Профессор, доктор физ.-мат. наук Я. Л. ГЕРОНИМУС

ТЕОРЕМЫ ОБ АБСОЛЮТНОЙ СХОДИМОСТИ НЕКОТОРЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ РЯДОВ, АНАЛОГИЧНЫЕ ТЕОРЕМАМ Н. Н. ЛУЗИНА В ТЕОРИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

1. Для ортогонального ряда $\sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k \varphi_k(z)$, где $\left\{\varphi_k(z)\right\}_0^{\infty}$ многочлены, ортогональные на окружности $z=e^{i\Theta}$, $0 \leqslant \Theta \leqslant 2\pi$, относительно обложения $d\sigma(\Theta)$, где $\sigma(\Theta)$ неубывающая ограниченная функция, справедливы следующие теоремы:

1) если ряд сходится на множестве e точек окружности, имеющем положительную меру, то существует предел $\lim\limits_{n=\infty} c_n = 0$;

2) если ряд абсолютно сходится на множестве e, то сходится числовой ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |c_n|$; при этом, как легко видеть, ортогональная система может не быть равномерно ограниченной на отрезке ортогональности.

2. Анализируя доказательство Н. Н. Лузина, а также И. И. Привалова, относящееся к ортогональным системам, легко видеть, что ни свойство ортогональности, ни равномерная ограниченность не играют роли при доказательстве; в контрпримере, приведенном И. И. Приваловым, существенно не то, что функции неограниченны, а то, что они все равны нулю на множестве положительной меры. Поэтому доказанные теоремы нетрудно обобщить на случай рядов по любым функциям — не обязательно ортогональным, причем эти функции должны быть подчинены некоторому условию, не связанному с ограниченностью.