому перешли к способу применения искусственного потока воздуха помощью вентилятора помещенного в трубу.

#### а) Труба Рато.



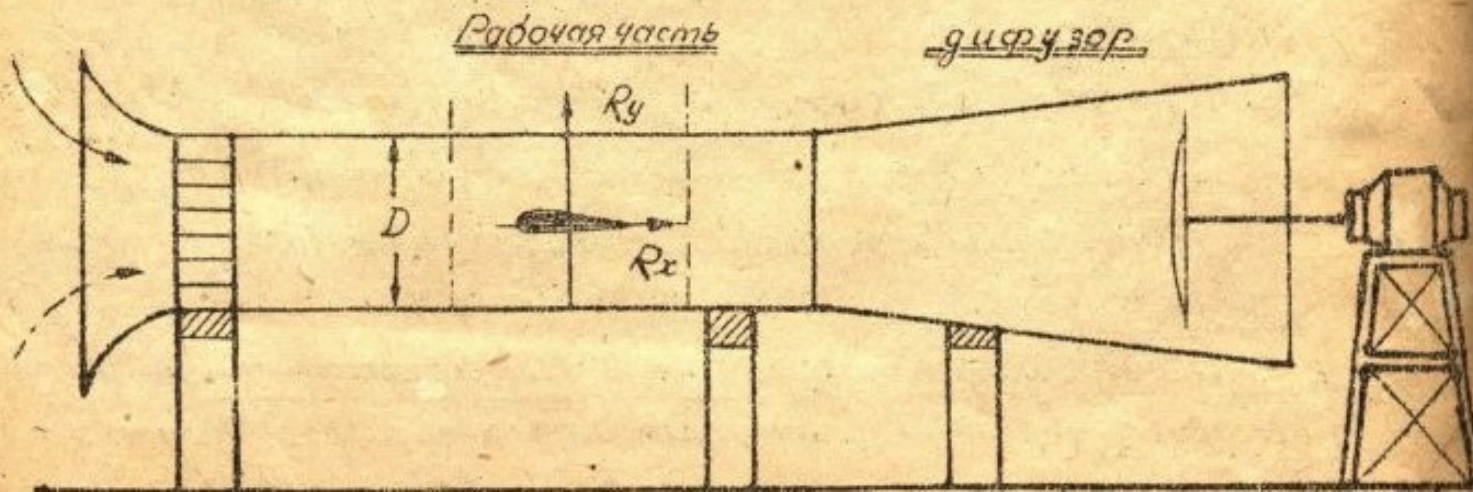
фиг. 1

Устройство нерационально, так как все неправильности движения, созданные вентилятором, остаются в рабочей части трубы.

Качество трубы  $\varphi = \frac{\frac{1}{2} m u^2}{75 N}$

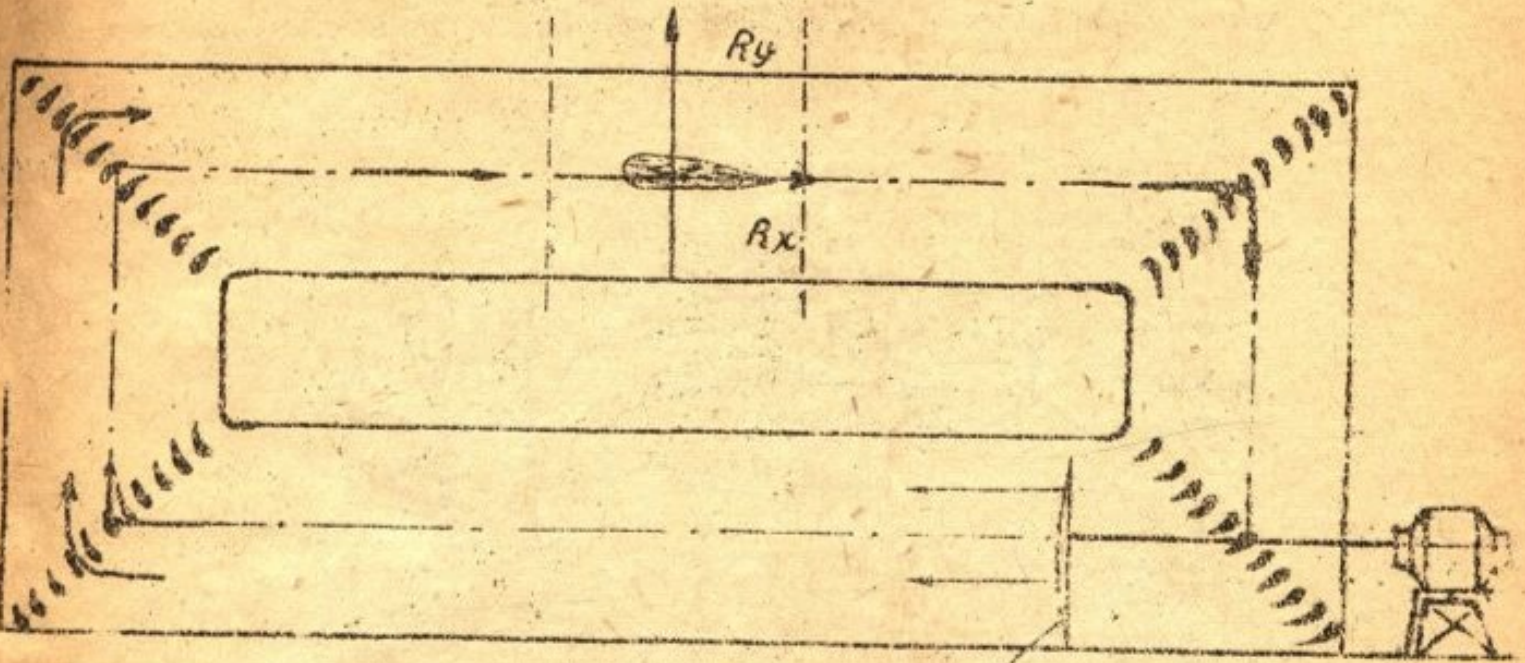
Качество трубы также невелико:  $\varphi = 0,65$ .

#### б) Закрытая труба.



Качество трубы при устройстве диффузора  $\varphi \sim 1,2$   
с. Кольцевая труба.

Рабочая часть



Вентилятор  
Фиг. 3

Качество трубы  $\varphi \sim 2,5 - 2,25$   
у Кольцевая открытая труба

насадка

рабочая часть диффузор

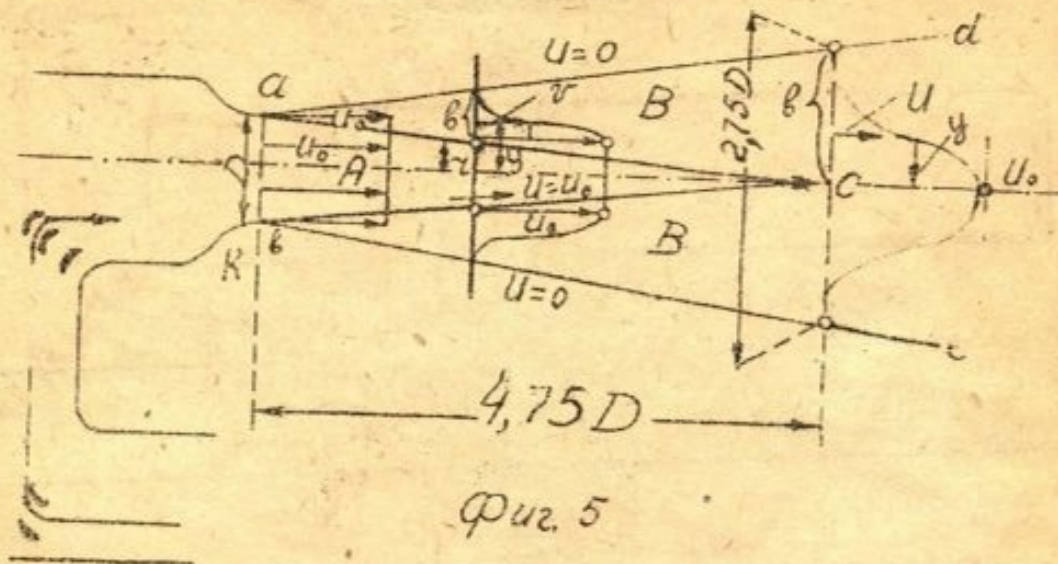


Фиг. 4

Качество трубы  $\varphi = 2,5 - 2,25$ .

e) Форма потока в рабочей части аэродинамической трубы (открытой) кругл. сечения.

Поток, выходящий из насадка  $K$  (фиг. 5) со скоростью  $U_0$  в виде струи круглого сечения, вследствие особого состояния турбулентного



движения, воздействует на окружающий воздух, находящийся в покое. В результате взаимодействия струи насадка и окружающего воздуха, струя расширяется, принимая форму конической поверхности  $adeb$  (фиг. 5); на границе  $ad$  и  $be$  скорости  $U = 0$ .

Внутри струи сохраняется стержень в виде конуса  $abc$ , внутри которого скорость везде постоянна  $= U_0$  - скорости в сечении насадка  $ab$ .

Таким образом струя, выходящая из насадка состоит из двух частей:

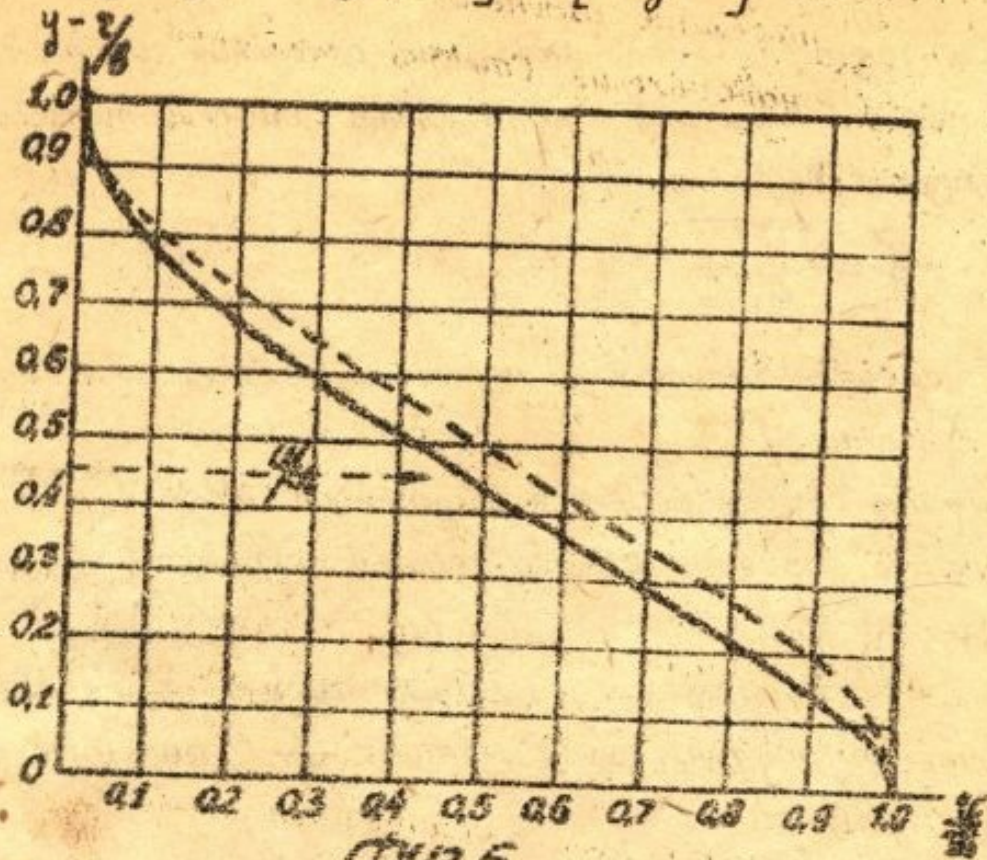
1) внутренней  $A$  с постоянной скоростью  $U_0$ , на которую внешняя среда не оказывает влияния и

2) наружной  $B$ , скорости в которой изменяются от значения  $= 0$  на границе  $ad$  и  $be$ , до значения  $U_0$  на границе  $ac$  и  $bc$ .

Закон изменения скорости в сечениях наружной части струи  $Bb$  (фиг. 5) один и тот же для всех сечений.

Закон изменения скоростей в части струи  $Bb$  представлен на фиг. 6 и может быть выражен уравнением:

$$\frac{u}{u_0} = \left[ 1 - \left( \frac{y-z}{b} \right)^{3/2} \right]^2 - \left[ 1 - \bar{y}^{3/2} \right]^2$$



Фиг 5

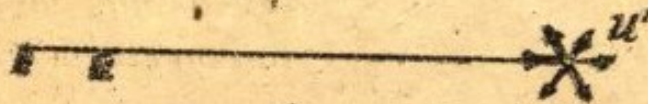
Здесь  $y$  - расстояние точки со скоростью  $u$  от оси трубы.

$z$  - радиус внутреннего конуса.

$b$  - радиальное протяжение сечения части струи  $B$  (фиг. 5)

f) Структура потока струи, выходящей из насадки аэродинамической трубы.

При турбулентном движении воздуха в аэродинамической трубе скорость воздуха в каждой точке находится в состоянии непрерывного изменения, принимая за некоторый небольшой промежуток времени  $\delta$  среднее значение.



$$\bar{u} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} u dx$$

(2)

Скорость  $u$  претерпевает небольшие изменения  $u'$  (фиг. 7), меняющие в каждый момент величину и направление. Степень турбулентности характеризуется выражением

$$\frac{\bar{u}'}{\bar{u}} = \frac{\sqrt{\bar{u'^2}}}{\bar{u}} \dots \dots \dots (3)$$

здесь  $\bar{u'^2}$  среднее значение за небольшой промежуток  $\tau$  квадратов изменений скорости  $u$ .

В данном случае берется выражение  $\bar{u}' = \sqrt{\bar{u'^2}}$  как выражение среднего значения колебательной скорости, чтобы устранить влияние знака  $u$ .

Является возможным опытным путем определить выражение степени турбулентности потока  $\frac{\bar{u}'}{\bar{u}}$  \*) помощью термоэлектрического анемометра.

Как выяснено было изучением сопротивления шара

$$R_x = f \cdot C_x \cdot F \cdot u^2$$

то коэф. сопротивления  $C_x$  находится в зависимости от числа Рейнольдса  $Re = \frac{d \cdot v}{\nu}$

Механизм образования сопротивления объясняется особым состоянием движения в пограничном слое. У поверхности шара образуется движение, находящееся под влиянием вязкости. От  $A$  до  $B$  при небольших числах Рейнольдса

$$R = \frac{d \cdot v}{\nu}$$



(до 3000) движение ламинарное. В сечении  $B$  происходит переход в турбулентное движение. В точке  $C$  происходит отрыв слоя от поверхности шара. Турбулентность внешнего потока влияет на движение

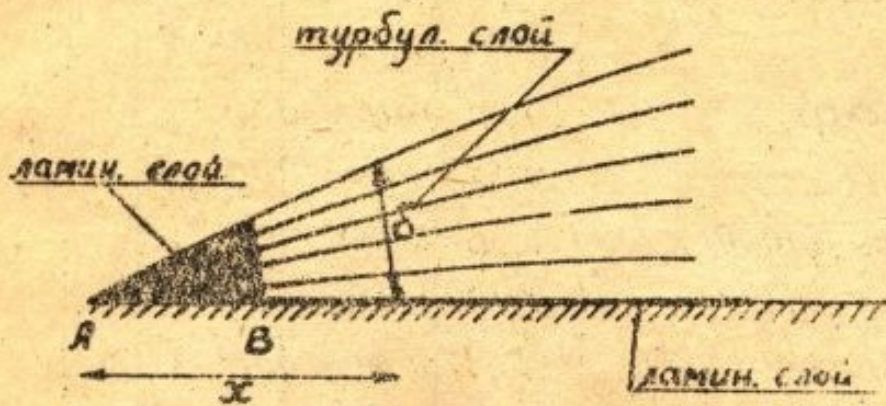
в пограничном слое; при одном и том же значении  $C_x$  форма дви-

\*) Dryden, H. H. and Kueth. The measurement of Fluctuation of air Speed by the Hot Wire Anemometer NACA Rep. N 320, 1929.

жения в . . С. одна и та же , но ч. Рейнольдса  $Re = \frac{dV}{\nu}$  различно

Чем больше турбулентность внешнего потока , тем ранее (при меньшем  $Re$ ) образуется форма движения в пограничном слое , соответствующая значению

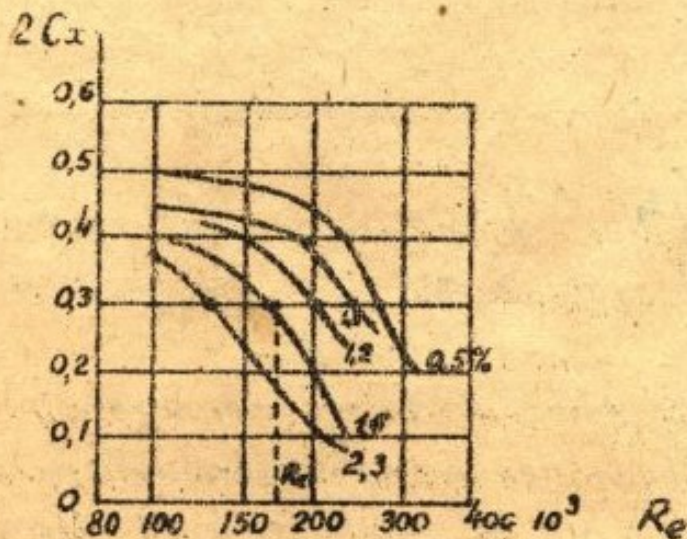
$$Cx = 0,15.$$



На фиг. 7. представ-  
лены кривые коэф.  
 $2Cx$  в функции  $Re$ .  
Кривые эти при зна-  
чениях  $2Cx = 0,3$  при  
разных степенях тур-  
булентности трубы  
имеют разную форму

таким образом , что при разных степенях турбулентности значения  $2Cx = 0,3$  соответствуют разным значениям числа Рейнольдса  $Re$ . Эта особенность течения кривых  $2Cx$  , позволяет простым опытом определить степень турбулентности трубы.

На таблице 1 даны значения  $Re$  при  $2Cx = 0,3$  для существующих аэродинамических труб с разной степенью турбулентности потока.



Фиг. 7

Степень турбулентности в %.

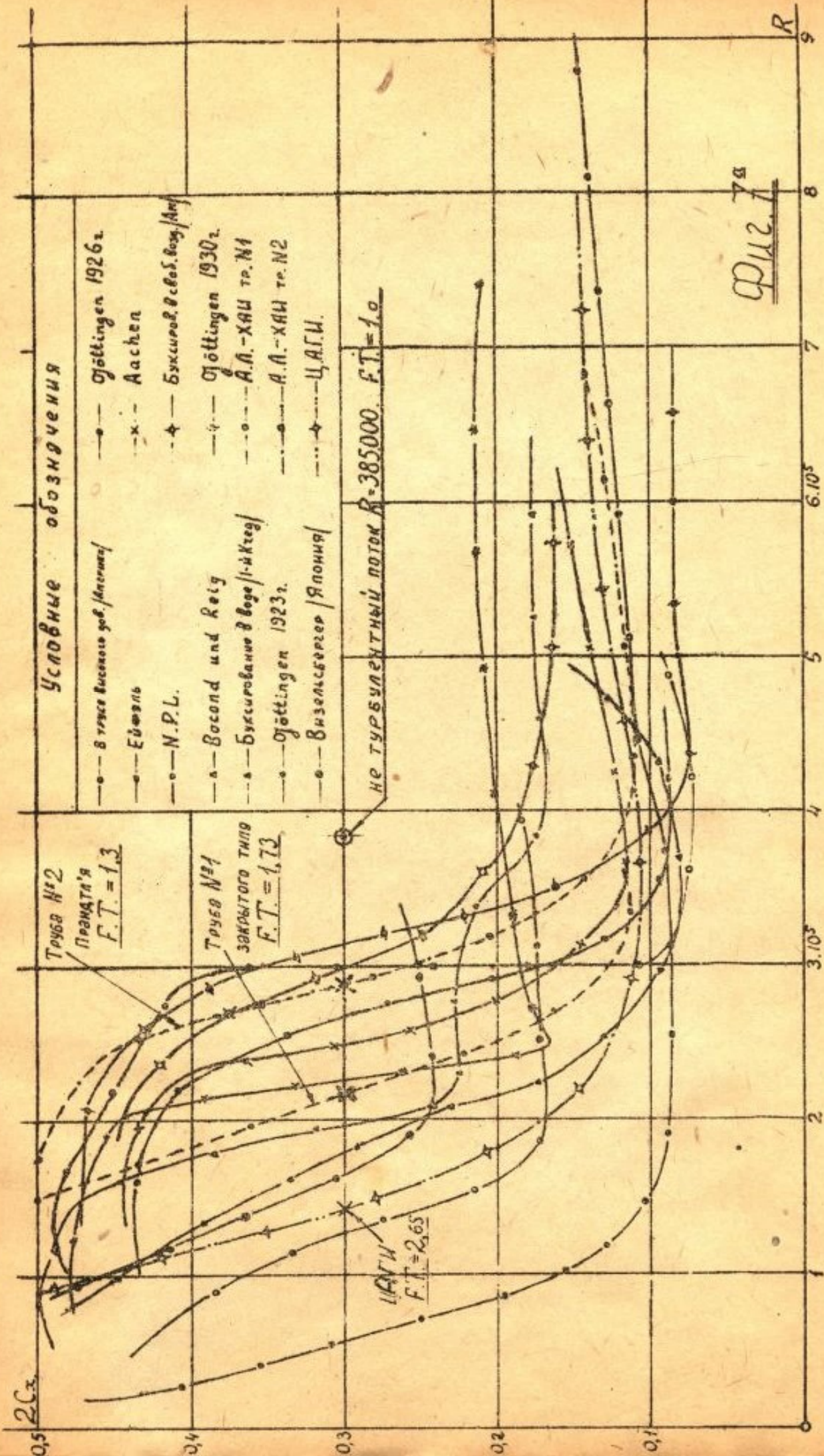
Таблица 1.

№№ п/п	Название трубы	$Re$ при $2C_x=0,3$	степень турбулентн. в %.
1	Труба переменной плотности	60.000	5,5
2	Шоже, закрытая	65.000	5,2
3	Шоже, закрытое рабочее пространство	120.000	2,5
4	NPL английская	150.000	2,2
5	ЦАГИ	145.000	2,2
6	труба перем. плотн. откр.	160.000	2,0
7	НУИ	190.000	1,5
8	НАСА атмосферная, 5 ф.	200.000	1,3
9	Витроф Standard, 10 ф.	230.000	0,9
10	Беттингенская	270.000	0,5
11	С.У.Т. (Калиф. Техн. Инст.)	320.000	0,2
12	НАСА Испытание в открытой воздухе	375.000	0
13	НАСА Испытание в канале	400.000	0
14	ХАИ I закрытая	214.000	1,0
15	ХАИ II открытая	270.000	0,5

По данным таблицы I построена кривая зависимости  $\frac{\overline{W}}{\overline{u}} \cdot 100$  в функции  $Re$ .

Для определения степени турбулентности аэродинамической трубы необходимо испытанием шара найти зависимость  $2C_x$  от  $Re$  в области  $2C_x = 0,3$ . По значению  $Re$  при  $2C_x = 0,3$  находится по табл. I или фиг. 8 степень турбулентности воздуха в аэродинамической трубе.





Условные обозначения

- в трубе высокого зов. / Англия /
- x— Эйвель
- ◊— N.P.L.
- △— Vosond und Reig
- ▲— Буксирование в воде / И-Ктег /
- Göttingen 1923г.
- ◈— Визельсгергер / Япония /
- Göttingen 1926г.
- x— Aachen
- ◊— Буксиров. в своб. вод. / Ам /
- △— Göttingen 1930г.
- ▲— А.А.-ХАН тр. N1
- А.А.-ХАН тр. N2
- ◈— Ц.А.Г.И.

Труба №2  
Прямая  
F.T. = 1.3

Труба №1  
ЗАКРЫТОГО ТИПА  
F.T. = 1.73

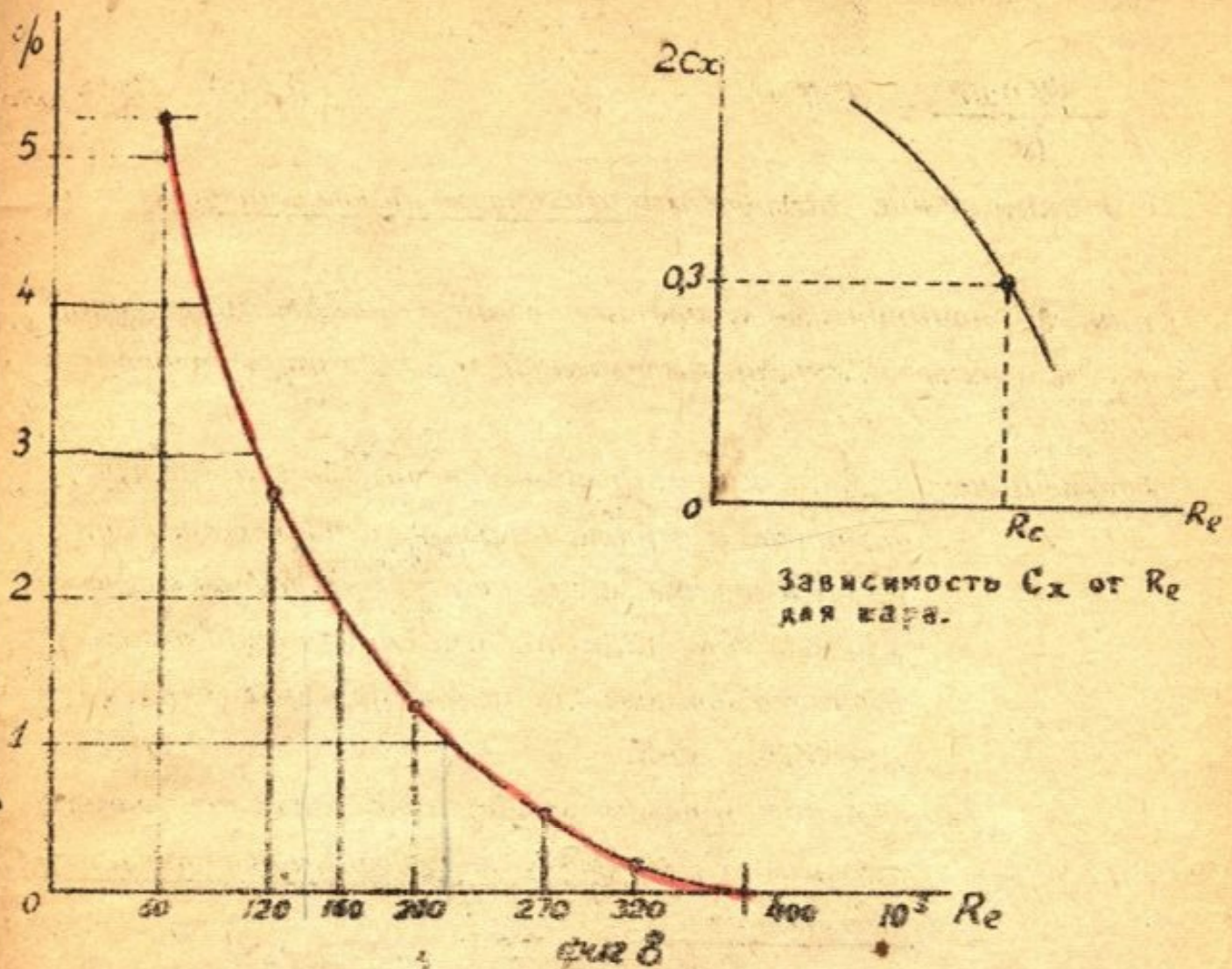
НЕ ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОТОК R = 385000. F.T. = 1.0

Ц.А.Г.И.  
F.T. = 2.65

Фиг. 7a

R

ZCz



Зависимость  $C_x$  от  $Re$   
для шара.

### д. Фактор турбулентности (F.T.)

Опыты по измерению сопротивления шара при движении его в открытом воздухе (в полете) показывают, что значение  $2C_x = 0,3$  получается при  $R_c = 375000 - 400.000$ .

Непосредственное измерение степени турбулентности естественного потока, обтекающего шар, при движении шара в спокойном воздухе, не обнаруживают турбулентности.

Поэтому значение  $R_c \approx 375.000$  при  $2C_x = 0,3$  соответствует случаю нетурбулентного потока.

Отсюда естественно следует правило преобразования кривой зависимости от  $Re$  коэф.  $C_x$  сопротивления шара, полученной испытанием его в трубе с турбулентным потоком в кривую зависимости коэф. сопротивления  $C_x$  от значений  $Re$  нетурбулентного потока. Для этого преобразования необходимо зна-

числа  $Re = \frac{dV}{\nu}$  шара при испытании в трубе увеличились в отрывлении:

$$\frac{375.000}{Re} = F.T. \dots \dots \dots (4)$$

Это отношение называется фактором турбулентности.

Здесь  $Re$  - критическое значение числа Рейнольдса шара при  $C_x = 0,15$ , полученное в аэродинамической трубе с турбулентным потоком.

Примечание 1: Влияние турбулентности потока в аэродинамической трубе на форму зависимости  $C_x$  от  $Re$  объясняется тем, что форма движения в приграничном слое зависит от степени турбулентности внешнего потока, обтекающего шар (см. подробнее ниже стр. ).

Таким образом приводится число Рейнольдса трубы  $Re = \frac{d.V}{\nu}$  к действительному числу Рейнольдса.

$$Re_f = F.T_x Re \dots \dots \dots (5)$$

Примечание 2: Этот прием пересчета характеристик применим и ко всем другим телам в которых при обтекании проявляется сопротивление от вязкости (сопротивление крыльев, фюзеляжа и т.п.), а также для характеристики  $C_x$  так определяемой течением в ламинарном слое и отрывом его от крыла.

III. Применение закона подобия в практике изучения моделей в аэродинамических трубах.

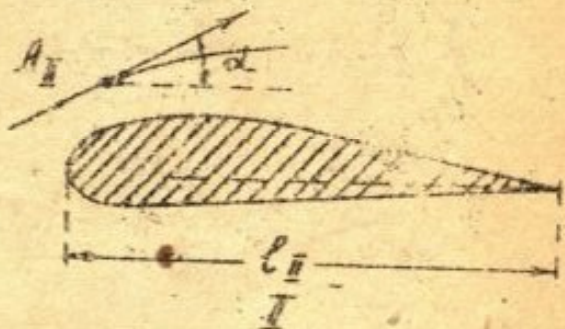
Как следует из закона динамического подобия сила давления потока на модель

$$P = \rho C_F V^2$$

где  $C$  - коэффициент силы  $P$  выражается в функции

$$C = f\left( Re, \frac{v}{a} \right) \quad (6)$$

Примечание: при обтекании двух геометрически подобных тел форма течения в соответственных точках  $A_I$   $A_{II}$  будет подобна, если действующие силы будут находиться в одинаковых отношениях. Имеют значения силы давления, силы вязкости и силы инерции.



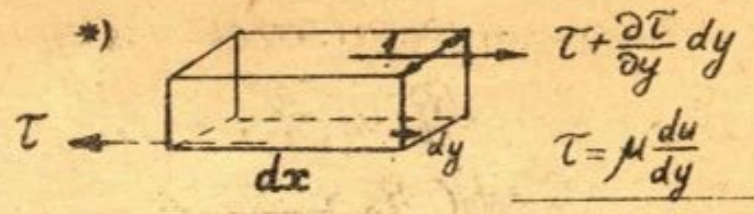
Условие динамического подобия выражается соотношениями.

$$\frac{P_{\text{давл.}}^I}{P_{\text{давл.}}^{II}} = \frac{P_{\text{вязк.}}^I}{P_{\text{вязк.}}^{II}} = \frac{P_{\text{инерц.}}^I}{P_{\text{инерц.}}^{II}} = K$$

$$\frac{P_{\text{вязк.}}^I}{P_{\text{инерц.}}^I} = \frac{P_{\text{вязк.}}^{II}}{P_{\text{инерц.}}^{II}} = \text{const.}$$

Относы силы к элементу  $dx \cdot dy$ , получим:

$$P_{\text{вязк.}} = \mu \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{d^2 u}{dy^2}; \quad P_{\text{инерц.}} = dx \cdot dy \cdot \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$$



$$\left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy\right) dx - \tau dx - \frac{\partial \tau}{\partial y} dy dx = \rho \frac{d^2 u}{dy^2} dy dx$$

Отсюда  $\frac{\rho \text{вязк.}}{\rho \text{инерц.}} = \frac{\mu \frac{d^2 u}{dy^2}}{\rho \frac{du}{dt}} = \frac{\mu \frac{d^2 u}{dy^2}}{\rho \frac{du}{dx} \frac{dx}{dt}} = \frac{\mu \frac{d^2 u}{dy^2}}{\rho \frac{du}{dx} \cdot u}$

при геометрич. подобии имеют:

$$\frac{\mu_1 \frac{d^2 u_1}{dy_1^2}}{\rho_1 \frac{du_1}{dx_1} u_1} = \frac{\mu_2 \frac{d^2 u_2}{dy_2^2}}{\rho_2 \frac{du_2}{dx_2} u_2}; \text{ так как } \frac{d^2 u_1}{du_1} = \frac{d^2 u_2}{du_2} \cdot \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_2}{dx_2}$$

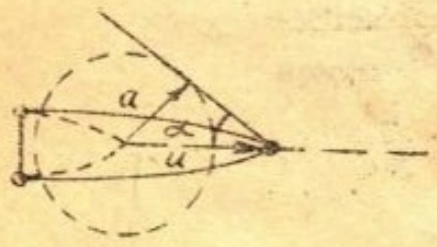
то  $\frac{\mu_1 / \rho_1}{dy_1 u_1} = \frac{\mu_2 / \rho_2}{dy_2 u_2}$  или  $\frac{\nu_1}{l_1 u_1} = \frac{\nu_2}{l_2 u_2} = \text{Const}$

или  $\frac{l_1 u_1}{\nu_1} = \frac{l_2 u_2}{\nu_2} = Re = \text{Const}$

При движении со звуковыми скоростями для сохранения геометрич. подобия необходимо, чтобы

$$\frac{u}{a} = \frac{1}{\sin \alpha} = \text{Const}$$

(эксп. аэрод. стр. 176, 177)



При постоянстве  $Re = \frac{u l}{\nu}$

и  $B = \frac{u}{a}$  коэф. сопротив.

полия имеет одно и то же значение.

Уд отношения

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1 \overset{I}{\text{инерц.}}}{\rho_2 \text{ инерц.}} = \frac{m_1 \frac{du_1}{dt}}{m_2 \frac{du_2}{dt}} = \frac{\rho_1 F_1 S_1 \frac{du_1}{ds_1} U_1}{\rho_2 F_2 S_2 \frac{du_2}{ds_2} U_2}$$

следует  $P = \text{Const} \times \rho F U^2$ 

Const = C и одинаковых Re и B иначе

$$C = f(\text{Re}, B).$$

$Re = \frac{l \cdot v}{\nu}$  - число Рейнольдса,

$B = \frac{v}{a}$  - число Берстона (или Маха).

$l$  - линейный размер модели

$a$  - скорость звука.

Уравнение (6) относится к геометрически подобным потокам.

В применении к не несущим телам (сферам, шарами и т.п.) коэф. сопротивления  $C = C_x$ :

$$C_x = f(\text{Re}, B)$$

При нанесении данных испытания модели на натуру необходимо принять:

$$C_x = f(\text{Re}_f, B).$$

где  $\text{Re}_f = \text{Re} \times F.T$  - действительное число Рейнольдса не турбулентного потока.

$F.T$  - фактор турбулентности.

Для несжимаемой жидкости

$$B = 0 \text{ и } C_x = f(\text{Re}_f).$$

При применении к несущим телам (крыльям) сила давления  $P$  раскладывается на  $P_y$  и  $P_x$

$$P = \sqrt{P_y^2 + P_x^2}$$

$$P_y = \rho C_y F v^2 \quad - \text{поддерж. сила}$$

$$P_x = \rho C_x F v^2 \quad - \text{сила сопротивления.}$$

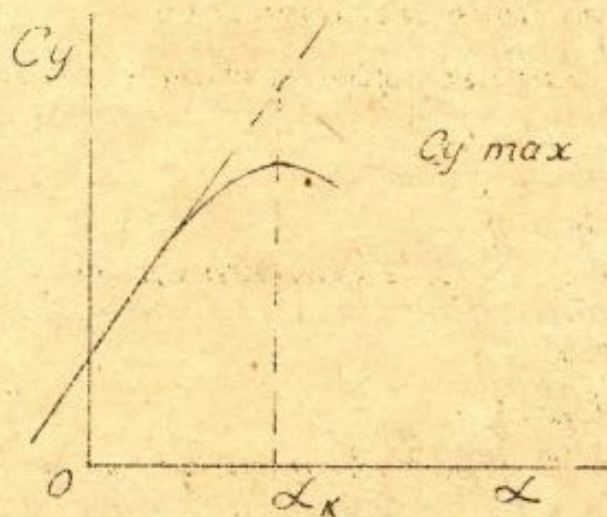
Сила  $P_y \perp$  скорости  $v$  невозмущенного потока; сила  $P_x \parallel$  скорости  $v$ .

Козэф.  $C_{x0}$  при  $C_y = 0$  зависит от влияния вязкости воздуха и движения в пограничном слое. При этом

$$C_{x0} = f(Re, B)$$

При небольших углах атаки коэф.  $C_y$  лишь в небольшой степени зависит от движения в пограничном слое и следовательно от вязкости воздуха.

Поэтому  $C_y$  определяется главным образом циркуляционным потенциальным потоком обтекающим крыло и лишь в небольшой степени зависит от  $Re$ .



фиг. 9.

При критическом угле атаки  $\alpha_k$ ,  $C_y$  достигает наибольшего значения  $C_{y \max}$ . Падение  $C_y$  после значения  $C_{y \max}$  происходит от движения в пограничном слое и отрыва его от поверхности крыла. Поэтому (как и  $C_{x0}$ ) коэф.  $C_{y \max}$  находится

в зависимости от  $Re_f$

$$C_{y\max} = f(Re_f)$$

Вид функции  $f(Re_f)$  находится в зависимости от формы крыла (подробно на стр. ?)

IV. Законы сопротивления не несущих тел.

Теория турбулентного движения.

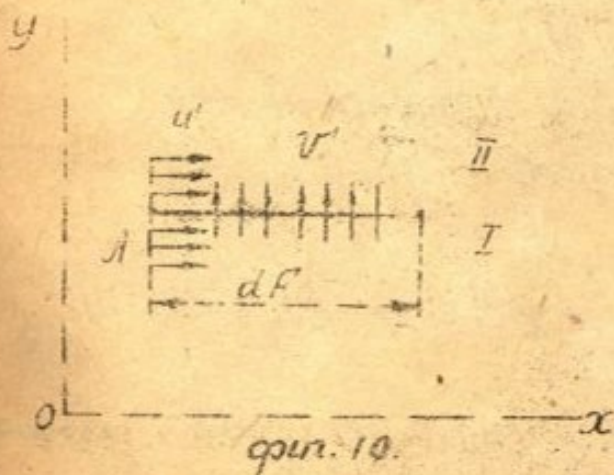
A. Движение ограниченное стенкой.

Рассмотрим случаи движения // оси  $X$  ( $v=w=0$ ); в точке  $M$  M  
 A (рис. 10) при турбулентном движении в некоторый момент

изменения скорости по оси  $x$  и  $y$   
 будут  $u'$  и  $v'$

Через площадку  $dF$  // пл.  $xz$   
 протекает за  $dt$  сек. количество  
 жидкости  $dF \cdot v'$

Чтобы сообщить этому ко-  
 личество скорость  $u'$  необходим  
 импульс  $\int dF \cdot v' \cdot u' dt = dT \cdot dt$

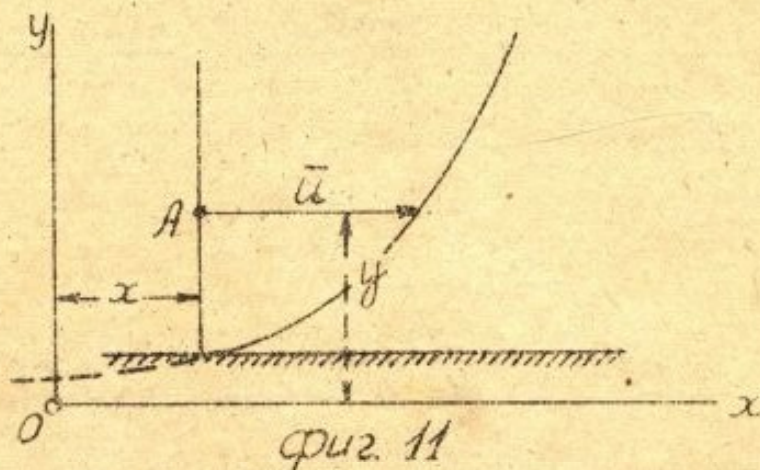




На жидкость, протекающую в пространстве  $\bar{U}$ , действует сила -  $dT$ . Таким образом имеет

$$\frac{dT}{dF} = \tau_{xy} = -\rho \bar{u}' \bar{v}' \dots (7)$$

где  $\bar{u}'$  и  $\bar{v}'$  - осредненные значения скоростей  $u'$  и  $v'$  за время  $dt$ .



С другой стороны, как следует из теории движения вязкой жидкости ( $\nu = \nu' = 0$ ):

$$\tau_{xy} = \nu \rho \frac{d\bar{u}}{dy} \dots (8)$$

Здесь  $\bar{u}$  - среднее значение скорости движения в точке А за некоторое небольшое время (Фиг. 11).

$\nu$  - величина характеризующая турбулентность.

Из сопоставления ур. (7) и (8) имеет:

$$-\bar{u}' \bar{v}' = \nu \frac{d\bar{u}}{dy} \dots (9)$$

Отсюда следует, что величина  $\nu$  = (число) x длина x скорость.

Можно принять:  $\sqrt{\bar{u}' \bar{v}'} = V^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ , и  $\nu = l \cdot V^*$

где  $V^*$  - скорость соизмеримая с  $\bar{u}'$  и  $\bar{v}'$ .

$\ell$  - некоторая характерная длина.  
При этом из ур. (9) получается:

$$\nu^* = \ell \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (10)$$

$$\nu = \ell^2 \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (11)$$

Таким образом характерная длина  $\ell$  определяет турбулентность потока.

Подставляя значение  $\nu$  по ур. (11) в ур. 8 получим:

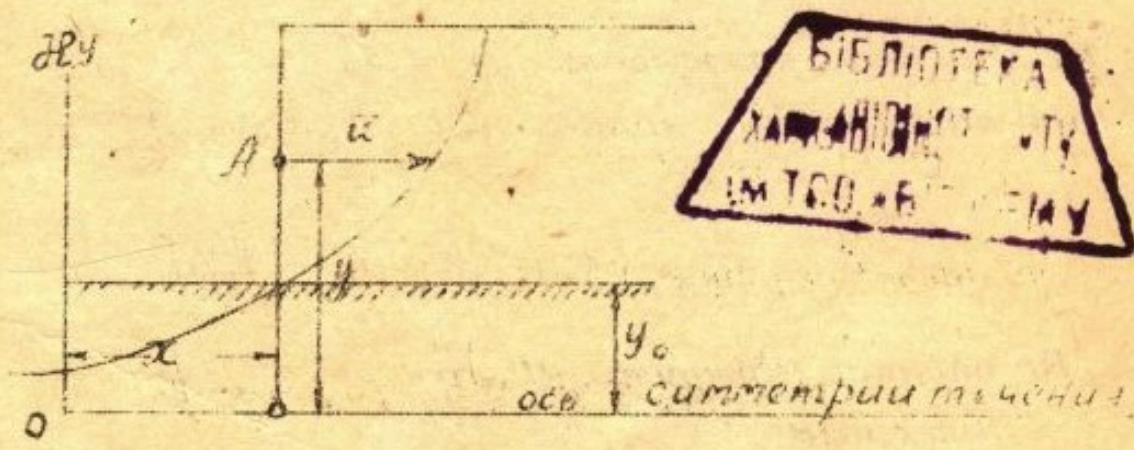
$$\tau = \rho \ell^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2$$

Так как в ур(8) знак  $\tau$  соответствует знаку  $\frac{d\bar{u}}{dy}$ , то выражение  $\tau$  может быть представлено в виде

$$\tau = \rho \ell^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (12)$$

Длина  $\ell$  может быть принята равной:  $\ell = H \cdot y$

51032  
3983



Фиг. 12

где  $y_0$  - расстояние точки А (Фиг. 11, 12) от оси симметрии потока.

$H = 0.40$  для труб по опытам Никурадзе.

Из ур. (10) имеем при этом

$$\nu^* = H y_0 \frac{d\bar{u}}{dy}$$

Интегрированием этого уравнения получим (при  $v^* = \text{const}$ )

$$\bar{u} = \frac{v^{*2}}{2\ell} \cdot \lg y + \text{const}$$

при  $y = y_0$  скорость  $u = 0$ ; при этом

$$\text{const} = - \frac{v^{*2}}{2\ell} \lg y_0$$

Окончательно

$$\bar{u} = \frac{v^*}{2\ell} [\lg y - \lg y_0] = \frac{v^*}{2\ell} \lg \frac{y}{y_0} \quad (14)$$

при  $\ell = 0.4$

$$\bar{u} = 2.5 \cdot v^* \lg \frac{y}{y_0} \quad (14')$$

так как при  $y = 0, \bar{u} \rightarrow -\infty$ , то ось симметрии потока лежит на другой стороне стенки (фиг. 12).

Смещая ось координат на стенку можно ур. (14) представить в виде:

$$u = 2.5 v^* \lg \left[ 1 + \frac{y}{\ell} \right] \quad (15)$$

где  $C$  имеет размерность  $(c) = \ell^{-1}$

При этом можно написать  $C = (\text{число}) \times \frac{v^{*2}}{y} = C' \frac{v^{*2}}{y}$

$$\bar{u} = 2.5 v^* \lg \left[ 1 + C' \frac{v^{*2} y}{y} \right] \quad (16)$$

По опытам Никурадзе  $C' = 9$

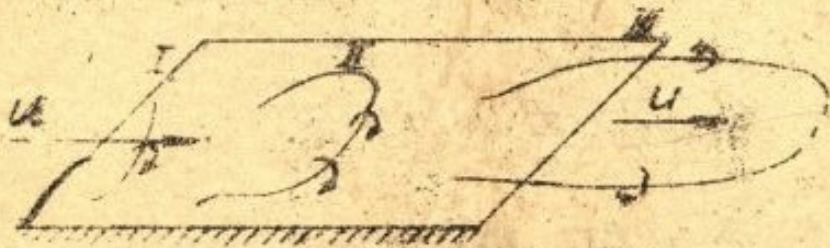
При этом:

$$\bar{u} = 2.5 v^* \lg \left[ 1 + 9 \frac{v^{*2} y}{y} \right] \quad (17)$$

### 3. Движение, неограниченное стенкой.

При турбулентном движении неограниченной стенкой, как в случае вытекания из насадка, образуется форма движения иная, чем в предыдущем случае (А) движения ограниченной стенкой.

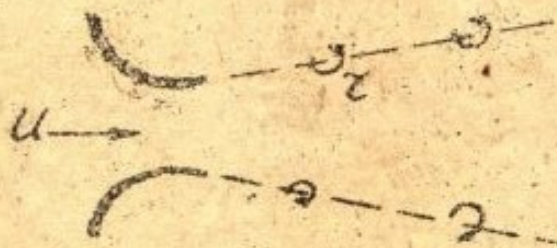
При движении по стенке образованные вихри упираются в стенку (I), деформируясь (II) они располагаются так, что ось их получает направление // стенке и направлению движения (III).



Фиг. 13

#### Постепенное образование вихрей.

При вытекании из отверстия (Фиг. 14) образуются вихри, ось которых направлена  $\perp$  направлению движения.



Фиг. 14

Ограничиваясь случаем двухразмерного движения напишем ур. движения по оси x:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (18)$$

Выражение вихря  $\zeta = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right)$

или

$$2v\zeta = v \frac{\partial u}{\partial y} - v \frac{\partial v}{\partial x} \quad 20$$

Прибавляя в правой части ур. (18) выражение  $\pm 2v\zeta$ , получим после преобразований:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u^2 + v^2) + 2\zeta v \quad (19)$$

Напишем ур. (19) осредняя все его члены за небольшой промежуток времени  $\Delta t$ .

Средние значения  $\frac{\partial u}{\partial t}$  и  $\frac{\partial}{\partial x} (u^2 + v^2)$  обращаются в нуль, остается

$$-\frac{1}{\rho} \overline{\frac{\partial p}{\partial x}} = 2 \overline{v\zeta}$$

Значение  $2\zeta = \frac{d\bar{u}}{dy}$  т.к. среднее значение  $\bar{v} = 0$  и  $\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = 0$  (в случае двумерного течения).

Раскладывая  $\frac{d\bar{u}}{dy}$  в ряд Тейлора и ограничиваясь двумя членами, получим для окрестности точки А (фиг. 15) значение

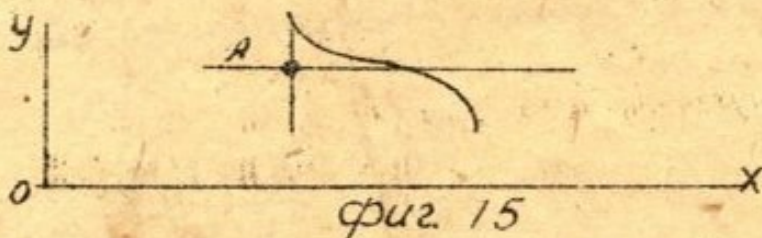
$$2\zeta = \frac{d\bar{u}}{dy} + L \frac{d^2\bar{u}}{dy^2}$$

Среднее значение  $2\zeta v$ :

$$2\zeta \bar{v} = \bar{v} L \frac{d^2\bar{u}}{dy^2}$$

$$v \frac{d\bar{u}}{dy} = 0, \text{ т.к. } \bar{v} = 0, \text{ а } \frac{d\bar{u}}{dy} \text{ в}$$

окрестности точки А не меняет знака.



Значение  $\bar{v} = L' \frac{d\bar{u}}{dy}$ ;  $v$  имеет знак обратный  $\frac{d\bar{u}}{dy}$ .

и ниже стр ), поэтому

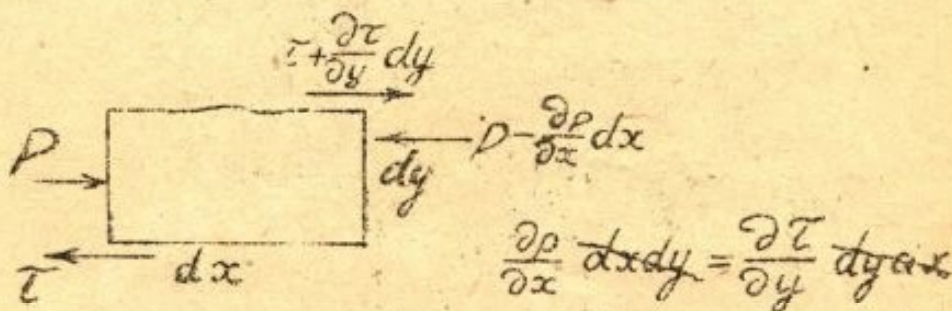
$$v \bar{L} = - \left| L L_1 \frac{d\bar{u}}{dy} \right|;$$

выражение  $L L_1 = \ell^2$  где  $\ell$  - характерная длина турбулентного движения.

Теперь имеет

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \ell^2 \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \quad (20)$$

Для равновесия необходимо согласно обозначений прилагаемой фигуры:



Отсюда ур. (20) представится в виде:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \rho \ell^2 \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} = \rho \frac{\partial}{\partial y} \left( \ell^2 \frac{d\bar{u}}{dy} \right) \quad (21)$$

Пологая  $\ell = \text{Const}$ .

Интегрируем ур. (21); получим:

$$\tau = \frac{1}{2} \rho \ell^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 \quad (22)$$

Это выражение  $\tau$  отличается от выражения  $\tau$  для движения ограниченной стенкой, только множителем  $\frac{1}{2}$ .

При  $\ell = f(y)$  ур. 21 не интегрируется.

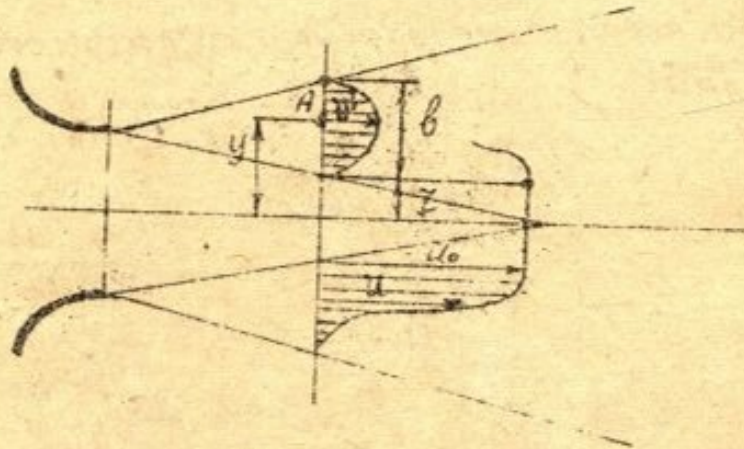
Допущение  $\ell = \text{Const}$  для случая вытекания струи из отверстия соответствует одинаковому пути частиц пульсирующего движения в зоне смешения ( В фиг. 5) для каждого сечения (при  $x = \text{Const}$ ), не стесненного наличием стенки  $1-1'$

в случае А.

В данном случае остаются справедливыми ур. (1) и (2) и в следствие из него ур. 10.

$$v^* = l \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} \dots \dots \dots (23)$$

Скорость  $v^*$  в отличие от предыдущего случая А (стр. 15) не может сохранять постоянного значения. Наоборот в данном случае  $v^* = 0$  при  $y = z$  и  $y = b+z$



Фиг 16

Вводя переменное  $\frac{y-z}{b-z} = \bar{y}$ , имеем  
 $v^* = 0$  при  $\bar{y} = 0$  и  $\bar{y} = 1$ .

Этому условию удовлетворяет напр. уравнение:

$$v^* = a(1-\bar{y})\bar{y}, \text{ где } a - \text{ постоянное значение.}$$

Подставляя значение  $v^*$  в ур. (23) и интегрируя его получим:

$$\bar{u} = \frac{va}{l} \int (1-\bar{y})\bar{y} \cdot d\bar{y} = \frac{va}{l} \left[ \frac{1}{2} \bar{y}^2 - \frac{1}{3} \bar{y}^3 + C \right]$$

при

$$\begin{aligned} \bar{y} = 0, \bar{u} = \bar{u}_0 &= \frac{va}{l} C \\ \bar{y} = 1, \bar{u} = 0 &= \frac{va}{l} \left( \frac{1}{6} + C \right) \end{aligned}$$

Отсюда  $C = -\frac{1}{6}$  и  $\bar{u}_0 = -\frac{va}{l \cdot 6}$

Подставляя эти значения в выражение  $\bar{u}$ , получим

$$\bar{u} = \bar{u}_0 [1 + 2\bar{y}^3 - 3\bar{y}^2] \dots \dots \dots (24)$$

На фиг. (6) пунктирной кривой представлены значения

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} = 1 + 2\bar{y}^3 - 3\bar{y}^2 \dots \dots \dots (25)$$

Кривая эта немного отличается от кривой Прандтля

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_0} = (1 - \bar{y}^{3/2})^2 = 1 + \bar{y}^3 - 2\bar{y}^{1,5} \dots \dots \dots (26)$$

представленной на фиг. (6) сплошной линией.

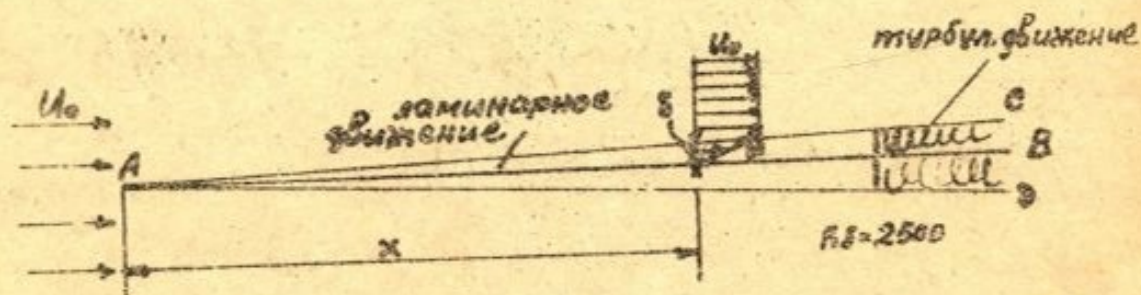


## 2. Сопротивление трения. Пограничный слой.

а) ламинарн. дв. б) турб. движ.

(эксп. аэродин. стр. 178-184).

Рассмотрим движение жидкости по направлению оси  $x$  ( $z = w = 0$ ), в которой находится плоская пластина  $AB$ , расположенная в плоскости  $xu$ . Вблизи пластины жидкость находится под влиянием вязкости; скорость  $u$ , равная нулю на поверхности



фиг 17

пластины, увеличивается до величины  $U_0$  на линиях  $AC$  и  $AD$ . Таким образом образуется пограничный слой  $ACB$  сверху и  $ABD$  снизу пластины; толщина его увеличивается с увеличением  $x$ .

Число Рейнольдса пограничного слоя пишется в виде

$$R_x = \frac{U_0 x}{\nu}$$

где  $\nu = \frac{\delta}{g}$  — кинематический коэффициент вязкости. Точно также как и при движении в трубе величиной  $R_x = 2000$  до  $3000$  различаются два вида течений:

а) Ламинарное движение при  $R_x = 2500$

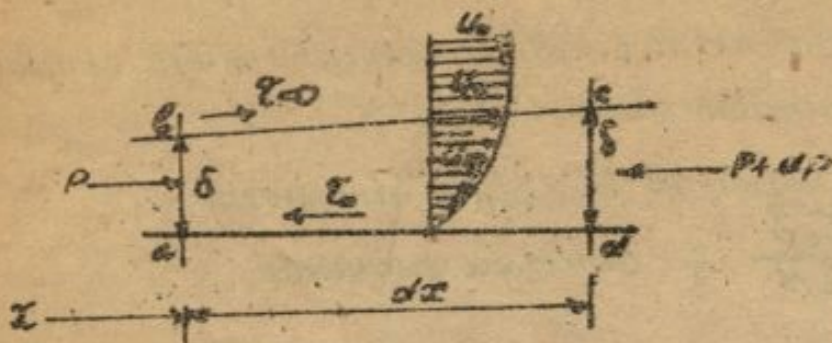
б) Турбулентное движение при  $R_x \approx 2500^x$

Ламинарное движение в пограничном слое в начале движения по пластине в момент, когда  $R_x$  достигнет значения около  $2500$ , теряет устойчивую форму движения и переходит в турбулентное движение.

х) Значение критического числа  $R_x = 2500$  зависит от условий втекания на пластину. При отсутствии условий, вызывающих помехи при втекании  $R_x$  критическое может быть больше.

А Ламинарное движение в пограничном слое плоской пластины.

Рассмотрим элемент пограничного слоя длиной  $dx$ .



Фиг 18

На него действуют силы  $p$  на стороне  $ab$  (фиг. 18) и  $p+dp$  на стороне  $cd$  и силы вязкости  $\tau = 0$  на стороне  $bc$  (так как здесь  $\frac{du}{dy} = 0$ ) и  $\tau = \tau_0$  на стенке  $ad$ . Так как толщина слоя  $\delta$  медленно изменяется, можно при-

нять, что элемент  $abcd$  движется со скоростью  $U_m \frac{dx}{dt} = \text{const}$ . При этом силы  $p$  и  $\tau$  действующие на элемент  $abcd$  взаимно уравновешиваются:

$$dp \cdot \delta = \tau_0 dx$$

Отсюда:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\tau_0}{\delta} \dots \dots \dots (27)$$

Так как  $\tau_0$  равно изменению  $\tau$  при изменении  $y$  на  $\delta$ , то можно написать

$$\tau_0 = -\mu \alpha \left( \frac{du}{dy} \right) = -\mu \frac{d^2u}{dy^2} \delta \dots \dots \dots (28)$$

знак „ — “ взят, принимая во внимание уменьшение  $\tau$  при изменении  $y$  от 0 до  $\delta$ .

Из ур. (28) имеем после интегрирования:

$$\frac{du}{dy} = - \frac{\tau_0}{\mu \delta} y + C$$

при  $y = \delta$  значение  $\frac{du}{dy} = 0$ , поэтому  $C = \frac{\tau_0}{\mu}$

После вторичного интегрирования, получаем

$$u = \frac{\tau_0}{2\mu} y^2 + \frac{\tau_0}{\mu} y + C_1$$

при  $y = 0$ ,  $u = 0$  и  $C_1 = 0$ .

Таким образом

$$u = \frac{\tau_0 \delta}{2\mu} \left[ 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \right] \dots \dots \dots (29)$$

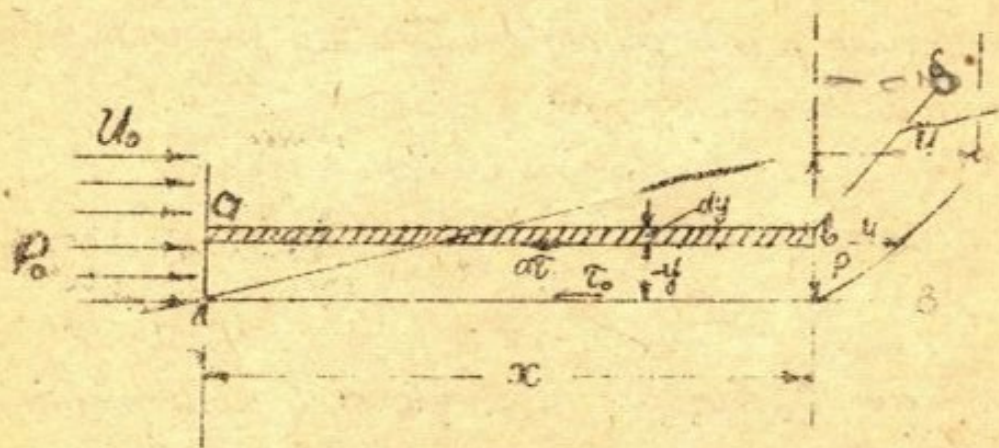
Ур. (29) представляет собой закон изменения скорости  $u$  в сечении пограничного слоя.

При  $y = \delta$  скорость  $u = u_0$ ; поэтому

$$u_0 = \frac{\tau_0 \delta}{2\mu}; \text{ отсюда значение}$$

$$\tau_0 = \frac{2\mu}{\delta} u_0 \dots \dots \dots (30)$$

Для определения  $\tau_0$  необходимо знать толщину пограничного слоя  $\delta$ .



Фиг. 19

Напишем уравнение количества движения для элемента  $ab$  толщиной  $dy$

$$\int_0^\delta (p_0 - p) dy - \int_0^x d\tau dx = \int_0^\delta \rho u (u - u_0) dy = \int_0^\delta \rho u_0^2 \delta \frac{u}{u_0} \left( \frac{u}{u_0} - 1 \right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

Интегрируя это уравнение, получим:

$$\int_0^\delta (p_0 - p) dy - \int_0^x dx \int_0^\delta \frac{d\tau}{dy} dy = \int_0^\delta \rho u_0^2 \delta \int_0^1 \frac{u}{u_0} \left( \frac{u}{u_0} - 1 \right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

В выражении  $\int_0^\delta \frac{d\tau}{dy} dy = \int_0^\delta d\tau = \tau_0$  — сила трения на поверхности стенки, так как внутреннее

силы трения в выражении  $\int d\tau$  взаимно сократятся.

Выражение  $\int_0^{\delta} (\rho_0 - \rho) dy \approx 0$ , так как давление  $\rho$  незаметно изменяется с  $x$ .

Подставляя в предыдущее уравнение значение

$$\frac{u}{u_0} = 2\frac{y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2$$

Получим  $\int_0^x \tau_0 dx = 0,133 \rho u_0^2 \delta$

дифференцируя это уравнение, получим

$$\tau_0 dx = 0,133 \rho u_0^2 d\delta$$

Отсюда по ур. (30):

$$\tau_0 = 0,133 \rho u_0^2 \frac{d\delta}{dx} = \frac{2,44}{\delta} \mu u_0$$

После интегрирования этого уравнения получим:

$$\delta = \frac{5,5}{\sqrt{\frac{\mu u_0 x}{\rho}}} \quad (31)$$

где  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  - кинематический коэф. вязкости.

Сила сопротивления пластины длиной  $x$  и шириной  $= 1$ .

$$P = \int_0^x \tau_0 dx = \int_0^x \frac{2,44 \mu u_0}{\delta} dx = 2,44 \mu u_0 \int_0^x \frac{dx}{\delta} = \frac{4,88 \mu u_0}{5,5} \sqrt{\frac{\mu u_0}{\rho}} \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$P = 0,728 \mu u_0 \sqrt{\frac{\mu u_0}{\rho}} \sqrt{x} = 0,728 \rho u_0^2 x \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho \mu u_0 x}{\mu}}}$$

Замечая  $\sqrt{\frac{\rho \mu u_0 x}{\mu}} = R_x$  - число Рейнольдса, получим

$$P = 0,728 \rho u_0^2 (x \cdot 1) \frac{1}{\sqrt{R_x}} = C_x \rho u_0^2 (x \cdot 1)$$

Отсюда коэф. сопротивления трения плоской пластины

$$C_x = 0,728 / \sqrt{R_x} \quad (32)$$

Отсюда

$$\lg C_x = \lg 0,728 - \frac{1}{2} \lg R_x \quad \dots \quad 30$$

28 В. Турбулентное движение в пограничном слое плоской пластины.

Опытное исследование закона изменения скорости  $u$  в зависимости от  $y$  в пограничном слое при турбулентном движении показывает, что скорость  $u$  может быть представлена выражением

$$\frac{u}{u_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n \dots \dots \dots (34)$$

число  $n$  зависит от числа Рейнольдса  $R_\delta = \frac{u_0 \delta}{\nu}$

при $R_\delta =$	$53 \cdot 10^3$	$152 \cdot 10^3$	$928 \cdot 10^3$	$3.07 \cdot 10^6$
$n =$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7.5}$	$\frac{1}{9.4}$	$\frac{1}{9.9}$

Принимая  $n = \frac{1}{7}$  и выражение коэф. сопротивления как для труб по формуле Блазиуса  $\lambda = \frac{0.16}{\sqrt{R_\delta}}$

Прандтль нашел выражения

$$\delta = \frac{0.37}{\sqrt[5]{\frac{u_0 x}{\nu}}} \cdot x; \dots \dots \dots (35)$$

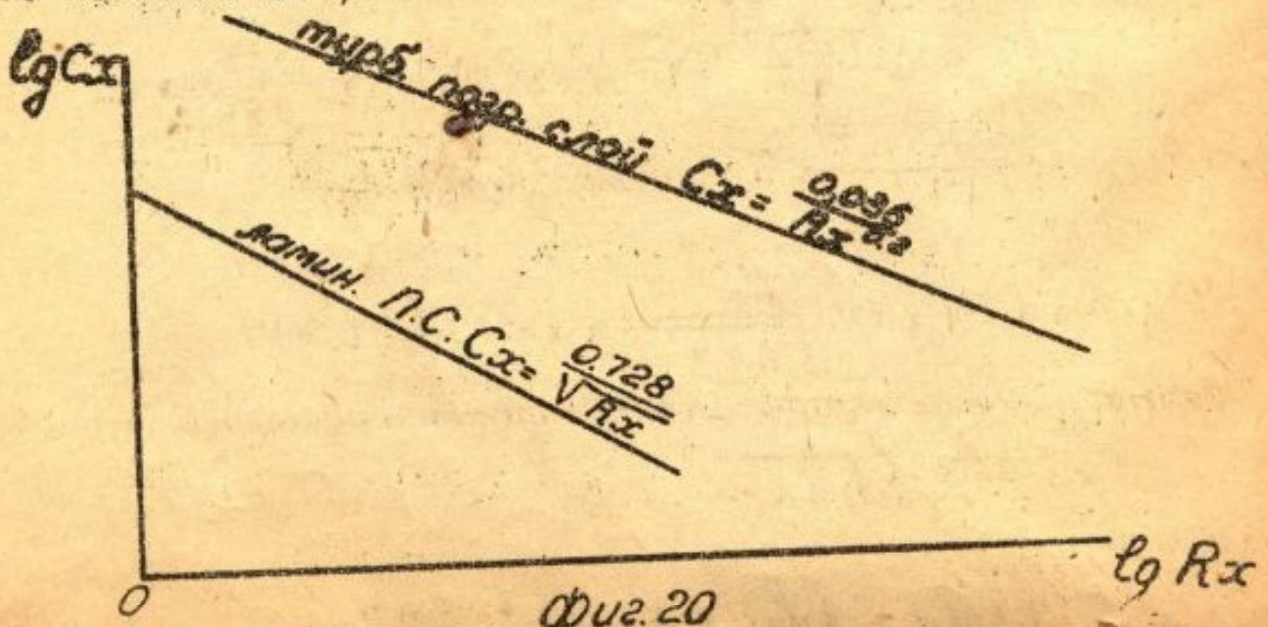
$$C_x = \frac{0.036 x}{\sqrt[5]{\frac{u_0 x}{\nu}}} \dots \dots \dots (36)$$

где  $\frac{u_0 x}{\nu}$  - число Рейнольдса.

Отсюда

$$\lg C_x = \lg 0.036 - \frac{1}{5} \lg R_x \dots \dots \dots (37)$$

ур. (33) и (37) могут быть представлены прямыми линиями как показано на фиг. (20).



Фиг. 20

С Опытное изучение сопротивления трения плоской пластины при турбулентном движении в пограничном слое.

Теоретическое выражение коэф.  $C_x$ , определяемое ур.(36), не дает достаточной точности.

Ниже приводятся опытные выражения коэф.  $C_x^{xx}$

1. формула Цама (Zam).

$$2C_x = 0,0745 R^{-0,218} + 0,00072 \dots \dots \dots (38)$$

$$R = \frac{u_x}{\nu} \text{ - число Рейнольдса пластины}$$

2. формула Шенгера (Schenker)

$$2C_x \lg(R 2C_x) = 0,242 \dots \dots \dots (39)$$

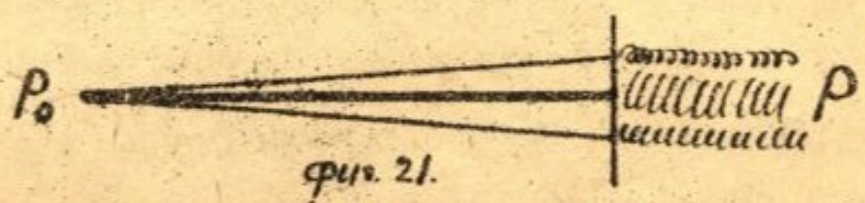
3. формула Шлихтинга.

$$2C_x = \frac{0,472}{[\lg R]^{2,58}} \dots \dots \dots (40)$$

Кривые Цама и Шенгера почти совпадают при  $R = 10^6$  до  $10^9$ , обнимая в этих пределах все случаи применения.

По формуле Цама при возрастании  $R$  за  $10^9$  коэф.  $C_x$  стремится к величине 0,00072.

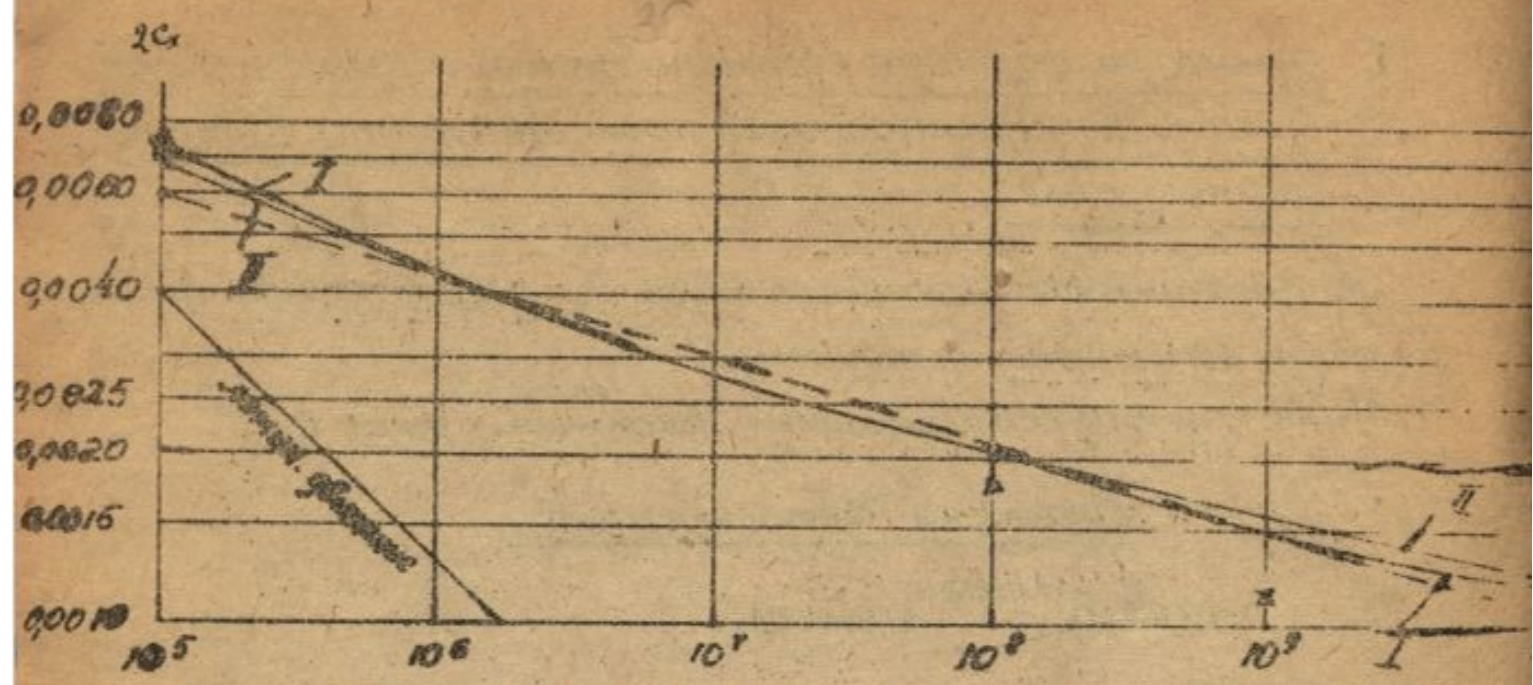
Это может быть объяснено тем, что сопротивление плоской пластины, вследствие наличия пограничного слоя, имеет характер сопротивления тела в виде тела, образованного пограничными слоями,



фиг. 21.

сзади которых образуются завихренные движения с пониженным давлением; этими давлениями  $p < p_0$  определяются...

$$2C_x = 0,00072.$$



$\longrightarrow R = \frac{u x}{\nu}$   
 I кривая Шенгера II кривая Цама  
 xx - точки прямой Прандтля  
 ---- прямая по уравнению:  $2C_x = 0,03554 R^{-0,1532}$

рис 22

I - Кривая Шенгера, II - Кривая Цама  
 xx - точки прямой Прандтля  
 ---- прямая по уравнению:  $2C_x = 0,03554 R^{-0,1532}$

Д. Сопротивление пластины.

При обтекании пластины в начале движения по пластине образуется ламинарный пограничный слой; после значения  $Re \approx 2500$  движение в пограничном слое переходит в турбулентное. При небольших скоростях (или размерах пластины) движение в пограничном слое будет только ламинарное ( $Re \leq 2500$ ).

Вобщем случаем пограничный слой в начале ламинарный переходит в турбулентный. Коэф сопротивления  $C_x$  в этом случае будет находиться в иной зависимости от  $Re$ , чем в рассмотренных ранее случаях ламинарного и турбулентного движений в пограничных слоях.

Коэф сопротивления всей пластины может быть представлено в виде выражением:

$$C_x l = C'_x \cdot x + C''_x (l - x)$$

$C_x$  коэф. сопротивления пластины

$C'_x$  - " " " при ламинарн. погран. слое

$C''_x$  - " " " турбулен. " "

$x$  - длина ламинарного слоя

$l - x$  " турбулентного "

Из этого уравнения

$$C_x = C''_x - (C''_x - C'_x) \cdot \frac{x}{l}$$

При увеличении  $R$  (число Рейнольдса) член  $(C''_x - C'_x) \frac{x}{l}$  должен уменьшаться стремясь к нулю при  $R \rightarrow \infty$ . Принадлежит определяет значение этого члена в виде  $\frac{1700}{R}$ .

Таким образом для пластины

$$2C_x = \frac{2C_x}{\text{при турбулен. погран. слое}} - \frac{1700}{R};$$

Пользуясь значениями  $C_x$  турб. по уравн. (38), (39) и (40) можно выражение  $C_x$  представить в виде

$$1) \quad 2C_x = 0,0745 R^{-0,218} + 0,00072 - \frac{1700}{R}$$

$$2) \quad 2C_x = \frac{0,242}{\lg(R_{кр}(x))} - \frac{1700}{R}$$

$$3) \quad 2C_x = \frac{0,072}{R^{0,2}} - \frac{1700}{R};$$

$$4) \quad 2C_x = \frac{0,472}{[\lg R]^{2,58}} - \frac{1700}{R};$$

На фиг. (23) дано изменение  $2C_x$  в функции  $R$  в виде кривой АВ - переходной кривой от ламинарного слоя.

... от ламинарного слоя ( $x=0$ ).





Примечание:

Изложенное в предыдущем определении сопротивления от трения при турбулентном движении относится к совершенно гладким поверхностям. При малой шероховатости и небольших числах Рейнольдса значение  $C_x$  такое как и для совершенно гладких поверхностей, так как при этом шероховатость находится внутри пограничного слоя. При больших числах Рейнольдса шероховатость выступает за пределы пограничного слоя и тогда она влияет на величину  $C_x$ .<sup>\*)</sup>

3. Сопротивление не несущих тел.

а) Образование отрыва жидкости от поверхности тела.

При обтекании не несущего тела при движении воздуха на поверхности тела образуется пограничный слой. В начале этот слой на протяжении АК (фиг. 24) находится в состоянии

\*) Пр. 1917 г. - Турбулентный погр. слой - шероховатость

для иррегулярного движения; в критическом сечении К движение



Фиг 24

переходит в турбулентное.

Давление  $p$  на поверхности пограничного слоя, в отличие от движения по плоской пластине, в данном случае меняется более или менее значительно в зависимости от формы обтекаемого тела. До наибольшего сечения М струи сжимаются и давление уменьшается; при этом  $\frac{dp}{ds} < 0$ , за сечением М струи расширяются, давление увеличивается и  $\frac{dp}{ds} > 0$ ; здесь  $\delta$  - длина пограничного слоя.

Аналогично ур. (27) можно для криволинейного пограничного слоя написать соотношение:

$$\frac{dp}{ds} = \frac{\tau_0}{\delta}$$



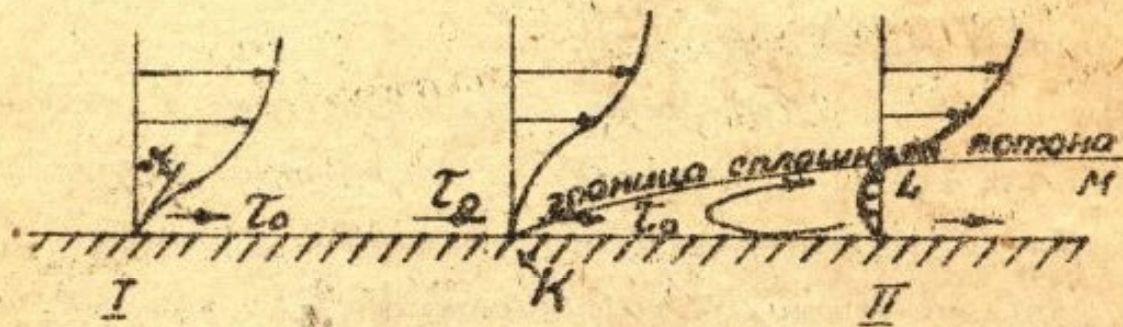
Фиг 25

Из этого выражения следует, что сила трения  $\tau_0$  на поверхности тела направлена против движения в части AM ускорительного

Формы:  $\frac{d\psi}{ds} < 0$  и по движению в части  $MD$  - за счет глупого дви-  
жения.

Кривая скорости  $u$  в сечении пограничного слоя под дей-  
ствием  $\tau_0$  принимает выпуклую форму при  $\frac{dp}{ds} < 0$ , и вогнутую  
при  $\frac{dp}{ds} > 0$ .

Кривая скорости  $u$  при  $\frac{dp}{ds} > 0$ , деформируясь с течением



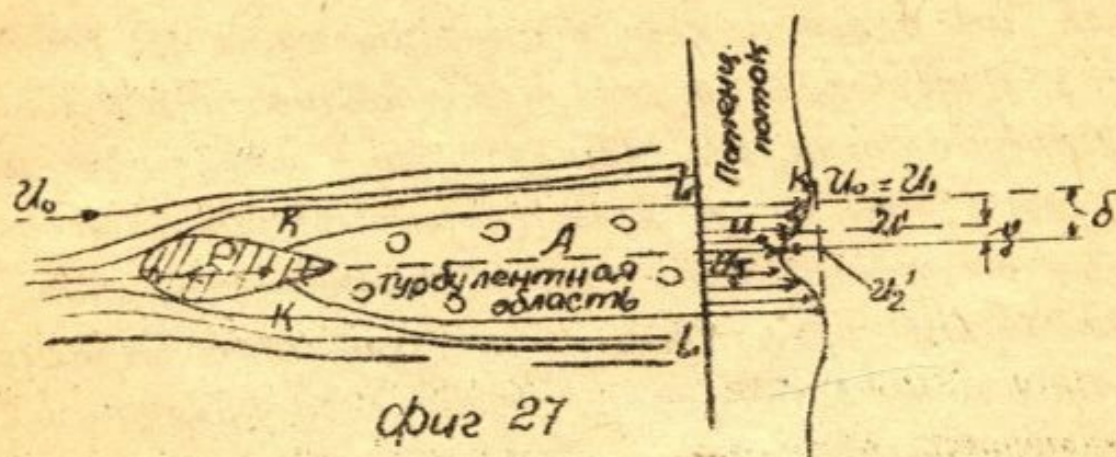
момент  
отрыва

Фиг 26

времени, принимает форму  $K$ , при которой касательная в  
точке  $K$  перпендикулярна к поверхности тела. В дальнейшем  
течении кривая скорости пересекает нормаль, характеризующая  
возвратное течение у поверхности тела. Возвратное течение  
ведет к образованию завихрений и отрыву в точке  $K$ ; линия  $KLM$ ,  
соединяющая точки, где скорости  $u = 0$  разграничивает область  
сплошного потока от завихренной области сзади тела, с пони-  
женным давлением, определяющим собой сопротивление формы.

в) Форма движения сзади тел.

При обтекании тела сзади его образуется область  $A$  в состо-  
янии турбулентного движения.



Фиг 27

Движение в области  $A$  имеет сходство с движением струи вытекающей из отверстия. Под влиянием сопротивления тела  $P$  скорость  $u$  внутри области  $A$  изменяется от значения  $K u_0 = u_1$  потенциального потока на границе  $KL$  до наибольшего значения  $u_2$  посредине.

Коэффициент  $K > 1$  зависит от формы тела; для тонких хорошо обтекаемых форм  $K \approx 1$ .

Если обозначить  $u' = K u_0 - u = u_1 - u$ , то закон изменения  $u'$  может быть выражен уравнением:

$$\frac{u'}{u'_2} = 1 + 2 \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 - 3 \left( \frac{y}{\delta} \right)^3$$

как для турбулентного движения струи.

### С. Опытное определение сопротивления тела.

Определение это основано на следующих трех принципах:

1. Тело свободно движется в неподвижной среде.

- 2. Тело принуждено перемещаться в неподвижной среде
- 3. Тело находится неподвижно в движущейся среде.
- 4. Изучение формы потока зади тела.

1 способ применяется для изучения сопротивлений небольших тел, или больших легких тел, падающих под влиянием сил: веса. С течением времени устанавливается равномерное движение тела, при котором сила сопротивления равна весу тела; при этом сила сопротивления известна и необходимо определить скорость равномерного падения тела. Необходимы предосторожности для предотвращения вращения тел. Этот способ может быть применен и в случае неравномерного движения. Предполагая, что сопротивление следует квадратичному закону имеет уравнение движения в виде:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = -K \cdot v^2$$

Здесь предположено торможение движущегося тела под влиянием сопротивления; напр. при определении сопротивления дирижабля после выключения моторов. После интегрирования имеет

$$-m \cdot v^{-1} = -Kt - C$$

Отсюда

$$v = \frac{m}{Kt + C}$$

В начале  $t = 0$  скорость  $v = v_0$  = скорости равномерного движения, при которой начинается торможение; при этом  $C = \frac{m}{v_0}$ .

Здесь  $m$  - масса тела.

Уравнение для  $v$  можно представить в виде:

$$\frac{1}{v} = \frac{K}{m} t + \frac{1}{v_0}$$

Определяя из опыта  $v$  в функции  $t$ , строим прямую ( фиг. 28).

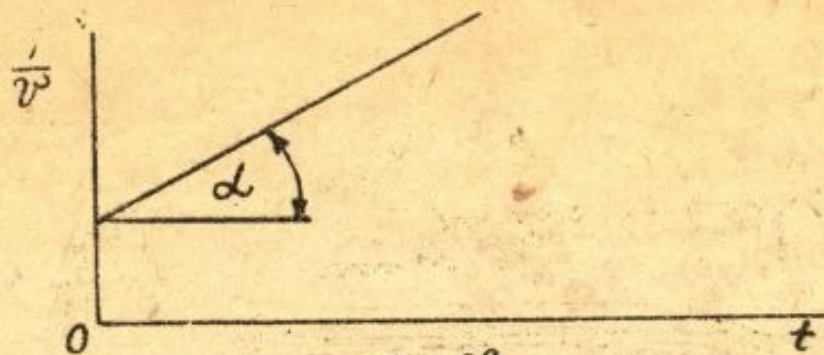


рис. 28.

По углу наклона этой прямой определяется значение

$$\frac{\kappa}{\tau}$$

II способ применяется обычно для определения сопротивления моделей судов в водяном канале.

III способ обычно применяется для определения сопротивлений моделей в воздухе, помощью аэродинамических труб (см. выше).

IV. Изучение формы потока сзади тела дает возможность определять сопротивление тела.

а) Приближенный способ.

(Экспериментальная аэродинамика стр. 186-191).

в. Способ Бетца. При более точном исследовании необходимо учесть влияние тела на движение вблизи него сзади и спереди, так как при опытным определении формы потока сечения I и II берутся вблизи тела, поэтому скорость  $u_1$  в сечении I меньше скорости  $u_0$  на бесконечности и скорость  $u_2$  сзади в сечении II больше скорости  $u_0$  за исключением области турбулентного течения, где  $u_2 < u_0$ . На изменение скорости  $u_1$  спереди тела оказывает влияние сила  $P$  от силы давления тела на жидкость.

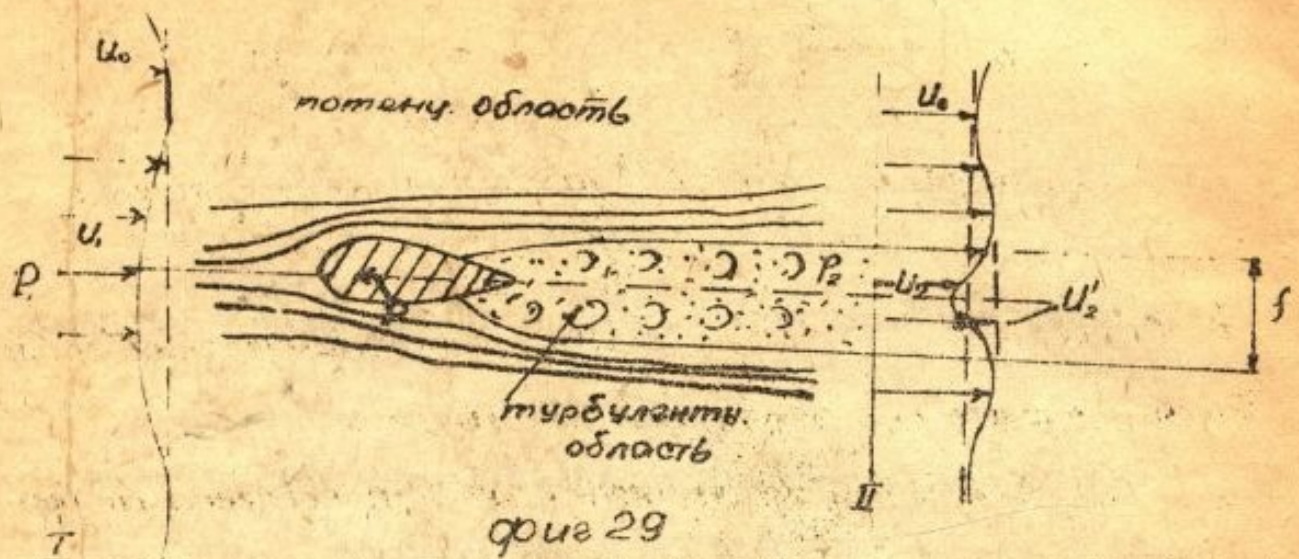


рис 29

потока вне области турбулентного течения и форма турбулентного движения в турбулентной области сзади тела.

На основании теоремы количества движения (как и раньше вл. значение силы \$P\$ получится в виде:

$$P = \int (P_1 + \rho u_1^2) dF - \int (P_2 + \rho u_2^2) dF \dots \dots \dots (41)$$

Обозначим компоненты в какой нибудь точке

сечения I через \$u\_1, v\_1, w\_1\$;

в " II " \$u\_2, v\_2, w\_2\$

Обозначим далее энергию жидкости:

$$g_1 = P_1 + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + v_1^2 + w_1^2)$$

$$g_2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho (u_2^2 + v_2^2 + w_2^2)$$

Вводя значения \$g\_1\$ и \$g\_2\$ в ур. (41) получим

$$P = \underbrace{\int (g_1 - g_2) dF}_A + \frac{1}{2} \rho \underbrace{\int (u_1^2 - u_2^2) dF}_B + \frac{1}{2} \rho \underbrace{\int [(v_2^2 + w_2^2) - (v_1^2 + w_1^2)] dF}_C \dots \dots \dots (42)$$

Потому как сказано было в п. а -

$$A = \int_f (g_1 - g_2) dF - \text{интегрируется только}$$

в сечении  $f$  - турбулентной области, так как вне

$$ее g_1 = g_2$$

Для определения интеграла  $B$ :

$$B = \frac{1}{2} \rho \int (u_1^2 - u_2^2) dF$$

Из выражения расхода имеем

$$Q = \int u_1 dF = \int u_2 dF.$$

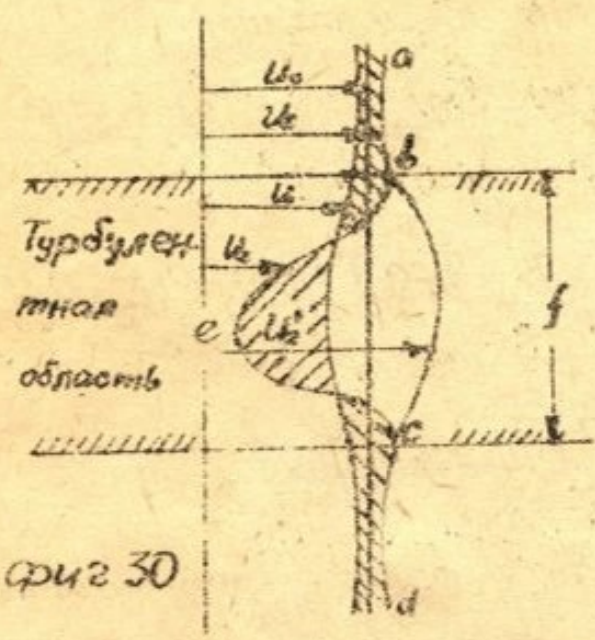
Рассмотрим фиктивное потенциальное течение в сечении II с кривой скорости  $d b c d$ .

При этом расход в сечении II превосходит расход в сечении I на

$$Q = \int (u_2' - u_2) dF$$

определяемый площадью  $B c e$ .

Наличие расхода  $Q$  может происходить от нахождения в теле источников с напряженностью  $Q$ , извергающих  $Q$  количества жидкости назад в направлении скорости  $-u_0$ ; при этом на тело действует



сила реакции,

$$P_1 = - \rho Q u_0$$

Но

$$P_1 = \rho \int [P_1 + \rho u_1^2 - (P_2 + \rho u_2^2)] dF$$

При допущении течения со скоростями  $u_1$  и  $u_2$



В сечениях I и II потенциальным, имеем  $g_1 = g_2'$

или  $P_1 + 1/2 \rho u_1^2 = P_2 + 1/2 \rho u_2'^2$  : отсюда имеем :

$$P_1 = 1/2 \rho \int (u_1^2 - u_2'^2) dF = - \rho Q u_0$$

Но  $Q = \int (u_2' - u_2) dF$ , поэтому

$$P_1 = - \rho u_0 \int (u_2' - u_2) dF$$

Сравнивая оба выражения  $P_1$ , получим:

$$1/2 \rho \int (u_1^2 - u_2'^2) dF = - \rho u_0 \int (u_2' - u_2) dF$$

отсюда

$$1/2 \rho \int (u_1^2 - u_2'^2) dF = B = 1/2 \rho \int [(u_2'^2 - u_2^2) - 2u_0(u_2' - u_2)] dF$$

или

$$B = 1/2 \rho \int_f (u_2' - u_2) [u_2' + u_2 - 2u_0] dF$$

Интегрирование ведется по площади  $f$  - турбулентной области, так как вне ее  $u_2' - u_2 = 0$

Обозначая интеграл  $S$  через  $P_i$

$$P_i = 1/2 \rho \int [(u_2'^2 + w_2'^2) - (u_2^2 + w_2^2)] dF$$

получим сопротивление тела

$$P = \int_f (g_1 - g_2) dF + 1/2 \rho \int_f (u_2' - u_2) [u_2' + u_2 - 2u_0] dF + P_i \quad (43)$$

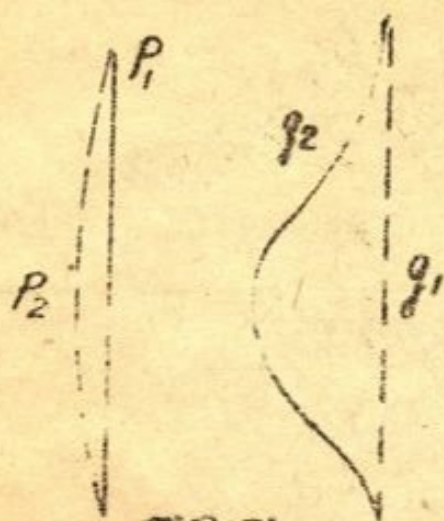
При обтекании не несущих тел  $P_i = 0$ .

Определение  $P$  сводится к графическому интегрированию в турбулентной области. Помощью опыта находят величины  $g_1$  и  $g_2$  (трубкой пито в области турбулентного движения).

Скорость (см. фиг. 31).  $u_2 = \sqrt{\frac{2(g_2 - p_2)}{\rho}}$

скорость

$$w_2' = \sqrt{\frac{2(g_1 - P_2)}{\rho}} \quad x)$$



фиг. 31.

Значение  $P_2$  не может быть вычислено указанным способом; определение  $P_2$  будет дано ниже в теории крыла.

Указанный способ может быть применен для определения сопротивления модели в аэродинамической трубе, а также на самолете в полете.

Желательно сечения I и II располагать вдали от

вспомогательной модели для большей точности получаемых результатов.

### С. Распределение давления на поверхности тела.

( Эксперимент. аэродинамика стр. 191-192 ).

### Д. Сопротивление геометрических тел и частей самолета.

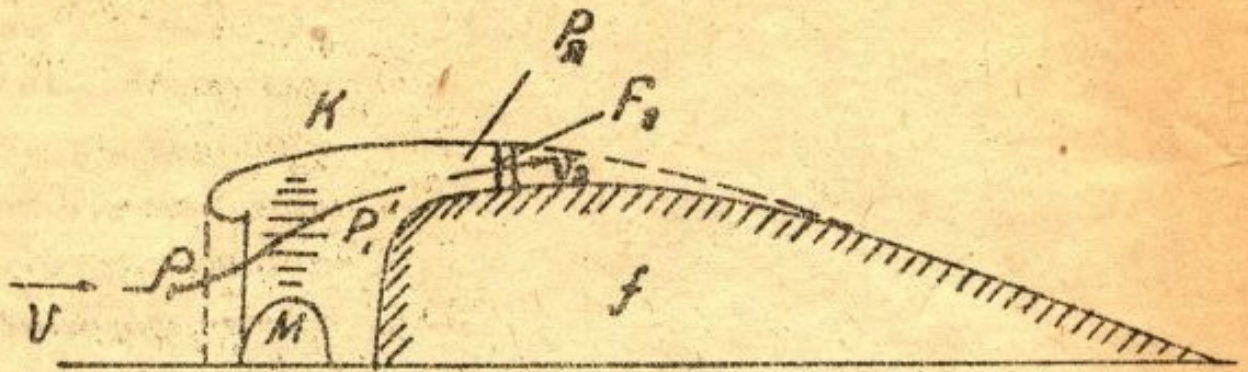
( Экспериментальная аэродинамика стр. 192-204, 213-220. Красноперов стр. 36-120 ).

### Е. Капоты. Теория изг.

На фигуре 32 представлен капот  $K$  на фюзеляже  $f$ . Назначение капота - уменьшение сопротивления мотора  $M$ . Капот должен быть так устроен, чтобы внутри его могло

x) При этом принимается  $v_2 = w_2 = 0$ , так как  $v_2$  и  $w_2$  невелики.

протекать достаточное количество воздуха для охлаждения мотора М.



Фиг 32

Обозначим:

$\Delta p = p_1 - p_1'$  - разность давлений по обе стороны мотора, необходимая для перемещения  $Q \text{ м}^3/\text{сек}$ . воздуха.

$P_0$  - сопротивление фюзеляжа при закрытом капоте (как указано пунктиром на фиг.32).

$P$  - сопротивление фюзеляжа при действии капота.

$V$  - скорость втекания воздуха = скорости полета.

Рассматривая капот, как насос проталкивающий  $Q \text{ м}^3/\text{сек}$ . воздуха под давлением  $\Delta p$ , имеем

$$\eta_p (P - P_0) V = Q \Delta p \quad (44)$$

Здесь  $(P - P_0) \cdot V$  - затраченная мощность,

$\eta_p$  - к.п.д. капота,

$Q \Delta p$  - полезная мощность.

Из ур. (44) следует:

$$P = P_0 + \frac{Q \Delta p}{\eta_p V} \quad (45)$$

Для уменьшения  $P$  необходимо, чтобы  $P_0$  было возможно меньше и  $\eta_p$  - возможно больше.

При наличии пропеллера

$$75 \text{ Н} \eta_n = P \cdot V$$

$\lambda$  - тяга пропеллера,  
75N - мощность мотора

Обозначим:

$$P_c = \frac{75N}{\frac{1}{2} \rho v^2 F v} \quad (46)$$

где  $F = \frac{\pi}{4} D^2$  - площадь ометаемая пропеллером;  
 $P_c$  - коэффициент мощности

Этот коэффициент представляется в более удобной форме:

$$\frac{1}{\sqrt{P_c}} = v \cdot \sqrt{\frac{\frac{\pi}{4} D^2 \cdot \frac{1}{2} \rho}{75N}} = v \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot P}{150N}} \quad (47)$$

Обозначим через

$R_0$  - тягу при закрытом крыле  
 $\eta_0$  - к.п.д. винта при этом.

Имеем соотношения:

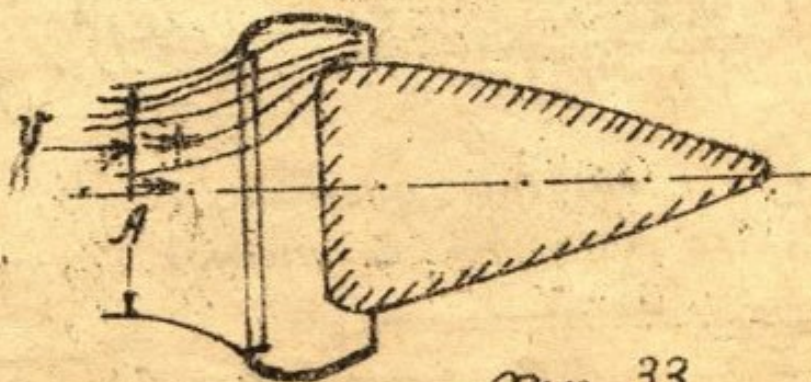
$$\eta_0 - \eta_n = \frac{(R_0 - R)v}{75N} = \frac{(P - P_0)v}{75N} \quad (48)$$

Подставляя отсюда значение  $(P - P_0)v$

в ур. (44), получим к.п.д. капота в виде:

$$\eta_p = \frac{Q \Delta P}{(\eta_0 - \eta_n) 75N} \quad (49)$$

Обозначая через  $A$  - сечение потока спереди аэроплана, протекающее через капот.



фиг 33

Количество воздуха  $Q = AV$  пропорционально

$\sqrt{\frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho v^2}}$ , так как скорость воздуха, протекающего через капот, пропорциональна  $\sqrt{\Delta P}$ . Поэтому  $A$  пропорционально

$$\sqrt{\frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho v^2}} \quad *)$$

Обозначим

$$K = \frac{\frac{A}{F}}{\sqrt{\frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho v^2}}} = \frac{\frac{A}{F}}{\sqrt{\frac{\Delta P}{q}}} \quad (50)$$

где  $q = \frac{1}{2} \rho v^2$ ;

$K$  - коэффициент проходимости капота.

Коэффициент  $\frac{\Delta P}{q} \sim 1$ ,

и  $K =$  от 0,05 до 0,1

теперь имеет выражение  $Q$  в виде (по уравнению)

$$Q = K \sqrt{\frac{\Delta P}{q}} F v$$

принимая  $P = 2 C_x F_1 q$  и  $P_0 = 2 C_{x0} F_0 q$

получим н.п.д. капота в виде:

$$\eta_p = \frac{K \left(\frac{\Delta P}{q}\right)^{3/2}}{2(C_x - C_{x0})} \quad (51)$$

или

$$\eta_p = \frac{K \left(\frac{\Delta P}{q}\right)^{3/2} F_1 v q}{(\eta_0 - \eta_n) 75 N} = \frac{K \left(\frac{\Delta P}{q}\right)^{3/2}}{\eta_0 - \eta_n} \cdot \frac{F_1}{F_0 F}$$

Здесь  $\frac{F_1}{F_0}$  - мидель фюзеляжа  
 $F$  - площадь ометаемая винтом.

\*)  $Q \div f \sqrt{\Delta P} \div A \cdot v$ , отсюда  $A \div f \sqrt{\frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho v^2}}$   
 или при данной конст.  $f$  и  $v$  капота и мотора:  
 $A \div \sqrt{\frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho v^2}}$

Обозначим

$$C = \frac{K F_p}{P_c F}$$

как будет выяснено ниже  
при  $K = \text{const}$  также  $C = \text{const}$ .

$$\frac{1}{\sqrt{P_c}} = 1,8$$

К.п.д. капота получает выражение:

$$\eta_p = C \frac{(\frac{\Delta P}{\rho})^{3/2}}{\eta_0 - \eta_n} \quad (52)$$

Полное падение давления в капоте

$$\Delta P = \Delta p + \Delta p_2$$

где  $\Delta p_2$  - падение давления на выходе (рис. 32).

Давление  $p_2$  в выходном сечении такое же, как и снаружи на срезе лезья, так как струи там параллельны. При обычных формах среза лезья  $p_2 \approx -0,39$ ; поэтому  $\Delta p$  приблизительно равно от 1,9 до 1,39.

Таким образом:

$$\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta p_2}{\rho}$$

Значение

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \left( \frac{a}{K F_p v^2} \right)^2$$

значение  $\Delta p_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2$ , где  $v_2$  - скорость в выходном сечении  $F_2$  (рис. 32).

При этом  $\frac{\Delta P_2}{q} = \left(\frac{v_2}{v}\right)^2 = \left(\frac{Q}{F_2 v}\right)^2$

Принимая  $F_2 = K_2 F_f$ ,

Получим  $\frac{\Delta P_2}{q} = \left(\frac{Q}{K_2 F v}\right)^2$

Теперь имеем:

$$\frac{\Delta P}{q} = \left(\frac{Q}{F v}\right)^2 \left[ \frac{1}{K^2} + \frac{1}{K_2^2} \right] \quad (53)$$

Средние значения  $K$  и  $K_2$  составляют соответственно 0,05 и 0,15; из этого следует, что сопротивление в капоте от мотора  $\left(\frac{1}{K^2}\right)$  и на выходе относятся между собой как 9:1; поэтому сопротивление капота определяется главным образом мотором.

3983

