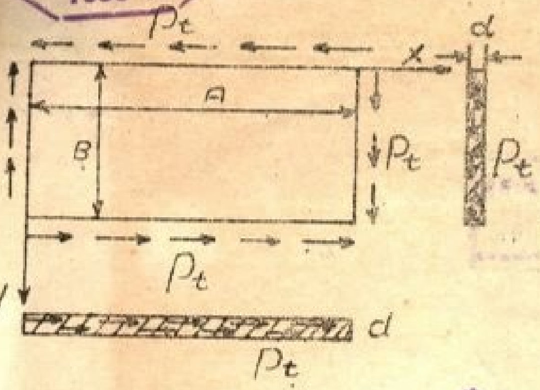
Об устойчивости прямоугольной пластинки с опертыми краями при действии касательных напряжений.

(В порядке предварительных замечаний к соответствующим формулам инж. Знаменского).

Потеря устойчивости упругого элемента наступает вследствии возникновения в этом элементе сжимающих напряжений в зависимости, от того или иного внешнего загружения на упругое тело, к которому принадлежит и рассматриваемый элемент.

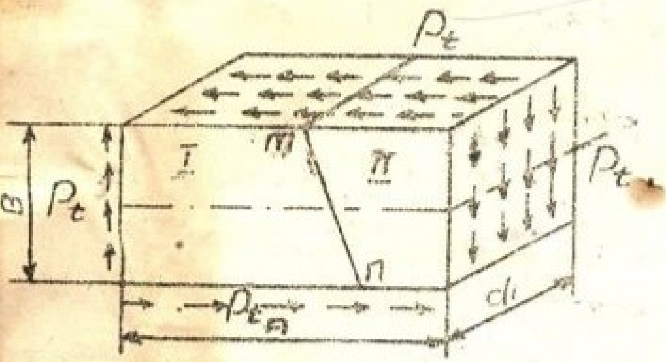
Вследствие появления сжимающих напряжений в пластинке (черт. №1) плоская форма этой пластинки перестает быть устойчивой (т.е. пластинка выпучивается, искривляется) при касательных напряжениях p_t, больших, так называемых, критических напряжений - $p_{t_{кр}}$. Напряжения p_t по контуру пластинки предполагаются постоянными (т.е. касательные силы по узким граням пластинки - распределенн равномерно). С тем, чтобы получить некоторое представление о величине сжимающих напряжений и линии их действия в рассматриваемой нами пластинке, займемся рассмотрением бруса подверженного действи



ЧЕРТ. №1

касательных напряжений постоянной величины, т.е. чистому сдвигу.

Брус (черт. №2) отличается от пластинки значительно большей толщиной d, при тех же размерах a и в. Определяем напряжения на наклонной площадке mn. Это определение осуществляем аналогично определению нормальных и касательных напряжений на косой площадке бруса, подверженного воздействию равномерного растяжения и сжатия по двум взаимно перпендикулярным направлениям (см. Тимошенко «Сопротивление материалов» ч. I). Из рассмотрения черт. №3, следует, что касательное напряжение на наклонной площадке mn равно $t_\alpha = t'_\alpha - t''_\alpha$, где t'_α и t''_α суть касательные составляющие напряжений p'_t и p''_t, действующие по наклонной площадке mn.



ЧЕРТ. №2

Причем, напряжения p'_t и p''_t суть соответственно вертикальные и горизонтальные напряжения вычисленные как интенсивности распределения соответствующей полной касательной силы P_t на наклонную площадку mn.

Если вертикальное касательное напряжение p_t (или интенсивность соответствующей касательной силы P_t) отнести к наклонной площадке mn, то мы получим напряжение $p'_t = p_t \frac{F}{F_\alpha} = p_t \frac{F\cos(90-\alpha)}{F} = p_t \cos(90-\alpha) = p_t \sin\alpha$ и анало—

гично для горизонтального касательного напряжения, отнесенного к наклонной площадке mn получаем:

$$P_t'' = P_t \frac{F_\ell}{F_\alpha} = P_t \frac{F_\ell \cos\alpha}{F_\ell} = P_t \cdot \cos\alpha$$

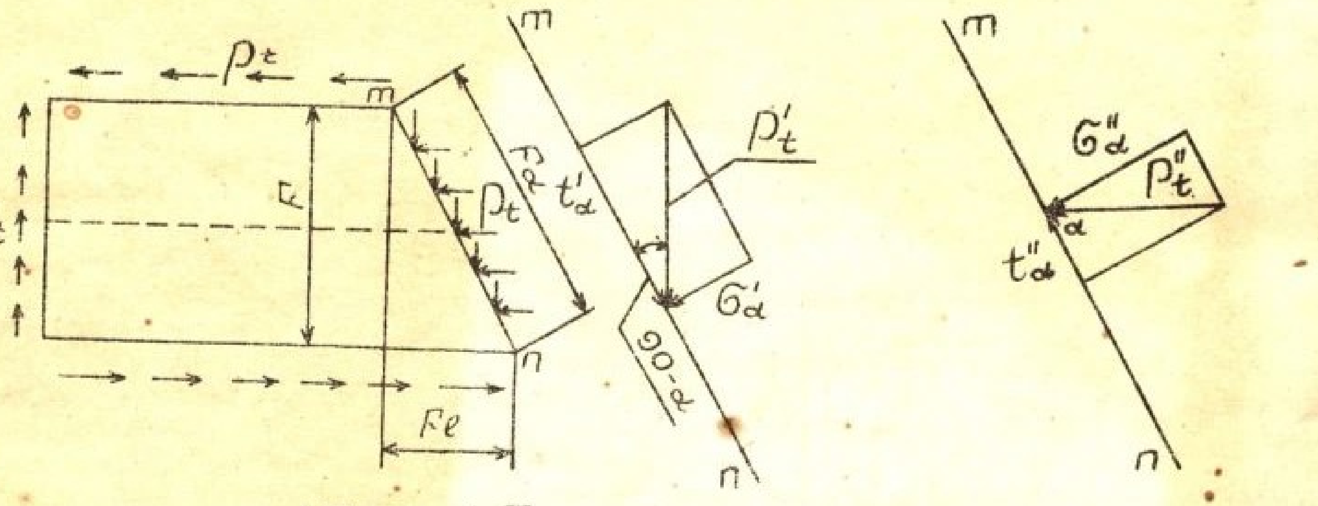
Тогда $t'_\alpha = P'_t \cos(90-\alpha) = P_t \cdot \sin^2\alpha$

и $t''_\alpha = P''_t \cdot \cos\alpha = P_t \cdot \cos^2\alpha$,

после чего $t_\alpha = P_t(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)$

Аналогично определению напряжению t_α определяем нормально сжимающее напряжение σ_α (см. черт. № 3)

$$\sigma_\alpha = \sigma'_\alpha + \sigma''_\alpha = P_t \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + P_t \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = P_t \cdot \sin 2\alpha.$$



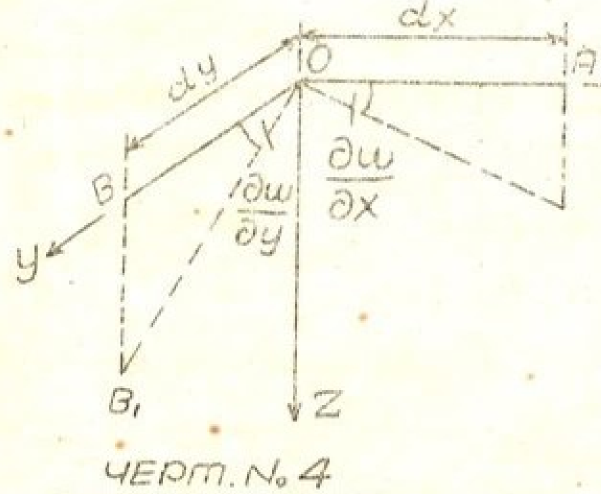
ЧЕРТ. № 3

Стало быть, нормальное сжимающее напряжение σ_α достигает максимума на площадке, наклонен. под углом в 45° к осевой плоскости бруска, или что то же к плоскости действия касательных напряжений и равно:

$$\sigma_{\alpha\,max} = P_t \quad \text{при } \alpha = 45°.$$

Таким образом наибольш выпучивание бруска следует ожидать в плоскости наклоненной под углом $\alpha = 45^\circ$ к осевой плоскости бруска (вывод этот совпадает с результатами, полученными инж. Знаменским который в основу своихо выводов кладет равномерное распределение напряжений, которое имеет место в бруске но не в пластинке). Опыты подтверждают то обстоятельство, что выпучивание пластинки (или иначе говоря прогиба пластинки) действительно идут по линиям, перпендикулярным к направлению наибольших сжимающих напряжений, которые в отличие от бруска в пластинке не распределяются равномерно по осям X и Y. Это обстоятельство ставит вопрос о разработке особого способа для определения критических напряжений P_{tkp} применительно к пластинке. Осветим ход определения критических напряжений P_{tkp} в пластинке, подверженной действию касательных напряжений P_t с применением метода Тимошенко - Ритца. По этому методу критические напряжения определяются из условия $\delta V = \delta T$, характеризующего устойчивость тела и выражающегося в том, что в положении устойчивости приращение потенциальной энергии (δV) равно приращению работы внешних сил (δT). Воздействие касательных напряжений P_t на рассматриваемую нами пластинку может быть заменено соответствующими сдвигами этой пластинки и получаемая при этом работа деформации и будет работа внешних напряжений P_t.

Для получения величины упомянутых сдвигов рассмотрим какую-либо точку O черт. №4 на срединной плоскости пластинки; через эту точку проведем два линейных элемента $OA=dx$ и $OB=dy$ параллельных (до деформации пластинки) соответственно осям X и Y. Ось Z на черт. № 4 направлена нормально к срединной плоскости пластинки (которая лежит в координатной плоскости XOY). Когда напряжение $p_t > p_{t\,кр.}$ произойдет выпучивание пластинки, которое приведет к вертикальному (и горизонтальному) перемещению отрезков OA и OB. (эти отрезки после деформации перейдут соответственно в положения OA_1 и OB_1) и к уменьшению первоначального угла между отрезками OA и OB, т.е. к сдвигу этих отрезков.



черт. № 4

Энергия сдвига соответствует работе внешних сил, а энергия изгиба соответствует работе внутренних сил при выпучивании пластинки. Поскольку уравнение поверхности выпучивания пластинки прямым путем трудно определить, это уравнение для случая опертой пластинки проф. Тимошенко задает в виде двойной суммы:

$$\omega=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b};$$

угол e_{xy} сдвига, совершенного элементами OA и OB, определяется из черт. № 4 по формуле $e_{xy}=\frac{\partial w}{\partial x}\cdot\frac{\partial w}{\partial y}$ из этой формулы видно, что сдвиг элементов не остается постоянным

по поверхности пластинки, поскольку первые производные

$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial w}{\partial y}\right)$ от уравнения упругой поверхности пластинки не являются постоянными величинами. Вот это непостоянство сдвигов в пластинке вместе с неравномерностью распределения нормальных напряжений и приводит к выражению $P_{t\,кр}$ отличным от соответствующего напряжения для бруска, что является одной из причин несовпадения опытного угла «φ» волнообразования в статье Знаменского с теоретическим ($\varphi = 35°$).

«Увеличение энергии сдвига вследствие выпучивания пластинки определяется по формуле

$$V_1 = P_t \int_0^a \int_0^b \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y}\, dx \cdot dy.$$

Энергия изгиба V_2, получающаяся в результате выпучивания пластинки определяется по формуле.

$$V_2 = \frac{D}{2} \cdot \frac{ab}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2,$$

где D цилиндрическая жесткость пластинки; из условия $V_1 + V_2 = 0$ определяется выражение для $P_{t\,кр.}$ (при наименьших значениях коэффициентов A_{mn}), в частности использованное в разработанном здесь примере расчета фюзеляжа аэроплана типа «Монокок» (инж. Винокуров. Л. П).

Расчет фюзеляжа типа «Монокок»

по методу Знаменского

(Разработка статьи Знаменского в ТВФ № 4 за 1934 г.)

Тонкостенная обшивка фюзеляжа типа «Монокок» при действии на нее нагрузок, превышающих какой-то минимум (нагрузки, соответствующие нормальному полету) теряет устойчивость.

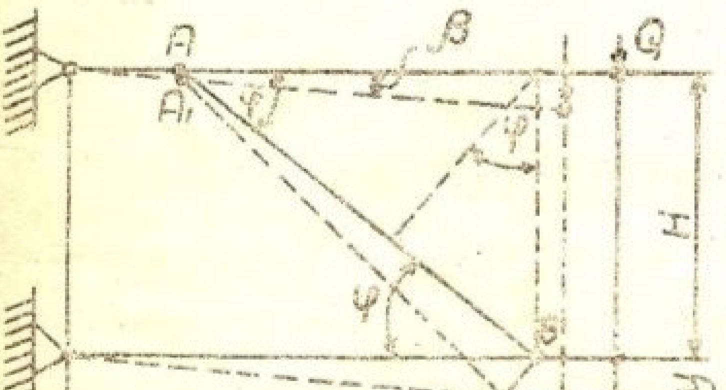
Явление потери устойчивости в тонкостенных оболочках, отлично от того же явления в стержневых конструкциях, где потеря устойчивости одним из стержней ведет к перегрузке остальных и, следовательно, к разрушению всего сооружения.

Тонкостенная оболочка при потере устойчивости, сопровождающейся волнообразованием продолжает нести нагрузку за счет сохранившейся жесткости на растяжение вдоль волны:

Относительно малой жесткостью на сжатие и изгиб волокон поперек волны, автор данного расчета пренебрегает.

Прежде чем перейти непосредственно к расчету фюзеляжа методом Знаменского, рассмотрим отдельно 2 случая работы пластинки.

Расчет пластинки.



черт. № 5

I-Случай. Пластинка (чертеж № 5) толщиною δ работает в пределах устойчивости; тогда величина касательных напряжений выразится формулой:

$$\tau = \frac{QS}{JS}$$ и абсолютный

сдвиг «y» будет $y = \frac{Q\ell}{gF} = \frac{Q\ell}{gH\delta}$

<u>2 случай.</u> Та же пластинка работает за пределами устойчивости.

На пластинке получится волна и направление ее должно, очевидно, совпасть с направлением наибольших касательных напряжений.

Пусть направление AB – направление волны.

Волокно AB, расположенное под углом φ к горизонту, после деформации займет положение A_1B_1, получив какое-то удлинение.

Усилие по волне AB должно равняться напряжениям, возникающим на площадке, перпендикулярной направлению AB, помноженным на величину этой площадки (по одну сторону волны (черт. № 5); т.е. усилие $= \sigma \cdot \delta H \cos\varphi$.

(Формула справедлива при условии:

$\sigma = \text{const}$ по длине пластинки).

Очевидно, вертикальная составляющая этого усилия должна равняться нашей перерезывающ. силе Q.

$$Q = \sigma \cdot \delta \cdot H \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi$$

или

$$\sigma \delta H \frac{\sin 2\varphi}{2} = Q, \text{ откуда } \sigma = \frac{2Q}{\delta H \sin 2\varphi} \quad (1')$$

Определим теперь угол сдвига «β», когда пластинка теряет устойчивость;

$tg\beta = \frac{y}{l}$ но ввиду малости углов считаем

что $tg\beta \simeq \beta = \frac{y}{l}$

Работа, совершенная силой Q, равна $\frac{Qy}{2}$

Потенциальная энергия, накопленная единицей об'ема пластинки, равна $\frac{\sigma^2}{2E}$; тогда полная потенциальная энергия пластинки $= \frac{\sigma^2 \delta H \cdot l}{2E}$ (при условии постоянства напряжения по длине) где $\delta H \cdot l$ – об'ем пластинки.

Из условия равенства работы внешней силы и потенциальной энергии можно написать:

$\frac{Qy}{2} = \frac{\sigma^2 \delta \cdot H \cdot l}{2E}$ подставляя значение σ ф-лы (1') получаем:

$\frac{Qy}{2} = \frac{4Q^2 \delta \cdot H \cdot l}{2E\delta^2 H^2 \sin^2 2\varphi}$ сократив получим:

$$y = \frac{4Ql}{E\delta H \sin^2 2\varphi} \dots (1''); \qquad \beta = \frac{y}{l} = \frac{4Q}{E\delta H \sin^2 2\varphi} \dots (2);$$

Расчет круглой тонкостенной трубы.

Рассмотрим три отдельных задачи:

1 задача – весь материал трубы находится в пределах устойчивости

2 задача – весь материал трубы находится за пределами устойчивости.

3 задача – материал работает позонам.

Задача 1-я – черт. № 6.

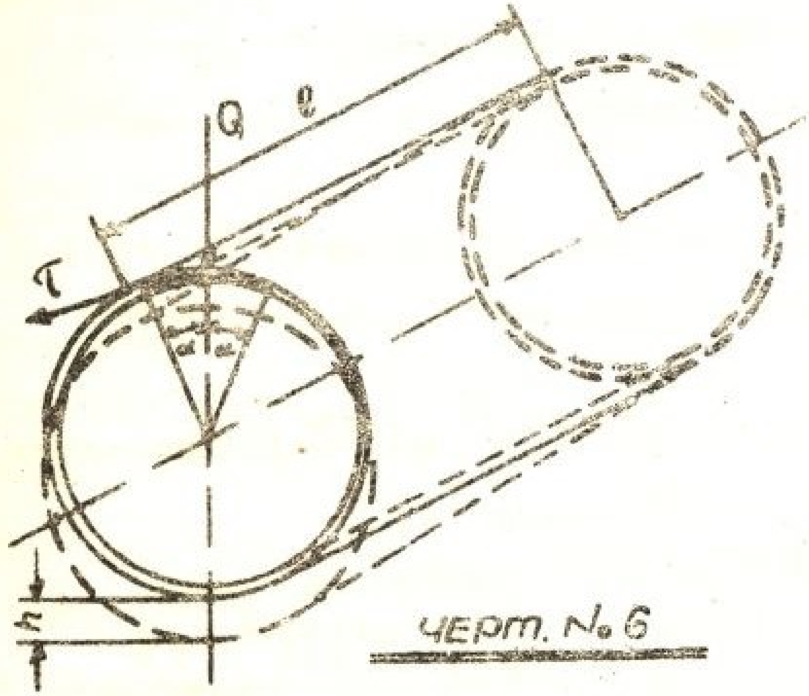
В пределах устойчивости.

$\tau = \frac{QS}{J_B}$; для нашего случая

$B = 2\delta$ тогда $\tau = \frac{QS}{J2\delta}$;

$S = F \cdot a = 2R\alpha\delta \cdot R\frac{\sin\alpha}{\alpha} = 2\delta R^2 \sin\alpha.$

$$\tau = \frac{Q\,2\delta R^2 \sin\alpha}{J \cdot 2\delta} = \frac{QR^2 \sin\alpha}{J} \quad \dots (4)$$

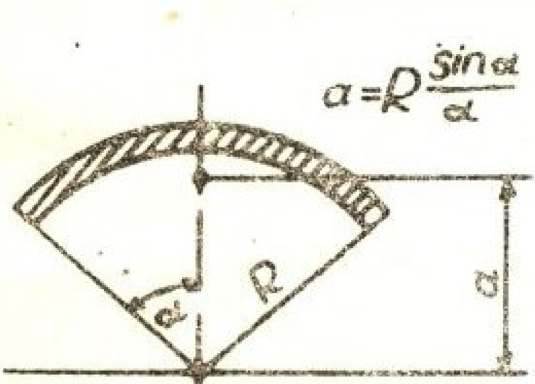


черт. № 6

a – находится как расстояние от центра тяжести площади ограниченной двумя концентрическими дугами до центра кривизны (черт. № 7) (см. справочник Металлиста изд. 31г. стр. 74, где расстояние до центра тяжести

$$a = OS = 38{,}197 \frac{(R^3 - r^3)\sin\alpha}{(R^2 - r^2)\alpha^\circ} = 38{,}197 \frac{(R-r)(R^2+Rr+r^2)\sin\alpha}{(R-r)(R+r)\alpha};$$

$$a = R\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$



черт. № 7.

Считая, при малых «δ» $R \approx r \approx R_{cp}$, имеем: $a = OS = 38{,}197 \,{}^2/_3 \dfrac{R_{cp}^2 \sin\alpha}{R_{cp}\,\alpha^\circ}$;

где α выражен в градусах; если α выразим в радианах то:

$$a = OS = R\frac{\sin\alpha}{\alpha}; \;)$$

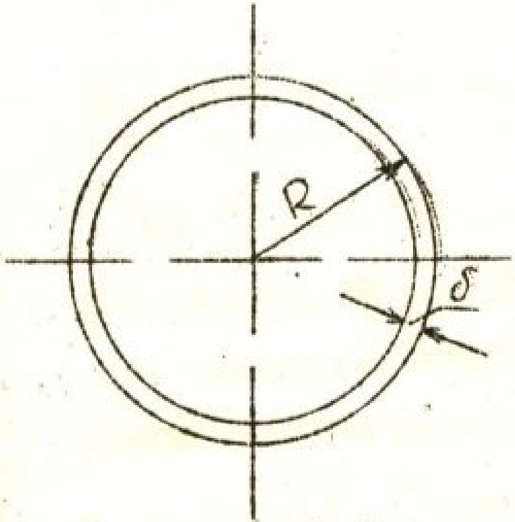
Работа внешней силы равная $\frac{Qh}{2}$ (см. черт. № 6) должна равняться потенциальной энергии сдвига, накопленной системой, равной $U \cdot \ell$, где u – потенциальная энергия, накопленная единицей длины.

Если удельная потенц. энергия при сдвиге $W = \frac{\tau^2}{2G}$, то

$$dU=\frac{\tau^2}{2G}\cdot\delta R\cdot d\alpha\cdot 1.\quad U=4\int_0^{\pi/2}\frac{\tau^2}{2G}\,\delta\cdot R\cdot d\alpha.$$

Подставляя значение τ из формулы (4) получим

$$U=4\int_0^{\pi/2}\frac{Q^2R^4\sin^2\alpha\cdot\delta\cdot R\cdot d\alpha}{J^2\cdot 2G};$$



черт. № 8

Входящий в формулу момент инерции «J», выразим в функции размеров R и δ;

имеем: $J_p=2\pi R\delta\cdot R^2=2\pi R^3\delta$ (приближенно) (черт. № 8)

Иначе это можно доказать так:

$$J_p=\frac{\pi(R^4-r^4)}{2}=\frac{\pi(R^2-r^2)(R^2+r^2)}{2}=$$

$$=\frac{\pi(R-r)(R+r)(R^2+r^2)}{2}$$

При $R\cong r=R_{cp.}$

$$J_p=\frac{\pi\cdot\delta\cdot 2R_{cp}\,2R_{cp}^2}{2}=2\pi\delta R_{cp}^3$$

$$J=\frac{J_p}{2}=\pi R^3\delta$$

подставляем: $U=4\int_0^{\pi/2}\frac{Q^2R^4\sin^2\alpha\,\delta R\,d\alpha}{2G\pi^2R^6\delta^2}=\frac{4Q^2}{2\pi^2R\delta G}\int_0^{\pi/2}\sin^2\alpha\cdot d\alpha.$

тогда $\frac{Qh}{2}=\frac{4Q^2\ell}{2\pi^2R\delta G}\int_0^{\pi/2}\sin^2\alpha\cdot d\alpha$

$$h=\frac{4Q\ell}{\pi^2R\delta G}\int_0^{\pi/2}\sin^2\alpha\cdot d\alpha=\frac{4Q\ell}{\pi^2R\delta G}\int_0^{\pi/2}\frac{1-\cos 2\alpha}{2}\,d\alpha$$

$$h=\frac{4Q\ell}{\pi^2 R\delta G}\left|_0^{\pi/2}\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{2}\,\frac{\sin 2\alpha}{2}=\frac{4Q\ell}{\pi^2 R\delta G}\right|_0^{\pi/2}\frac{1}{4}\left(2\alpha-\sin 2\alpha\right)=\frac{4Q\ell\pi}{\pi^2 R\delta G\cdot 4}.$$

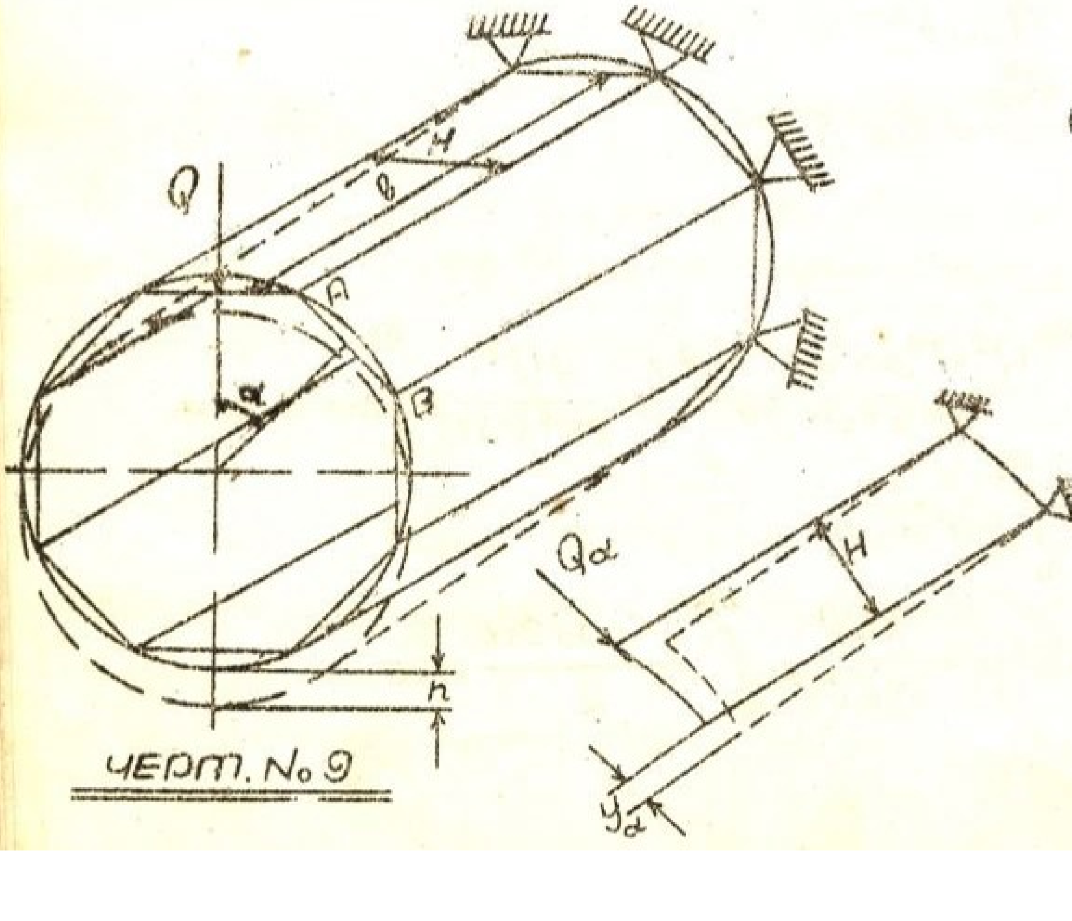
окончательно: $h=\dfrac{Q\ell}{\pi\cdot RG\cdot\delta}$; ....(6)

Задача № 2

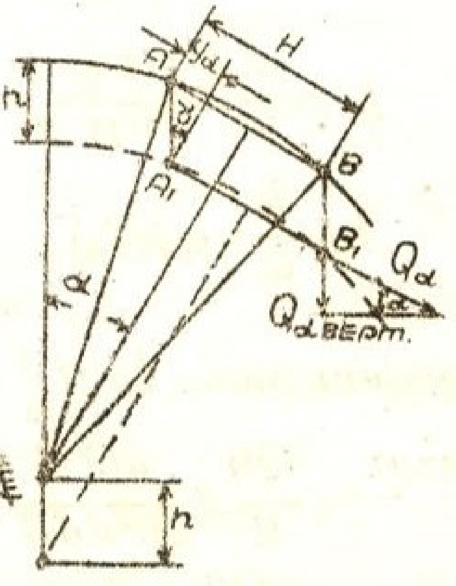
Считаем, что вся труба работает за пределами устойчивости.

При перемещении трубы на величину «h» грань AB займет положение A_1B_1 (черт. №№ 9 и 10) Перемещение можно рассматривать как сложное, состоящее из двух: поворота относительно оси $\parallel AB$ и сдвига вдоль AB. Из черт. № 10 величина сдвига $y=h\cdot\sin\alpha$. Из формулы (1″).

$$y_\alpha=\frac{4Q_\alpha\cdot\ell}{E\delta H\sin^2 2\varphi}=h\sin\alpha;\qquad Q_\alpha=\frac{\delta\, h\sin\alpha\, EH\sin^2 2\varphi}{4\ell}\ \ldots(7).$$



ЧЕРТ. № 9



ЧЕРТ. № 10

При бесконечно-большем числе граней, каждую грань (длиной dH) можно рассматривать как дугу: $dH = R\,d\alpha$; тогда элементарная сила

$$dQ_\alpha = \frac{h\sin\alpha\, E\delta R\, d\alpha \sin^2 2\varphi}{4\ell}$$

Вертикальная составляющая силы dQ_α равна $dQ_\alpha \sin\alpha$

$$dQ_{\alpha\,\text{верт.}} = \frac{hE\delta R \sin^2 2\varphi \sin^2\alpha \cdot d\alpha}{4\ell}$$

Сумма всех вертикальных составляющих ($dQ_{\alpha\,\text{верт}}$) должна равняться внешней перерезывающей силе Q

$$Q = 4\int_0^{\pi/2} dQ_{\alpha\,\text{верт}} = \frac{4E\delta R h \sin^2 2\varphi\,\pi}{4\ell\cdot 4} = \frac{E\delta\pi R h \sin^2 2\varphi}{4\ell}$$

откуда $h = \dfrac{4Q\ell}{\pi\cdot E\delta R\sin^2 2\varphi}$ ....(8)

$$\sigma_\alpha = \frac{2Q_\alpha}{\delta H \sin 2\varphi} \text{ из формулы (1')}$$

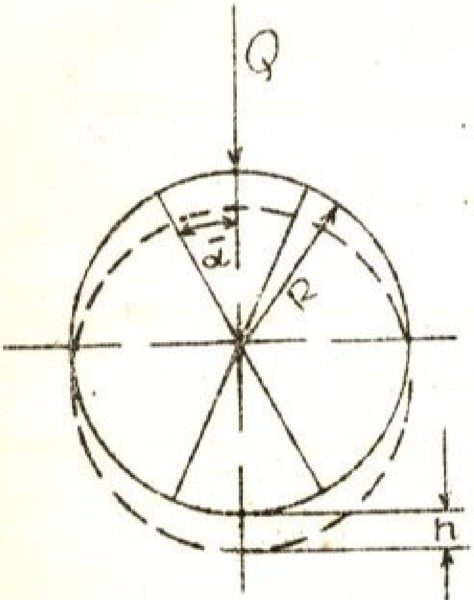
Подставляем значение Q_α из ф-лы (7)

тогда $\sigma_\alpha = \dfrac{2\cdot h\sin\alpha\, E\cdot\delta H\cdot\sin^2 2\varphi}{4\ell\,\delta H\sin 2\varphi} = \dfrac{hE\sin 2\varphi\sin\alpha}{2\ell}$

Подставляя вместо h его значение ф-лы (8) получим

$$\sigma_\alpha = \frac{2\sin\alpha\, E\delta H\sin^2 2\varphi\cdot 4Q\ell}{4\ell\,\delta H\sin 2\varphi\,\pi E\delta R\sin^2 2\varphi} = \frac{2Q\sin\alpha}{\pi\delta R\sin 2\varphi} \quad \text{....(10)}$$

<u>Задача 3.</u> Материал работает по зонам (верхн. и нижняя части трубы в пределах устойчивости, боковые части - за пределами устойчивости).



черт. № 11

$\bar{\alpha}$ - угол стыка зон (черт. № 11)

$$Q=4\left[\int_0^{\bar{\alpha}}\tau_{верт.}\,\delta R\,d\alpha+\int_{\bar{\alpha}}^{\pi/2} dQ_{верт.}\right],$$

так как в точке стыка зон разрыва нет, то

$$y_\alpha=h\sin\alpha;$$

$$\beta=\frac{y_\alpha}{l};$$ известно, что напряжения при сдвиге равны относительному сдвигу (β) помноженному на модуль (g) т.е.

$$\tau=\beta g=\frac{y_\alpha}{l}g=\frac{h\sin\alpha}{l}g$$

(доказать это можно еще следующим образом:

$$\tau=\frac{QR^2\sin\alpha}{J}\quad(\text{ф-ла } 4)\quad J=\pi R^3\delta$$

$$\tau=\frac{QR^2\sin\alpha}{\pi\cdot R^3\delta}=\frac{Q\sin\alpha}{\pi\cdot R\cdot\delta};$$ определяем Q из ф-лы (6)

$$Q=\frac{h\pi\cdot R\cdot g\cdot\delta}{l}$$ и подставляем это значение в выражение

для τ; тогда $$\tau=\frac{h\pi\cdot R\cdot g\delta\cdot\sin\alpha}{\pi R\cdot\delta\cdot l}=\frac{h\sin\alpha}{l}g\ )$$

$$\tau_{верт}=\tau\cdot\sin\alpha.$$

Рассмотрим отдельно 1° интеграл.

$$\int_0^{\bar{\alpha}}\tau_{верт.}\,dF=\int_0^{\bar{\alpha}}\tau_{в.}\cdot\delta\cdot R\,d\alpha=\int_0^{\bar{\alpha}}\frac{hg}{l}\,\delta R\sin^2\alpha\,d\alpha=\frac{hg\delta R}{4l}(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})$$

Отдельно 2-й интеграл.

$\int_{\bar\alpha}^{\pi/2} dQ_{верт}$ – подставляя значения $dQ_{верт}$, получим:

$$\int_{\bar\alpha}^{\pi/2} dQ_{верт.} = \int_{\bar\alpha}^{\pi/2} \frac{E\delta Rh\sin^2 2\varphi\sin^2\alpha\cdot d\alpha}{4\ell} =$$

$$= \frac{E\delta Rh\sin^2 2\varphi}{4\ell\cdot 4}\left[\pi - (2\bar\alpha - \sin 2\bar\alpha)\right]$$

$$Q = 4\left[\int_0^{\bar\alpha}\tau_{верт}\,dF + \int_{\bar\alpha}^{\pi/2} dQ_{верт.}\right] = 4\left\{\left[\frac{hg\delta R}{4\ell}(2\bar\alpha - \sin 2\bar\alpha) + \frac{E\delta Rh\sin^2 2\varphi}{4\ell\cdot 4}\left[\pi - (2\bar\alpha - \sin 2\bar\alpha)\right]\right]\right\} =$$

$$= \frac{hR\delta}{\ell}\left[(2\bar\alpha - \sin 2\bar\alpha)\left(g - \frac{E\sin^2 2\varphi}{4}\right) + \frac{\pi E\sin^2 2\varphi}{4}\right] \text{ откуда}$$

$$h = \frac{Q\ell}{R\delta\left[\left(g - \frac{E\sin^2 2\varphi}{4}\right)(2\bar\alpha - \sin 2\bar\alpha) + \frac{\pi E\sin^2 2\varphi}{4}\right]} \quad \ldots\ldots(11)$$

если $\bar\alpha = \pi/2$, что означает, что вся труба находится в пределах устойчивости,

$$\text{то } \underline{\underline{h}} = \frac{Q\ell}{R\delta\left[\left(g - \frac{E\sin^2 2\varphi}{4}\right)(\pi - 0) + \frac{\pi E\sin^2 2\varphi}{4}\right]} =$$

$$= \frac{Q\ell}{R\delta\left(\pi g - \frac{\pi E\sin^2 2\varphi}{4} + \frac{\pi E\sin^2 2\varphi}{4}\right)} = \underline{\underline{\frac{Q\ell}{\pi g R\delta}}},$$

т.е. мы получаем уже известную ~~на~~ формулу (6).

Аналогично, когда $\bar\alpha = 0$, т.е. когда весь материал трубы находится за пределами устойчивости, 16

$$h = \frac{4Ql}{\delta R \pi E \sin^2 2\varphi}$$ т.е. получим ф-лу (8)

Раньше мы уже писали, что $\tau_\alpha = \frac{hg}{l} \sin\alpha$;

подставляя значение h из ф-лы (11) получим

$$\tau_\alpha = \frac{Qlg\sin\alpha}{lR\delta\left[(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha})(g - \frac{E\sin^2 2\varphi}{4}) + \frac{\pi E \sin^2 2\varphi}{4}\right.};$$

$$\tau_\alpha = \frac{Qg\sin\alpha}{R\delta\left[(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha})(g - \frac{E\sin^2 2\varphi}{4}) + \frac{\pi E \sin^2 2\varphi}{4}\right.} \quad \ldots (12)$$

При выводе формулы (10) мы имели, что

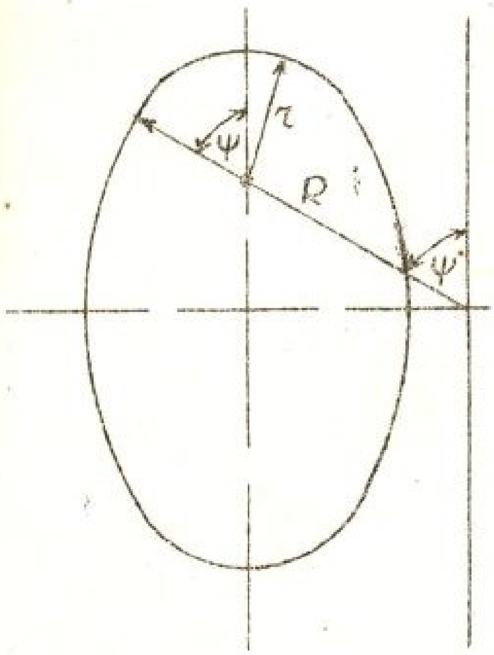
$$\sigma = \frac{Eh\sin 2\varphi \sin\alpha}{2l}$$

подставляя значение h из ф-лы (11) получим:

$$\sigma = \frac{E\sin 2\varphi \cdot \sin\alpha\, Q \cdot l}{2l\delta R\left[(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha})(g - \frac{E\sin^2 2\varphi}{4}) + \frac{\pi E \sin^2 2\varphi}{4}\right.};$$

$$\sigma = \frac{QE\sin 2\varphi \sin\alpha}{2R\delta\left[(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha})(g - \frac{E\sin^2 2\varphi}{4}) + \frac{\pi E \sin^2 2\varphi}{4}\right]} \quad \ldots (14)$$

До сих пор, все наши выводы были построены для фюзеляжа монокок, имеющего круглое сечение. На практике, в большинстве случаев, сечение фюзеляжа делают не круглым, а овальным - вычерченным двумя радиусами (см. черт. №12). К рассмотрению такого типа фюзеляжа мы переходим. Вводим следующие обозначения r и R радиусы построения овала.



Черт. № 12

Ψ - угол сопряжения радиусов

$\bar{\alpha}$ - угол стыка зон (устойчивой и неустойчивой).

Рассмотрим отдельно три случая.

I. когда $\bar{\alpha} = \Psi$ (случай вспомогательный)

II когда $\bar{\alpha} < \Psi$

III когда $\bar{\alpha} > \Psi$.

Мы уже имеем для задачи 3, когда труба работает по зонам.

$$Q=4\left[\int_0^{\bar{\alpha}} \tau_{верт.} dF + \int_{\bar{\alpha}}^{\pi/2} dQ_{верт.}\right]$$

если $\bar{\alpha}=\Psi$ (случай I).

$$Q=4\left[\int_0^{\bar{\alpha}=\Psi} \tau_{верт.} \delta r \, d\alpha + \int_{\bar{\alpha}=\Psi}^{\pi/2} dQ_{верт.}\right]$$

Значение этих интегралов мы уже имели ранее, а потому можем написать сразу, выражая 1й интеграл в функции «r», а 2й интеграл в функции «R»

$$\int_0^{\Psi} \tau_{верт.} dF = \frac{h\delta g r}{4\ell}(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha}) \quad и$$

$$\int_{\bar{\alpha}=\Psi}^{\pi/2} dQ_{верт.} = \frac{E\delta R h \sin^2 2\Psi}{16\ell}\left[\pi-(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\right]$$

$$Q=\left\{\frac{hg\delta r}{\ell}(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})+\frac{ER\delta h \sin^2 2\Psi}{4\ell}\left[\pi-(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\right]\right\}=$$

$$=\frac{h\delta}{\ell}\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g\cdot r-\frac{ER\sin^2 2\Psi}{4}\right)+\left(\frac{\pi E R \sin^2 2\Psi}{4}\right)\right] \quad \ldots\ldots (15)$$

$$откуда \; h=\frac{Q\ell}{\delta\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g r-\frac{ER\sin^2 2\Psi}{4}\right)+\frac{\pi E R\sin^2 2\Psi}{4}\right]} \quad (16)$$

устойчивая зона

$$\tau = \frac{hg}{l}\sin\alpha\ ;$$

подставляя значение h из ф-лы (16), получим:

$$\tau = \frac{Qg\cdot\sin\alpha}{\delta\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g_r - \frac{ER\sin^2 2\psi}{4}\right) + \frac{\pi ER\sin^2 2\psi}{4}\right]} \quad \ldots\ldots (17)$$

неустойчивая зона

$$\sigma = \frac{hE\sin 2\psi\sin\alpha}{2l}\ ;$$

подставляя значение h из ф-лы (16), получим:

$$\sigma = \frac{QE\sin 2\psi\sin\alpha}{2\delta\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g_r - \frac{ER\sin^2 2\psi}{4}\right) + \frac{\pi ER\sin 2\psi}{4}\right]} \quad \ldots\ldots (18)$$

<u>2й случай, когда $\bar{\alpha} < \psi$</u>

В этом случае устойчивая зона ограничена пределами $0 \div \bar{\alpha}$ (первый интеграл-функция «r»); неустойчивая зона имеет 2 части: первую в пределах $\bar{\alpha} \div \psi$ (второй интеграл-функция «r»), и вторую в пределах $\psi \div \pi/2$ (третий интеграл – функция «R»).

$$Q = 4\left[\int_0^{\bar{\alpha}} \tau_{верт.}\delta r\,d\alpha + \int_{\bar{\alpha}}^{\psi} \underbrace{dQ_{верт.}}_{f(r)} \int_{\psi}^{\pi/2} \underbrace{dQ_{верт.}}_{f(R)}\right.$$

$$Q = \frac{hg_r\delta}{l}(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha}) + \frac{E\delta r h\sin^2 2\psi}{4l}\left[(2\psi-\sin 2\psi)-(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\right] +$$

$$+\frac{h\delta ER\sin^2 2\psi}{4l}\left[\pi-(2\psi-\sin 2\psi)\right]$$

$$Q=\frac{h\delta}{\ell}\left\{r\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g-\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\right)\right]+\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\left[(2\psi-\sin 2\psi)(r-R)+\pi R\right]\right\}$$

откуда:

$$h=\frac{Q\ell}{\delta\left\{r\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g-\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\right)\right]+\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\left[(2\psi-\sin 2\psi)(r-R)+\pi R\right]\right\}}$$

устойчивая зона

$$\tau=\frac{Qg\sin\alpha}{\delta\left\{r\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g-\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\right)\right]+\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\left[(2\psi-\sin 2\psi)(r-R)+\pi R\right]\right\}} \quad \ldots (19)$$

неустойчивая зона

$$\sigma=\frac{QE\sin 2\psi\sin\alpha}{2\delta\left\{r(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g-\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\right)+\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\left[(2\psi-\sin 2\psi)(r-R)+\pi R\right]\right\}} \quad \ldots (20)$$

<u>3-й случай $\bar{\alpha}>\psi$</u>

аналогично

$$Q=4\left[\int_0^{\psi}\tau_{верт.}\delta r\,d\alpha+\int_{\psi}^{\bar{\alpha}}\tau_{верт}\delta R\,d\alpha+\int_{\bar{\alpha}}^{\pi/2}\underbrace{dQ_{верт.}}_{f(R)}\right]=$$

$$=4\left\{\frac{hg\delta r}{4\ell}(2\psi-\sin 2\psi)+\frac{hg\delta R}{4\ell}\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})-(2\psi-\sin 2\psi)\right]+\frac{E\delta Rh\sin^2 2\psi}{16\ell}\left[\pi-(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\right]\right\}=$$

$$=\frac{h\delta}{\ell}\left[g(R-r)(\sin 2\psi-2\psi)+R\left(g-\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\right)(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})+\frac{\pi RE\sin^2 2\psi}{4}\right];$$

откуда

$$h=\frac{Q\ell}{\delta\left[R\left(g-\frac{E\sin^2 2\psi}{4}\right)(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})+\frac{\pi RE\sin^2 2\psi}{4}+g(r+R)(2\psi-\sin 2\psi)\right]}$$

устойчивая зона

$$\tau = \frac{Qg\sin\alpha}{\delta\left[R\left(g-\frac{E\sin^2 2\varphi}{4}\right)(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})+\frac{\pi R E\sin^2 2\varphi}{4}+g(r-R)(2\varphi-\sin 2\varphi)\right]} \quad \ldots (21)$$

неустойчивая зона

$$\sigma = \frac{QE\sin 2\varphi\sin\alpha}{2\delta\left[R\left(g-\frac{E\sin^2 2\varphi}{4}\right)(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})+\frac{\pi R E\sin^2 2\varphi}{4}+g(r-R)(2\varphi-\sin 2\varphi)\right]} \quad \ldots (22)$$

В практических случаях приходится иметь дело с фюзеляжами овального типа для которых выведены формулы значений τ и σ (17, 18, 19, 20, 21 и 22) в зависимости от того, в зоне какого радиуса теряет обшивка устойчивость. (практически применынимы формулами являются 19, 20, 21 и 22 (случай 2 и 3).

Случай 1 следует рассматривать лишь как вспомогательный при выводе). Перед тем как перейти к практическому расчету обратим внимание на следующее:

1). Обозначения в формулах этой работы не совпадают с обозначениями принятыми в статье Знаменского, что сделано с целью внести большую ясность в обозначениях.

Нумерация формул совпадает с нумерацией статьи.

2) Угол стыка зон обозначен через $\bar{\alpha}$, а через α обозначен угол соответствующий точке, в которой мы ищем τ или σ.

Таким образом, если мы хотим найти критическое напряжение, которое будет в месте стыка зон, то необходимо в ф-лы 19 и 21 вместо $\sin\alpha$ подставить значение $\sin\bar{\alpha}$, и ф-лы (19 и 21) примут вид:

$$\tau_{крит.} = \frac{Qg\sin\bar{\alpha}}{\delta\left\{r\left[(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})\left(g-\frac{E\sin^2 2\varphi}{4}\right)\right]+\frac{E\sin^2 2\varphi}{4}\left[(2\varphi-\sin 2\varphi)(r-R)+\pi R\right]\right\}} \quad \ldots (19')$$

$$\tau_{крит.} = \frac{Qg\sin\bar{\alpha}}{\delta\left[R\left(g-\frac{E\sin^2 2\varphi}{4}\right)(2\bar{\alpha}-\sin 2\bar{\alpha})+\frac{\pi R E\sin^2 2\varphi}{4}+g(r-R)(2\varphi-\sin 2\varphi)\right]} \quad \ldots (21')$$

где $\tau_{крит.} = K\frac{\pi^2 E\delta^2}{12 b^2(1-\mu^2)}$; ....(23)

для изотропного материала (Для фанерной обшивки, см. ниже «Примерный расчет»).

μ – коэф. Пуасона

b – расстояние между стрингерами

K – Коэф. который находится в зависимости от отношения $\frac{\ell}{b}$ где

ℓ – расстояние между шпонгоутами (см. Тимошенко Сопр. матер. ч. II стр. 215 табл. 22).

Следовательно, имея две расчетные формулы (19') и (21'), мы всегда можем определить угол, определяющий место стыка устойчивой и неустойчивой зон

Проще всего, эти уравнения решать методом постепенного приближения. Но, прежде чем перейти к определению зоны с потерянной устойчивостью, необходимо определить минимально необходимую толщину обшивки фюзеляжа «δ»

Исходя из таких условий: При нормальном полете самолета (коэф. перегрузки $n \simeq 2$) фюзеляж самолета должен быть полностью устойчив т.е. $\bar{\alpha}$ должно равняться $\pi/2$;

22

(Обусловлено требованиями:

1). Минимального лобового сопротивления

2). Увеличения срока амортизации материала (утомляемость).

Подставляя в формулу (21') вместо $\bar{\alpha}$, $\pi/2$ и, вместо $\tau_{крит.}$ его значение из формулы (23) получим уравнение вида.

$A\delta^2 = \frac{B}{\delta}$ откуда находим.

$\delta^3 = C$ и $\delta = \sqrt[3]{C}$ (см. примерный расчет).

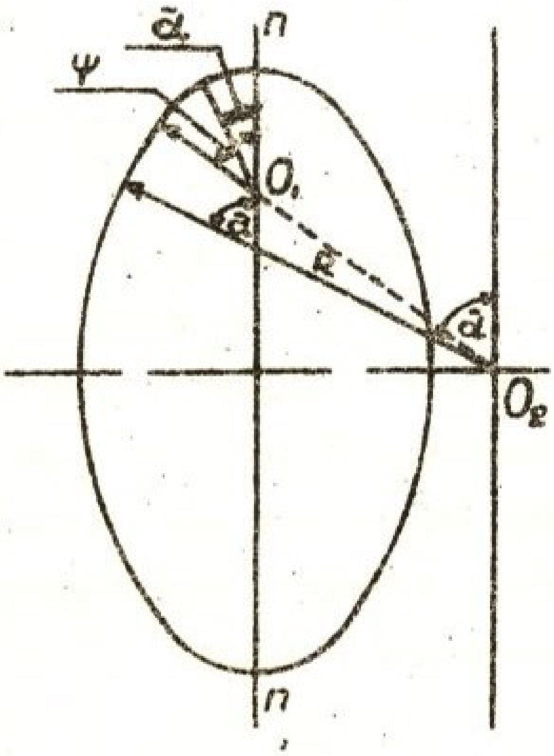
Определив толщину обшивки, приступаем к расчету фюзеляжа на расчетную перерезывающую силу Q.

Подставляем в любую из формул 19' или 21' $\bar{\alpha} = \psi$ и если полученное значение τ будет меньше $\tau_{крит.}$ подсчитанного по формуле 23, то зона малого радиуса будет целиком устойчива и подбирая дальнейшие значения $\bar{\alpha}$ следует подставлять их в ф-лу (21'). Если-же значение τ, при $\bar{\alpha} = \psi$, будет больше $\tau_{крит.}$, то зона малого радиуса неустойчива и значения $\bar{\alpha}$, при дальнейшем подборе, следует подставлять в ф-лу (19').

3) В теоретических подсчетах угол волнообразования φ принимает равным 45°, практически-же этот угол равен 30-35°, за счет не изотропиости материала влияния закрепления пластинки по контуру и неравномерного распределения напряжений по сечению пластинки (см. вводную часть).

Если в формулы 19' и 21' подставить вместо теоретического угла волнообразования $\psi=45°$ практический угол $\psi=30-35°$, то мы увидим что потеря устойчивости наступит раньше (см. примерный расчет).

4) Кстати заметим, что 1) за длину «l» в формулах Знаменского и настоящей работы принимать расстояние между шпангоутами и 2) Отсчет угла $\bar{\alpha}$ в зоне малого радиуса производится от точки O_1 – в зоне большого радиуса от точки O_2.



Черт. № 13

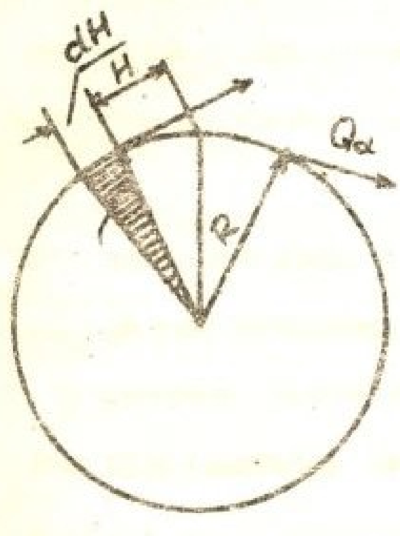
Следует заметить, что в том и другом случае угол $\bar{\alpha}$ может быть определен как угол между направлением радиуса (R или r) и Осью n-n. (чертеж № 13).

Формулы (20) и (22) служат для определения величины нормальных напряжений в зонах потерявших устойчивость. Напряжения эти не должны превышать допустимых на прочность для данного материала.

Кручение

По Бретту $\tau=\frac{M_{кр.}}{2\delta F_{конт.}}$

Эта формула справедлива до тех пор пока обшивка не потеряла устойчивости. В случае потери устойчивости, в обшивке возникают уже нормальные напряжения σ.



ЧЕРТ. № 14

Вывод формулы для определения значения σ будет аналогичным выводу формулы Бретта в пределах устойчивости.

Разбивая цилиндр на отдельные грани получим:

$$Q_\alpha = \frac{M_{кр}}{R}$$

Мы уже имели (ф-ла 1')

$$\sigma_\alpha = \frac{2Q_\alpha}{\delta \cdot H \sin 2\varphi}$$

откуда $$Q_\alpha = \sigma_\alpha \delta \cdot H \frac{\sin 2\varphi}{2}.$$

При бесконечно большем числе граней, на каждую грань действует сила dQ_α. Для определения dQ_α необходимо, вместо перемещения H, взять dH или, что все равно, $Rd\alpha$.

$$dQ_\alpha = \sigma_\alpha \delta R d\alpha \frac{\sin 2\varphi}{2};$$

Элементарный момент dM равен

$$dM = R \cdot dQ_\alpha = \sigma_\alpha \delta \sin 2\varphi \frac{R \cdot R \cdot d\alpha}{2}$$

Из черт. № 14 видно, что величина $\frac{R \cdot R \cdot d\alpha}{2}$ представляет площадку dF (заштрихован. треугольник) тогда

$$dM = \sigma_\alpha \delta \sin 2\varphi \, dF$$

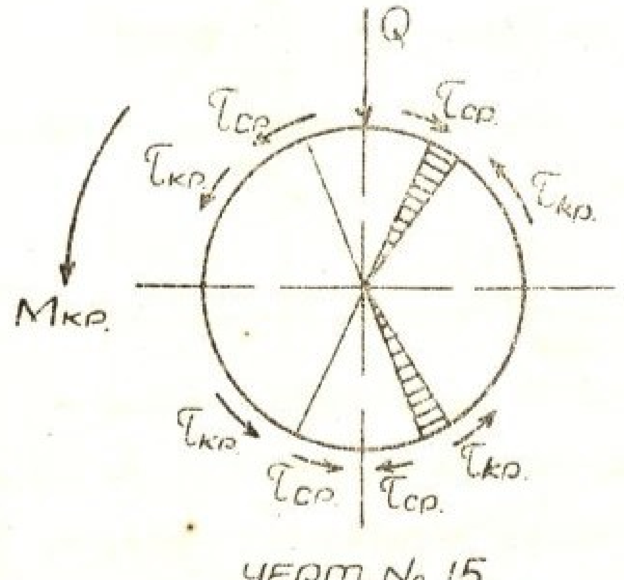
Очевидно что полный момент будет равен:

$M = \sigma_\alpha \delta \sin 2\varphi \cdot F$, где δ - толщина обшивки, φ - угол волнообразования и F - площадь контура.

$$\sigma_\alpha = \frac{M_{кр.}}{\delta F \sin 2\varphi}$$

Метод Знаменского рассматривает отдельно потерю устойчивости от среза и от кручения.

В действительности мы имеем одновременно срез и кручение и потеря устойчивости наступит значительно раньше, чем при раздельном их действии, т.к. суммирование напряжений будет происходить согласно схеме (черт. № 15) и устойчивость левой половиной контура будет потеряна при угле меньше $\bar{\alpha}$. Рассматривать совместное действие двух деформаций по принципу независимости действия сил в системе находящейся на грани устойчивости нельзя.



ЧЕРТ. № 15.

Для правильного разрешения поставленной задачи необходимо рассматривать систему теряющую устойчивость под влиянием среза и кручения совместно.

Это является темой дальнейшей разработки расчета фюзеляжа типа «Монокок».

Приближенно, при использовании принципа независимости действия сил, задача о напряжениях в обшивке фюзеляжа, потерявшей устойчивость под влиянием совместного действия среза и кручения, может быть решена следующим образом:

При найденном $\bar{\alpha}$ (угле определяющем начало потери устойчивости обшивкой при действии на нее только силы Q), ф-лы (19) и (21) имеют вид

$$\tau_{среза} = A\sin\alpha\,,$$ где $A = const$ для данного сечения фюзеляжа

$$\tau_{круч.} = \frac{M}{2F\delta}$$ – постоянно по всему контуру (при $\delta = const$).

Суммарное напряжение в любой точке контура, определеяемой углом α, найдется как

$$\underline{\tau_{сумм}} = \tau_{ср.} + \tau_{круч.} = \underline{A\sin\alpha + \tau_{круч.}}$$

В таком случае точка, в которой обшивка теряет устойчивость при действии на нее срезывающей силы Q и крутящего момента M, определяемая углом $\bar{\bar{\alpha}}$, может быть найдена подстановкой

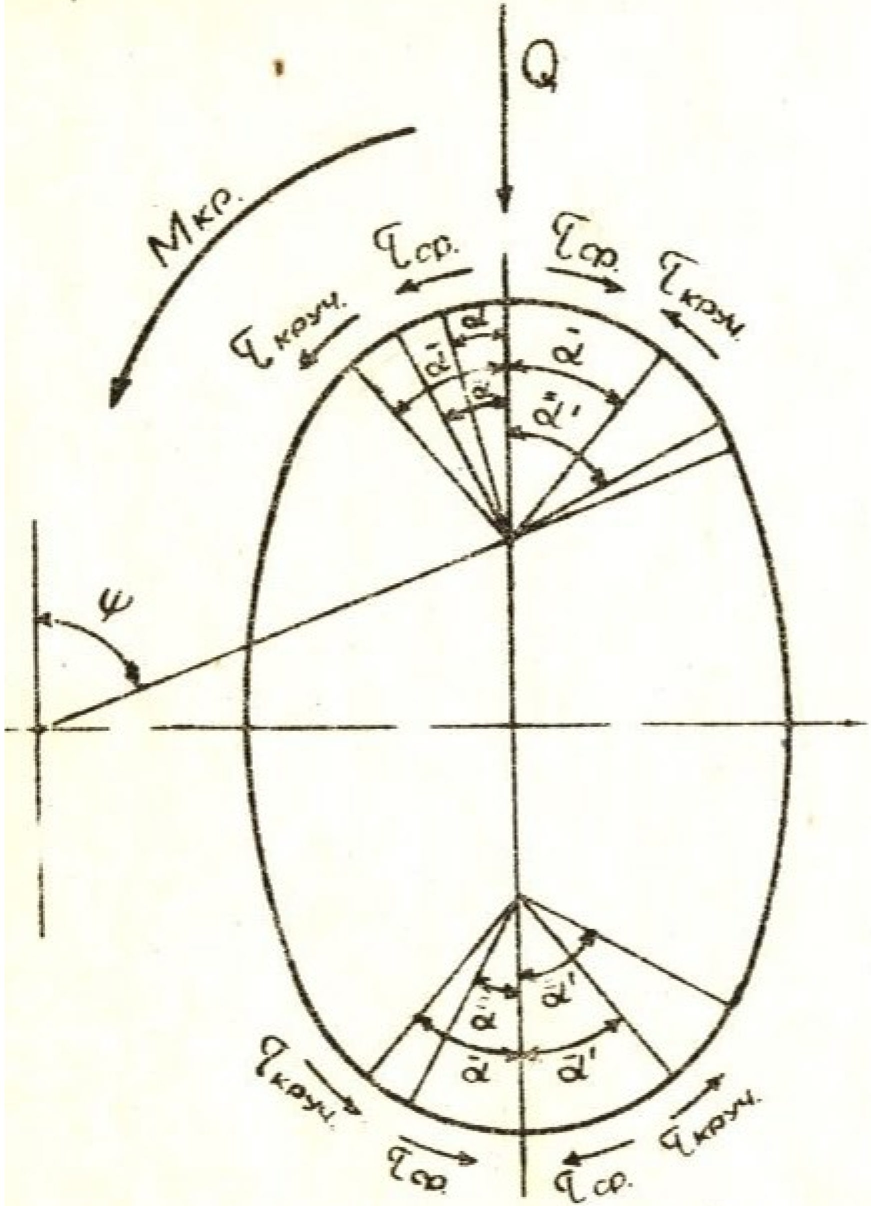
$$\tau_{крит.} = A\sin\bar{\bar{\alpha}} + \tau_{круч.}\,; \quad \sin\bar{\bar{\alpha}} = \frac{\tau_{крит.} - \tau_{круч.}}{A}$$

Суммарные нормальные напряжения в устойчивой зоне, найдутся как $\sigma_{сумм} = \sigma_{среза} + \sigma_{круч.}$

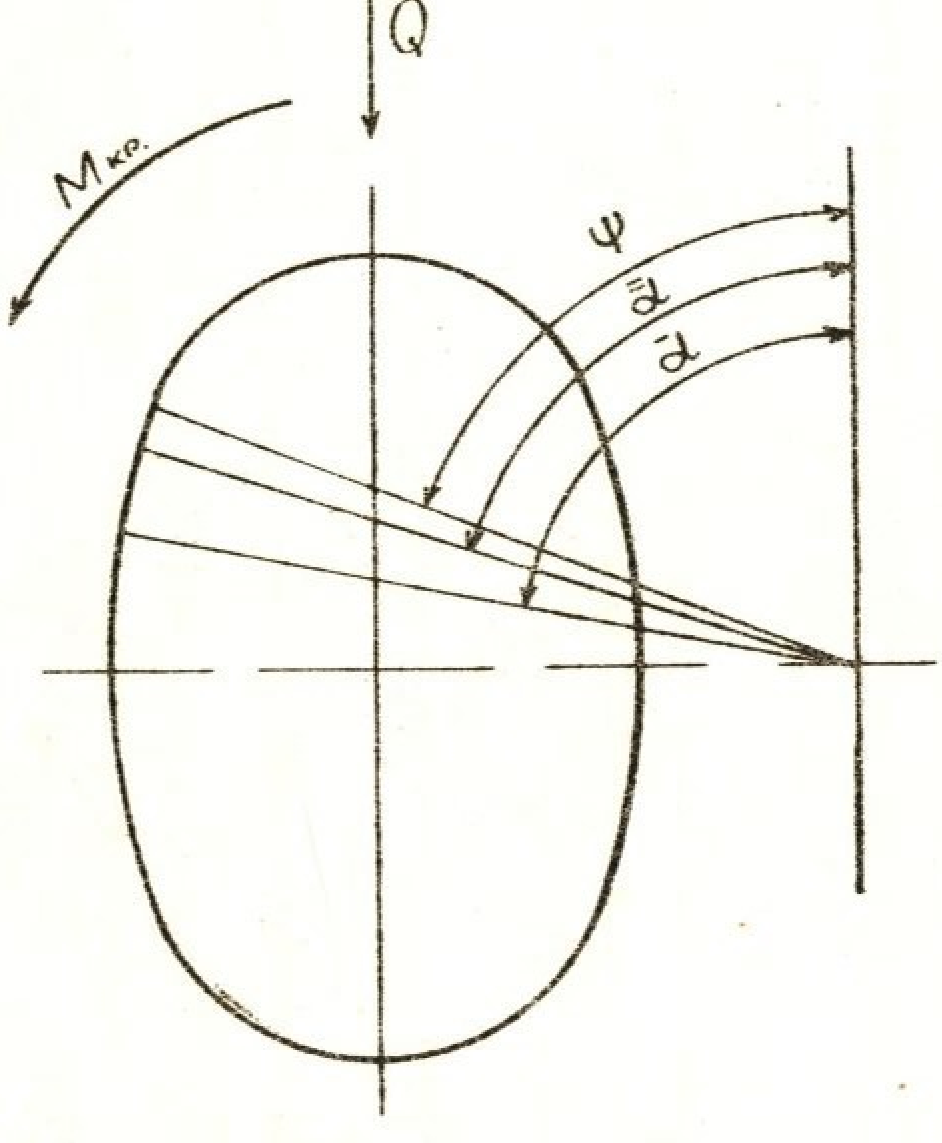
$\sigma_{среза} = B\sin\alpha$ (из формул (20) и (22)).

$$\underline{\sigma_{сумм} = B\sin\alpha + \frac{M_{кр.}}{\delta F\sin 2\varphi}}$$

$\sigma_{сумм.max}$ найдется подстановкой в это ур-ие $\alpha = \pi/2$; оно должно быть меньше допускаемого на прочность для данного материала.



ЧЕРТ. № $15^{а}$



ЧЕРТ. № $15^{в}$

(к странице 26)

а) Примерный расчет фюзеляжа типа „Монокок" по методу Знаменского на случай „С"

Расчетные данные:

при нормальном горизонтальном полете считая перегрузку $n = 2$; $Q = 400$ кг (в сечении „nn"). /черт. 16/.

При расчете на случай „С" $Q = 950$ кг.

В сечении „nn" у второго лонжерона крыла (см. черт. 16 и 17) угол сопряжения большого и малого радиусов $\psi = 56°40'$

Большой радиус $R = 1060$ мм.

Малый „ „ $r = 390$ мм.

Расстояние между шпангоутами $l = 50$ см.

Расположение стрингеров - по черт. 15

По данным американских исследований (Report №84) /см. Выпуск ЦАГИ № 76 Секерж Зенькович „К расчету на устойчивость листа фанеры как анизотропной пластинки" стр. 15/. для высокосортной березовой фанеры

$$E = 1{,}4 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$$

$$G = 1{,}2 \cdot 10^4 \text{ —„—}$$

По данным немецких опытов.

(Генрих Гертель „Прочность и жесткость деталей самолета на кручение"), проведенных над фанерой после ее эксплоатации в невыгодных атмосферных условиях,

$$E = 1{,}2 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$$

$$G = 1{,}0 \cdot 10^4 \text{ кг/см}^2$$

т.к. в дальнейшем ходе расчета мы определяем $\tau_{крит.}$ для выгнутых элементов обшивки, как для плоских, а цилиндрическая пластинка при действии на нее касательных напряжений работает хуже, чем плоская, /. Опытные данные- - см. статью Знаменского „О расчете фюзеляжа Монокок" принимаем несколько пониженные данные:

$$E = 10^5 \ \text{кг/см}^2$$

$$g = 0{,}8 . 10^4 \ \text{кг/см}^2$$

ф-ла (21')

$$\tilde{\tau}_{кр} = \frac{Q g \, Sn \bar{\alpha}}{\delta \{ R (g - \frac{E \sin^2 2\varphi}{4}) (2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) + \frac{\pi R E \sin^2 2\varphi}{4} + g \, (R - r)(\sin 2\psi - 2\psi) \}}$$

Из условия, что весь фюзеляж должен остаться устойчивым при перегрузке ∾ 2 (- что соответствует силе $Q = 400$ кг) - считаем, что τ может достигать значения τ кр только при $\bar{\alpha} = \frac{\pi}{2}$. Из этого условия находим толщину δ.

$$\tilde{\tau}_{кр} = \frac{400 \cdot 8000 \cdot \sin \frac{\pi}{2}}{\delta \{ 106 (8000 - \frac{10^5}{4}) \pi + \frac{\pi \cdot 106 \cdot 10^5}{4} + 8000 \, (106 - 39)(0{,}92 - 1{,}97)}$$

($\psi = 56° 40'$; $2\psi \ 113° 20' = \frac{113{,}3 \pi}{180}$ радиан. = 1,97 радиана.
$\sin 113° = \sin 67° = 0{,}92$; $\varphi = 45°$).

$$\tau_{кр} = \frac{32 \cdot 10^5}{\delta [106 (0{.}08 \cdot 10^5 - 0{,}25 \cdot 10^5) \pi + \frac{\pi}{4} 106 \cdot 10^5 - 0{,}08 \cdot 10^5 (67 \cdot 1{,}05)]} =$$

$$= \frac{32 \cdot 10^5}{\delta (-18 \cdot 10^5 \pi + 79{,}9 \cdot 10^5)} = \frac{32}{\delta (-56{,}5 + 77{,}9)} = \frac{32}{21{,}4 \, \delta}$$

τ крит. для переклейки можно определить, пользуясь кривыми τ крит. $= f(\beta)$, приведенными на стр. 20 выпуска ЦАГИ №76 (см. черт. 18 нашего расчета), где $\beta = \frac{a}{b}$, если;

a — длина пластинка

b — ширина — „ —

Кривые вычислены для трехслойной фанеры при $E = 1{,}4 . 10^5$;

$\delta=0{,}01\,в$.

Для пересчета на новые услов., следует полученные из кривых значения $\tau_{крит.}$, помножать

а) при $E'\neq E$, на величину $\frac{E'}{E}=\frac{E'}{1{,}4\cdot10^5}$

в) при $\delta'\neq 0{,}01\,в'$, на величину $10^4\left(\frac{\delta'}{в'}\right)^2$

Обоснование следующее:

Если $E, \delta, в$, – жесткость и размеры пластинки, по испытаниям которой составлены кривые черт. 18, причем $\frac{\delta}{в}=0{,}01$; $E', \delta', в'$. – жесткость и размеры нашей пластинки,

то очевидно, что

$$\frac{\tau'_{крит}}{\tau_{крит\,(из\ черт.\,18)}}=\frac{E'}{E}\cdot\frac{\left(\frac{\delta'}{в'}\right)^2}{\left(\frac{\delta}{в}\right)^2}=\frac{E'}{E}\cdot\frac{\left(\frac{\delta'}{в'}\right)^2}{(0{,}01)^2}=\frac{E'}{E}\cdot10^4\left(\frac{\delta'}{в'}\right)^2$$

(см. выпуск ЦАГИ № 76 стр. 19)

На чертеже 18 даны 4 кривые.

I. Соответствует фанерной пластинке с волокнами, в наружных слоях параллельными короткой стороне пластинки.

II соответствует фанерной пластинке с волокнами, в наружных слоях параллельными длинной стороне.
(Из сравнения устойчивости этих двух пластинок ясно, что фанерную пластинку нельзя считать как изотропную).

а) соответствует изотропной пластинке с модулем упругости $E=1{,}4\cdot10^5$

в) – соответствует изотропной пластинке с модулем упругости $E_1=\frac{E}{12}=\frac{1{,}4\cdot10^5}{12}$ (соответственно меньшему модулю упругости фанеры).

Большею частью деревянный фюзеляж типа Монокок выполняется из переклейки шпона, причем наружные слои шпона кладутся (из уловия создания гладко-обтекаемого контура фюзеляжа) вдоль оси фюзеляжа.

Т.к. данных испытания переклейки нет, а есть все основания полагать, что переклейка работает не хуже фанеры, пользуемся для расчета кривыми черт. 18.

При таком расположении шпангоутов как в нашем примере, (что соответствует ряду выполненных конструкций), когда расстояние между шпангоутами (50см) больше расстояния между стрингерами (33см), мы должны, при отыскании $\tau_{крит}$, пользоваться кривой (II), т.е. переклейка работает в невыгодных условиях. (Очевидно выгодно: либо выкладывать шпон наружными волокнами поперек фюзеляжа (хуже с точки зрения обтекания), либо в деревянных конструкциях «Монокок» чаще ставить шпангоуты).

Продолжим нахождение необходимой толщины фюзеляжа «δ».

$\tau_{крит.}$ для $\beta = \frac{a}{в} = \frac{l}{в} = \frac{50}{33} = 1{,}52$ из кривой (II) черт. 18 равно $19\ кг/см^2$.

При $E' = 10^5$, получим $\tau_{крит.} = 19 \frac{10^5}{1{,}4 \cdot 10^5} = 13{,}6\ кг/см^2$

Это $\tau_{крит}$ соответствует $\delta = 0{,}01в = 0{,}01 \cdot 33 = 0{,}33$ см.

Для какой-то другой толщины обшивки, а следовательно другом отношении $\frac{\delta}{в}$ (при том же $в = 33$) будем иметь

$$\underline{\tau_{крит}} = 13{,}6 \cdot 10^4 \left(\frac{\delta}{33}\right)^2 = 13{,}6 \cdot 10^4 \frac{\delta^2}{33^2} = \underline{125\,\delta^2}$$

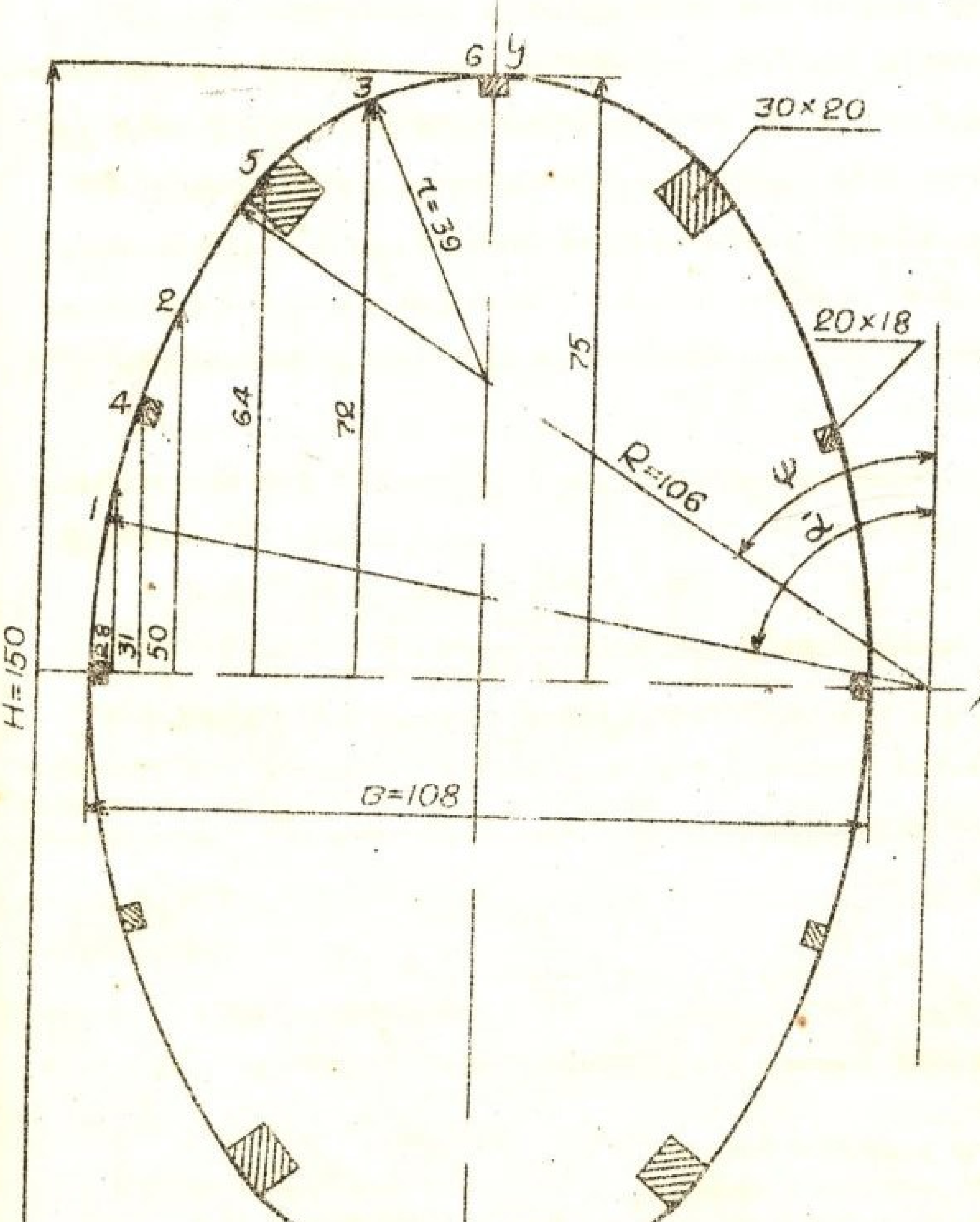
Найденное значение $\tau_{крит.}$ подставляем в ур-ие

$$\tau_{крит} = \frac{32}{21{,}4\,\delta}; \text{ получаем:}$$

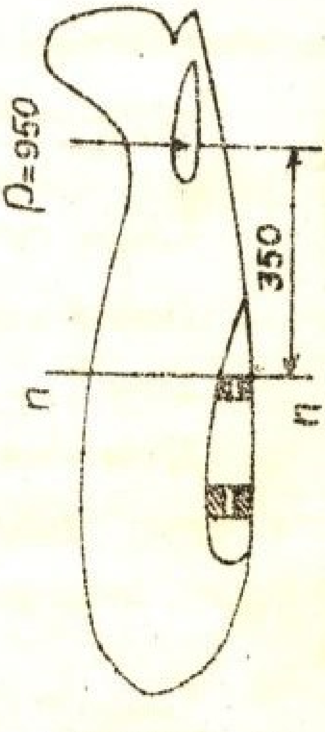
$$125\,\delta^2 = \frac{32}{21{,}4\,\delta} \quad \text{откуда} \quad \delta^3 = \frac{32}{21{,}4 \cdot 125} = 0{,}012$$

$$\underline{\delta} = \sqrt[3]{0{,}012} = \underline{0{,}23\ см.}$$

Принимаем ближайший большой стандартный



черт. № 17.



черт. № 16

размер $\delta = 2,5$ мм.

При этом $\tau_{кр} = 125\,\delta^2 = 125 \cdot 0,25^2 = 7,8$ кг/см².

Определим степень погрешности, какую мы имели бы расчитывая фанеру, как изотропную пластинку. По Тимошенко, для изотропной пластинки мы имели бы:

$$\tau_{крит.} = K \frac{\pi^2 E \delta^2}{12\, в^2 (1-\mu^2)}$$

(применение этой формулы аналогично пользованию кривой (a) черт. № 18

$$При\ \frac{a}{в} = \frac{50}{33} = 1,52\ ,\ K = 6,8$$

$$\tau_{кр} = 6,8 \frac{\pi^2\, 10^5\, \delta^2}{12 \cdot 33^2 (0,46^2)} = 645\,\delta^2$$

($\mu = 0,46$ – см. выпуск ЦАГИ № 76 стр. 15)

Подставляя, получаем:

$$645\,\delta^2 = \frac{32}{21,4\,\delta}$$

$$\delta^3 = \frac{32}{21,4 \cdot 645} = 0,00232\ ;$$

$$\delta = 0,134 \text{ мм.}$$

т.е. мы могли бы принять $\delta = 1,5$ мм. (вместо 2,5 мм).

Расчет на случай «C».

Расчетная сила $Q = 950$ кг. Не подставляя, предварительно, значения $\alpha = \psi$ предполагаем, что потеря [о]ткуда:

$$[1]06\left(0{,}08\cdot10^5-0{,}25\cdot10^5\right)(2\bar{\alpha}-\sin2\bar{\alpha})+\pi\cdot106\cdot0{,}25\cdot10^5-67\cdot1{,}05\cdot0{,}08\cdot10^5=$$

$$=\frac{950\cdot8000\cdot\sin\bar{\alpha}}{\underbrace{7{,}8}_{t_{крит.}}\cdot0{,}25}$$

$$3900000\sin\bar{\alpha}=106\left(-17\cdot10^3\right)\left(2\bar{\alpha}-\sin2\bar{\alpha}\right)+83{,}5\cdot10^5-5{,}6\cdot10^5;$$

$$39\cdot10^5\sin\bar{\alpha}=-18\cdot10^5\left(2\bar{\alpha}-\sin2\bar{\alpha}\right)+83{,}5\cdot10^5-5{,}6\cdot10^5;$$

$$39\sin\bar{\alpha}=-18\left(2\bar{\alpha}-\sin2\bar{\alpha}\right)+77{,}9;$$

$$\sin\bar{\alpha}=2{,}0-0{,}462\left(2\bar{\alpha}-\sin2\bar{\alpha}\right);$$

$$\sin\bar{\alpha}+0{,}462\left(2\bar{\alpha}-\sin2\bar{\alpha}\right)=2{,}0;$$

[З]адаемся $\bar{\alpha}=78°$

$$2\bar{\alpha}=156°=\frac{156}{537}=2{,}72 \text{ радиана}$$

$$\sin\bar{\alpha}=\sin78°=0{,}978$$

$$\sin2\bar{\alpha}=\sin156°=\sin24°=0{,}407$$

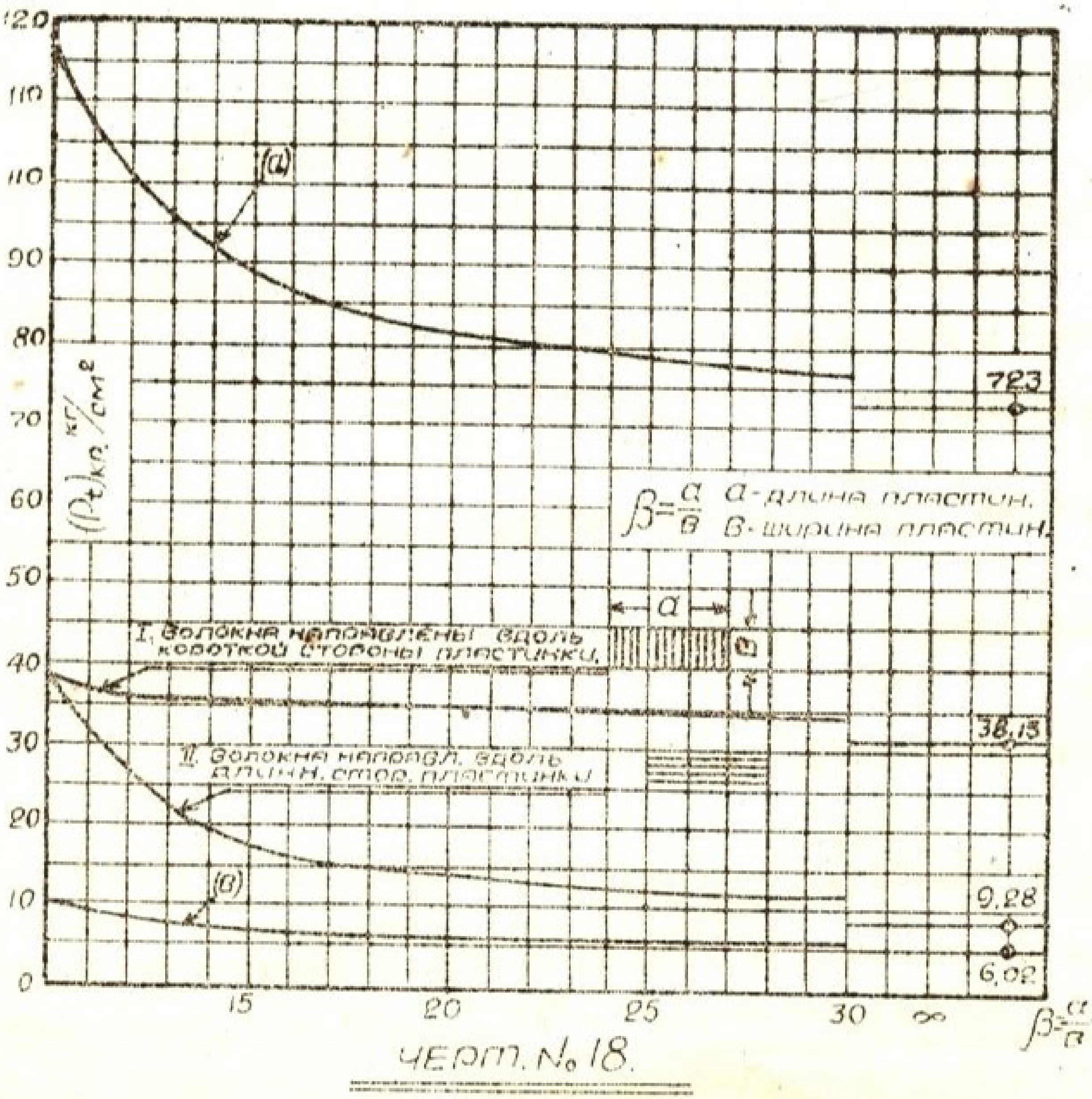
$$0{,}978+0{,}462\left(2{,}72-0{,}407\right)=0{,}978+0{,}462\cdot2{,}313=2{,}048\cong2{,}0$$

[т.]е. можно принять $\bar{\alpha}=78°$ (точнее, угол $\bar{\alpha}$ чуть больше [78]°; ибо, если предположить $\bar{\alpha}=77°$, то получим левую [ча]сть равенства, заведомо, $<2{,}0$).

устойчивости наступит в зоне большого радиуса, т.е. $\bar{\alpha} > \psi$, — а потому и применим соответствующую этому случаю ф-лу (21'):

$$\tau_{кр.} = \frac{Q g \sin\bar{\alpha}}{\delta\left[R\left(g - \frac{E\sin^2 2\psi}{4}\right)(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) + \frac{\pi R E \sin^2 2\psi}{4} + g(R-r)(\sin 2\psi - 2\psi)\right]}$$

$$= \frac{950 \cdot 8000 \cdot \sin\bar{\alpha}}{0{,}25\left[106\left(8000 - \frac{10^5}{4}\right)(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) + \frac{\pi \cdot 106 \cdot 10^5}{4} + 8000(106-39)(0{,}92-1{,}97)\right]}$$



черт. № 18.

Если принять угол волнообразования – φ не 45° – теоретический угол волнообразования для изотропной пластинки с равномерным распределением напряжений – α – 35°, каким он практически получается вследствии непостоянства σ по длине и (конечно) анизотропности материала – то получим какое-то другое значение $\bar{\alpha}$ (угол сопряжения зон).

Нахождением этого угла мы и займемся:

$$\varphi = 35^\circ\ ;\ 2\varphi = 70^\circ\ ;\ \sin 2\varphi = \sin 70^\circ = 0{,}94\ ;\ \sin^2 2\varphi = 0{,}884;$$

$$\tau_{кр} = \frac{950 \cdot 8000 \cdot \sin\bar{\alpha}}{0{,}25\left[106\left(8000 - \frac{10^5 \cdot 0{,}884}{4}\right)(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) + \frac{\pi \cdot 106 \cdot 10^5 \cdot 0{,}884}{4} + 8000(106-39)(0{,}92-1{,}97)\right]}$$

$$\frac{950 \cdot 8000 \cdot \sin\bar{\alpha}}{7{,}8 \cdot 0{,}25} = 106(0{,}08 \cdot 10^5 - 0{,}25 \cdot 0{,}884 \cdot 10^5)(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) + \pi \cdot 106 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}884 \cdot 10^5 -$$

$$- 67 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}08 \cdot 10^5$$

$$3900000 \sin\bar{\alpha} = 106(-14{,}1 \cdot 10^3)(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) + 73{,}5 \cdot 10^5 - 5{,}6 \cdot 10^5$$

$$39 \cdot 10^5 \sin\bar{\alpha} = -14{,}95 \cdot 10^5 (2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) + 67{,}9 \cdot 10^5$$

$$39 \cdot \sin\bar{\alpha} = -14{,}95(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) + 67{,}9$$

$$\sin\bar{\alpha} = 1{,}74 - 0{,}384(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha})$$

$$\sin\bar{\alpha} + 0{,}384(2\bar{\alpha} - \sin 2\bar{\alpha}) = 1{,}74$$

Задаемся

$$\bar{\alpha}=76^\circ;\quad 2\bar{\alpha}=152^\circ=\frac{152}{57{,}3}=2{,}66 \text{ радиана}$$

$$\sin\bar{\alpha}=0{,}97$$

$$\sin 2\bar{\alpha}=\sin 152^\circ=\sin 28^\circ=0{,}469$$

$$0{,}97+0{,}384(2{,}66-0{,}469)=0{,}97+0{,}84=1{,}81>1{,}74$$

угол 76° велик; задаемся $\bar{\alpha}=75^\circ$

$$2\bar{\alpha}=150^\circ=\frac{150}{57{,}3}=2{,}62 \text{ радиана}$$

$$\sin\bar{\alpha}=\sin 75^\circ=0{,}966$$

$$\sin 2\bar{\alpha}=\sin 150^\circ=\sin 30^\circ=0{,}5$$

$$0{,}966+0{,}384(2{,}62-0{,}5)=0{,}966+0{,}815=1{,}78>1{,}74$$

Очевидно, что $\bar{\alpha}=74^\circ$, то есть, при угле волнообразования $\varphi=35^\circ$ – мы получим угол стыка зон $\bar{\alpha}=74^\circ$, т.е. на 4° меньше, чем при угле $\varphi=45^\circ$.

Нормальные напряжения в зонах потерявших устойчивость «σ», очевидно будут максимальными у нейтрального слоя (в точках где мы имели бы τ_{max}, если бы не был превзойден предел устойчивости). Величина их может быть определена из формул (20) (для $\bar{\alpha}<\psi$) или (22) (для $\alpha>\psi$), подстановкой $\alpha=\pi/2$.

Очевидно, что σ_{max} должно быть меньше допускаемых напряжений на растяжение для фанеры.

В нашем случае ($\alpha > \psi$) пользуясь ф-лой (22), имеем:

$$\sigma_{max} = \frac{QE\sin 2\psi \sin \pi/2}{2\delta\left[R\left(g - \frac{E\sin^2 2\psi}{4}\right)(2\alpha - \sin 2\alpha) + \frac{\pi R E \sin^2 2\psi}{4} + g(r-R)(2\psi - \sin 2\psi)\right]} =$$

$$= \frac{950 \cdot 10^5}{2 \cdot 0{,}25\left[106\left(8 \cdot 10^3 - \frac{10^5}{4}\right)(2{,}72 - 0{,}407) + \frac{\pi \cdot 106 \cdot 10^5}{4} + 8 \cdot 10^3 (39 - 106)(1{,}97 - 0{,}92)\right]} =$$

$$= \frac{950}{0{,}5\left[1{,}06(8 - 25)(2{,}72 - 0{,}407) + \frac{\pi \cdot 106}{4} + 8(0{,}39 - 1{,}06)(1{,}97 - 0{,}92)\right]} =$$

$$= \frac{1900}{-1{,}06 \cdot 17 \cdot 2{,}313 + 0{,}785 \cdot 106 - 8 \cdot 0{,}67 \cdot 1{,}05} =$$

$$\frac{1900}{-41{,}7 + 83 - 5{,}7} = \frac{1900}{35{,}6} = \underline{53{,}5 \text{ кг/см}^2 < \sigma_{доп.}}$$

На этом заканчиваем расчет фюзеляжа на срез.

Теперь, имея границы устойчивой и неустойчивой зон, перейдем к расчету изгиб.

Расчет фюзеляжа на изгиб.

Сила на хвостовом оперении $P = 950$ кг.

L – расстояние от точки приложения силы до рассматриваемого отсека «ПП»

$L = 350$ см. (черт. 19)

$M = P \cdot L = 950 \cdot 350 = 332500$ кгсм.

$$\sigma = \frac{Mz}{J_x} = \frac{MH}{2J_x} \quad (\text{черт. } 17)$$

При определении величины «J_x» считаем, что в работе на изгиб принимает участие обшивка только устойчивых зон.*

Таблица №1

№ по пор.	F см²	ℓ см	ℓ^2	$F\ell^2$	J_x см⁴ $=4\Sigma F\ell^2$	$\frac{H}{2}$ см	σ кг/см²
1	2,5	28	784	1960	$4\Sigma F\ell^2 = 4\cdot 100920 = 403680$ см⁴	75	$\sigma = \frac{332500\cdot 75}{403680} = 62\frac{кг}{см^2}$
2	9,5	50	2500	24600			
3	7	72	5184	36200			
4	3,6	31	961	3460			
5	6	64	4096	24600			
6	1,8	75	5625	10100			
				$\Sigma=100920$			

Результаты расчета сводим в таблицу №1, где №№ 1,2,3 соответствуют участкам обшивки ($\delta=2,5$мм), работающим на изгиб (т.е. под №1, следует понимать только часть обшивки, на участке от оси симметрии сечения до стрингера 4, лежащую внутри угла α)

№№ 4,5,6 – стрингера, причем, т.к. мы составляем $\Sigma F\ell^2$ для четверти поперечного сечения фюзеляжа,

---

*) При расчете фюзеляжа на изгиб в плоскости меньшей его жесткости (например, при расчете на случай H^3 ф) вводят в момент инерции только растянутую часть обшивки, считая, что сжатая стенка, при малой ее кривизне, быстро потеряет устойчивость.

то под № 6 следует понимать только половину сечения верхнего стрингера.

F – площади входящих элементов

Усиленные стрингера № 5 (лонжероны фюзеляжа) имеют $F = 6\ см^2$.

Остальные $F = 3{,}6\ см^2$

ℓ – расстояния от ц.т. элемента до оси X

Имея $\Sigma F\ell^2$ для четверти симметричного сечения, мы очевидно можем утверждать, что

$$J_x = 4\Sigma F\ell^2$$

$\sigma_{крит.}$ участка фанеры между двумя стрингерами и двумя шпангоутами, считая его плоским, может быть найдено как: (Тимошенко «Сопротивл. Материалов» ч. II стр 213).

$$\sigma_{кр.} = K\frac{\pi^2 E\delta^2}{12 в^2(1-\mu^2)}\ ;\ при\ \frac{а}{в} = \frac{50}{33} = 1{,}52,\ \ K \simeq 4{,}3$$

$$\sigma_{кр} = 4{,}3\ \frac{\pi^2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}25^2}{12 \cdot 33^2(1-0{,}46^2)} = 410 \cdot 0{,}25^2 = 25{,}5\ кг/см^2$$

Устойчивость цилиндрической пластинки со стрелкой погиби «f» (см. черт. 20), может быть определена по ф-ле:

$$\sigma_{кр.} = \frac{4\pi^2 E\delta^2}{12 в^2(1-\mu^2)}\left(1 + 0{,}448\frac{f^2}{\delta^2}\right)$$

(Тимошенко «Теория упругости» ч. II)

У нас $f = 2\ см.$

Тогда:

$$\underline{\sigma_{кр}} = \frac{4\pi^2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}25^2}{12 \cdot 33(1-0{,}46^2)}\left(1 + 0{,}448\frac{2^2}{0{,}25^2}\right) = 23{,}8 \cdot 29 = \underline{690\ кг/см^2}$$

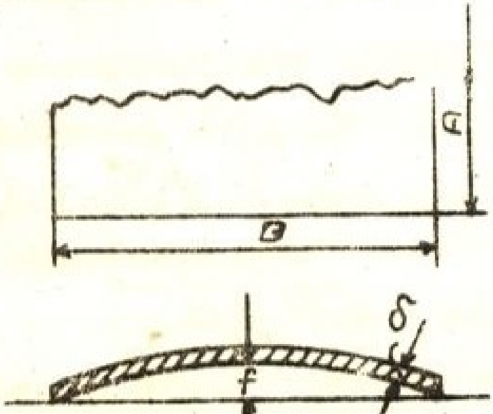
Очевидно, что критерием для σ будет не $\sigma_{кр} = 690$ кг/см², а временное сопротивление фанеры на сжатие $\sigma_{вр} = 400$ кг/см².

Во всяком случае $\sigma_{вр} > \sigma$, $400 > 62$ (см. табл. №1), т.е. обшивка удовлетворяет и условиям прочности и условиям устойчивости.

Как видим с возрастанием стрелки погиби «f» резко возрастает и устойчивость обшивки.

При малых «f», легко получить $\sigma_{крит.} < \sigma$.

В таком случае, очевидно, необходимо либо увеличить толщину обшивки, либо ввести промежуточные стрингера (уменьшив тем самым, размер «В»).



Черт. № 20

Последнее выгодн., ибо, при незначительном добавке веса, резко увеличивает устойчивость обшивки.

В настоящем расчете не учтены вырезы в обшивке фюзеляжа в местах расположения кабин пилота, люков и т.д.

Очевидно, что влияние этих вырезов на работу фюзеляжа велико.

Учет вырезов при расчете фюзеляжа очень сложен. При расчете фюзеляжа на изгиб с учетом вырезов необходимо:

1). Не вводить в величину момента инерции, в сечении фюзеляжа под вырезом, сечений вырезанных участков (обшивки и стрингеров.

2) Расчитать рамку вокруг выреза (вырезы окантовываются или несколькими слоями фанеры или планками) от

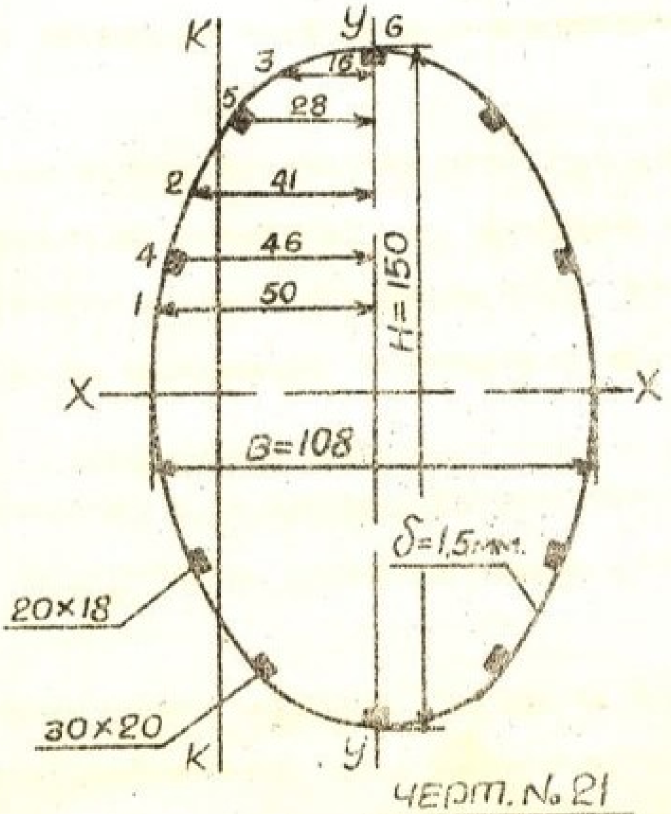
сил передающихся на нее в процессе изгиба фюзеляжа в целом.

3). Учесть концентрацию напряжений у выреза.

При расчете на кручение – проверить фюзеляж как тонкостную трубу с вырезом, работающую на кручение.

Ввиду сложности этих расчетов, в большинстве случаев на практике, на сегодня, делаются лишь приблизительные прикидки влияний вырезов, причем напряжения от изгиба увеличиваются в три, а от кручения в четыре раза и, полученные таким образом, напряжения, сравниваются с допустимыми напряжениями прочности (см. Тимошенко «Сопротивление материалов» – гл. «О концентрации напряжений у вырезов»).

Окончательное суждение о прочности фюзеляжа «Монокок» составляется по данным статиспытания.



черт. № 21

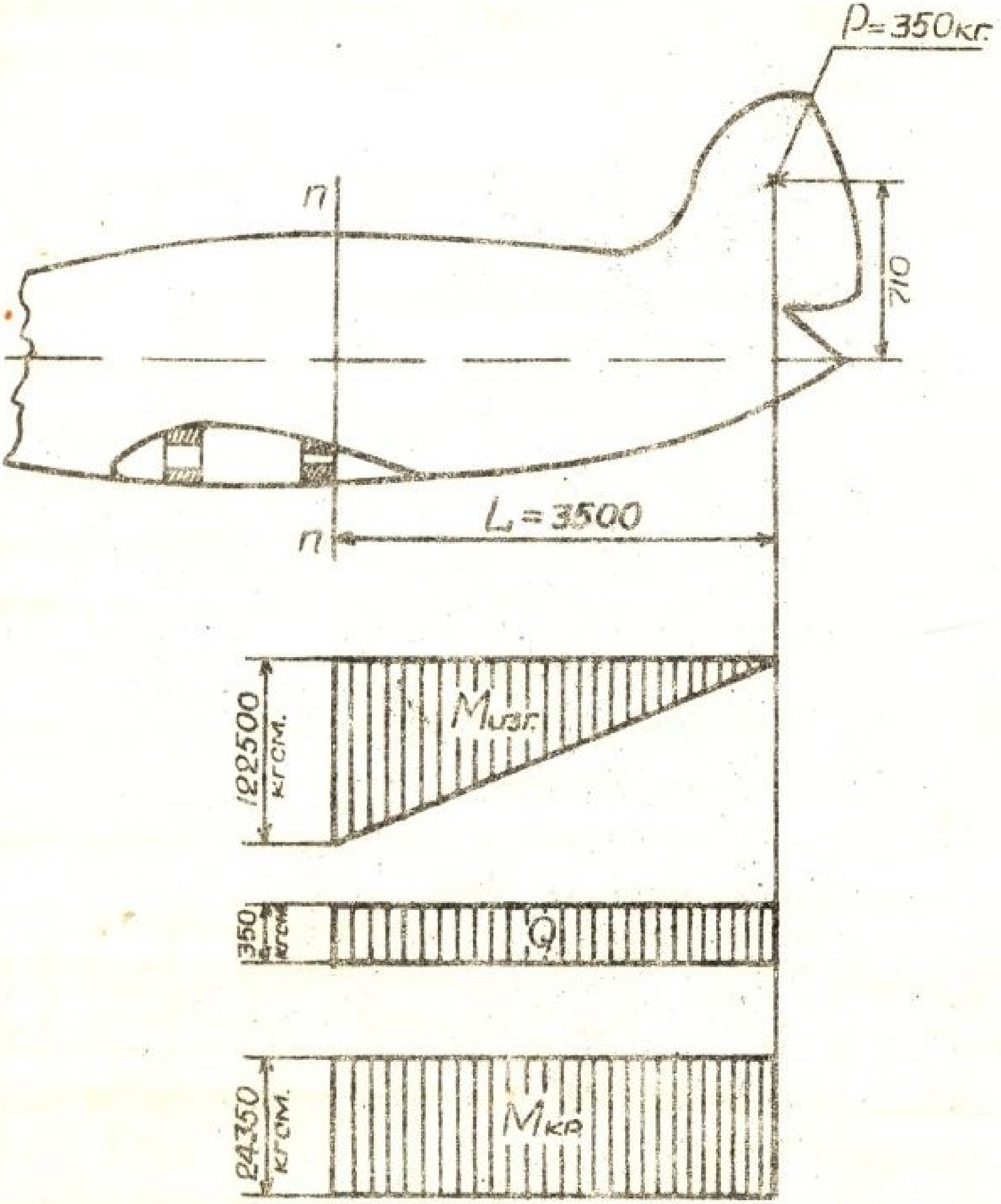
В) Приближенный расчет фюзеляжа типа «Монокок»

(«Расчет фюзеляжа на прочность» Бойков § 34).

Фюзеляж расчитывается как балка на изгиб, срез и кручение.

Для примера проведем расчет того же фюзеляжа монокок на случай $H^3_ф$.

Горизонтальная сила $P = 350$ кг приложена в центре парусности вертикального оперения



черт. № 22

Считаем, что изгиб воспринимается всем сечением (стрингерами и обшивкой). Тогда нормальные напряжения от изгиба мы можем определить по форм.

$$\sigma = \frac{M_{изг.} \frac{B}{2}}{J_y}$$

Касат. напряжения от перерезывающей силы Q определяем по ф-ле.

$$\tau_{cp.}=\frac{QS}{2\delta J_y}$$

Напряжения от кручения кон.

$$\tau_{кр}=\frac{M_{кр}}{2F_{конт.}\delta}\quad (\text{ф-ла Бретта}).$$

(Считаем, что на кручение работает только обшивка без стрингеров).

Предполагая, что сечения фюзеляжа подобны, а ось жесткости представляет собой горизонтальную прямую, можем считать, что момент по всей длине фюзеляжа постоянен.

Необходимые для расчета данные сводим в табл. №2 (см. чертеж № 21)

ТАБЛИЦА № 2.

	NN	F см²	l см	l^2	Fl	Fl^2	$J_y=4\Sigma Fl^2$	$\frac{B}{2}$	$M_{изг}$ (кгсм)	$\sigma=\frac{MB}{2J}$	$S_y=2\Sigma Fl$	Q	$\tau_{cp}=\frac{QS_y}{2J\delta}$	$F_{контура}$	$\tau_{кр}=\frac{M_{кр}}{2F\delta}$
участки обшивки.	1	7,5	50	2500	376	18800	195600 см⁴	54 см	350·350=122500	33 кг/см²	2422 см³	350 кг.	8,7 кг/см²	$F=\pi\frac{H}{2}\frac{B}{2}$; 12150 см²	$\frac{350\cdot 71}{2\cdot 12150\cdot 0{,}025}=41$ кг/см²
	2	9,5	41	1680	390	16000									
	3	7,0	16	256	112	1800									
стрингера	4	3,6	46	2106	166										
	5	6	28	784	168	4700									
			$\Sigma=$		1211	48900									

Примечание: №№ 4,5 – стрингера; №№ 1,2,3 – участки обшивки между стрингерами.

F - площади элементов (стрингеров и обшивки)

ℓ - расстояния от центра тяжести элемента до оси Y.

Момент инерции $J=4\sum F\ell^2$, т.к. сечение симметрично относительно осей Y и Z

Стат. момент $S=2\sum F\ell$ т.е. стат. момент берется для части сечения расположенной выше оси Y.

Толщина обшивки $\delta = 2{,}5$ мм.; $\tau_{ср.}$ - максимальное напряжение среза в сечении.

$\tau_{сум.} = \tau_{среза} + \tau_{круч.} = 8{,}7+4{,}1=12{,}8$ кг/см²

$\tau_{крит.}$ имеем из расчета на случай «С» по Знаменскому $\tau_{крит.}=7{,}8$ кг/см² т.е. $\tau_{крит.}<\tau$; $7{,}8<12{,}8$ фанера в точках где $\tau=\tau_{max}$ (у нейтрального слоя) теряет устойчивость.

Проверим еще фанеру в точках КК (черт. 21) (тогда в статический момент войдут площади лежащие только выше оси КК) (см. табл. №3).

$\tau_{сум.} = 6{,}6+4{,}1=10{,}7>7{,}8$ кг/см²

ТАБЛИЦА №3

№№ элемент.	F см²	ℓ см	$F\ell$	$S_{KK}=2\sum F\ell$	$\tau_{KK}=\frac{QS_{KK}}{2J\delta}$
1	7,5	50	375	1862 см³	6,6 кг/см²
2	9,5	41	390		
4	3,6	46	166		
		$\sum=$	931		

Следовательно обшивка теряет устойчивость даже, несколько, выше, чем точка «К»

Очевидно необходимо, либо увеличить количество стрингеров, либо поставить более толстую обшивку в данном сечении.

Расчет ферменного фюзеляжа

Расчет на случай Еф (посадка с-та).

При расчете на случай Еф. считаем, что все нагрузки воспринимаются двумя вертикальными фермами фюзеляжа. Для расчета фермы необходимо, все грузы разнести по соответствующим узлам. Предварительно, составим таблицу весовых нагрузок взятых/со схемы нагрузки (см.черт.№1).

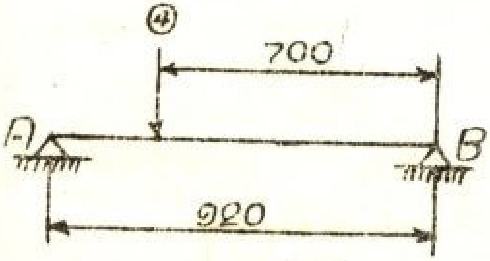
Таблица № 1
весовых нагрузок на случай Еф.

№ груза.	Наименование груза	Вес в кг.	Расстояние от правого шпангоута.	К каким узлам фермы груз относится.
1	Мотоустановка	480	880	A и A_1
2	Вес хвост. оперения.	27	на 7 шпанг.	K и K_1
3	Бак с маслом	40	700	B и C
4	Доска приборов	15	700	A и B
5	Шасси	80	780	A_1 и B_1
6	Оборудов. наблюдат.	21	680	C и D
7	Бензин в крыле	263	640	A_1 и B_1
8	Крыло	160	540	A_1 и B_1
9	Пусковой прибор	16	680	B_1 и C_1
10	Летчик с парашют.	90	860	A_1 и B_1
11	Фюзеляж	105		на всех верхн. и всех нижн.
12	Наблюд. с парашют.	90	260	C_1 и D_1
13	Спецоборудование.	20	560	D_1 и E_1

Нагрузки по узлам фермы - разносятся по правилу рычага.

Для примера, разложим грузы находящиеся в первом отсеке фюзеляжа (между $1^{м}$ и $2^{м}$ шпангоутами). В этом отсеке мы имеем грузы: «4» относящийся к верхним узлам и 7, 8, 10 - относящиеся к нижним узлам.

Разложим груз «4» (схема нагрузки панели АВ показана на черт. № 2).



черт. № 2

$$A = \frac{15 \cdot 700}{920} = 11{,}4 \text{ кг}$$

$$B = 15 - A = 15 - 11{,}4 = 3{,}6 \text{ кг}$$

Из чертежа 1 видно, что к узлу А больше никаких грузов добавляться не будет. Что касается узла «В», то к нему добавится еще часть нагрузки от груза «3» находящегося в верхней части пролета ВС. Просуммировав их, мы найдем полную нагрузку узла В.

Проделав аналогичное разложение по узлам верхних и нижних поясов фермы - получаем нагрузки и сводим их в таблицу № 2.

При разнесении грузов по узлам фермы, для облегчения работы, мы допускали, что направление всех грузов - вертикальное (или что плечи горизонтальны).

В дальнейшем же, при построении диаграммы Кремоны - мы их повернем на соответствующий случаю $E\varphi$ угол (посадочный). К полученным узловым нагрузкам от приложенных грузов, необходимо добавить веса, полученные от разнесения веса самого фюзеляжа.

Таблица № 2

усилий в узлах фермы.

Узел	На две верт. фермы	На одну верт. ферму	Расстоян. до точки H в см.
A	18	9	422
B	44,7	22,35	334
C	40,5	20,25	240
D	11	5,5	164
E	6	3	97
J	4,5	2,25	32
K	17	8,5	-22
l	1,5	0,75	-80
M	480	240	523
A_1	314,5	157,25	449
B_1	308,5	154,25	363
C_1	44	22	268
D_1	95	47,5	187
E_1	10	5	117
J_1	4,5	2,25	48
K_1	17	8,5	-8
L_1	1,5	0,75	-70

Итого: на 1 ферму 709 кг.

т.к. трубы фермы фюзеляжа не одинаковых сечений (больше в местах, где сосредотачиваются нагрузки), то распределение собственного веса фюзеляжа произведем таким образом:

примем для каждого отсека коэффициент учитывающий относительную толщину труб.

На основании статистических данных ранее построенных фюзеляжей — ориентировочно примем коэффициенты такими:

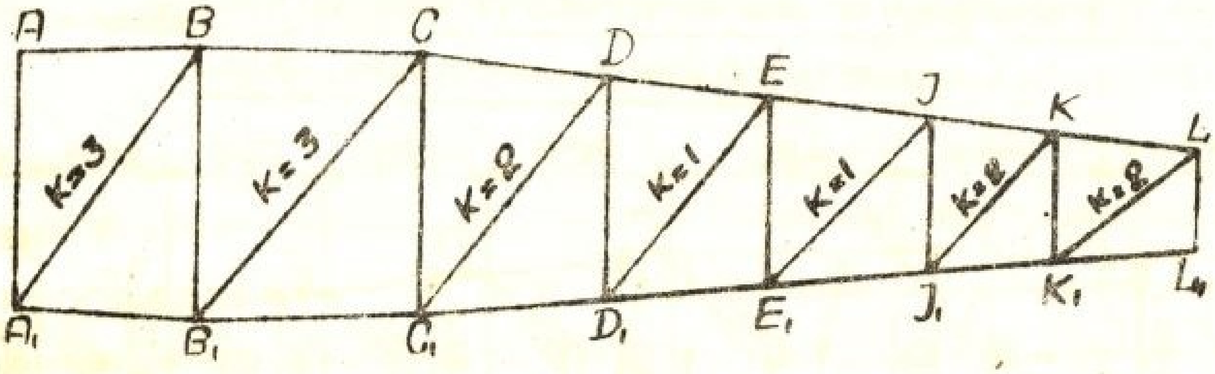
для отсека AA_1BB_1 и BB_1CC_1 — 3

» » $CC_1DD_1JJ_1KK_1$ и KK_1LL_1 — 2

» » DD_1EE_1 и EE_1JJ_1 — 1

Разделив вес всего фюзеляжа на сумму коэффициентов — найдем вес соответствующий коэффициенту равному единице.

Помножив этот вес на коэффициенты в каждом отсеке получим вес фюзеляжа приходящийся на данный отсек и считая его приложенным по средине — разносим по рав ной величине на 4 узла (см. черт. № 3).



Сумма всех коэффициентов = 14

черт. № 3

Для нахождения реакции шасси $R_ш$ (чертеж 18) необходимой для построения диаграммы Кремоны - определим сумму моментов всех сил (узловых нагрузок) относительно точки «Н» (точка касания костыля) и приравняем его нулю (т.к. система должна находиться в равновесии)

$$M_H = 9\cdot 422 + 22{,}35\cdot 334 + 20{,}25\cdot 240 + 5{,}5\cdot 164 + 3\cdot 97 +$$

$$+ 2{,}25\cdot 32 - 8{,}5\cdot 22 - 0{,}75\cdot 80 + 240\cdot 523 + 157{,}25\cdot 449 +$$

$$+ 154{,}25\cdot 363 + 22\cdot 268 + 47{,}5\cdot 187 + 5\cdot 117 + 2{,}25\cdot 48 -$$

$$- 8{,}5\cdot 8 - 0{,}75\cdot 70 - R_ш\cdot 452 = 0$$

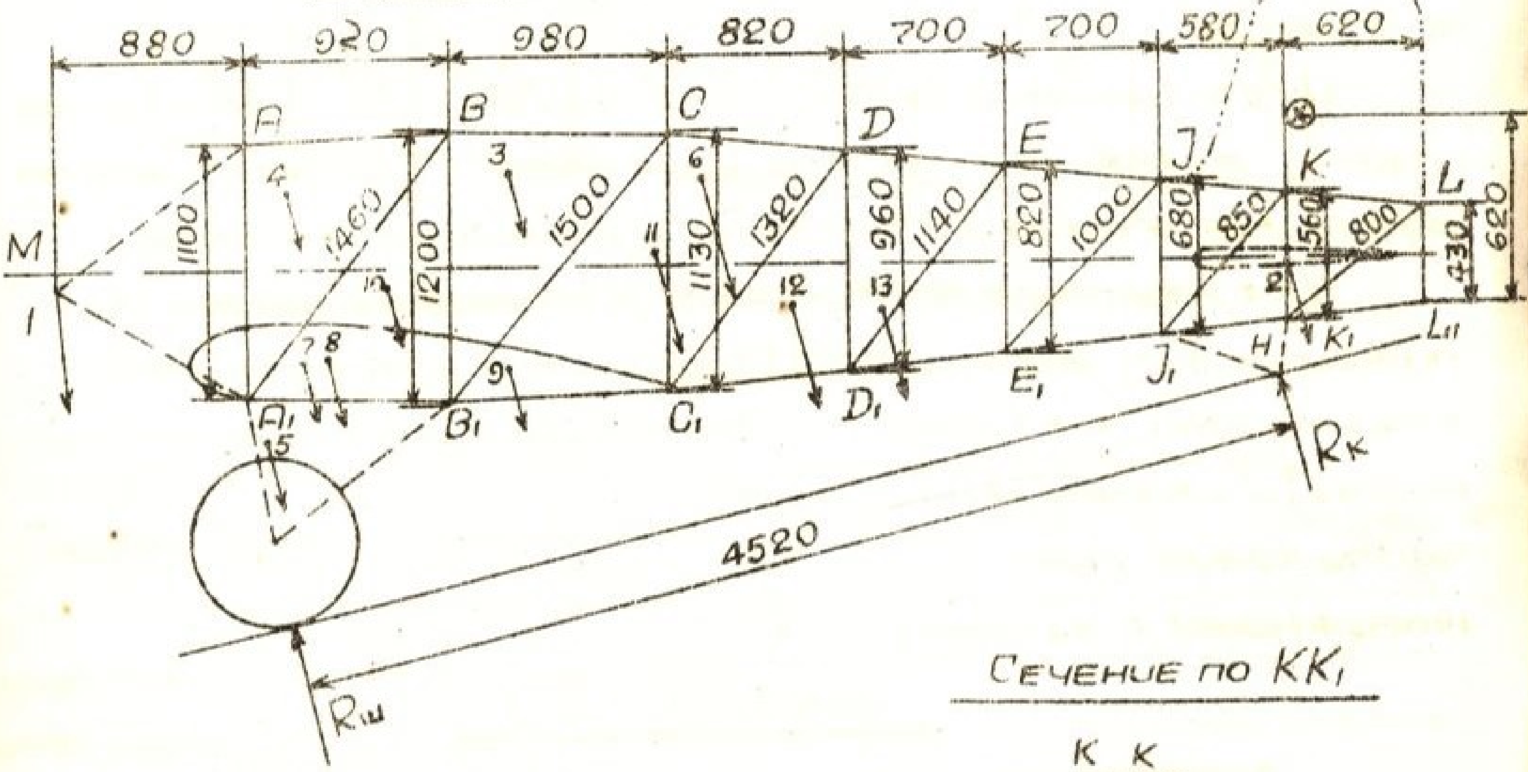
откуда: $R_ш = \dfrac{M_H}{452} = \dfrac{284639}{452} = 630$ кг.

$$R_{костыля} = \Sigma P - R_ш.$$

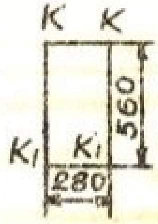
где ΣP - сумма всех узловых нагрузок - равная 709 кг.

К расчету ферменного фюзеляжа

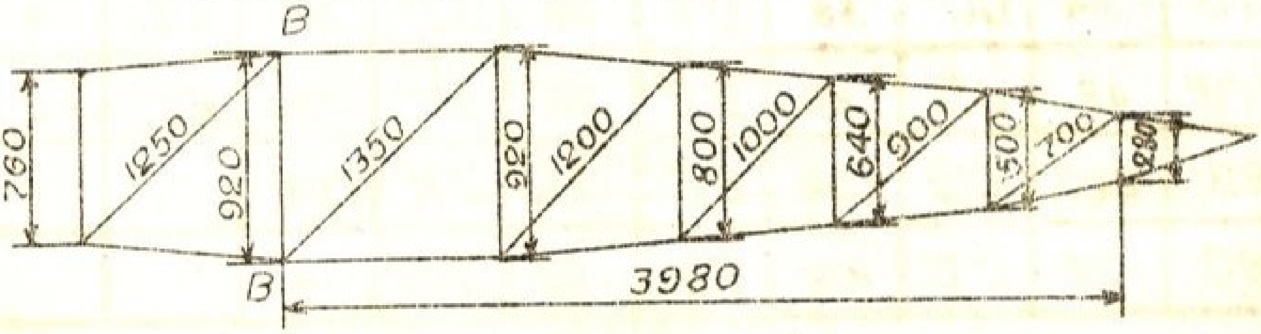
Схема нагрузки на случай «Еф»



Сечение по KK_1



Нижний горизонтальный набор.



Черт. № 1

$R_{костыля} = 709 - 630 = 79$ кг.

Все силы и реакции направлены под углом $\alpha_{пос.}$ к вертикали.

Имея реакции шасси и костыля и все узловые нагрузки, можем построить диаграмму Кремоны, для определения усилий в стержнях фермы (диаграмма №1).

Для удобства построения диаграммы, точку приложения сил мотогруппы соединяем фиктивными стержнями (на чертеже показаны пунктирными линиями) с узлами A и A₁. То же проделываем с точкой приложения силы $R_{кост.}$, соединяя ее фиктивными стержнями с узлами J' и K'.

Таблица № 3.

Диаграммных усилий в стержнях фермы.

Стерж	Усилие.	Стерж	Усилие.	Стерж	Усилие.	Стерж	Усилие	Стерж	Усилие
AA'	-107	B'C	87	DD'	20	E'J	60	KK'	-58
AB	100	B'C'	-67	DE	-102	E'J'	24	KL	5
A'B	-314	CC'	38	D'E	40	JJ'	50	K'L	-3
A'B'	48	CD	-80	D'E'	66	JK	-39	K'L'	-2
BB'	220	C'D	-32	EE'	-39	J'K	58		
BC	-32	C'D'	102	EJ	-80	J'K'	14		

Полученные значения усилий необходимо помножить на коэффициент перегрузки $n_E = 4,5$ и по этим

К расчету ферменного фюзеляжа

на случай «Еф»

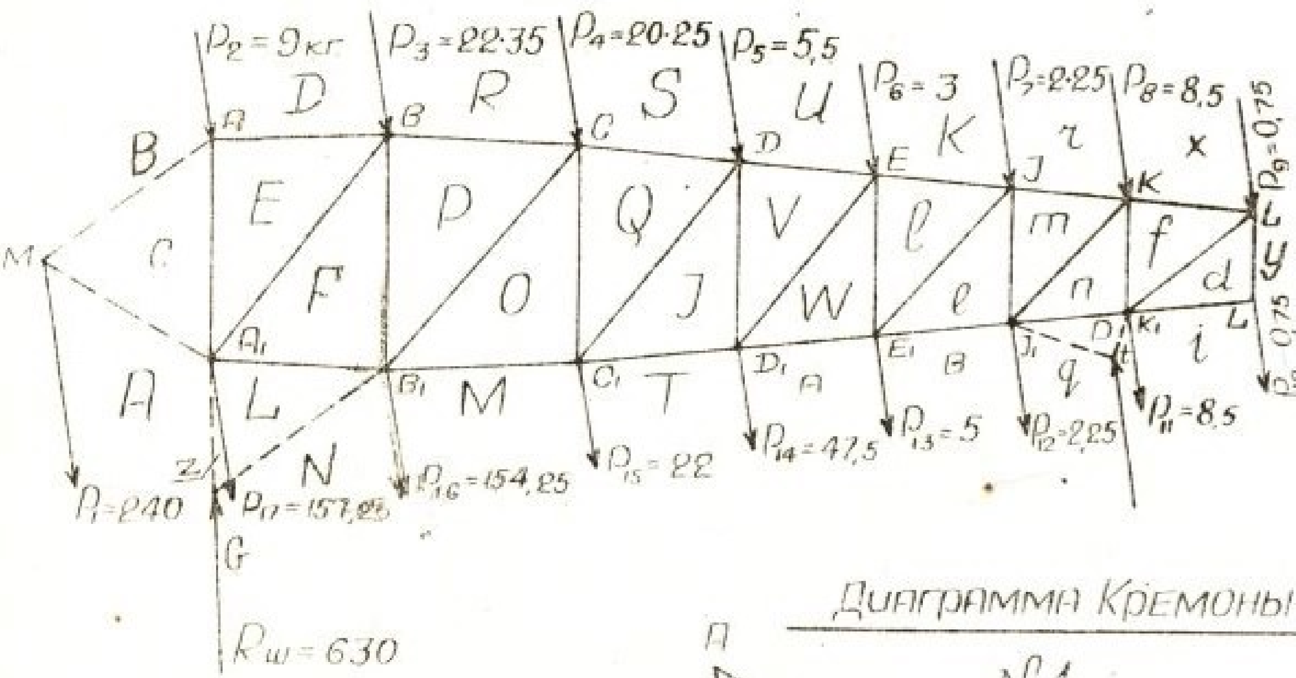
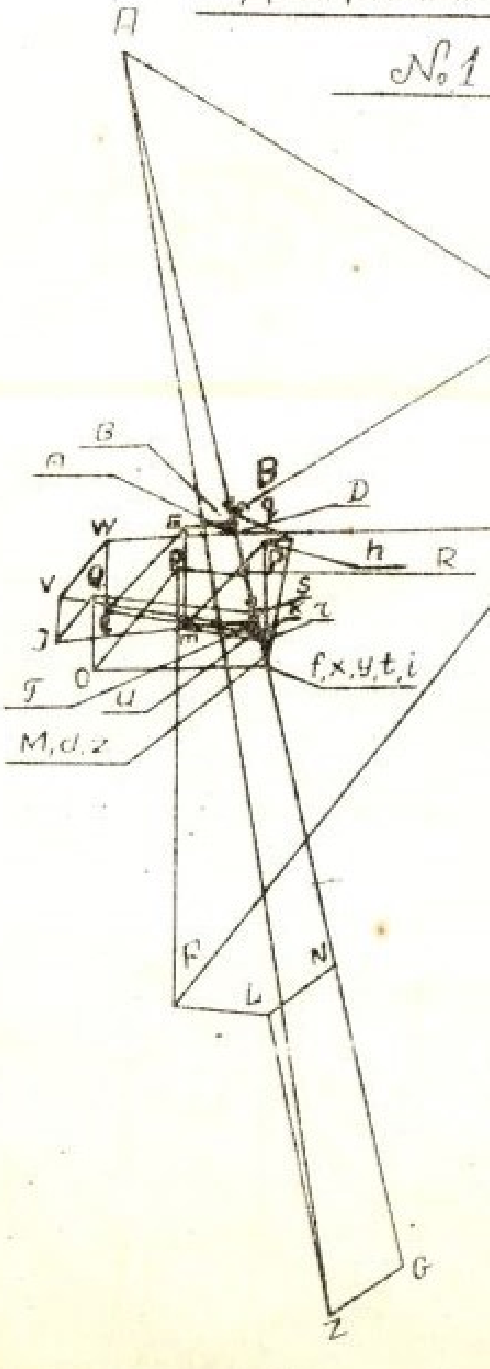


Диаграмма Кремоны

№1



уже усилиям, зная разрушающие напряжения, для данного материала, подобрать соответствующие сечения стержней.

$$P_{разруш.} = P_{диагр.} \; n_E$$

Таблица № 4.

Стерж.	$P_{разруш.}$	Необход площадь	Необход размеры	Принят. площадь	Принят. размеры
AA_1	-480		22×20	0,754	25×23
AB	760	0,19		0,597	20×18
A'B	-1410		30×27	1,484	33×30
A'B'	216	0,054		0,597	20×18
BB'	990	0,247		0,597	20×18
BC	-144		16×14	0,597	20×18
B'C	391	0,098		0,597	20×18
B'C'	-301		22×20	0,754	25×23
CC'	171	0,043		0,597	20×18
CD	-360		16×14	0,597	20×18
C'D	-144		20×18	0,597	20×18
C'D'	460	0,115		0,597	20×18
DD'	90	0,0225		0,597	20×18
DE	-460		16×14	0,597	20×18

Таблица № 4

(продолжение)

Стерж	$P_{разруш}$	Необход площадь	Необход размеры	Принят. площадь	Принят размеры
D'E	180	0,045		0,597	20×18
D'E'	397	0,0995		0,597	20×18
EE'	-153		14×12	0,597	20×18
EJ	-360		14×12	0,597	20×18
E'J	270	0,0675		0,597	20×18
E'J'	108	0,027		0,597	20×18
JJ'	225	0,0565		0,597	20×18
JK	-175		12×10	0,471	16×14
J'K	261	0,0652		0,597	20×18
J'K'	63	0,0157		0,597	20×18
KK'	-261		12×10	0,471	16×14
KL	22,5	0,0057		0,597	20×18
K'L	-13,5		12×10	0,471	16×14
K'L'	-9			0,471	16×14

В приведенной таблице, необходимые площади сечений определяются, для растянутых стержней по формуле: $F_{необход} = \frac{P_{разруш}}{R_{разруш}}$ где $R_{разруш}$ – разрушающее напряжение, для данного материала. Нами принят материал - углеродистая сталь марки «М» с разрушающим напряжением 4000 $кг/см^2$.

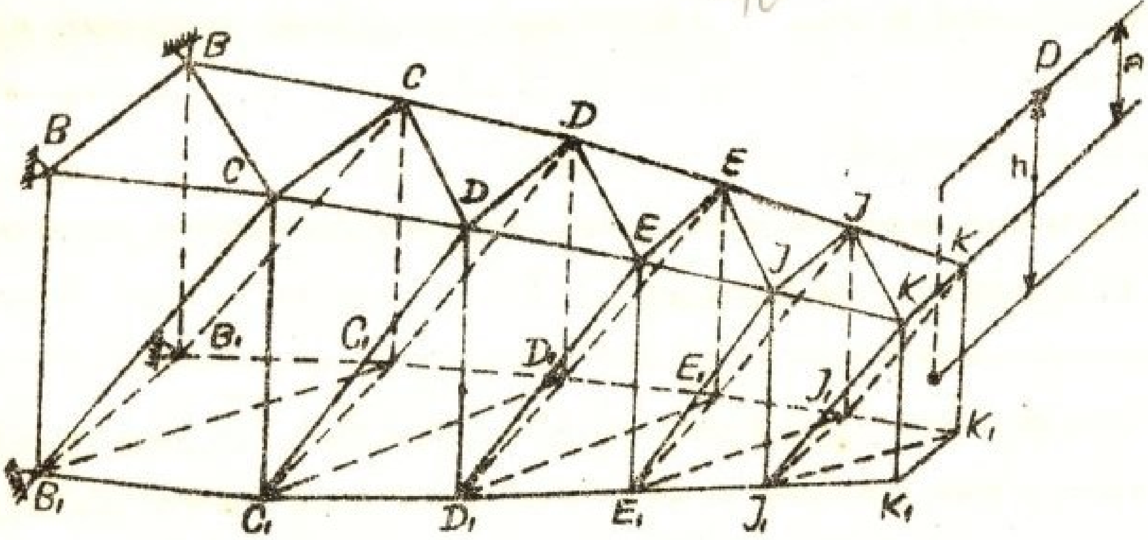
По полученным, таким образом, площадям, можно подобрать соответствующие сечения по таблице приведенной в справочной книге по расчету самолета на прочность коллектива инженеров, на стр. 55.

Сечения для сжатых стержней подбираем следующим образом: зная длину стержня и действующее в нем усилие сжатия - подбираем сечение по диаграмме построенной на основании опытных данных для мягких углеродистых труб (график №№ 25 и 26 - справочной книги по расчету самолета на прочность коллектива инженеров). Там где необходимые размеры очень малы, подбираем трубы из конструктивных соображений (графа «Принятые размеры»)

На этом расчет фюзеляжа (боковых его ферм) на случай Еф - можно считать законченным. Что касается расчета горизонтальных ферм фюзеляжа, то в данном случае (Еф) они являются нерасчетными. Расчет их будет нами подробно рассмотрен при расчете фюзеляжа на случай $H^3_ф$.

Расчет ферменного фюзеляжа на случай $H^3_ф$.

Вводим следующие обозначения: $P_{в.о.}$ - максимальная нагрузка на вертикальное оперение, определяющаяся по формуле: $P_{в.о} = 0{,}0454\, V^2_{max}\, S_{в.о.}$



ЧЕРТ. № 4.

$S_{в.о.}$ – принимаем равной 7% от площади крыла.

A – расстояние от центра давления верт. оперения до верхней фермы фюзеляжа ($A = 34$ см)

h – плечо от центра давления верт. оперения до центра жесткости фюзеляжа.

На основании аэродинамического расчета имеем, для нашего самолета.

$V_{max} = 400$ км/час $= 111$ м/сек.

$S_{крыла} = 15 м^2$

$S_{в.о.} = 0{,}07 \cdot S_{кр.} = 0{,}07 \cdot 15 = 1{,}05 м^2$

$P_{в.о} = 0{,}0454 \cdot 111^2 \cdot 1{,}05 \simeq 590$ кг.

Принимаем для расчета $P_{в.о.} = 600$ кг.

Для расчета фюзеляж считаем закрепленным у заднего лонжерона крыла, что соответствует сечению BBB_1B_1 –

Момент крутящий в любом сечении фюзеляжа найдется.

как $M_{кр} = P_{в.о.} \cdot h$

где h – расстояние от точки приложения силы до центра жесткости в данном сечении

($т.к.\ M_{кр} = P_{в.о.} \cdot h$, получен в результате переноса силы $P_{в.о.}$ в центр жесткости, то, очевидно, фюзеляж будет испытывать две деформации

1) от $M_{кр}$.

2) от силы $P_{в.о.}$, приложенной в центре жесткости).

При отыскании центра жесткости в сечении KK_1 фюзеляжа мы исходим из прогиба горизонтальных ферм на всей их длине.

Задаемся сечениями стержней и конфигурацией ферм верхнего и нижнего набора.

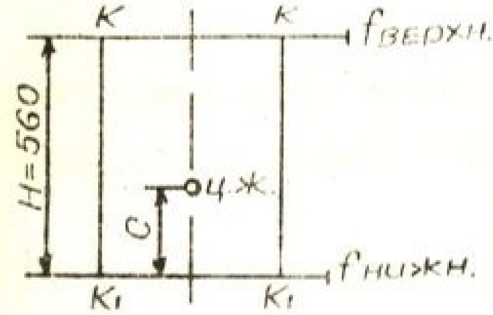
Считаем, что рам в наборе нет, и что конфигурация верхней и нижней фермы – одинакова. Сечения всех стержней нижнего набора принимаем 20×18 (кроме поясных). Сечения стержней верхнего набора, включая сечение DD – принимаем 20×18; от сечения DD и до KK – принимаем 16×14 (кроме поясных).

Размеры поясных стержней берем из таблицы № 4.

Положение центра жесткости, необходим. для распределения силы P^3_H между горизонтальными фермами, определяется по формуле

$$C = H\frac{1/f_{верхн.}}{1/f_{верх} + 1/f_{нижн.}}$$

где $f_{верхн.}$ и $f_{нижн.}$ – прогибы соответствующих ферм под действием одинаковой внешней силы на каждую из ферм (мы принимаем силу, равную единице).



черт. № 5

Прогибы ферм определяем из условия равенства потенциальной энергии, накопленной фермой от силы P (равной единице) приложенной на конце ее и работы совершенной данной силой

$$U=\sum\frac{S^2\ell}{2EF}=\frac{Pf}{2}=\frac{f}{2}$$

откуда $f=2U=2\sum\frac{S^2\ell}{2EF}$;

Для нахождения усилий « S » в стержнях фермы строим диаграмму Кремоны для единичной силы (Диаграмма № 2).

Результаты диаграммы и определение потенциальной энерги сводим в таблицу № 6

Имея потенциальные энергии « U » для верхней и нижней горизонтальных ферм можем определить их прогибы, а затем и положение центра жесткости.

$$f_{нижн.}=2U_{нижн.}=2\cdot 0{,}004145=0{,}008290 \text{ см.}$$

$$f_{верхн.}=2U_{верхн.}=2\cdot 0{,}004486=0{,}008972 \text{ см.}$$

При $H=56$ см. (см. черт. № 5).

$$C=56\frac{1/0{,}008972}{1/0{,}008972+1/0{,}008290}=26{,}8 \text{ см.}$$

Зная прогибы ферм можем всю горизонтальную силу $P^3_{н.}$ (приложенную в центре жесткости) разнести по горизонтальные фермы пропорционально их жест—

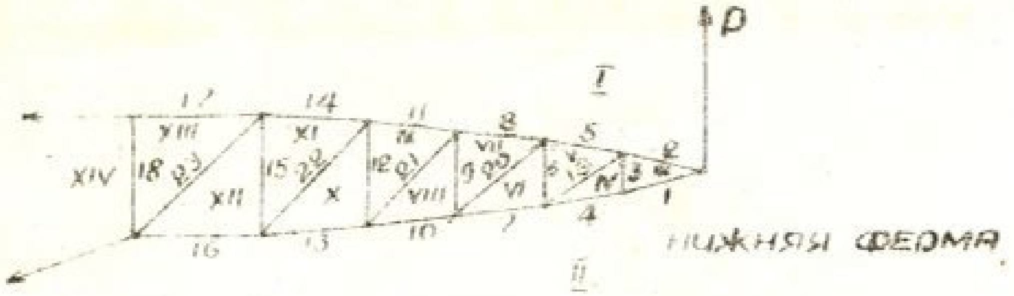
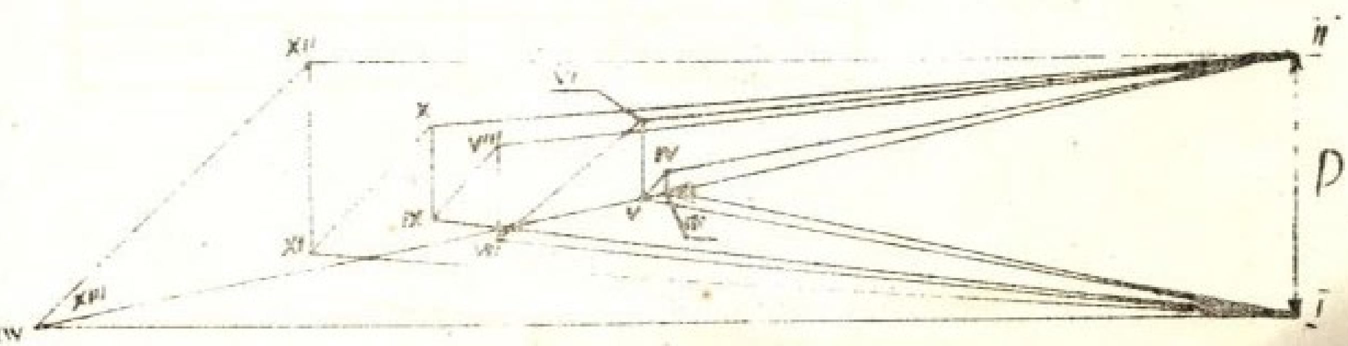


Таблица № 5

Нижний набор.		Верхний набор.	
Стержень	Усилие	Стержень	Усилие
№1	+2,5P	№1	-2,5P
2	-2,5P	2	+2,5P
3	-0,05P	3	-0,05P
4	+2,5P	4	-2,5P
5	-2,6P	5	+2,6P
6	-0,28P	6	0,28P
7	+2,55P	7	2,55P
8	-3,1P	8	+3,1P
9	-0,32P	9	0,32P
10	-0,36P	10	-3,1P
11	-3,1P	11	+3,35P
12	-0,36P	12	0,36P
13	+3,35P	13	3,35P
14	-3,83P	14	+3,83P
15	-0,73P	15	-0,73P
16	+3,82P	16	-3,82P
17	4,9P	17	+4,9P
18	0	18	0
19	+0,12P	19	-0,12P
20	+0,71P	20	-0,71P
21	+0,35P	21	-0,35P
22	+0,67P	22	-0,67P
23	+1,47P	23	-1,47P.

Диаграмма Кремоны № 2
для горизонт. фермы от силы $P = 1$



...остям, т.е. обратно-пропорционально их прогибам (вер-
...тикальные фермы считаем неработающими от этой си-
...лы, аналогично как в случае Еф - горизонт. фермы).

$$P_{верхн} = P_н^3 \frac{1/f_{верхн.}}{1/f_{верхн.} + 1/f_{нижн.}} = 600 \frac{1/0{,}008972}{1/0{,}008972 + 1/0{,}008290} \cong 920\ кг.$$

$$P_{нижн} = P_н^3 - P_{верхн.} = 600 - 290 = 310\ кг.$$

Получив силы, приходящиеся на верхнюю и нижнюю горизонтальные фермы, можем получить усилия в стержнях этих ферм (от силы $P_н^3$) путем перемножения усилий полученных от единичной силы (см. таблицу № 6) на соответствующую данной ферме силу, например: по таблице № 6 для стержня № 1, мы имеем усилие в нем от единичной силы равное 2,5 кг.

Сила приходящаяся на верхнюю ферму $P_{верхн.}$ равна 290 кг. тогда действительное усилие в стержне № 1 для верхней фермы от силы $P_н^3$ равно:

$$S'_{верхн.} = -2{,}5\ кг.\ 290 = -725\ кг.$$

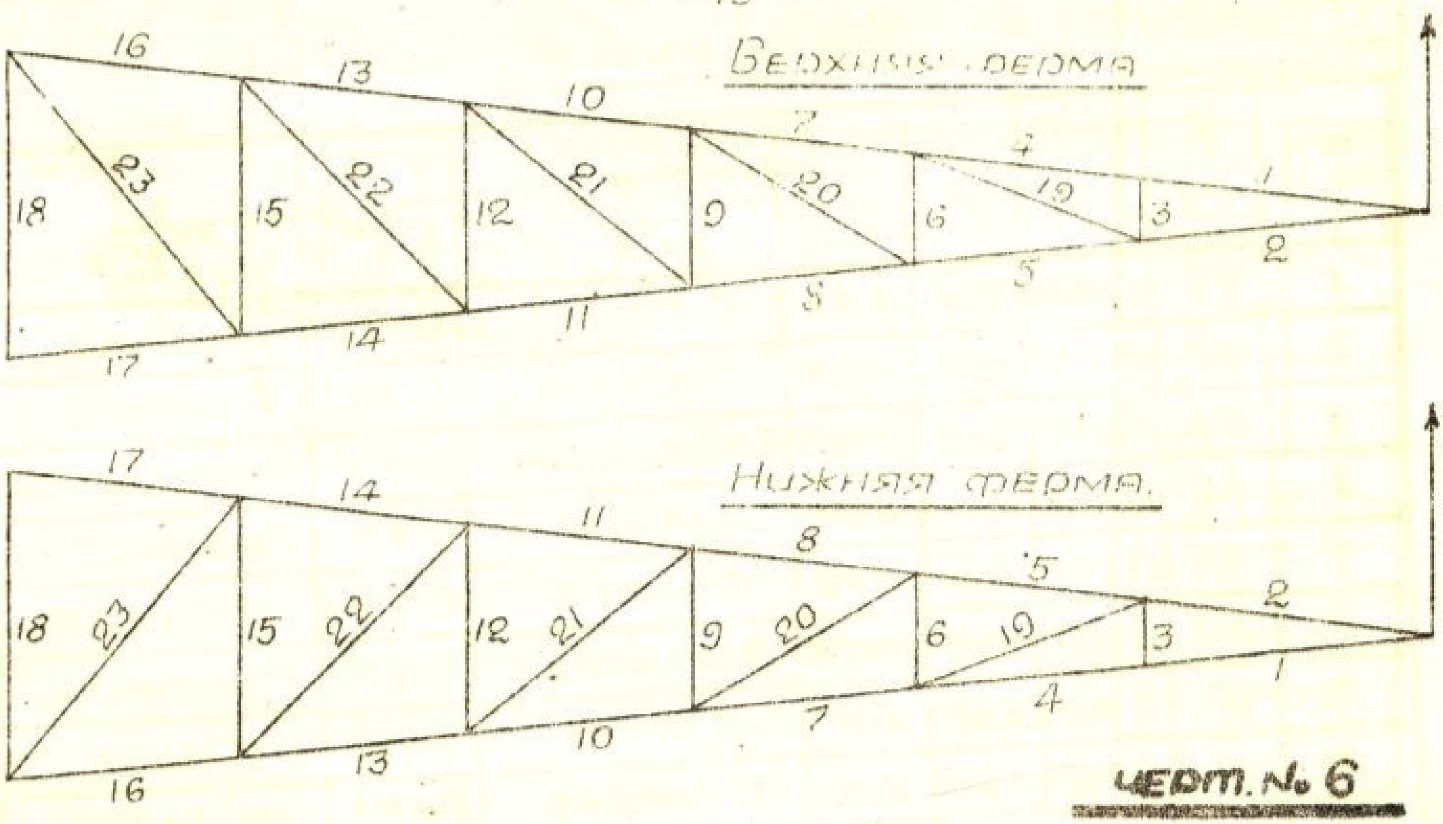
аналогично $S'_{нижн.} = 2{,}5\ кг.\ 310 = 775\ кг.$

Полученные таким путем усилия сводим в табл. № 7.

<u>Примечание:</u> т.к. конструкция верхней горизонтальной фермы получена путем поворота нижней на 180° вокруг прод. оси фюзеляжа, наименование стержней и усилия в них будут соответственно меняться. См. чертеж № 6 и таблицу № 5 к диаграмме Кремоны № 2.

Таблица № 6.

Стержень.	ℓ см	нижн. F см.	S	S^2	нижн. $\frac{S^2 \ell}{2EF}$	верхн. F см.^{2}	верхн. $\frac{S^2 \ell}{2\ell F}$
1	62	0,471	2,5	6,25	0,000205	0,597	0,000162
2	62	0,471	-2,5	6,25	0,000205	0,597	0,000162
3	28	0,597	-0,05	0,0025	0,0000000282	0,471	0,0000000358
4	58	0,597	2,5	6,25	0,000151	0,471	0,000192
5	58	0,597	-2,6	6,76	0,000164	0,471	0,000208
6	50	0,597	-0,28	0,078	0,00000163	0,471	0,00000206
7	70	0,597	2,55	6,5	0,00019	0,597	0,00019
8	70	0,597	-3,1	9,61	0,000282	0,597	0,000282
9	64	0,597	-0,32	0,102	0,00000274	0,471	0,00000346
10	70	0,597	3,1	9,61	0,000282	0,597	0,000282
11	70	0,597	-3,35	11,22	0,000329	0,597	0,000329
12	80	0,597	-0,36	0,13	0,00000435	0,597	0,00000435
13	82	0,597	3,35	11,22	0,000385	0,597	0,000385
14	82	0,597	-3,83	14,67	0,000503	0,597	0,000503
15	92	0,597	-0,73	0,533	0,0000201	0,597	0,0000201
16	98	0,754	3,83	14,67	0,000472	0,597	0,0006
17	98	0,754	-4,9	24,01	0,00078	0,597	0,000985
18	92	0,597	0	0	0	0,597	0
19	70	0,597	0,12	0,0144	0,000000422	0,471	0,000000535
20	90	0,597	0,71	0,504	0,000019	0,471	0,000024
21	100	0,597	0,35	0,123	0,00000515	0,471	0,00000653
22	120	0,597	0,67	0,449	0,0000226	0,597	0,0000226
23	135	0,597	1,47	2,16	0,000122	0,597	0,000122
Σ					0,004145		0,004486



Черт. № 6

Таблица № 7.

усилий в стержнях верхней и нижней горизонтальных ферм от силы $P_{н.}^{3}$

Стерж.	$S'_{верхн.}$	$S'_{нижн.}$	Стерж.	$S'_{верхн.}$	$S'_{нижн.}$	Стерж.	$S'_{верхн.}$	$S'_{нижн.}$
1	-725	775	9	-93	-99	17	1420	-1520
2	725	-775	10	-900	960	18	0	0
3	-14,5	-15,5	11	970	-1040	19	-34,8	37,2
4	-725	775	12	-104,5	-111,6	20	-206	220
5	755	-815	13	-970	1040	21	-101,5	108,5
6	-81	-87	14	1110	-1185	22	-194	208
7	-740	790	15	-211	-226	23	-426	456
8	900	-960	16	-1110	1185			

табл. № 8

Стер-жень	Усилие
1	0
2	0
3	-1,12 P
4	1,42 P
5	-0,77 P
6	1,12 P
7	-1,78 P
8	0,96 P
9	-0,64 P
10	1,78 P
11	-2,33 P
12	0,8 P
13	-0,53 P
14	2,33 P
15	-2,72 P
16	0,63 P
17	-0,45 P
18	2,72 P
19	-3,05 P
20	0,53 P
21	-0,59 P
22	3,05 P
23	-3,71 P
24	1,03 P

К расчету ферменного фюзеляжа на случай «$H^3_ф$»

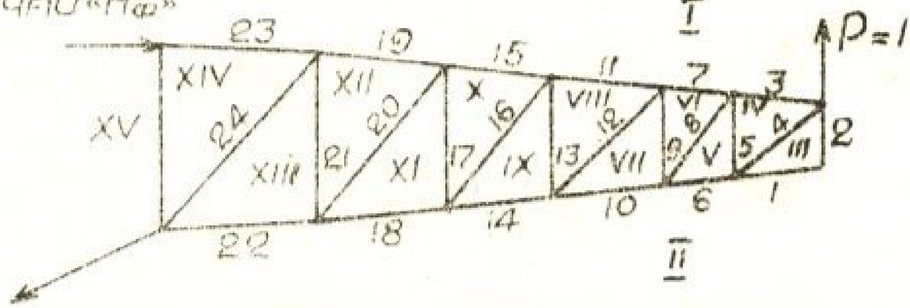
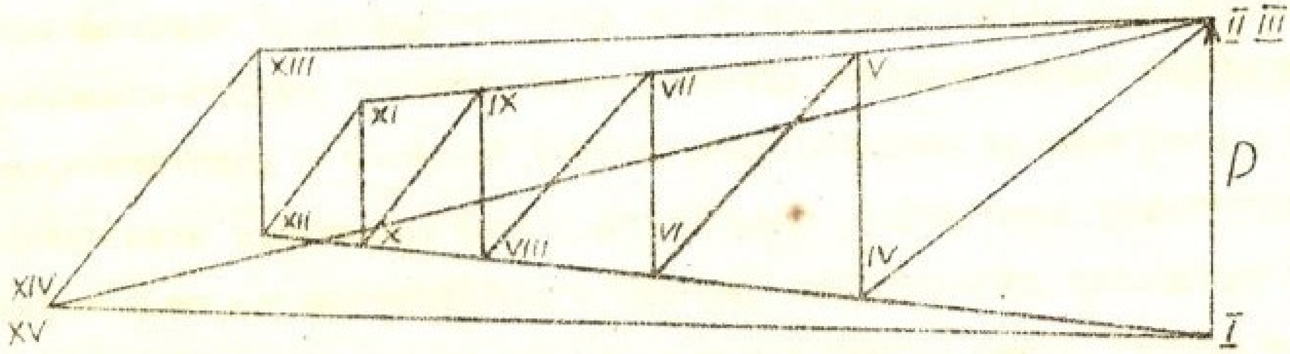


Диаграмма Кремоны № 3 для вертикальной фермы от силы P=1.



Теперь переходим к определению усилий от Мкр. Плечо (см. черт. № 4) h в сечении KK_1 будет:

$$h = a + (H - c) = 34 + (56 - 26{,}8) = 63{,}2 \text{ см.}$$

$$M_{кр} = P_H^3 \cdot h = 600 \cdot 63{,}2 = 37800 \text{ кг см.}$$

Очевидно, что за счет различного соотношения жесткостей труб верхней и нижней ферм в каждом сечений, положение центра жесткости по сечениям будет меняться, т.е. $\frac{C}{H} \neq const$. (см. черт. № 5)

Однако при небольшом расхождении в соотношении жесткостей, невелико и перемещение центра жесткости.

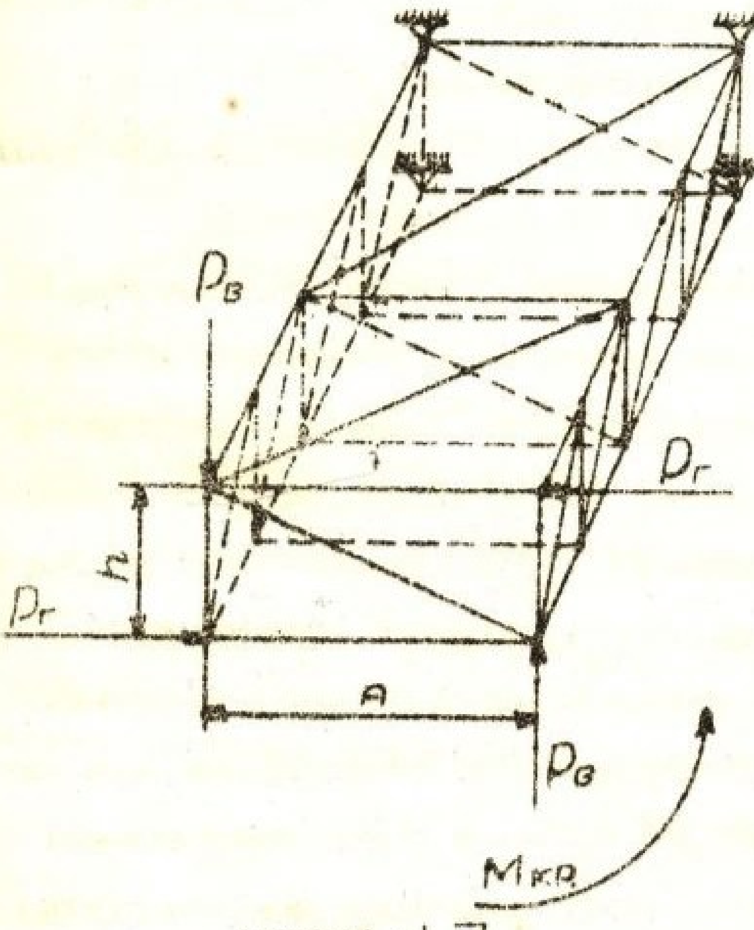
Для фюзеляжа с горизонтальной осью симметрии (как нами расчитываемый -- см. черт. № 4) изменение плеча крутящего момента «h» в каждом сечении фюзеляжа (а следовательно и величины Мкр.) происходит только за счет изменения размера $(H - C)$, т.е. только за счет рассмотренного выше смещения центра жесткости как функции изменяющегося соотношения жесткостей труб. При небольшом изменении этого соотношения по сечениям (как в нашем расчете) можно с достаточной точностью расчета, считать, что центры жесткости всех сечений лежат на одной горизонтали, т.е. что $M_{кр} = const$, что и принято в нашем дальнейшем расчете

(О расчете фюзеляжа с наклонной осью – см в конце данного выпуска)

Расчет фюзеляжа на кручение будем производить по методу Bürgess'а.

Метод Burgess'а заключается в следующем:

Предположим, что необходимо рассчитать пространственную ферму высотой «h» и шириной «A» находящуюся под действием крутящего момента Мкр. (черт. № 7).



черт. № 7

Общий крутящий момент всегда можно разложить на два момента действующие в горизонтальной и вертикальной плоскости и заменить их парами так чтобы.

$$P_г \cdot h + P_в \cdot A = M_{кр}.$$

Величины $P_г$ и $P_в$ определим пользуясь таким приемом: 1). Предположим, что работают только одни горизонтальные фермы тогда:

$$P'_г = \frac{M_{кр}}{h};$$

зная $P'_г$ находим усилия от действия ее в каждом стержне горизонтальной фермы $K'_г$ (хотя-бы построив диаграмму Кремоны.

2) Предположим, что работают только вертикальные фермы

$$P_B' = \frac{M_{кр}}{A}$$

и таким-же путем определим усилия в стержнях вертикальных ферм $R_{iв}$.

Но в действительности вся ферма работает целиком и, если ввести обозначение:

$$K = \frac{M_{гор.}}{M_{кр.}} \quad и \quad 1-K = \frac{M_{верт.}}{M_{кр.}},$$

то действительные усилия в стержнях будут:

Усилия действующие в стержнях горизонтальной фермы $= K \cdot R_{iг}$.

Усилия действующие в стержнях вертикальной фермы $= (1-K) R_{iв}$.

Заметим, что в продольных стержнях (поясах) усилия от горизонтального и вертикального набора суммируются алгебраически с их знаками.

$$S_i = k R_{iг} + (1-k) R_{iв} = k (R_{iг} - R_{iв}) + R_{iв};$$

и вообще говоря усилие в любом стержне фермы можно выразить такой-же формулой:

$$S_i = k (R_{iг} - R_{iв}) + R_{iв} -$$

только в ней соответственно будут обращаться в нуль или $R_{iг}$ или $R_{iв}$.

Величину коэффициента «K» определим из того условия, что работа всей фермы должна быть минимальной.

Работа растянутого или сжатого стержня:

$$V=\sum\frac{S_i^2\cdot l}{2EF} \quad \text{или} \quad V=\sum\frac{\left[K(R_{ir}-R_{iB})+R_{iB}\right]^2\cdot l}{2EF};$$

Берем первую производную и приравниваем ее нулю;

$$\frac{\partial V}{\partial K}=\sum\frac{2\left[K\cdot(R_{ir}-R_{iB})+R_{iB}\right](R_{ir}-R_{iB})\cdot l}{2EF}=0$$

Если считать (как предлагает Bürgess), что момент $M_{кр}$ распределяется однажды в том сечении, где он приложен, на $M_{кр_{гор.}}=P_r\cdot h$ и $M_{кр_{верт.}}=P_B\cdot A$ и горизонтальные и вертикальные фермы работают на изгиб от сил P_r и P_B, то коэф. $K=const$ и может быть вынесен за знак суммы.

(В этом предположении есть некоторая погрешность, ибо за счет изменения соотношения жесткостей горизонтальных и вертикальных ферм в каждом сечении, момент крутящий в них будет перераспределяться, т.е. коэф. К будет свой для каждого сечения.

Практически это изменение соотношений жесткостей незначительно и метод Bürgess'а дает достаточно точные результаты при расчете фюзеляжа).

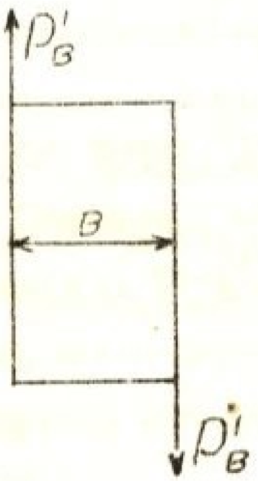
Вынося «K» за знак $\sum$, имеем:

$$K\sum\frac{(R_{ir}-R_{iB})^2\cdot l}{EF}=-\sum\frac{R_{iB}(R_{ir}-R_{iB})\,l}{EF};$$

И окончательно:
$$K=\frac{\sum\frac{(R_{iB}-R_{ir})R_{iB}\cdot l}{EF}}{\sum\frac{(R_{ir}-R_{iB})^2\,l}{EF}};$$

Необходимо помнить, что при подсчете «K», $R_{i_Г}$ и $R_{i_В}$ следует брать с их знаками.

1). Предположим, что весь $M_{кр}$ воспринимается только вертикальными фермами (черт. № 8).



черт. № 8

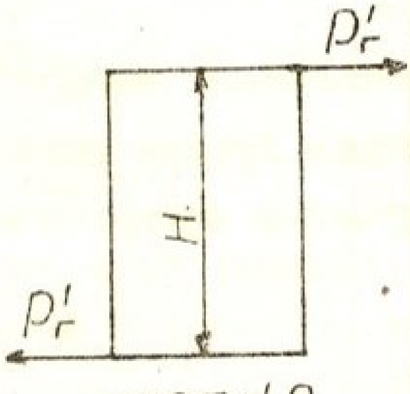
тогда $M_{кр} = P'_В \cdot B$

откуда $P'_В = \frac{M_{кр}}{B} = \frac{37800}{28} = 1350$ кг.

Под действием этой силы в стержнях вертикальной фермы возникнут усилия $R'_{верт.}$ которые мы можем определить из диаграммы Кремоны.

(построеной для единичной силы (диаграмма № 3; таблица № 8)

2) Предполагаем, что весь $M_{кр.}$ воспринимается только горизонтальными фермами (черт. № 9)



черт. № 9

тогда $M_{кр} = P'_Г \cdot H$.

откуда $P'_Г = \frac{M_{кр}}{H} = \frac{37800}{56} = 675$ кг.

Возникающие при этом усилия в стержнях горизонтальной фермы, мы можем определить из имеющейся уже у нас диаграммы Кремоны, для единичной силы, построенной для горизонтальной фермы. (диаграмма № 2, таблица № 5).

Полученные усилия сводим в таблицу № 9.

ТАБЛИЦА №9

Усилий в стержнях горизонтальной и вертикальной фермы.

Вертикальная ферма — Горизонтальная ферма

Стержень.	Усилие при $P=1$	Усилие при $P'_в = 1350$	Стержень.	Усилие при $P=1$	Усилие при $P'_г = 675$ кг.
	—	$R'_в$			$R'_г$ —
1	0	0	1	-2,5	-1685
2	0	0	2	+2,5	+1685
3	-1,12	-1510	3	-0,05	-34,7
4	1,42	1915	4	-2,5	-1685
5	-0,77	-1040	5	+2,6	+1755
6	1,12	1510	6	-0,28	-189
7	-1,78	-2400	7	-2,55	-1720
8	0,96	1295	8	+3,1	+2090
9	-0,64	-865	9	-0,32	-216
10	1,78	2400	10	-3,1	-2090
11	-2,33	-3145	11	+3,35	+2260
12	0,8	1080	12	-0,36	-243
13	-0,53	-715	13	-3,35	-2260
14	2,33	3145	14	+3,83	+2585
15	-2,72	-3670	15	-0,73	-493
16	0,63	850	16	-3,83	-2585
17	-0,45	-608	17	+4,9	+3310
18	2,72	3670	18	0	0
19	-3,05	-4120	19	-0,12	-81
20	0,53	715	20	-0,71	-479
21	-0,59	-796	21	-0,35	-236
22	3,05	4120	22	-0,67	-452
23	-3,71	-5000	23	-1,47	-990
24	1,03	1390			

Усилия получены при предположении, что Мкр воспринимается или только вертикальными, или только горизонтальными фермами.

ТАБЛИЦА № 10

	№ стерж. гориз.	№ стерж. вертик.	l длина	F см²	$R'_в$	$R'_г$	$R'_в-R'_г$	$\frac{(R'_в-R'_г)R'_в l}{F}$	$R'_г-R'_в$	$(R'_г-R'_в)^2$	$\frac{(R'_г-R'_в)^2 l}{F}$
Нижн. лев. пояс.	1	1	62	0,471	0	-1685	1685	0	-1685	2839225	$38000\cdot10^4$
	4	6	58	0,597	1510	-1685	3195	$46700\cdot10^4$	-3195	10100025	$97000\cdot10^4$
	7	10	70	»	2400	-1720	4120	$116000\cdot10^4$	-4120	16974400	$198500\cdot10^4$
	10	14	70	»	3145	-2090	5235	$192500\cdot10^4$	-5235	27405125	$322000\cdot10^4$
	13	18	82	»	3670	-2260	5930	$298000\cdot10^4$	-5930	35164900	$482000\cdot10^4$
	16	22	98	0,754	4120	-2585	6705	$360000\cdot10^4$	-6705	44951025	$585000\cdot10^4$
Нижн. прав. пояс.	2	1	62	0,471	0	1685	-1685	0	1685	2839225	$38000\cdot10^4$
	5	6	58	0,597	-1510	1755	-3265	$47860\cdot10^4$	3265	10550225	$102800\cdot10^4$
	8	10	70	»	-2400	2090	-4490	$126000\cdot10^4$	4490	21601000	$253000\cdot10^4$
	11	14	70	»	-3145	2260	-5405	$199000\cdot10^4$	5405	29214025	$342200\cdot10^4$
	14	18	82	»	-3670	2585	-6255	$315000\cdot10^4$	6255	39725025	$544000\cdot10^4$
	17	22	98	0,754	-4120	3310	-7430	$398000\cdot10^4$	7430	55204900	$720000\cdot10^4$
Верхн. лев. пояс	2	3	62	0,597	-1510	1685	-3195	$50000\cdot10^4$	3195	10208025	$106000\cdot10^4$
	5	7	58	0,471	-2400	1755	-4155	$124000\cdot10^4$	4155	17264025	$212000\cdot10^4$
	8	11	70	0,597	-3145	2090	-5235	$194000\cdot10^4$	5235	27425125	$322000\cdot10^4$
	11	15	70	»	-3670	2260	-5930	$254500\cdot10^4$	5930	35764900	$411500\cdot10^4$
	14	19	82	»	-4120	2585	-6705	$379000\cdot10^4$	6705	44957025	$616000\cdot10^4$
	17	23	98	»	-5000	3310	-8310	$451000\cdot10^4$	8310	69056100	$1130000\cdot10^4$
Верхн. прав. пояс	1	3	62	0,597	1510	-1685	3195	$50000\cdot10^4$	-3195	1028025	$106000\cdot10^4$
	4	7	58	0,471	2400	-1685	4085	$120000\cdot10^4$	-4085	16687225	$205000\cdot10^4$
	7	11	70	0,597	3145	-1720	4865	$172500\cdot10^4$	-4865	23668225	$278000\cdot10^4$
	10	15	70	»	3670	-2090	5760	$248000\cdot10^4$	-5760	33177600	$389000\cdot10^4$
	13	19	82	»	4120	-2260	6380	$361000\cdot10^4$	-6380	40704400	$559000\cdot10^4$
	16	23	98	»	5000	-2585	7585	$621000\cdot10^4$	-7585	57532225	$790000\cdot10^4$
Верхняя горизонт. ферма.	3		28	0,471		-34,7	34,7		-34,7	1204	$7{,}17\cdot10^4$
	6		50	»		-189	189		-189	35721	$37{,}9\cdot10^4$
	9		64	»		-216	216		-216	466	$6{,}32\cdot10^4$
	12		80	0,597		-243	243		-243	59049	$792\cdot10^4$
	15		92	»		-493	493		-493	243049	$4060\cdot10^4$
	18		92	»	0	0	0	0	0	0	0
	19		70	0,471		-81	81		-81	6561	$97{,}7\cdot10^4$
	20		90	»		-479	479		-479	229441	$4370\cdot10^4$
	21		100	»		-236	236		-236	55696	$1180\cdot10^4$
	22		120	0,597		-452	452		-452	204304	$4100\cdot10^4$
	23		135	»		-990	990		-990	980100	$21100\cdot10^4$

Таблица № 10.

(продолжение)

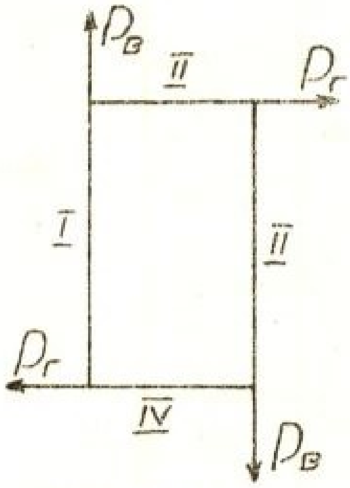
	№ стерж. гориз. фер.	№ стерж. вертик. фер.	l длина	F см²	$R'_в$	$R'_г$	$R'_в-R'_г$	$\frac{(R'_в-R'_г)R'_в l}{F}$	$R'_г-R'_в$	$(R'_г-R'_в)^2$	$\frac{(R'_г-R'_в)^2 l}{F}$
Нижняя горизонт. ферма	3		28	0,597		-34,7	34,7		-34,7	1204	$5,65\cdot10^4$
	6		50	»		-189	189		-189	35721	$288\cdot10^4$
	9		64	»		-216	216		-216	466	$5\cdot10^4$
	12		80	»		-243	243		-243	59049	$792\cdot10^4$
	15		92	»		-493	493		-493	243049	$4060\cdot10^4$
	18		92	»	> 0	0	0	> 0	0	0	0
	19		70	»		-81	81		-81	6561	$77\cdot10^4$
	20		90	»		-479	479		-479	229441	$3450\cdot10^4$
	21		100	»		-236	236		-236	55696	$930\cdot10^4$
	22		120	»		-452	452		-452	204304	$4100\cdot10^4$
	23		135	»		-990	990		-990	980100	$21100\cdot10^4$
Левая вертикальная ферма		2	43	0,471	0		0	0	0	0	0
		4	80	»	1915		1915	$62400\cdot10^4$	-1915	3667325	$62300\cdot10^4$
		5	56	»	-1040		-1040	$12850\cdot10^4$	1040	1081600	$12810\cdot10^4$
		8	85	0,597	1295		1295	$23850\cdot10^4$	-1295	1677025	$23820\cdot10^4$
		9	68	»	-865		-865	$8500\cdot10^4$	865	748225	$8500\cdot10^4$
		12	100	»	1080		1080	$19550\cdot10^4$	-1080	1166400	$19600\cdot10^4$
		13	82	»	-715		-715	$7000\cdot10^4$	715	511225	$7000\cdot10^4$
		16	114	»	850		850	$13790\cdot10^4$	-850	722500	$13400\cdot10^4$
		17	96	»	-608		-608	$5950\cdot10^4$	608	369664	$6190\cdot10^4$
		20	132	»	715		715	$11300\cdot10^4$	-715	511225	$11300\cdot10^4$
		21	113	»	-796		-796	$12000\cdot10^4$	796	633616	$12000\cdot10^4$
		24	150	»	1390	0	1390	$49000\cdot10^4$	-1390	1716100	$42100\cdot10^4$

ПРАВАЯ ВЕРТИКАЛЬНАЯ ФЕРМА		2	43	0,471	0		0	0	0	0	0
		4	80	»	-1915		-1915	$62400 \cdot 10^4$	1915	3667325	$62200 \cdot 10^4$
		5	56	»	1040		1040	$12850 \cdot 10^4$	-1040	1081600	$12810 \cdot 10^4$
		8	85	0,597	-1295		-1295	$23850 \cdot 10^4$	1295	1677025	$23820 \cdot 10^4$
		9	68	»	865		865	$8500 \cdot 10^4$	-865	748225	$8500 \cdot 10^4$
		12	100	»	-1080		-1080	$19550 \cdot 10^4$	1080	1166400	$19600 \cdot 10^4$
		13	82	»	715		715	$7000 \cdot 10^4$	-715	511225	$7000 \cdot 10^4$
		16	114	»	-850		-850	$13790 \cdot 10^4$	850	722500	$13400 \cdot 10^4$
		17	96	»	608		608	$5950 \cdot 10^4$	-608	369664	$6190 \cdot 10^4$
		20	132	»	-715		-715	$11300 \cdot 10^4$	715	511225	$1130 \cdot 10^4$
		21	113	»	796		796	$12000 \cdot 10^4$	-796	633616	$12000 \cdot 10^4$
		24	150	»	-1390		-1390	$49000 \cdot 10^4$	1390	1716100	$48500 \cdot 10^4$

$\sum 5575440 \cdot 10^4$ $\qquad \sum 9364274{,}74 \cdot 10^4$

$$K = \frac{\sum \dfrac{(R'_B - R'_Г) R'_Б\, l}{EF}}{\sum \dfrac{(R'_Г - R'_B)^2\, l}{EF}} = \frac{5575440 \cdot 10^4}{9364274{,}74 \cdot 10^4} \simeq 0{,}6$$

Для вычисления коэффициента «К» составляем таблицу № 10



черт. № 10

При определении знаков в поясах учтено следующее: На ферму I сила действует снизу вверх — следовательно, верхний пояс ее будет сжат, а нижний растянут т.е. знаки усилий будут соответствовать знакам таблицы № 9. Для фермы III знаки изменятся на обратные. (см. чертеж № 10). Горизонтальная ферма II расположена таким образом, что растянутый пояс находится слева, сжатый справа — знаки усилий соответствуют знакам усилий по таблице № 9.

Ферма IV такая же как и ферма II, располагается так, что пояса, бывшие растянутыми в ферме II, оказываются растянутыми и в ферме IV (т.е. ферма IV представляет собой ферму II, повернутую на 180° вокруг продольной оси фюзеляжа), тогда знаки усилий попрежнему соответствуют знакам таблицы № 9 (см. черт. № 10).

В таблице № 10 каждый из стержней поясов имеет 2 номера, из которых один определяет его номер как пояса горизонтальной фермы (соответственно диаграмме № 2), а другой — как пояса вертикальной фермы (соответственно диаграмме № 3).

Зная, теперь, коэффициент «K», можем определить действительные силы, приходящиеся на горизонтальный и вертикальный наборы фермы от $M_{кр}$.

$$P_г = \frac{0{,}6 \cdot 37800}{56} = 405 кг.$$

$$P_в = \frac{0{,}4 \cdot 37800}{28} = 540 кг.$$

Имея эти силы, можем получить усилия в стержнях фермы (горизонтальные от силы $P_г$ и вертикальные от силы $P_в$) – путем помножения на них усилий в стержнях, полученных, от единичной нагрузки $P=1$ (из диаграммы №2 и №3, (таблица №9)). Полученные, таким образом, усилия в стержнях горизонтальной фермы необходимо просуммировать с усилиями в тех же стержнях, полученными от действия силы P_H^3 (суммирование необходимо производить с учетом знаков) см. табл. №7.

Таблица № 11

усилий в стержнях гориз. ферм. под действием сил P_H^3 и $M_{кр}$ ($P_г$=405кг.)

№ стержня	Усилие от $P=1$	$R_г$ усилие от $P_г$ = 405 кг.	Верхняя ферма		Нижняя ферма	
			S' от P_H^3	$S'+R_г$	S' от P_H^3	$S'+R_г$
1	-2,5	-1010	-725	-1735	775	-235
2	+2,5	+1010	725	1735	-775	235
3	-0,05	-20,2	-14,5	-34,7	-15,5	-35,7
4	-2,5	-1010	-725	-1735	775	-235
5	+2,6	+1052	755	1807	-815	237
6	-0,28	-113	-81	-194	-87	-200
7	-2,55	-1032	-740	-1772	790	-242

Таблица № 11

(продолжение).

№ стержня.	Усилие от $P=1$	$R_{г.}$ усилие от $P_{г.}$ = =405кг.	Верхняя ферма		Нижняя ферма	
			S' от P_H^3	$S+R_{г.}$	S' от P_H^3	$S'+R_{г.}$
8	+3,1	1255	900	2155	-960	295
9	-0,32	-129	-93	-222	-99	-228
10	-3,1	-1255	-900	-2155	960	-295
11	+3,35	1360	970	2330	-1040	320
12	-0,36	-146	-104,5	-250,5	-111,5	-257,5
13	-3,35	-1360	-970	-2330	1040	-320
14	+3,83	1550	1110	2660	-1185	365
15	-0,73	-300	-211	-511	-226	-526
16	-3,82	-1550	-1110	-2660	1185	-365
17	+4,9	1985	1420	3405	-1520	465
18	0	0	0	0	0	0
19	-0,12	-48,5	-34,8	-83,3	37,2	-11,3
20	-0,71	-298	-206	-504	220	-78
21	-0,35	-142	-101,5	-243,5	108,5	-33,5
22	-0,67	-272	-194	-466	208	-64
23	-1,47	-595	-426	-1021	456	-136

Пользуясь таблицей № 10 можно определить усилия в стержнях вертикальной фермы от крутящего момента.

Таблица № 12

усилий в стержнях вертикальной фермы от Мкр (P_B = 540кг).

№ стерж	Усилие при P=1	Усилие при P=540	№ стерж	Усилие при P=1	Усилие при P=540	№ стерж	Усилие при P=1	Усилие при P=540	№ стерж	Усилие при P=1	Усилие при P=540
1	0	0	7	-1,78	-960	13	-0,53	-286	19	-3,05	-1650
2	0	0	8	0,96	518	14	2,33	1255	20	0,53	296
3	-1,12	-605	9	-0,64	-345	15	-2,72	-1470	21	-0,59	-318
4	1,42	765	10	1,78	960	16	0,63	340	22	3,05	1650
5	-0,77	-415	11	-2,33	-1255	17	-0,45	-243	23	-3,71	-2000
6	1,12	605	12	0,8	432	18	2,72	1470	24	1,03	555

Для поясов следует просуммировать усилия возникающие в них как в стержнях вертикальной и горизонтальной ферм (с учетом их знаков).

Таким образом получаем сводную таблицу № 13

Сводная таблица № 13

	№ стерж гориз.	№ стерж вертик	Усилие гориз.	Усилие вертик.	Суммарн. усилие.		№ стерж гориз.	№ стерж вертик	Усилие гориз.	Усилие вертик.	Суммарн. усилие.
Нижн. левый пояс.	1	1	-235	0	-235	Нижн. гориз. набор.	3		-35,7		-35,7
	4	6	-235	605	370		6		-200		-200
	7	10	-242	960	718		9		-228		-228
	10	14	-295	1255	960		12		-257,5		-257,5
	13	18	-320	1470	1150		15		-526		-526
	16	22	-365	1650	1285		18		0		0

Сводная таблица № 13

(продолжение 1б)

	№ стерж. гориз.	№ стерж. вертик.	усилие гориз.	усилие вертик.	суммарн. усилие
Нижн. прав. пояс	2	1	+235	0	235
	5	6	+237	-605	-368
	8	10	+295	-960	-665
	11	14	+320	-1255	-935
	14	18	+365	-1470	-1105
	17	22	+465	-1650	-1185
Верхн. лев. пояс	2	3	1735	-605	1130
	5	7	1807	-960	847
	8	11	2155	-1255	900
	11	15	2330	-1470	860
	14	19	2660	-1650	1010
	17	23	3405	-2000	1405
Верх. прав. пояс	1	3	-1735	605	-1130
	4	7	-1735	960	-775
	7	11	-1772	1255	-517
	10	15	-2155	1470	-685
	13	19	-2330	1650	-680
	16	23	-2660	2000	-660
Верх. гор. набор	3		-34,7		-34,7
	6		-194		-194
	9		-222		-222
	12		-250,5		-250,5
	15		-511		-511

	№ стерж. гориз.	№ стерж. вертик.	усилие гориз.	усилие вертик.	суммарн. усилие
Нижн. гор. набор	19		-11,3		-11,3
	20		-78		-78
	21		-33,5		-33,5
	22		-64		-64
	23		-136		-136
Левый вертикальный набор		2		0	0
		4		765	765
		5		-415	-415
		8		518	518
		9		-345	-345
		12		432	432
		13		-286	-286
		16		340	340
		17		-243	-243
		20		296	296
		21		-318	-318
		24		555	555
Прав. верх. набор		2		0	0
		4		-765	-765
		5		415	415
		8		-518	-518
		9		345	345
		12		-432	-432

Сводная таблица № 13

(продолжение 2е)

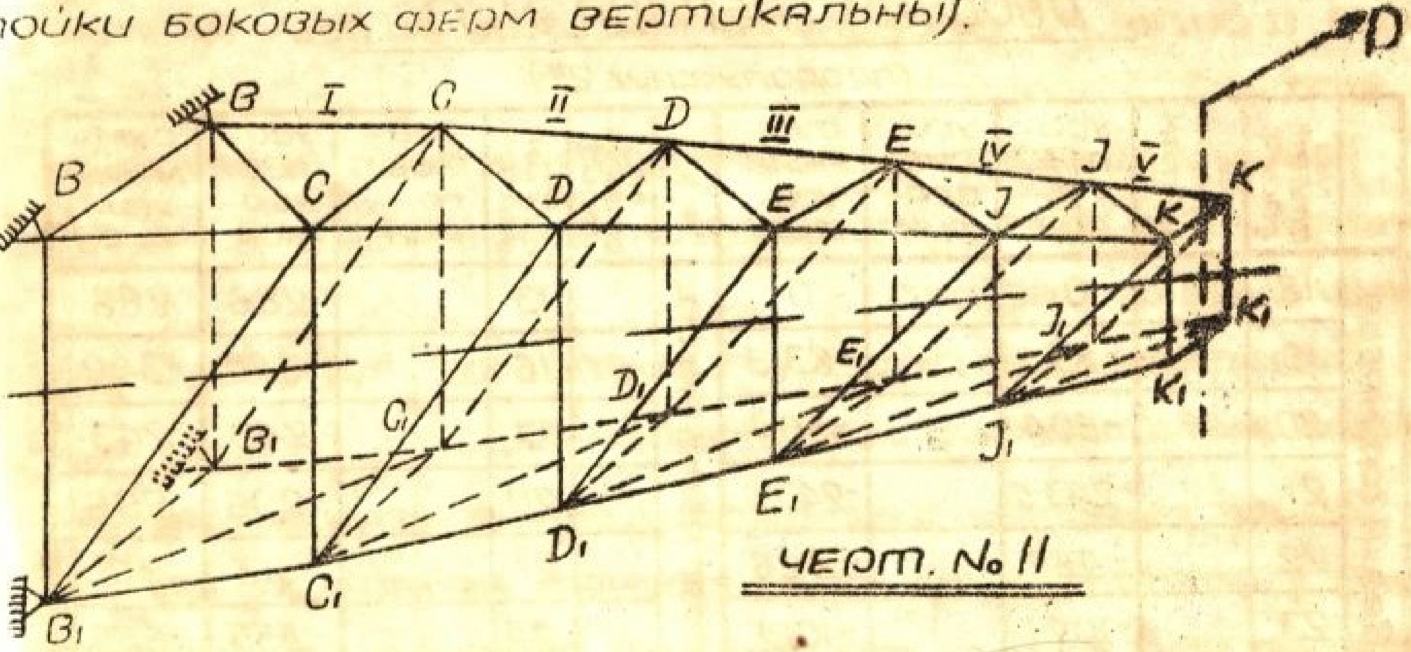
	№ стерж. гориз.	№ стерж. вертик.	Усилие гориз	Усилие вертик.	Суммарн. усилие.
Верхн. гор. набор	18		0		0
	19		-83,3		-83,3
	20		-504		-504
	21		-243,5		-243,5
	22		-466		-466
	23		-1021		-1021

	№ стерж. гориз.	№ стерж. вертик.	Усилие гориз.	Усилие вертик.	Суммарн. усилие.
Прав. верт. набор		13		286	286
		16		-340	-340
		17		243	243
		20		-296	-296
		21		318	318
		24		-555	-555

По полученным окончательным данным (табл. № 13) Необходимо проверить принятые при расчете площади сечений труб и в случае если они окажутся малыми, или перетяжеленными, произвести перерасчет взяв другие (большие или меньшие) размеры.

...К вопросу о расчете фюзеляжа с наклонной осью

стойки боковых ферм вертикальны).



ЧЕРТ. № 11

Ввиду того, что момент крутящий в этом случае нельзя принять постоянным (т.к. расстояния от центра жесткости в каждом сечении до горизонтальной плоскости проходящей через силу P различны).

Расчет производится следующим образом:

Рассматриваем только крайний отсек «$\overline{V}$» считая его закрепленным в точках JJJ_1J_1, определяем для него центр жесткости; по центру жесткости определяем Мкр, затем находим коэф. «К» для отсека $\overline{V}$ и расчитываем его по известному уже методу Bürgess'а от Мкр и силы P_K^3, разнесенной пропорционально жесткостям между горизонтальными фермами отсека.

Затем переходим к следующему отсеку «$\overline{IV}$», считаем его шарнирно закрепленным в точках $EE\ E_1E_1$ и проделываем для него тот-же расчет, что и для отсека «$\overline{V}$», т.е., известным способом, определяем центр жесткости отсека, зная центр жесткости, определяем Мкр в данном отсеке, находим «К» для отсека «IV» и от момента и силы $P_{н}^{3}$ определяем усилие во всех стержнях его.

Таким образом, мы последовательно переходим к отсекам: III, II и I, проделав для каждого из них аналогичный расчет.

Безусловно в рассматриваемой конструкции расчет значительно усложняется.

Точнее было бы для определения центра жесткости V отсека, вводить в расчет не только данный отсек, но всю ферму от опор до сечения КК, (не вводя искусств. закрепления в точках JJJ_1J_1.

Аналогично, для определения центра жесткости IV отсека, вводить в расчет всю ферму от узлов до сечения JJJ_1J_1, (не вводя искусственного закрепления IV отсека в сечениях EEE_1E_1), но такой расчет будет чрезвычайно громоздок для его практического использования.

Опечатки в 4 выпуске

стр.	строка	напечатано	нужно
43	1 сверху	На одну стойку	На одну ногу
53	после формулы $f = \ldots$		где G – половина веса самолета
48	после 9 стр.	—	Коэф. истечения $\mu = 0{,}75$ Плотность масла $\rho = 1{,}15 \cdot 10^{-6} \frac{кг.сек^2}{см^4}$
50	Таблица № 5 2-я графа		Величины логарифмов сдвинуть на одну строку вниз.
54	Таблица № 9		Цифры в графах 7 и 8 $(A_{пн} + A_{ам})$ и $A_н - (A_{пн} + A_{ам})$ необходимо поменять местами.
	Опечатки в 5-м выпуске		
12-я ферм. фюз.	Таблица № 5		Усилие в стержне 10 нижнего набора напечатано – 0,36 P. нужно + 3,1 P.