ТРУДЫ ХАРЬКОВСКОГО АВИАЦИОННОГО ИНСТИТУТА

Выпуск 18 1961

*Н. И. ГУРЬЕВ*

# К РАСЧЕТУ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ НЕИЗВЕСТНЫХ

Рассматриваются тонкостенные подкрепленные конструкции с работающей обшивкой и абсолютно жестким поперечным набором. Напряженное состояние ищется в виде суммы статически определяемого (основного) и статически неопределимого (дополнительного) напряженных состояний. В силу линейности рассматриваемой задачи определение основных и дополнительных (самоуравновешенных) усилий является независимым, и, следовательно, полные усилия могут быть получены суммированием основных и дополнительных усилий.

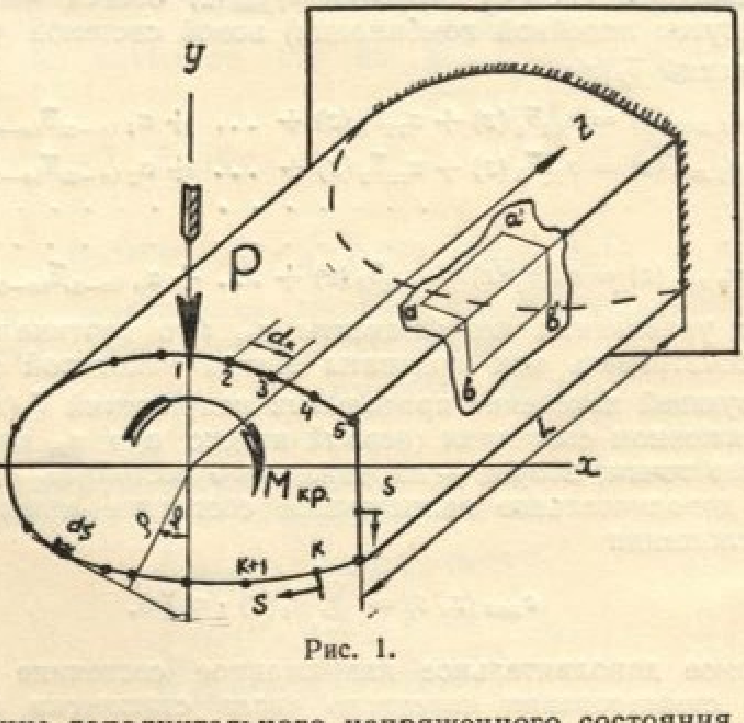


Рис. 1.

Исследование дополнительного напряженного состояния ведется по схеме вариационной задачи. Поперечное сечение оболочки (в общем случае произвольной формы) разбивается на ряд характерных участков, одинаковой или различной ширины $d_k$. В пределах каждого из них изменение продольных нормальных напряжений по дуге контура поперечного сечения принимается линейным:

$$\sigma_1(z) + \Delta\sigma_1(z)\frac{s}{d_k}, \quad \sigma_2(z) + \Delta\sigma_2(z)\frac{s}{d_k} \text{ и т. д.,} \tag{1}$$

где $\Delta\sigma_i(z) = \sigma_{i+1}(z) - \sigma_i(z)$.

Дополнительные напряжения $\sigma_{1\,доп}(z)$, $\sigma_{2\,доп}(z)$, ..., $\sigma_{n\,доп}(z)$ в намеченных точках используются в качестве варьируемых параметров (рис. 1).

В поперечном сечении продольные усилия в дополнительном напряженном состоянии должны удовлетворять условиям самоуравновешенности:

$$\oint \sigma_{\text{доп}}(z, s) \cdot \delta \cdot ds = 0,$$
$$\oint \sigma_{\text{доп}}(z, s) \cdot \delta \cdot y \cdot \delta s = 0, \tag{2}$$
$$\oint \sigma_{\text{доп}}(z, s) \cdot \delta \cdot x \cdot ds = 0,$$

где $\delta = \delta_0 + \frac{\sum F_{\text{стр}}}{U}$ — приведенная толщина обшивки (в случае неподкрепленных оболочек $\delta = \delta_0$),

$\delta_0$ — истинная толщина обшивки, принимаемая постоянной в пределах каждого участка,

$F_{\text{стр}}$ — площадь стрингера,

$U$ — периметр поперечного сечения.

С помощью условий (2) три дискретных значения $\sigma_{i\,\text{доп}}(z)$ выражаются через все остальные, играющие роль лишних независимых неизвестных функций. Отсюда следует, что в общем случае нагружения тонкостенной оболочки — растяжение (сжатие) и изгиб в вертикальной и горизонтальной плоскостях — при делении контура на $n$ участков дополнительное напряженное состояние будет определяться $(n-3)$ независимыми функциями.

В дальнейшем систему функций $\sigma_{i\,\text{доп}}(z)$ общим числом $n$ удобно заменить (путем линейной комбинации) новой системой $(n-3)$ независимых функций $\bar{\sigma}_i(z)$:

$$\begin{aligned}
\sigma_{1\,\text{доп}}(z) &= \alpha_{11}\bar{\sigma}_1(z) + \alpha_{12}\bar{\sigma}_2(z) + \ldots + \alpha_{1\,(n-3)}\bar{\sigma}_{(n-3)}(z),\\
\sigma_{2\,\text{доп}}(z) &= \alpha_{21}\bar{\sigma}_1(z) + \alpha_{22}\bar{\sigma}_2(z) + \ldots + \alpha_{2\,(n-3)}\bar{\sigma}_{(n-3)}(z),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\sigma_{n\,\text{доп}}(z) &= \alpha_{n1}\bar{\sigma}_1(z) + \alpha_{n2}\bar{\sigma}_2(z) + \ldots + \alpha_{n\,(n-3)}\bar{\sigma}_{(n-3)}(z).
\end{aligned} \tag{3}$$

В этих уравнениях коэффициенты $\alpha_{ki}$ $i$-го вертикального столбца можно рассматривать как ординаты эпюры некоторой функции $\varphi_i(s)$, характеризующей изменение продольных напряжений $\bar{\sigma}_i(z)$ по контуру в $i$-м напряженном состоянии (первый индекс при $\alpha_{ki}$ означает порядковый номер точки, второй — напряженного состояния).

Тогда дополнительное напряженное состояние можно представить в виде разложения

$$\sigma_{\text{доп}}(z, s) = \sum_{i=1}^{n-3} \bar{\sigma}_i(z) \cdot \varphi_i(s), \tag{4}$$

т. е. искомое дополнительное напряженное состояние получается в результате суммирования конечного числа статически неопределимых напряженных состояний. Функции $\varphi_i(s)$ представляют по своему смыслу обобщенные ординаты продольных напряжений.

Каждая из них удовлетворяет условиям непрерывности продольных напряжений по контуру поперечного сечения, а на отдельных участках контура будет представляться линейной зависимостью от координаты $s$.

С привлечением функций $\varphi_i(s)$ вместо условий (2) имеем:

$$\oint \varphi_i(s) \cdot \delta \cdot ds = 0,$$
$$\oint \varphi_i(s) \cdot \delta \cdot y \cdot ds = 0, \tag{5}$$
$$\oint \varphi_i(s) \cdot \delta \cdot x \cdot ds = 0.$$

Эти условия дают возможность определить три коэффициента каждого $i$-го столбца выражения (3), например $\alpha_{ni}$, $\alpha_{(n-1)\,i}$, $\alpha_{(n-2)\,i}$ посредством других — $\alpha_{1i}$, $\alpha_{2i}$, $\ldots$, $\alpha_{(n-3)\,i}$.

Касательные усилия, сопутствующие дополнительным нормальным напряжениям, определяются по условиям равновесия элемента оболочки $(a - a' - b' - b)$ (рис. 2):

$$q_{\text{доп}}(z, s) = \int_0^s \frac{\partial \sigma_{\text{доп}}(z, s)}{\partial z} \cdot \delta \cdot ds + q_a, \tag{6}$$

или

$$q_{\text{доп}}(z, s) = \sum_{i=1}^{n-3} \bar{\sigma}_i'(z)\, \psi_i(s), \tag{7}$$

где

$$\frac{d\psi_i}{ds} = \varphi_i(s), \tag{8}$$

$\psi_i(s)$ — функции, характеризующие распределение касательных усилий по контуру поперечного сечения. Они получаются путем непосредственного интегрирования функций $\varphi_i(s)$.

Напишем выражение (8) для участка, который расположен между точками $k$ и $k+1$. Все величины, относящиеся к этому участку, отметим индексом $k$.

Принимая во внимание, что на участке $k$, $k+1$

$$\varphi_{ki}(s) = \alpha_{ki} + \Delta\alpha_{ki} \frac{s}{d_k},$$

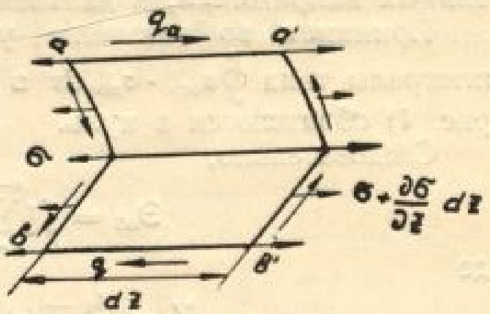


Рис. 2.

имеем:

$$\psi_{ki}(s) = F_k \left( \alpha_{ki} \frac{s}{d_k} + \Delta\alpha_{ki} \frac{s}{2 \cdot d_k} + \alpha_{ki}^{\Sigma} \right), \tag{9}$$

где $\alpha_{ki}^{\Sigma} \cdot F_k$ представляет собою значение касательного усилия в точке $k$, соответствующей началу отсчета, при $\bar{\sigma}' = 1$,

$$F_k = \delta \cdot d_k \text{ — площадь участка,}$$
$$\Delta\alpha_{ki} = \alpha_{(k+1)\,i} - \alpha_{ki}.$$

В любом поперечном сечении оболочки дополнительные касательные усилия должны быть также самоуравновешены:

$$\begin{aligned} &\oint q_{\text{доп}}(z, s) \cdot \sin\varphi \cdot ds = 0, \\ &\oint q_{\text{доп}}(z, s) \cdot \cos\varphi \cdot ds = 0, \\ &\oint q_{\text{доп}}(z, s) \cdot \rho \cdot ds = 0, \end{aligned} \tag{10}$$

(обозначения $\rho$ и $\varphi$ показаны на рис. 1).

Нетрудно видеть, что условия (10) выполняются тождественно в связи с выполнением условий (5).

Всю совокупность $(n-3)$ линейно независимых функций $\varphi_i(s)$ и $\psi_i(s)$ подчиним условиям ортогональности:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \oint \varphi_i(s) \cdot \varphi_j(s) \cdot \delta \cdot ds = 0, \\ B_{ij} &= \oint \psi_i(s) \cdot \psi_j(s) \cdot \frac{1}{\delta} \cdot ds = 0, \end{aligned} \tag{11}$$

при $i \neq j$ $(i, j = 1, 2, \ldots, n-3)$. Отсюда определяются коэффициенты $\alpha_{ki}$ с точностью до произвольного множителя. Поэтому при расчетах коэффициенты $\alpha_{ki}$, например, первой строки выражения (3), можно принять равными единице.

Следуя вариационному принципу Кастильяно, функции $\bar{\sigma}_i(z)$ определим из минимума потенциальной энергии оболочки.

$$Э_{об} = \int_L \oint \frac{(\sigma_{осн} + \sigma_{доп})^2 \cdot \delta \cdot ds}{2E} dz + \int_L \oint \frac{(q_{осн} + q_{доп})^2 ds}{2G\delta_0} dz =$$

$$= \int_L \Big\{ \sum_{i=1}^{n-3} \Big[ \Big(\frac{1}{2E} \oint \varphi_i^2(s) \cdot \delta \cdot ds\Big) \cdot \bar{\sigma}_i^2(z) + \Big(\frac{1}{2G} \oint \psi_i^2(s) \cdot \frac{1}{\delta_0} ds\Big) \cdot \bar{\sigma}_i'^2(z) +$$

$$+ \Big(\frac{1}{G} \oint q_{осн}(z, s) \cdot \psi_i(s) \cdot \frac{1}{\delta_0} ds\Big) \cdot \bar{\sigma}_i'(z)\Big] + C\Big\} dz, \tag{12}$$

где $\sigma_{осн}$, $q_{осн}$ — усилия, определяемые по элементарной теории тонкостенных стержней,

$C = \oint \frac{\sigma_{осн}^2 \cdot \delta \cdot ds}{2E} + \oint \frac{q_{осн}^2 \cdot ds}{2G\delta_0}$ — величины, не зависящие от дополнительных напряжений, в дальнейшем их будем опускать.

Принимая во внимание условия (10), нетрудно показать, что интегралы типа $\oint \sigma_{осн} \cdot \sigma_{доп} ds$ в рассматриваемых случаях нагружения (рис. 1) обращаются в нуль.

Следовательно,

$$Э_{об} = \int_L [\sum_{i=1}^{n-3} V_i(z, \bar{\sigma}_i, \bar{\sigma}_i')] dz,$$

где

$$V_i = \frac{A_i}{2E} \bar{\sigma}_i^2(z) + \frac{B_i}{2G} \bar{\sigma}_i'^2(z) + \frac{B_{pi}}{G} \bar{\sigma}_i'(z), \tag{13}$$

$$A_i = \oint f_i^2(s) \cdot \delta \cdot ds,$$

$$B_i = \oint \psi_i^2(s) \frac{1}{\delta_0} ds, \tag{14}$$

$$B_{pi} = \oint q_{осн}(z, s) \psi_i(s) \frac{1}{\delta_0} \cdot ds, \quad (i = 1, 2, \ldots, n-3).$$

Используя систему уравнений Эйлера для вариационной задачи от нескольких независимых переменных, получим в итоге систему независимых однородных уравнений второго порядка:

$$\frac{B_i}{G} \bar{\sigma}_i''(z) - \frac{A_i}{E} \bar{\sigma}_i(z) = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, n-3); \tag{15}$$

их общий интеграл

$$\bar{\sigma}_i(z) = C_{1i} e^{\beta_i z} + C_{2i} e^{-\beta_i z}, \tag{16}$$

где

$$\beta_i^2 = \frac{G}{E} \frac{A_i}{B_i}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n-3). \tag{17}$$

Постоянные интегрирования $C_{1i}$ и $C_{2i}$ определяются из граничных условий системы в каждом конкретном случае ее загружения и характера опорных креплений.

Для системы, представленной на рис. 1, граничные условия запишутся так:

а) на свободном конце ($z = 0$)

$$\bar{\sigma}_1(0) = \bar{\sigma}_2(0) = \ldots = \bar{\sigma}_{n-3}(0) = 0,$$

следовательно, $C_{1i} = -C_{2i}$;

б) для сечения в заделке ($z = L$) воспользуемся естественными граничными условиями вариационной задачи, которые при абсолютно жесткой опоре имеют вид

$$\left[\frac{\partial V_i}{\partial \bar{\sigma}_i(z)}\right]_{z=L} = 0, \tag{18}$$

откуда находим

$$C_{1i} = -C_{2i} = -\frac{B_{pi}}{2B_i} \cdot \frac{1}{\beta_i \operatorname{ch} \beta_i L}.$$

Общее решение (16) будет

$$\bar{\sigma}_i(z) = -\frac{B_{pi}}{B_i} \cdot \frac{\operatorname{sh} \beta_i z}{\beta_i \operatorname{ch} \beta_i L}, \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n-3). \tag{19}$$

Суммарные дополнительные напряжения в точках 1, 2. . . . вычисляются по формулам (3).

Определение дополнительных нормальных напряжений может считаться законченным, если будут определены самоуравновешенные ортогональные функции $\varphi_i(s)$ и $\psi_i(s)$. Их вычисление требует подбора коэффициентов $\alpha_{ki}$ в соответствии с условиями (5) и (11).

Таблица

| Номер точки $K$ | Число участков по ширине пластины | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $m$-2 | $m$-4 | | $m$-6 | | | $m$-8 | | | |
| | $\varphi_1$ | $\varphi_1$ | $\varphi_2$ | $\varphi_1$ | $\varphi_2$ | $\varphi_3$ | $\varphi_1$ | $\varphi_2$ | $\varphi_3$ | $\varphi_4$ |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | −1 | 0 | −1 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | −1 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | −1 |
| 3 | | −1 | 1 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 1 | 0 | −1 | 0 | 1 |
| 4 | | | | −1 | 1 | −1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | −1 |
| 5 | | | | | | | −1 | 1 | −1 | 1 |
| $a_i$ | 1 | 1 | 1 | $\frac{5}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | 1 | 1 | 1 | $\frac{1}{2}$ | 1 |
| $b_i$ | 1 | 1 | $\frac{1}{4}$ | $\frac{91}{72}$ | $\frac{13}{72}$ | $\frac{1}{9}$ | 1 | $\frac{1}{4}$ | $\frac{5}{64}$ | $\frac{1}{16}$ |
| $\bar{\beta}_i$ | 1 | 1 | 2 | 0,995 | 2,04 | 3 | 1 | 2 | 2,53 | 4 |

В таблице приведены значения $\alpha_{ki}$ для пластины, загруженной на конце самоуравновешенной нагрузкой, симметричной относительно оси $oz$ (рис. 3), в зависимости от числа $m$ участков, на которые разбивается ширина пластины (точки берутся с равным шагом).

Вся совокупность коэффициентов для каждого значения $m = 2, 4, 6, 8$ представлена в виде столбца:

$$
\begin{matrix}
\alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1(n-1)} \\
\alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2(n-1)} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{n(n-1)}
\end{matrix}
$$

Коэффициенты первой строки приняты равными единице. В конце каждого столбца приведены значения

$$A = \oint \varphi_i^2(s)\cdot\sigma\cdot ds = \frac{2}{3}\,\frac{B\cdot\delta}{m}\sum_{k=1}^{n-1}(\alpha_{ki}^2 + \alpha_{ki}\alpha_{(k+1)i} + \alpha_{(k+1)i}^2) = \frac{B\cdot\delta}{3}\,a_i,$$

$$B_i = \frac{1}{\delta_0}\oint\psi_i^2(s)\,ds = \frac{2}{60}\,\frac{B^3\delta^2}{m^3\delta_0}\cdot\sum_{k=1}^{n-1}[(8\alpha_{ki}^2 + 9\alpha_{ki}\alpha_{(k+1)i} + 3\alpha_{(k+1)i}^2) +$$

$$+ 20\alpha_{ki}^{\Sigma}(2\alpha_{ki} + \alpha_{(k+1)i} + 3\alpha_{ki}^{\Sigma})] = \frac{B^3\delta^2}{120\delta_0}\cdot b_i,$$

$$\beta_i = \frac{2}{B}\sqrt{10\frac{G}{E}\cdot\frac{\delta}{\delta_0}}\times\sqrt{\frac{a_i}{b_i}} = \frac{2}{B}\sqrt{10\frac{G}{E}\cdot\frac{\delta}{\delta_0}}\times\bar{\beta}_i,$$

где $\alpha_{ki}^{\Sigma} = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{k-1}(\alpha_{pi} + \alpha_{(p+1)i}), \quad (i = 1, 2, \dots, n-1),$

$B$ — ширина пластины,

$\delta$ — приведенная толщина пластины.

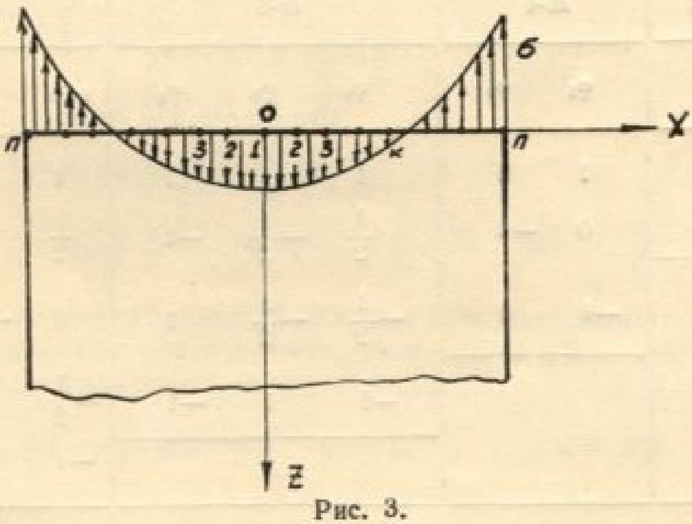


Рис. 3.

Значения этой таблицы могут быть использованы непосредственно при решении других задач, например, при изгибе кессона, цилиндрической оболочки и т. п.

*Пример 1.* Рассмотрим изгиб прямоугольного кессона (рис. 4), решение которого приведено в работе [2] (стр. 170), сохраняя принятые в ней допущения.

Верхнюю и нижнюю полки делим на 6 равных участков (вертикальные стенки лонжеронов считаются работающими только на сдвиг). Эпюры $\sigma_{доп}$, $q_{доп}$ показаны на рис. 4. В рассматриваемом случае дополнительное напряженное состояние представится в виде разложений:

$$\sigma_{доп} = \bar{\sigma}_1(z)\cdot\varphi_1(s) + \bar{\sigma}_2(z)\,\varphi_2(s) + \bar{\sigma}_3(z)\,\varphi_3(s),$$

$$q_{доп} = \bar{\sigma}_1(z)\,\psi_1(s) + \bar{\sigma}_2'(z)\,\psi_2(s) + \bar{\sigma}_3'(z)\,\psi_3(s),$$

где $\varphi_i(s)$ и $\psi_i(s)$ — взаимно ортогональные функции, отвечающие условиям (5) и (11). Значения коэффициентов этих функций приведены в таблице для $m = 6$.

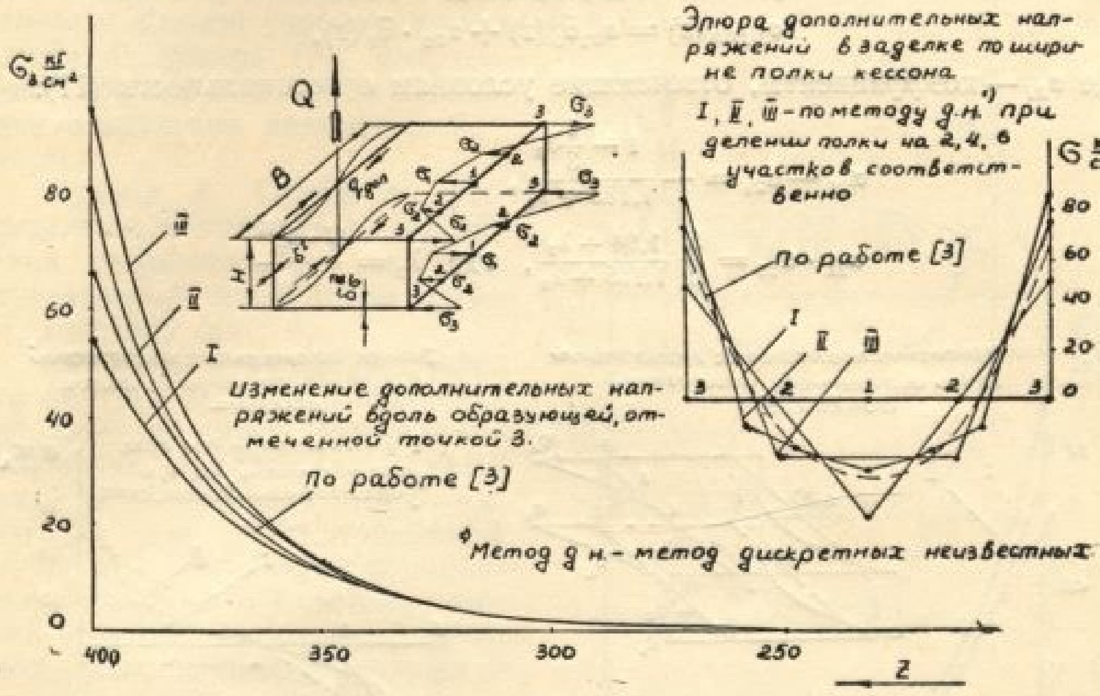


Рис. 4.

Значения коэффициентов $B_{pi}$ определяются по формуле

$$B_{pi} = \frac{1}{\delta_0}\oint q_{\text{осн}}\,\psi_i(s)\,ds = \frac{B^2\delta}{216H\cdot\delta_0}\,Q\sum_{k=1}^{3}\{[8(k-1)+s]\,\alpha_{ki} +$$

$$+ [4(k-1)+3]\,\alpha_{(k+1)i} + 12\,[2(k-1)+1]\,\alpha_{ki}^{\Sigma}\};$$

отсюда для $i = 1, 2, 3$ найдем

$$B_{p1} = 10b, \quad B_{p2} = 2b, \quad B_{p3} = b.$$

где $b = \frac{1}{216}\,\frac{B^2\delta}{H\delta_0}$.

По формулам (3), (19) и данным таблицы найдем суммарные дополнительные напряжения в любой точке $K$:

$$\sigma_{k\,\text{доп}}(z) = -\frac{Q}{H\cdot B\cdot\delta_a^{III}}\sum_{i=1}^{3}F_i(i)\,\frac{\alpha_{ki}}{\beta_i}\,\frac{\operatorname{sh}\beta_i z}{\operatorname{ch}\beta_i L}, \tag{22}$$

где $F_i(i) = 0{,}014\,(-53i^2 + 223i - 10)$.

На рис. 4 представлена эпюра дополнительных напряжений в заделке по результатам (22). Здесь же приведены эпюры дополнительных напряжений, отвечающие делению полок на два, четыре участка соответственно.

Результаты данного метода сравниваются с результатами метода сил.

Для рассматриваемого кессона были определены дополнительные напряжения от сосредоточенного крутящего момента $M_{\text{кр}}$, приложенного к торцевому сечению. Верхняя и нижняя полки делились на четыре равных участка (рис. 5).

Дополнительные напряжения в точках 2, 3 подсчитывались по формулам:

$$\sigma_{2\,\text{доп}}(z) = \alpha_{21}\bar{\sigma}_1(z) + \alpha_{22}\cdot\bar{\sigma}_2(z),$$
$$\sigma_{3\,\text{доп}}(z) = \alpha_{31}\bar{\sigma}_1(z) + \alpha_{32}\cdot\bar{\sigma}_2(z),$$

где $\alpha_{ki}$ — коэффициенты, отвечающие условиям ортогональности (11):

$$\alpha_{22} - \alpha_{21} = -\frac{1-\frac{1}{3}\lambda_2}{1{,}115+\lambda_2},$$
$$\alpha_{21}\cdot\alpha_{22} = \frac{5}{12}\,\frac{1{,}94+\lambda_2}{1{,}115+\lambda_2}, \quad \text{где} \quad \lambda_2 = \frac{H\cdot\delta_\tau^{III}}{B\delta_1}$$

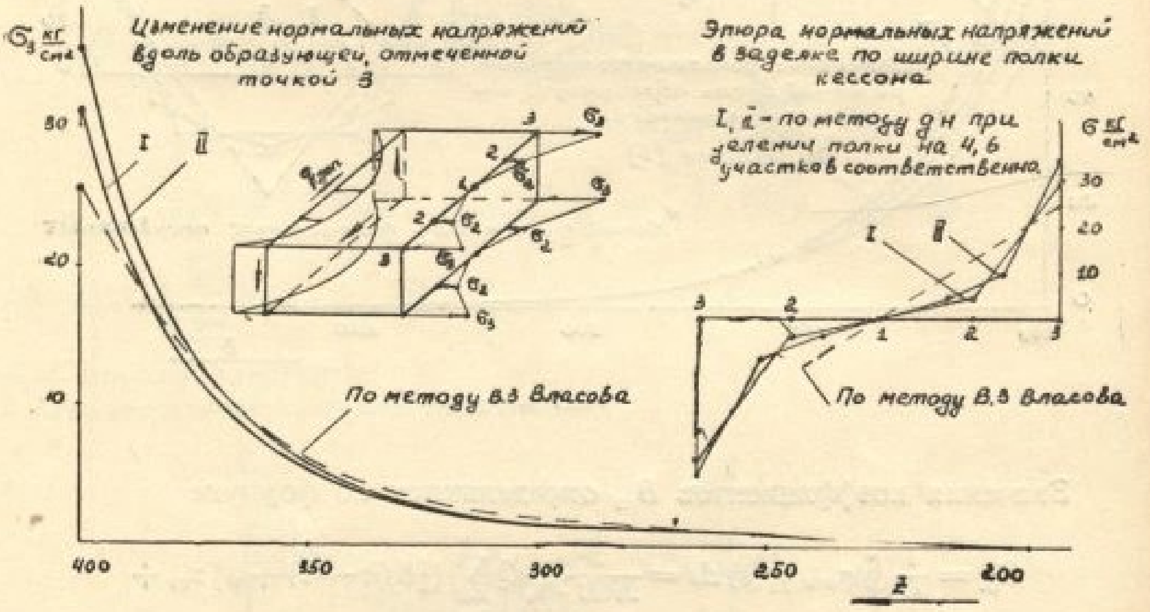


Рис. 5.

($\alpha_{31}$ и $\alpha_{32}$ приняты равными единице).

$$\bar{\sigma}_i(z) = -\frac{B_{pi}}{B_i}\cdot\frac{\operatorname{sh}\beta_i z}{\beta_i\operatorname{ch}\beta_i L}, \tag{23}$$

причем

$$B_{pi} = \frac{M_{\text{кр}}}{96}\,\frac{\delta_\sigma^{III}}{\delta_1}\left(1-\frac{1}{\lambda_2}\right)(6\alpha_{2i}+5),$$
$$B_i = \frac{1}{7680}\cdot\frac{B^3\delta_\sigma^{III\,3}}{G\delta_\tau^{III}}\left[(188+\lambda_2)\,\alpha_{2i}^2 + (172+100\lambda_2)\,\alpha_{2i} + \left(59+\frac{125}{3}\lambda_2\right)\right],$$
$$A_i = \frac{B\delta_\sigma^{III}}{3}(2\alpha_{2i}^2+\alpha_{2i}+1), \quad \beta_i^2 = \frac{G}{E}\cdot\frac{A_i}{B_i}, \quad (i=1,\,2).$$

На рис. 5 представлены результаты подсчетов дополнительных напряжений в заделке при делении полок на два, четыре и шесть равных участков соответственно. Если полки делить на два участка, то результаты данного метода будут полностью совпадать с решением [2] (стр. 165) при $Q=0$, поскольку оно соответствует допущению о линейном распределении нормальных напряжений по ширине полки, принятой в работе [2].

На рис. 6 пунктирной линией нанесены результаты по вариационному методу В. З. Власова [1] (стр. 185). Как видно из рис. 5, обычно принимаемый линейный закон изменения нормальных напряжений по ширине полки для сечений вблизи заделки может привести к заметным погрешностям.

Результаты подсчетов по данному методу при делении полок на четыре и больше участков находятся в полном соответствии с результатами Г. Эбнера [3], полученными при строгой постановке задачи о кручении прямоугольного кессона.

*Пример 2.* Определим распределение напряжений $\sigma_z$ от действия сосредоточенной силы $P$, передаваемой посредством ушка на пластину (рис. 6).

Гипотеза о недеформируемости контура поперечного сечения для плоской панели равносильна допущению об отсутствии удлинений в направлении оси $x - x$. Поэтому для рассматриваемого случая при составлении функционала потенциальной системы энергией нормальных напряжений по площадкам, перпендикулярным к оси $x - x$, можно пренебречь.

Искомые напряжения $\sigma_z$ в намеченных точках 1, 2, ..., 5 получены в виде следующих выражений:

$$\sigma_{zk} = \sigma_0 (1 + F_k(z)),$$
$$(k = 1, 2, \ldots, 5),$$

где

$$F_1(z) = \frac{1}{12}(-22e^{-\beta_1 z} + e^{-\beta_2 z} + 16e^{-\beta_3 z} - 7e^{-\beta_4 z}),$$

$$F_2(z) = \frac{1}{12}(-11e^{-\beta_1 z} - 8e^{-\beta_2 z} + 7e^{-\beta_4 z}),$$

$$F_3(z) = \frac{1}{12}(-e^{-\beta_2 z} - 7e^{-\beta_4 z}),$$

$$F_4(z) = \frac{1}{12}(11e^{-\beta_1 z} + 8e^{-\beta_2 z} + 7e^{-\beta_4 z}),$$

$$F_5(z) = \frac{1}{12}(22e^{-\beta_1 z} + e^{-\beta_2 z} - 16e^{-\beta_3 z} - 7e^{-\beta_4 z}).$$

Значения $\beta_i$ приведены в таблице для $m = 8$.

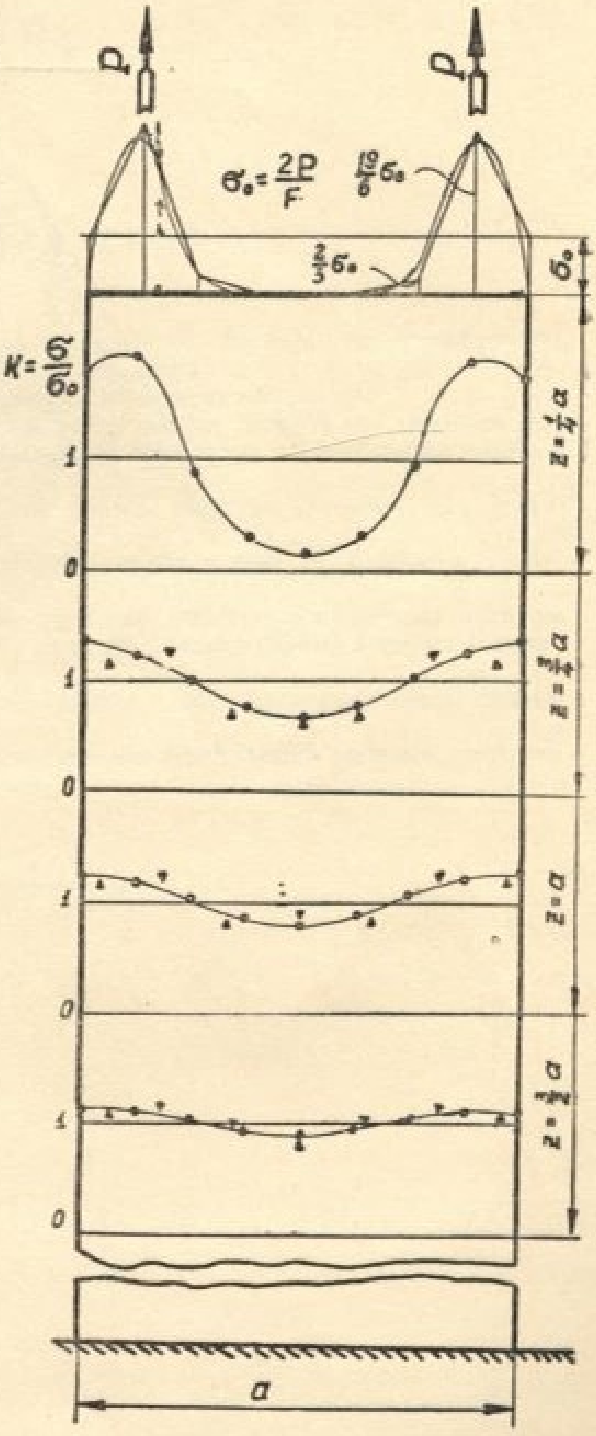


Рис. 6.

Граничные условия в рассматриваемой задаче удовлетворяются как для пластины, имеющей достаточно большую длину. На рис. 6 представлены эпюры дополнительных нормальных напряжений в различных поперечных сечениях пластины. Здесь же показаны результаты эксперимента.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. З. Власов. Общая теория оболочек. ГТТИ, 1949.
2. А. Ф. Феофанов. Строительная механика тонкостенных конструкций. Оборонгиз, 1959.