МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
“Харківський авіаційний інститут”

В.А. Дергачов, А.С. Савельєв, А.М. Анікін

ЗАСОБИ ПІДВИЩЕННЯ КОНТРОЛЕПРИДАТНОСТІ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Навчальний посібник до курсового та дипломного проектування

Харків “ХАІ” 2006

УДК 629.735: 620.179

Засоби підвищення контролепридатності вимірювальної техніки/ В.А. Дергачов, А.С. Савельєв, А.М. Анікін. – Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т “Харк. авіац. ін-т”, 2006. – 69 с.

Викладено основні методи і засоби підвищення контролепридатності вимірювальної техніки: засоби підтримки процедур тестування та пошуку відмов, забезпечення достовірності передачі й обробки інформації за допомогою завадостійкого кодування сигналів.

Для студентів технічних спеціальностей при виконанні курсових і дипломних проектів.

Іл. 5. Табл. 6. Бібліогр.: 10 назв

Рецензенти: канд. техн. наук, доц. Ю.М. Тесленко,
канд. техн. наук С.В. Герасімов

ВСТУП

Протягом останніх років в авіаційній галузі відбулися істотні події, що визначили нові напрямки розвитку авіаційної техніки. Ці події пов'язані з розробкою нових магістральних літаків, дослідженнями в галузі надзвукових пасажирських літаків, визначенням перспективних пасажирських лайнерів, створенням літаків п'ятого покоління.

Проблема забезпечення надійного функціонування авіаційної техніки набуває першорядного значення. Це пояснюється збільшенням парку літаків, зростанням авіаперевезень, розширенням сфери їхнього застосування та важливістю задач, що розв'язуються з їх допомогою.

Через вироблення ресурсу та технічне старіння повітряний транспорт країни потребує відновлення парку. Рівень оснащеності авіакомпаній повітряними суднами нового покоління істотно відстає від світового рівня, що знижує конкурентоздатність авіаперевізників. Актуальність задачі переоснащення парку повітряних суден авіакомпаній авіаційною технікою нового покоління також пов'язана із систематичним підвищенням міжнародних норм і вимог до екологічних характеристик повітряних суден.

Ефективність авіаційного транспорту визначається, головним чином, безпекою, регулярністю і собівартістю перевезень. Бортове устаткування - ключ до вирішення проблеми ефективності авіаційних комплексів і їхньої конкурентоздатності. Проблему підвищення ефективності приладових комплексів необхідно розглядати в таких аспектах: перегляд традиційних методів побудови систем керування, уніфікація та стандартизація алгоритмічних, програмних і апаратних засобів, інтеграція, застосування автоматизованих систем і комплексів, забезпечення регулярності польотів за рахунок раннього виявлення відмов, розробка прогресивних методів і засобів контролю.

Зараз розроблено концепцію авіоніки п'ятого покоління, яка базується на магістрально-модульному принципі побудови комплексів бортового устаткування з відкритою архітектурою і застосуванні методів міжвидової уніфікації, що забезпечує скорочення номенклатури, підвищення якості та зниження собівартості продукції. Зростаюча складність виробів авіаційної техніки призводить до ускладнення розробки апаратного і програмного забезпечення (що пов'язано з розширенням кола задач, що розв'язуються приладовими комплексами, ієрархічності в керуванні, багатоцільовим характером функціонування, паралельністю протікання процесів функціонування, ускладненням систем контролю, надзвичайно сильним впливом технічного стану авіаційної техніки на безпеку її використання). Одним із шляхів вирішення цих проблем є підвищення контролепридатності.

1. МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ АВІАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ

1.1. Основні напрямки розвитку бортового устаткування

Основні тенденції розвитку бортового радіоелектронного устаткування (БРЕУ) авіаційних об'єктів - постійне розширення кола розв'язуваних задач і підвищення їхньої відповідальності з погляду реалізації бортових інформаційно-керуючих комплексів, розширення їх адаптивних можливостей. Сучасні комплекси БРЕУ характеризуються високим рівнем інтелекту, що значною мірою визначає загальну ефективність експлуатації літаків різного призначення. Дотепер конструктивно БРЕУ як у закордонному, так і у вітчизняному виконанні, як правило, створювалося за федеративним принципом побудови, що апріорі веде до високої вартості окремих систем і елементів БРЕУ і постійного зростання їх номенклатури, обсягу, споживаної енергії, вартості експлуатації, зниження надійності та ін. Тому об'єктивно необхідна реалізація нових системних архітектур, технологій комплексування БРЕУ, автоматизація подання, обробки та контролю інформації, що видається екіпажу, забезпечення взаємозв'язку й інтеграції систем. Розробка багатоцільових електронних комплексів керування польотними завданнями, таких, як комбіновані пілотажнонавігаційні комплекси, бортові системи керування польотом, базується на оптимальній композиції всієї сукупності їхніх підсистем на всіх етапах життєвого циклу, починаючи з концептуальних досліджень і закінчуючи питаннями уніфікації і стандартизації основних функціональних елементів [1].

Модернізація бортових комп'ютерів дозволяє вирішувати більш широкі задачі з кращими характеристиками. У результаті модернізації літаки і вертольоти з вузкоцільових перетворюються у багатофункціональні. Одним із напрямків модернізації є забезпечення відповідності бортового радіоелектронного устаткування літаків цивільної авіації діючим і перспективними міжнародними вимогами аеронавігації, у тому числі пов'язаним з реалізацією концепцій ІКАО CNS/ATM і “Free Flight”. Для забезпечення рівня світового прогресу в області бортового устаткування планується ввести в практику вітчизняного авіабудування принцип зміни поколінь авіоніки кожні п’ять років.

Серед головних структурних нововведень - інтеграція цифрових систем бортового устаткування в цілому (включаючи керування літаком і силовою установкою, літаковими системами, діагностику стану та бортового технічного обслуговування всіх систем і агрегатів літака та ін.) і об'єднання їх у єдиний комплекс, спроектований за загальною технологією з поширенням модульного принципу на всі цифрові системи й блоки. Одним з напрямків удосконалювання приладових комплексів є уніфікація, що дозволяє збільшити кількість систем, установлюючи ті самі прилади на різні об'єкти. Наприклад, цифрові обчислювальні машини, кольорові індикатори максимально уніфіковані і використовуються на різних об'єктах. З метою мінімізації вартості робочого проектування й експлуатаційних витрат розробка базових систем авіоніки повинна проводитися з максимальним використанням уніфікованих обчислювальних модулів, що забезпечить ступінь уніфікації до 70…90% .

Основні концепції організації приладових комплексів авіаційного призначення: відкрита архітектура, апаратна інтеграція, глибока уніфікація та стандартизація, висока технологічність і відмовостійкість.

1.2. Принципи побудови автоматизованих систем діагностування авіаційного устаткування

Особливістю авіаційної техніки (АТ) є надзвичайно сильний вплив технічного стану на безпеку її застосування. У той же час обслуговування зростаючих потоків пасажирів і збільшувана довжина повітряних ліній змушують підвищувати вимоги як до безпеки, так і до регулярності польотів. У результаті впровадження контролю в систему експлуатації досягається як економічний, так і соціальний ефект, оскільки система контролю повинна стати однією з основних складових системи експлуатації АТ. Однак це неможливо без масового залучення ЕОМ, АСУ і великого апарату науково-дослідних організацій, а також забезпечення контролепридатності на етапі проектування АТ.

Для забезпечення конкурентоздатності та відповідності новим міжнародним нормативним вимогам усі літаки, що випускаються після 2000 р., повинні бути оснащені бортовим електронним устаткуванням, що задовольняє основні вимоги автоматичного вбудованого контролю з глибиною до змінного модуля. Таким чином, зараз особливої актуальності набули проблеми, пов'язані з пошуком і усуненням несправностей у високоінтегрованому БРЕУ, оснащеному вбудованими системами контролю (ВСК) [2]. Постійне підвищення вимог до безпеки польотів привело до того, що сучасні комплекси БРЕУ - толерантні пристрої з багаторазовим резервуванням. Практичне застосування концепції толерантності потребує перегляду існуючих принципів побудови ВСК, оскільки разом з виконанням традиційних функцій ВСК повинні оцінювати можливі наслідки відмов і прогнозувати подальший розвиток ситуації. Реалізація цих функцій пов'язана з необхідністю розробки предметно орієнтованих експертних систем з елементами штучного інтелекту - інтелектуальних систем діагностики й усунення відмов. Особлива увага зараз приділяється новому класу бортових інтелектуальних систем - бортовим експертним системам типових ситуацій польоту. Для того щоб забезпечити побудову інформаційно-обчислювальних систем, функціональні та надійнісні характеристики яких будуть відповідати вимогам перспективних комплексів бортового обладнання (КБО), необхідна розробка бортових ВСК наступного покоління високоінтегрованих модульних бортових засобів обробки інформації на основі високошвидкісних мережних інтерфейсів, що забезпечують зовсім нові якісні характеристики (реконфігурацію, підвищену продуктивність і пропускну здатність). Структура ВСК формується з використанням уніфікованих модулів різного функціонального призначення, причому їхні типи і кількість не повинні впливати на принципи її організації і функціонування.

Наприклад, наземна автоматизована система контролю й діагностики НАСКД-200ЧС призначена для тестування електронного устаткування літаків Бе-200, Іл-76, Ту-204, Boeing 737, Boeing 747, Boeing 757, Boeing 767, Boeing 777. Вона замінює стенди контролю та контрольно-перевірної апаратури (КПА) і виконує тестування в автоматизованому режимі. НАСКД розроблена і виготовлена з урахуванням вимог ARINC 608A, стандарту на авіаційне перевірне та ремонтне устаткування, складається з уніфікованої частини, адаптерів інтерфейсу, тестуючих програм і спеціального програмного забезпечення. НАСКД-200 дозволить перевіряти бортове устаткування в 6–16 разів швидше (залежно від типу літака), ніж при використанні КПА. Вартість перевірки демонтованого бортового устаткування (витрати на персонал, приміщення, час) знижується в 2–4 рази.

Інтегральним показником якості авіаційної техніки може бути ефективність функціонування, зумовлена ступенем її пристосованості до виконання запропонованих функцій з урахуванням економічної доцільності. Однак у ряді випадків вимоги до безпеки польотів і їх регулярності суперечать одна одній. Тому задачі контролю та забезпечення безпеки й регулярності польотів повинні вирішуватися в комплексі.

Відповідно до вимог державних стандартів при створенні нових або при модернізації існуючих виробів АТ на всіх стадіях її розробки та виготовлення необхідно вирішувати питання забезпечення їх контролепридатності. Склад контрольованих параметрів, алгоритми контролю та прийняття рішення можуть і повинні адаптуватися залежно від досвіду експлуатації, обробки статистики, удосконалювання як об'єктів контролю, так і методів і засобів діагностування.

Зростання складності об'єктів контролю в авіаційній техніці, збільшення джерел інформації, необхідність урахування динамічних властивостей об'єктів і систем, зростаючі вимоги до точності й об'єктивності прийнятих рішень потребують автоматизації процесу діагностування. Внаслідок цього виникла необхідність розробки діагностичних алгоритмів математичного забезпечення систем обробки польотної інформації, які б дозволили автоматизувати процес контролю систем і комплексів авіаційної техніки в процесі експлуатації.

Автоматизовані засоби контролю (АЗК) належать до комплексних автоматизованих інформаційних систем і складаються з інформаційно-вимірювальних та контрольно-перевірних (діагностичних) підсистем. Незалежно від конструктивного виконання зазначених підсистем до них необхідно висувати однакові вимоги щодо уніфікації та стандартизації основних вузлів і блоків, оскільки це в кінцевому підсумку істотно впливає на принципи побудови АЗК у цілому. Останнє залежить також від бажаного ступеня взаємодії програмних і апаратних методів і від гнучкості використання засобів автоматизації вимірів [3].

2. КОНТРОЛЕПРИДАТНІСТЬ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ

2.1. Комплексна оцінка контролепридатності авіаційної техніки

Відповідно до вимог державних стандартів при створенні нових або модернізації існуючих виробів АТ на всіх стадіях її розробки та виготовлення необхідно вирішувати питання забезпечення їх контролепридатністі.

Контролепридатністю АТ називається властивість виробу АТ, що характеризує його пристосовність до проведення контролю параметрів виробу та його складових частин з метою виконання таких задач визначення технічного стану (ТС):

- контроль ТС;
- пошук місця відмов (до заданої одиниці виробу);
- прогнозування ТС і встановлення місця відмови виробу за результатами обробки інформації, зареєстрованої в процесі польоту (польотів).

Забезпечення контролепридатністі виробів АТ в експлуатації повинне передбачати апаратурну (програмно-апаратурну) пристосовність до проведення контролю, а також узгодженість характеристик об'єктів з методами та засобами контролю. Необхідно розрізняти контролепридатність власне конструкції об'єкта контролю та контролепридатність з урахуванням застосовуваних методів і засобів контролю. Для забезпечення контролепридатністі конструкції необхідно виконати вимоги щодо присутності елементів (модулів, блоків, агрегатів, деталей), регулювання чи заміна яких дозволена в експлуатації, а також до вбудованих засобів контролю та пристроїв сполучення об'єкта контролю з зовнішніми засобами контролю. Вимоги щодо пристроїв сполучення об'єкта та засобів контролю зводяться до взаємного узгодження їхніх характеристик, стандартизації й уніфікації, безпеки, виключенню неправильних з'єднань, обліку ергономічних показників. В усіх випадках є небажаним розстикування функціональних з'єднань у процесі контролю.

Контролепридатність забезпечується розроблювачами та виготовлювачами відповідно до погоджених вимог. Відповідність контролепридатності цим вимогам оцінюється на всіх етапах створення та випробування АТ, у тому числі й в експлуатації. Комплексна оцінка контролепридатності виробів АТ містить:

- спільне дослідження питань забезпечення й оцінки контролепридатності;
- оцінку контролепридатності АТ на всіх етапах її існування;
- спільний розгляд контролепридатності конструкцій виробів, вбудованих засобів, наземно-бортових і наземних засобів контролю, методик і алгоритмів контролю й ухвалення рішення;
- безперервність оцінки контролепридатності з метою постійного удосконалювання самої АТ, методів і засобів її експлуатації, що досягається проведенням доробок, випуском експлуатаційних бюлетенів, доповненням вимог до АТ.

Відповідно до державних стандартів експлуатаційні та ремонтні організації повинні збирати інформацію про контролепридатність виробів АТ і надавати її розроблювачам.

Оцінці підлягає також склад контрольованих параметрів, методик і алгоритмів контролю та прийняття рішень. Вибір контрольованих параметрів, методів і алгоритмів контролю повинен проводитися з урахуванням небезпеки несправностей, що виявляються контролем, надійності об'єктів і системи контролю. Склад контрольованих параметрів систем виробів ВР задається Нормами льотної придатності, державними та відомчими стандартами, наказами й уточнюється у вимогах на конкретну АТ.

Оцінювати необхідно і метрологічне забезпечення системи контролю. Метрологічна експертиза робіт з контролю, що містить аналіз і оцінку технічних рішень, повинна проводитися підприємством-розроблювачем АТ або вищестоящою відомчою метрологічною організацією. Метрологічна експертиза має містити оцінку вибору вимірюваних параметрів, встановлення норм похибок вимірювань, забезпечення єдності вимірювань, забезпечення процесів контролю методами та засобами, нормування метрологічних характеристик засобів вимірювань, метрологічної атестації методик вимірювання.

Основними методами комплексної оцінки контролепридатності є аналіз конструкції виробів, використання статистичних даних і хронометраж.

2.2. Кількісні показники контролепридатності

У техніці існує ряд загальних кількісних критеріїв (показників, коефіцієнтів) контролепридатності. Деякі з цих критеріїв можуть бути використані для оцінки контролепридатності виробів АТ. Зараз практично відсутні будь-які нормативні значення критеріїв. Однак без збору відповідних статистичних матеріалів нормативні значення критеріїв не можуть бути отримані. Тому обчислення значень коефіцієнтів є важливою задачею. Наведемо деякі формули для обчислення коефіцієнтів, що використовуються при оцінці контролепридатності АТ.

Достатність кількості контрольованих параметрів

$$K_{кп} = N_{кп} / N_{кпз},$$

де $N_{кп}$ – фактична кількість контрольованих параметрів;

$N_{кпз}$ – кількість контрольованих параметрів, задана керівними документами.

Цей показник обчислюємо окремо для параметрів різних систем: бортової системи реєстрації; системи видачі інформації екіпажу, наземної системи контролю; системи радіообміну та ін. Щодо своєї важливості параметри не є рівноцінними, тому після обчислення цього показника треба зробити експертний висновок про важливість заданих неконтрольованих параметрів.

Показник знімності виробів

$$K_з = 1 – N_д / N_з,$$

де N_∂ – кількість елементів, для контролю або регулювання яких потрібен демонтаж;

$N_з$ – загальна кількість контрольованих елементів, або елементів регулювання, заміна яких дозволена в експлуатації.

Структура наведених показників підібрана таким чином, що підвищення їхніх значень відбиває підвищення контролепридатності об'єкта контролю. Тому для загальної оцінки рівня контролепридатності усі показники контролепридатності можна усереднити.

Усереднення *j*-го показника для системи і виробів проводиться за формулою

$$K_j^{ус} = \sum_i^M \sigma_j^i K_j^i / M ,$$

де *M* — кількість виробів, на які розбита система; σ_j^i — «ваговий» коефіцієнт, що відбиває значення *j*-го виробу (системи) при визначенні контролепридатності за *j*-м показником; K_j^i — *j*-й показник для *i*-го виробу або системи.

Усереднення за різними показниками для кожного виробу або системи в цілому ведуть методом підсумовування:

$$K'_{ус} = \sum_{i=1}^{R_i} \delta_j^i K_j^i ,$$

де δ_j^i — «ваговий» коефіцієнт, що відбиває значення *j*-го показника при визначенні контролепридатності і-го виробу (системи).

Повне усереднення має вигляд

$$K_{ус} = (\sum_{i=1}^{M} K'_{ус}) / M .$$

Порівняльну оцінку рівня контролепридатності визначаємо частковим рівнем контролепридатності

$$G_j = K_j / K_j^{баз},$$

де K_j - *j*-й показник контролепридатності; $K_j^{баз}$ - базовий показник контролепридатності.

За базовий показник контролепридатності приймають показник системи або виробу попередньої модифікації або аналогічного об'єкта контролю.

2.3. Формування систем контролю

До систем контролю АТ висувають загальні вимоги:

- комплексність: охоплення по можливості всіх систем повітряного судна; спільне вирішення задач системи контролю (формування команд екіпажу, запис інформації, розслідування авіаційних подій, радіообмін інформацією); інтегрування контролю та керування функціональними системами повітряних суден з метою скорочення кількості датчиків та інших елементів;
- можливість адаптації та розвитку при удосконалюванні об'єктів і засобів контролю, методів обробки інформації, модифікації і доробок виробів авіаційної техніки;
- автоматизація обробки інформації на борту і на землі;
- оптимізація частоти вимірювань і обробки даних;
- оптимізований розподіл функцій між бортовими та наземними засобами контролю;
- наявність автоматичного контролю системи контролю;
- коректування вимог щодо контролепридатності виробів авіаційної техніки, засобів контролю, а також оцінки ефективності системи контролю.

Система виявлення та локалізації відмов функціональних систем АТ повинна базуватися на аналізі небезпеки відмов, трудомісткості та часі їхнього виявлення.

У загальному випадку процес формування системи контролю складається з організаційного та науково-технічного формування системи.

До організаційного формування системи відносяться: створення підрозділів діагностики на експлуатаційних і ремонтних підприємствах, складання документації, визначення ефективності контролю та ін.

Науково-технічне формування системи контролю виробляється комплексно, із системним підходом до вирішення таких задач:

- синтез фізичних і математичних моделей об'єктів контролю;
- вибір сигналів про неприпустимі стани об'єкта контролю та контрольованих параметрів;
- синтез алгоритмів контролю й ухвалення рішення;
- вибір засобів контролю;
- метрологічне забезпечення контролю;
- визначення методичної й інструментальної вірогідності контролю.

Вибір контрольованих параметрів і розробка алгоритмів контролю здійснюються в основному на етапі проектування систем і виробів. Однак у міру набуття досвіду експлуатації й уточнення статистичних даних система контролю змінюється швидше за конструкцію основних елементів систем. Тому питання раціонального вибору контрольованих параметрів і синтезу алгоритмів контролю залишаються актуальними і на інших етапах: при державних і експлуатаційних випробуваннях, при виконанні доробок, при масовій експлуатації.

Аналіз фізичної моделі об'єкта контролю й обробку статистичних матеріалів ведуть паралельно. Аналіз полягає у дослідженні процесів в об'єкті контролю і виявленні зв'язків між технічним станом об'єкта контролю та зміною значень контрольованих параметрів. Аналіз статистики дозволяє визначити ймовірність появи, виявлення і наслідки відмов і несправностей об'єкта контролю. В результаті цих комплексних досліджень у першому наближенні формується якісна модель об'єкта контролю, тобто комплекс якісних залежностей між несправностями об'єкта контролю і можливих сигналів про них. Незалежно від цих етапів розробляють або вибирають критерії, за якими ранжирують раніше виділені сигнали та параметри.

Формування математичних моделей об'єкта контролю є наступним етапом формування системи контролю і дає можливість синтезувати алгоритми контролю та виконати метрологічну експертизу вимірювань.

Останніми етапами формування системи контролю можна вважати: розробку або вибір правил прийняття рішень, і потім – синтез алгоритмів прийняття рішень за результатами контролю та діагностування.

Склад контрольованих параметрів, алгоритми контролю й формування рішення можуть і повинні адаптуватися в міру набуття досвіду експлуатації, обробки статистики, удосконалювання як об'єктів контролю, так і методів і засобів діагностування.

Під алгоритмом контролю і діагностування розуміється визначена послідовність математичних або логічних операцій, результатом яких є формування запрограмованого сигналу про появу несправності об'єкта контролю.

Існують загальні вимоги до алгоритмів контролю.

1. Алгоритми повинні мати властивості детермінованості та результативності.

2. Глибина пошуку місця несправності з метою забезпечення детермінованості та результативності повинна встановлюватися залежно від режиму.

3. Алгоритми мають забезпечувати видачу сигналу для прогнозування технічного стану об'єкта контролю на певний інтервал часу.

4. При розгалуженій програмі пошуку місця виникнення неприпустимого стану повинна бути забезпечена покрокова видача команд залежно від результатів пошуку на попередньому кроці.

5. Алгоритми контролю мають формувати сигнали, що відбивають зміну тільки технічного стану об'єкта контролю незалежно від режиму роботи виробу, що досягається приведенням значень параметрів до еталонних умов за допомогою спеціальних перетворень.

6. Алгоритми контролю повинні мати властивість масовості, що полягає в сполученні універсальності з можливістю адаптації до конкретних об'єктів і модифікації.

3. ЗАСОБИ ПІДВИЩЕННЯ КОНТРОЛЕПРИДАТНОСТІ ЦИФРОВИХ СИСТЕМ

У зв'язку з широким впровадженням цифрових систем обробки інформації та керування особливо гостро постає питання про методи їх контролю та підвищення контролепридатності. Розглянемо практичні рекомендації, що покращують контролепридатність цифрових схем. Рекомендації спрямовані на спрощення процедури генерації тестів, реалізацію тестового діагностування та пошук місця несправностей.

3.1. Засоби підтримки процедури генерації тестів

1. Максимізувати характеристики керованості й спостережуваності схеми.

Здатність генерувати тести та застосовувати їх істотно залежить від спроможності керувати та спостерігати логічні значення на внутрішніх вузлах перевірної схеми. На практиці зробити це для кожного вузла неможливо, однак існують різні способи покращання характеристик керованості та спостережуваності схеми.

Вузол вважається керованим, якщо тестер здатний легко керувати будь-яким логічним значенням вузла. Спостережуваність вузла означає, що тестер здатний легко визначати правильність логічних значень вузла. Якщо вузли схеми легко керуються та спостерігаються, то з цього випливає, що внутрішні логічні елементи також будуть легко керуватися та спостерігатися. Прикладами ключових точок керування станами логічної схеми є:

а) входи тактової синхронізації й установки пристроїв з пам'яттю, таких, як тригери, лічильники та регістри зсуву;

б) входи адреси у мультиплексорах і демультиплексорах;

в) шини керування третім станом у пристроях з трьома стійкими станами виходів;

г) входи дозволу захоплення в мікропроцесорах;

д) входи дозволу доступу й запису (читання) в елементах пам'яті;

е) шини керування, адреси і даних у будь-якому пристрої.

Прикладами ключових точок спостереження за станами логічної схеми є:

а) перераховані вище шини керування, що знаходяться всередині пристрою і не мають прямого доступу;

б) виходи пристроїв з елементами пам'яті, таких, як тригери, лічильники та регістри зсуву;

в) виходи пристроїв, що формують допоміжні дані (генератори парності, декодери та мультиплексори пріоритету);

г) будь-який логічно надлишковий вузол;

д) магістральна частина вузлів з великою кількістю розгалужень;

е) ланцюг глобального зворотного зв'язку.

Після визначення ключових точок на наступному кроці необхідно модифікувати вихідну схему для покращання показників керованості та спостережуваності. Загальні методи покращання доступу до внутрішніх точок схеми показані на рис. 3.1 і передбачають використання:

а) незадіяних виводів кристала рознімання печатної плати разом із запасними логічними вентилями;

б) контрольних точок, розміщених на печатній платі (контактних стовпчиків);

в) використання елементів з трьома станами і додатковими виводами-стояками для керування та спостереження;

г) одно- і багатоконтактних кліпс для безпосереднього підключення до виводів інтегральних мікросхем.

Згідно з п. “а” може бути також розглянуто використання для діагностичного устаткування другого контактного рознімання, розташованого з іншої сторони печатної плати. Недоліком такого підходу є розширення засобів інтерфейсу між печатною платою та діагностичним устаткуванням.

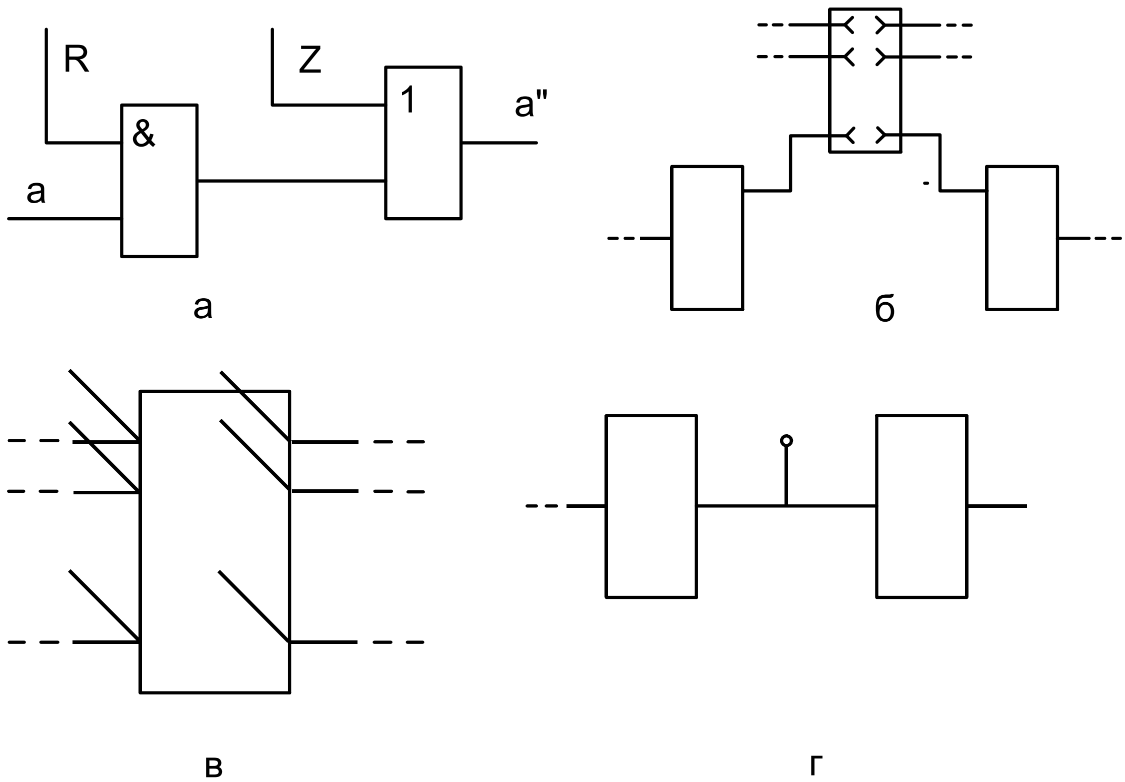
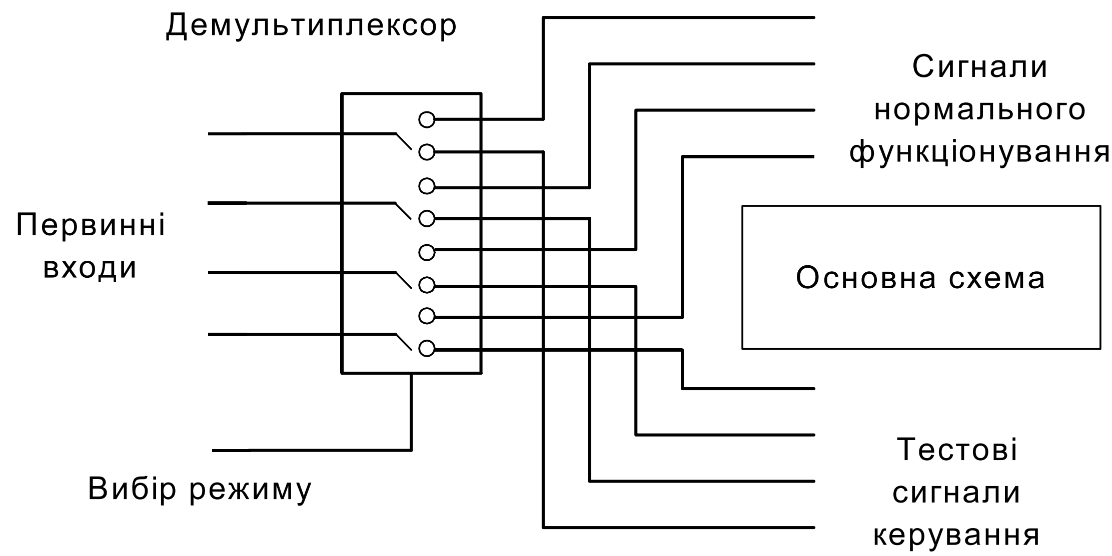


Рис. 3.1. Методи покращання доступу до внутрішніх вузлів схеми: *а* - використання додаткових входів і вентилів; б – рознімання для корпусів типу DIP; *в* - контрольна точка; *г* - керування третім станом

Доступні точки схеми, такі, як контрольні точки і кліпси, можна використовувати не тільки як точки спостереження, але й як точки з обмеженим керуванням за допомогою подачі у вузол сигналу, припустимого для фізичних елементів вузла. У контрольній точці вузла між двома елементами серії ТТЛ може бути встановлений низький рівень сигналу, що дозволяє частково керувати цим вузлом.

Якщо є обмеження на кількість первинних входів-виходів, то для покращання параметрів керованості та спостережності можна використовувати мультиплексори та демультиплексори, як показано на рис. 3.2. Основні недоліки цього методу пов'язані з необхідністю використання додаткових елементів і зниженням швидкодії через додаткові затримки.



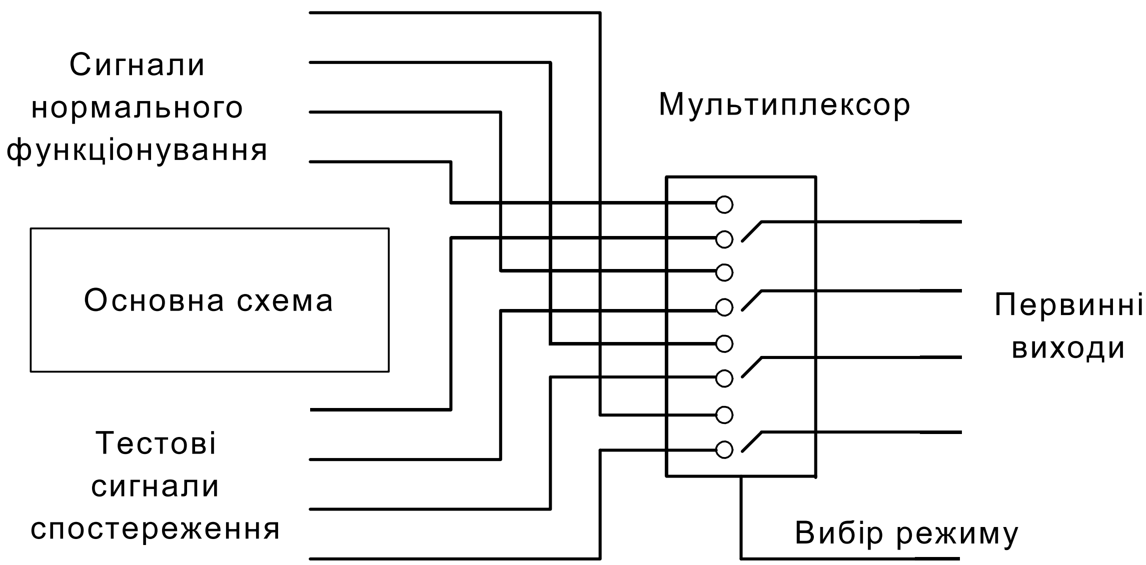


Рис. 3.2. Використання мультиплексорів і демультиплексорів

2. Фізично розділяти аналогові та цифрові схеми.

Технічні вимоги до засобів діагностування та методологія діагностування для аналогових і цифрових схем істотно різні. Ці два види схем у процесі діагностування необхідно фізично розділяти, незважаючи на те, що вони можуть бути конструктивно розташовані на одній платі. Це пов'язано з тим, що через круті фронти цифрових сигналів можуть виникати перешкоди на близько розташованих аналогових шинах. Якщо виникає необхідність передачі цифрових сигналів поблизу аналогових шин, то лінії передачі цифрових сигналів повинні бути ретельно розраховані й екрановані.

Для спостереження сигналів, які подаються на входи аналого-цифрових перетворювачів, зручно також мати контрольні точки на входах перетворювачів. Аналогічно вхідні цифрові сигнали в цифро–аналогових перетворювачах бажано визначати в цифровій формі. З огляду на сказане аналогові та цифрові підсхеми пристрою варто перевіряти окремо і, якщо необхідно, різним тестовим устаткуванням.

3. Розбивати великі схеми на невеликі підсхеми для зменшення витрат на процедуру генерації тестів.

Наближена оцінка складності процедур генерації тестів і моделювання несправностей показує, що для схем, реалізованих у вигляді плати, що має n мікросхем малого і середнього ступенів інтеграції, витрати на ці процедури пропорційні $n^{2 \ldots 3}$. Якщо схему можна розбити на дві підсхеми (тільки для цілей діагностування), то витрати відповідно зменшуються.

Логічна розбивка схеми досягається за допомогою введення додаткових засобів: буферних елементів з трьома станами, елементів розриву або мультиплексорів.

4. Забезпечити простоту початкової установки елементів пам'яті схеми.

Установка початкового стану обов'язково передує будь-якій практичній тестовій програмі та процедурі моделювання. В ідеалі повинна існувати можливість установки кожного елемента пам'яті схеми у початковий стан. При установці в початковий стан виникають проблеми, коли стан одного елемента пам'яті залежить від стану іншого, як, наприклад, у лічильнику з послідовним переносом. Якщо кожен тригер залежить від інших, то початкова установка досягається тільки послідовною подачею тактових імпульсів, поки лічильник не встановиться у визначений стан, що ідентифікується тестером.

5. Забезпечити можливість розриву ланцюгів зворотного зв'язку.

Ланцюги глобального зворотного зв'язку ускладнюють процедури генерації тестів і моделювання несправностей. Петлі зворотного зв'язку можуть розриватися та керуватися різними способами (рис. 3.3).

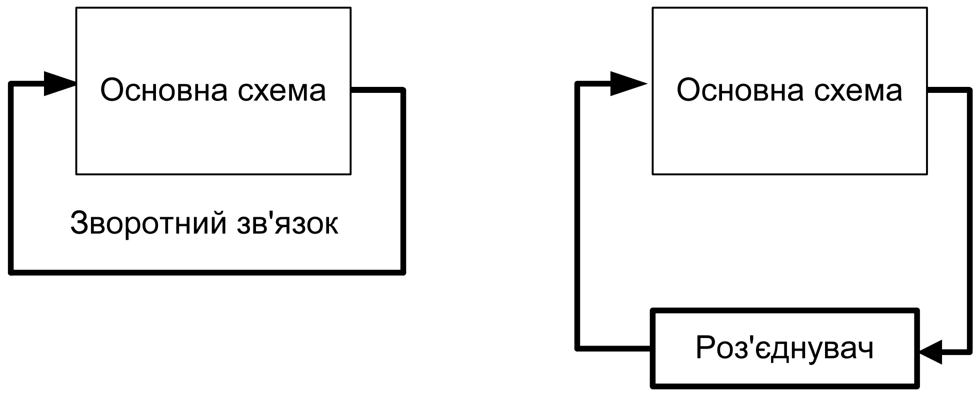


Рис. 3.3. Способи розриву та керування ланцюгами зворотного зв'язку

6. Уникати розробок з передбачуваною настройкою окремих компонентів.

Окремі компоненти — це такі елементи схеми, що відбираються відповідно до існуючої номенклатури та настроюються відповідно до технічних вимог для конкретної друкованої плати. Прикладами можуть служити потенціометри, лінії затримки з відводами. Проблема при цьому полягає у тому, що часто важко встановити стандартний контрольний тест. Якщо схема проектується для серійного виробництва, то завжди повинна існувати можливість установки схеми в стан, у якому вона перевіряється стандартним тестом.

7. Підключати навантаження до всіх невикористовуваних входів пристроїв і до виходів пристроїв з відкритим колектором і з трьома станами.

Згідно з технічними вимогами до проектування схем невикористовувані входи логічних пристроїв завжди необхідно підключати через резистор до шини живлення або до загальної шини. Це роблять для того, щоб виключити вплив шуму на входи.

Використовувані та невикористовувані виходи пристроїв з відкритим колектором і з високим перехідним опором повинні також навантажуватися через резистори, щоб виключити невизначеність логічних значень.

Якщо система спроектована так, що пристрої, виходи яких з'єднуються загальною шиною, розташовані на різних друкованих платах і з'єднуються між собою шиною на задній панелі, то в загальному випадку виходи з високим перехідним опором кожної плати можуть виявитися ненавантаженими. (Блок навантажувальних резисторів звичайно розміщується на загальній шині задньої панелі). У цьому випадку, якщо в тестері існує можливість підімкнення виходів з високим перехідним опором до навантаження, при перевірці окремої плати необхідно мати спеціальний адаптер. Для виключення цього недоліку навантажувальні резистори шини можна розміщувати на кожній платі. У режимі нормального функціонування всі навантажувальні резистори, крім одного блоку резисторів, повинні бути вимкнені за допомогою конструктивно-технологічних способів, або за допомогою вимикачів на друкованій платі.

3.2. Засоби підтримки процедур тестування та пошуку несправностей

Попередні рекомендації пов'язані в основному з проблемами генерації ефективних тестових наборів. Цей розділ містить рекомендації, що в основному стосуються проблем реалізації тестового діагностування та виконання діагностичних процедур пошуку несправностей.

8. Забезпечити можливість діагностичному устаткуванню керувати ланцюгом тактової синхронізації.

У схемах, що містять автономні генератори на друкованій платі, внутрішню тактову синхронізацію необхідно замінити на зовнішню. Таким шляхом, якщо необхідно, можна скоротити частоту функціонування схеми.

9. Уникати використання діагностично нерозрізнених груп елементів, таких, як провідне АБО, провідне І, та вузлів з великою кількістю розгалужень.

Вузли з'єднань провідного АБО, провідного І та лінії з високим коефіцієнтом розгалужень створюють невизначеність при пошуку несправного елемента. По можливості варто уникати таких схемних рішень.

10. Розривати довгі ланцюги на лічильниках.

Для перевірки n-розрядного двійкового лічильника потрібно подати на його рахунковий вхід 2^n+1 тактових імпульсів. Економія часу тестування може бути досягнута, якщо передбачити розрив довгих ланцюгів на лічильниках. У цьому випадку кожна мікросхема перевіряється окремо.

11. Уважно стежити за тим, щоб монтажна схема друкованої плати і конструкція сприяли зниженню стомлюваності оператора та забезпеченню безпосереднього доступу до вузлів схеми.

Щоб зменшити стомлюваність оператора в процесі пошуку несправностей за допомогою ручного пробника на друкованих платах різного типу, корисно розміщати мікросхеми на платі в регулярному порядку (по рядах і стовпцях) і орієнтувати їх стандартно, тобто, наприклад, так, щоб вивід 1 мікросхеми розташовувався в лівому верхньому куті.

Слід використовувати стандартні контактні рознімання. Джерела живлення та загальні точки повинні завжди знаходитися на тих самих позиціях. Входи шини конструктивно розташовують відповідно до вхідних і вихідних шин тестера. Повинно бути також чітке маркування позначень елементів спеціальними ідентифікаторами (Rl, R2 і т.д.) на платі.

Усі мікросхеми та провідники друкованих плат, що мають діагностуватися, рекомендується розташовувати з однієї сторони плати. При використанні кліпс слід забезпечити навколо пристрою простір для сполучення з кліпсою. Розміщення резисторів і конденсаторів в безпосередній близькості від мікросхеми утруднюють використання кліпси.

Доцільно встановлювати складні мікросхеми в спеціальні контактні гнізда так, щоб в процесі діагностування мікросхему можна було б зняти, і якщо виявиться, що вона несправна, то замінити її. Але при цьому збільшується небезпека загину виводів під час повторних установок мікросхеми, неправильної орієнтації та заміни її і зростає час тестування.

12. Передбачити автоматичну перевірку сполучення друкованої плати й тестера.

На практиці необхідно, щоб оператор перевірив правильність сполучення й орієнтації друкованої плати перед початком виконання тестової програми. Також корисно, щоб ця перевірка виконувалася самою програмою перед ввімкненням джерела живлення. Один із способів вирішення цієї задачі полягає в установці перемички між двома невикористаними контактами друкованого рознімання. У цьому випадку за допомогою тестової програми можна перевірити, чи існує ця перемичка, і продовжити потім виконання програми (рис. 3.4).

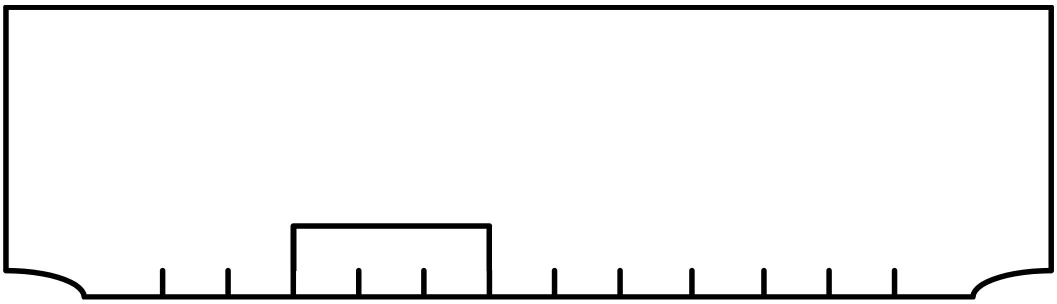


Рис. 3.4. Автоматична перевірка сполучення друкованої плати

13. Зберігати простоту інтерфейсу між друкованою платою й тестером.

Крім стандартного інтерфейсу між платою, що перевіряється, і тестером, можуть бути інші інтерфейсні засоби, такі, як баготоконтактні пробники, буферні пристрої, контактні рознімання, розташовані з двох сторін плати, рознімання різних типів та ін. Використання цих засобів спрощує проблему тестування, але збільшується обсяг тестового устаткування для перевірки логічних функцій. Провідники можуть також являти собою значне ємнісне навантаження.

14. Уникати змішаного використання логічних елементів різних серій на одній платі.

Логічним елементам різних серій потрібні різні граничні еталонні рівні логічних сигналів на виводах прийому та передачі, а також різні рівні напруг живлення. Тому використання двох або більшої кількості логічних серій на одній і тій же платі може значно ускладнити інтерфейс. Якщо змішана логіка неминуча, то є одне рішення: забезпечити сумісність усіх первинних входів і первинних виходів, принаймні, із серією ТТЛ.

15. Обмежити коефіцієнт розгалуження пристрою значенням, що на одиницю менше максимального.

Якщо на виході пристрою ввімкнено максимальне навантаження, то додавання навантаження у вигляді керованого пробника на цьому вузлі при тестуванні може перевантажити пристрій і викликати зміну вихідного сигналу. Щоб виключити це, варто обмежувати коефіцієнти розгалуження пристроїв значеннями, що на одиницю менші максимально припустимих.

16. Забезпечити функціональну повноту схеми, розміщеної на друкованій платі.

Засоби, що забезпечують незалежність і функціональну повноту характеристик, необхідно розміщати на тій же платі, де розташована основна частина схеми, для якої призначені ці засоби. Це усуває необхідність використовувати їх у тестері.

17. Знати граничні характеристики діагностичного устаткування.

Важливо знати й розуміти граничні характеристики та можливості діагностичного устаткування. Найважливішими з них є такі:

А. Максимальна швидкість, з якою на двоспрямованому виводі може змінюватися режим прийом-передача. Це важливий параметр, що визначає можливості тестування двоспрямованих ліній.

Б. Можливість вимірювати динамічні процеси, такі, як імпульси малої тривалості.

В. Можливість передавати дані в двох режимах: асиметричному, в якому в кожен момент часу змінюється сигнал на одному виводі, або блоковому, в якому забезпечується спільна зміна сигналів на визначених виводах. Звичайно використовується асиметричний режим, але іноді необхідний блоковий, наприклад, коли інформація передається на безліч ліній шини. Однак навіть у блоковому режимі існує деяка асиметрія змін сигналів між окремими виводами. Ця асиметрія може бути істотною для швидкодіючих шин.

Г. Можливість установки на кожному з виводів максимальної швидкості змін сигналів.

Д. Можливість ідентифікувати в перевірний схемі логічні значення 0 і 1 у режимі прийому інформації. Граничні значення повинні програмуватися, якщо під час виконання тестової програми необхідне перевизначення логічних значень.

Е. Можливість використовувати засоби синхронізації перевірної схеми. Якщо перевірна схема містить внутрішній незалежний генератор, то корисно, щоб операції в тестері синхронізувалися з частотою цього генератора.

Ж. Можливість змінювати тривалість строб-імпульсу (для узгодження з часом затримки сигналів) і частоту стробування (при вимірюванні динамічних параметрів).

З. Граничні електричні параметри на виводах тестера: максимальний струм джерела; максимальні перепади напруги; навантажувальні характеристики.

18. Звертати особливу увагу на плати, що повинні перевірятися за допомогою внутрішньосхемного тестування.

У цей час внутрішньосхемне тестування змонтованих друкованих плат є корисним і популярним методом пошуку дефектів, внесених у процесі виробництва складальних робіт.

Головна мета внутрішньосхемного тестування полягає у виявленні дефектів, що виникають у процесі виготовлення плати. Перевірка правильності функціонування всієї плати в цілому виконується на наступному етапі за допомогою тестера.

4. ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДОСТОВІРНОСТІ ПЕРЕДАЧІ ТА ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ЗАВАДОСТІЙКОГО КОДУВАННЯ СИГНАЛІВ

4.1. Мета кодування, основні визначення

Під кодуванням у широкому значенні розуміють процес перетворення повідомлень у сигнал. Як при передачі, так і при зберіганні й обробці інформації значні переваги має дискретна форма подання сигналів. Тому в тих випадках, коли первинні сигнали інформаційних систем є безперервними, відбувається, як правило, попереднє перетворення їх у дискретні сигнали. У зв'язку з цим термін "кодування" відносять звичайно до дискретних сигналів і під кодуванням у вузькому значенні розуміють відображення дискретних повідомлень сигналами у вигляді певних сполучень символів. Сукупність правил, відповідно до яких виконуються ці операції, називають кодом.

Отже, будемо вважати, що джерело видає деяке дискретне повідомлення А, яке можна розглядати як послідовність елементарних повідомлень a_i (i=1, 2,..., z). Ці елементарні повідомлення називатимемо символами повідомлень, а їх сукупність $\{a_i\}$ - алфавітом джерела. Кодування полягає в тому, що послідовність символів джерела А замінюється послідовністю кодових символів - кодовою комбінацією (кодовим словом).

Кодування має декілька цілей. Перша з них полягає в тому, щоб подати повідомлення в такій системі символів, яка забезпечувала б простоту та надійність апаратної реалізації інформаційних пристроїв і їх необхідну ефективність. Друга мета кодування полягає в тому, щоб забезпечити найкраще узгодження властивостей джерела повідомлень з властивостями каналу зв'язку. Шляхом такого узгодження досягають виграшу під час передачі, тобто підвищення ефективності системи. Нарешті, за наявності перешкод кодування може забезпечити досить високу достовірність передачі або обробки інформації.

Але необхідно мати на увазі, що кодування, яке забезпечує зміну структури сигналів, ні в якій мірі не повинне змінювати кількість інформації, що міститься в первинному повідомленні.

Елементарними сигналами, які є символами кодової комбінації, в технічних інформаційних системах звичайно служать одиничні імпульси постійного (відеоімпульси) або змінного струму (радіоімпульси). Елементарним сигналом може бути пауза між імпульсами або комбінації паузи й імпульсу та ін. Ці сигнали повинні розрізнюватися за будь-яким одним або декількома параметрами, які часто називають кодовими ознаками. Як кодові ознаки застосовуються такі параметри, як величина, полярність, час (тривалість або фаза імпульсів), частота заповнення імпульсу та ін.

Загальну кількість символів n, що складають кодову комбінацію, називають значністю, або довжиною коду. Кількість значень кодових ознак, що використовуються в кодових комбінаціях, називається основою коду m.

За умовами побудови кодових комбінацій коди діляться на рівномірні та нерівномірні. У рівномірних кодах усі повідомлення передаються кодовими групами з однаковою кількістю елементів (n = const). Так, наприклад, телеграфний код Бодо є рівномірним кодом з кількістю елементів n = 5.

При використанні нерівномірних кодів різні повідомлення можуть передаватися кодовими групами, що містять неоднакову кількість елементів (n = var). Типовим представником цієї групи є код Морзе. Рівномірний код має великі можливості з точки зору забезпечення захисту передачі від перешкод, оскільки втрата елементів або виникнення нових елементів в кодових комбінаціях з n=const можуть бути легко виявлені. Нерівномірні коди можуть забезпечити найбільшу економічність побудови кодів і найбільшу швидкодію передачі повідомлень. Такі коди використовуються при так званому статистичному кодуванні.

Разом з тим нерівномірні коди менше захищені від перешкод, ніж рівномірні. Втрата нових елементів у комбінації або їх виникнення внаслідок дії перешкод можуть призвести до появи нової помилкової комбінації, що сприймається на приймальній стороні як істинна. Нерівномірні коди при передачі потребують або спеціальних розділових символів, що вказують кінець однієї і початок іншої кодової комбінації (код Морзе потребує наявності розділового символу), або ж повинні будуватися так, щоб кодова комбінація не була початком іншої.

За кількістю різних символів m у кодових комбінаціях розрізнюють такі коди:

- одиничні, m=1;
- двійкові, m=2;
- багатопозиційні, m>2.

В одиничному коді використовуються однакові символи. Кодові комбінації відрізняються лише кількістю символів (імпульсів).

Одиничний код простий, тому його захист від перешкод низький. Крім того, при передачі великої кількості повідомлень відбувається зміна довжини коду в широких межах, що викликає певні незручності.

З огляду на викладене одиничний код практично не використовується при передачі інформації по каналу зв'язку, а використовується лише при проміжних перетвореннях сигналів.

Найбільшого поширення набули двійкові коди. Це зумовлено таким. Формування кодових сигналів і їх дешифрування проводяться за допомогою релейних пристроїв, здатних приймати ряд стійких станів. Кількість таких станів визначається основою коду. Очевидно, що найпростішими релейними пристроями є пристрої з двома станами. До такого типу пристроїв належить більшість електромагнітних, електронних, магнітних та інших типів безконтактних реле. Крім того, потрібно також враховувати простоту зберігання інформації та виконання арифметичних і логічних операцій при двійковому кодуванні. Багатопозиційні коди поки що не знайшли широкого застосування в інформаційних системах.

За формою подання інформації в каналі передачі розрізнюють послідовні та паралельні коди. При послідовній формі елементарні сигнали, що складають кодову комбінацію, посилаються в канал передачі послідовно. Як правило, вони розділені між собою певним часовим інтервалом.

При паралельній формі елементарні сигнали посилаються одночасно по декількох електричних ланцюгах, кількість яких відповідає кількості елементів коду.

Паралельна форма подання коду має менші витрати часу для передачі повідомлень, але використовується рідко, оскільки потребує значних матеріальних витрат на багатопровідні лінії зв'язку. Практично паралельна форма коду при передачі інформації по однопровідній лінії зв'язку використовується лише в тих випадках, коли як імпульсна ознака застосовується частота і на приймальній стороні елементи кодової комбінації можна легко розділити за допомогою частотних фільтрів.

Паралельна форма подання коду часто використовується при перетворенні аналогових величин в код і зворотних перетвореннях, у пристроях пам'яті, реєстрації, при логічній і математичній обробці інформації, коли важливу роль відіграє швидкодія.

По можливості виявлення та виправлення помилок розрізнюють прості (примітивні) і коректуючі коди. У простих кодах помилка в прийомі навіть одного елемента кодової комбінації приводить до неправильної реєстрації повідомлення, що передається. Коректуючі коди дозволяють виявляти й усувати помилки в кодових комбінаціях.

Нарешті, за основними законами кодоутворення коди можна розділити на два класи: комбінаторні (нечислові), арифметичні (числові).

Комбінаторні коди будуються на законах теорії з'єднань. Прикладом таких кодів є код, що формується згідно з законом сполучень. У цьому коді з m різних символів утворяться кодові комбінації з $n<m$ символів. Довжина коду постійна і дорівнює n, можлива кількість кодових комбінацій

$$N = C_m^n.$$

Наприклад, код згідно з законом сполучень може утворити такі комбінації з трьох елементів a, b, c по два елементи: ab, ac, bc.

Арифметичні коди основані на відомих системах числення.

У технічних інформаційних системах використовуються переважно арифметичні (цифрові) коди.

Рівномірні прості цифрові коди.

Системи числення, на основі яких можуть будуватися цифрові коди, діляться, як відомо, на непозиційні та позиційні. З непозиційних систем можна навести як приклад римську систему числення. Значення символу в цих системах не залежить від його положення серед символів, що складають повідомлення, яке передається.

Найбільш поширеним при кодуванні зараз є позиційний принцип утворення системи числення. При такому принципі значення кожного символу залежить від його положення - позиції серед символів, що складають число. Значення одиниці кожного наступного розряду більше значення одиниці попереднього розряду в m раз, де m - основа системи числення. При цьому будь-яке n-розрядне число N з основою m може бути подано у вигляді суми

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} e_i m^i ,$$

де e_i - значення розрядного коефіцієнта i-го розряду.

Кількість можливих значень розрядного коефіцієнта кожного розряду дорівнює основі вибраної системи числення.

Кодові комбінації, що відповідають простому цифровому коду, містять кількість елементів відповідно кількості розрядів числа N, що виражається даним кодом. Кожний елемент кодової комбінації може приймати m різних значень імпульсної ознаки.

Максимально можлива кількість кодових комбінацій визначається виразом

$$N_{max} = m^n.$$

Як уже відзначалося, на практиці найбільш широко використовуються двійкові коди, тобто коди, що базуються на двійковій системі числення. Математичний запис двійкового коду такий:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} w_i 2^i \ .$$

Тут розрядні коефіцієнти w_i можуть набувати значень 0 і 1.

Максимально можлива кількість кодових комбінацій простого двійкового коду визначається виразом

$$N_{max} = 2^n.$$

Двійковий код, що широко використовується при передачі, зберіганні й обробці інформації, незручний, оскільки оператору важко оперувати з незвичними двійковими числами. Крім того, запис чисел в двійковій системі числення громіздкий. Тому, крім двійкової, поширення набули системи з основою, що дорівнює цілому степеню двійки (вісімкова, шістнадцяткова), які, з одного боку, легко зводяться як до двійкової, так і до десяткової, а з іншого - дають більш компактний запис.

Для позначення будь-якого числа у вісімковій системі числення використовується вісім цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Перетворення чисел з вісімкової системи у двійкову зводиться до заміни кожної вісімкової цифри її трирозрядним двійковим числом.

Для подання шістнадцяткових цифр використовуються цифри від 0 до 9 і букви латинського алфавіту від A до F. Перетворення чисел з шістнадцяткової системи у двійкову здійснюється шляхом заміни кожної шістнадцяткової цифри чотирирозрядним двійковим числом.

Складені коди.

При складеному кодуванні числа, задані в системі з деякою основою q, зображаються за допомогою цифр іншої системи числення з основою $p<q$.

Серед складених кодів найбільше застосування одержали двійково-десяткові коди. Такі коди звичайно використовуються як проміжні при перекладі десяткових кодів в двійкові, і навпаки.

У двійково-десятковому коді основною системою числення є десяткова. Однак кожна цифра десяткового числа записується у вигляді чотирирозрядного двійкового числа (тетради). Для фіксації цифр десяткового числа найбільше практичне застосування одержали чотириелементні двійкові вагові коди 8-4-2-1, 7-4-2-1, 5-1-2-1 і 2-4-2-1. Цифри в назві коду визначають вагу одиниць у відповідних двійкових розрядах.

У табл. 4.1 наведено запис десяткових цифр різними типами чотириелементних двійкових кодів.

Таблиця 4.1

Десяткове число	Код 8-4-2-1	Код 7-4-2-1	Код 5-1-2-1	Код 2-4-2-1
0	0000	0000	0000	0000
1	0001	0001	0001	0001
2	0010	0010	0010	0010
3	0011	0011	0011	0011
4	0100	0100	0111	0100
5	0101	0101	1000	1011
6	0110	0110	1001	1100
7	0111	1000	1010	1101
8	1000	1001	1011	1110
9	1001	1010	1111	1111

Оскільки за допомогою чотирьох двійкових розрядів можна утворити 16 різних комбінацій, а використовується тільки 10, то двійково-десятковий код має надмірність.

Рефлексні (відображені) коди.

У простому двійковому коді при переході від зображення одного числа до зображення сусіднього старшого або сусіднього молодшого числа може відбуватися одночасна зміна цифр у декількох розрядах.

Таблиця 4.2

Десяткове число	Двійковий код	Код Грея	Десяткове число	Двійковий код	Код Грея
0	0000	0000	8	1000	100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

Як випливає з табл. 4.2, при переході від зображення числа 3 до зображення числа 4 відбувається одночасна зміна цифр в трьох розрядах, а при переході від зображення числа 7 до зображення числа 8 - одночасна зміна цифр в чотирьох розрядах. Це може бути джерелом значних помилок при деяких способах кодування безперервних повідомлень, наприклад, при перетворенні кута повороту вала в двійковий код. Особливістю таких перетворювачів є те, що при переході зображення одного числа до зображення наступного числа (більшого або меншого) може мати місце неоднозначність відліку в тих розрядах, де відбувається зміна цифр. Наприклад, при переході від зображення числа 7 до зображення числа 8 відбувається зміна цифр у всіх розрядах, тобто може мати місце неоднозначність відліку в будь-якому розряді і навіть в усіх розрядах.

Для усунення цього явища використовуються спеціальні двійкові коди, в яких при переході від зображення одного числа до зображення наступного сусіднього числа змінюється значення цифри тільки одного розряду. Внаслідок цього похибка за рахунок неоднозначності прочитання не перевищує одиниці зображуваного числа. До таких кодів відноситься код Грея, який інакше називається рефлексним (відображеним) кодом (див. табл. 4.2).

Код Грея є непозиційним кодом, вага одиниці не визначається номером розряду. У цьому коді можна виділити осі симетрії (осі "відображення"), відносно яких спостерігається ідентичність елементів у деяких розрядах. Так, наприклад, має місце симетрія відносно осі, проведеної між числами 7 і 8. У комбінаціях, симетричних відносно цієї осі, ідентичні три символи молодших розрядів. Відзначена особливість стала основою для введення терміна "рефлексний код" (від англійського слова to reflect - відображати).

Вага одиниці в коді Грея за абсолютною величиною в j-му розряді визначається виразом $\sum_{i=1}^{j} 2^i$, причому знак членів, що підсумовуються, додатний для усіх непарних одиниць в числі, записаному в коді Грея (рахувати зліва направо), і від'ємний для всіх парних одиниць. Наприклад, значення числа 1101101, записаного в коді Грея, буде

$$[1101101]г = \sum_{i=0}^{6} 2^i + \sum_{i=0}^{5} 2^i + \sum_{i=0}^{3} 2^i + \sum_{i=0}^{2} 2^i + \sum_{i=0}^{0} 2^i = 2^6 - 3^3 + 2^0 = 57 .$$

4.2. Принципи перешкодостійкого кодування

Стійкі до перешкод коди - одні з найбільш ефективних кодів забезпечення високої правильності передачі дискретної інформації. Створена спеціальна теорія стійкого до перешкод кодування, що швидко розвивається останнім часом.

Бурхливий розвиток теорії стійкого до перешкод кодування пов'язаний з упровадженням автоматизованих систем, в яких обробка інформації, що приймається, здійснюється без участі людини. Використання електронних цифрових обчислювальних машин для обробки інформації висуває дуже високі вимоги до передачі повідомлень.

К. Шеннон сформулював теорему для випадку передачі дискретної інформації по каналу з перешкодами, яка стверджує, що ймовірність помилкового декодування приймальних сигналів може бути забезпечена шляхом вибору відповідного способу кодування сигналів. У теоремі Шеннона не йдеться про те, як треба будувати стійкі до перешкод коди. Однак у ній вказується на принципову можливість кодування, при якому може бути забезпечена висока правильність передачі.

Під стійкими до перешкод кодами розуміють коди, що дозволяють виявляти та виправляти помилки, що виникають внаслідок впливу перешкод. Стійкість до перешкод кодування забезпечується введенням надмірності в кодовій комбінації.

Усі стійкі до перешкод коди можна розділити на два основних класи: блокові та безперервні (рекурентні або ланцюгові).

У блокових кодах кожному повідомленню (або елементу повідомлення) зіставляється кодова комбінація (блок) із певної кількості сигналів. Блоки кодуються та декодуються окремо один від одного.

Блокові коди можуть бути рівномірними, коли довжина кодових комбінацій n постійна, або нерівномірними, коли n змінюється. Нерівномірні стійкі до перешкод коди не отримали практичного застосування через складність їх технічної реалізації.

У безперервних кодах уведення надмірності в послідовність вхідних символів здійснюється без розбиття її на окремі блоки. Процеси кодування та декодування в безперервних кодах мають також безперервний характер. Цей клас кодів з'явився недавно і не отримав поки що широкого розвитку.

Як блокові, так і безперервні коди залежно від методів уведення надмірності поділяються на роздільні та нероздільні. В роздільних кодах чітко розмежована роль окремих символів. Одні символи є інформаційними, інші – перевірними і служать для виявлення та виправлення помилок. Роздільні блокові коди називаються звичайно (n, k)-кодами, де n - довжина кодових комбінацій, k - число інформаційних символів у комбінаціях. Нероздільні коди не мають чіткого розділення кодової комбінації на інформаційні та перевірні символи.

Роздільні блокові коди поділяються, в свою чергу, на несистематичні та систематичні. Несистематичні роздільні коди будуються таким чином, що перевірні символи визначаються як сума підблоків довжини l, на які поділяється блок інформаційних символів.

Більшість відомих роздільних кодів складають систематичні коди. У цих кодах перевірні символи визначаються проведенням лінійних операцій над певними інформаційними символами. Для випадку двійкових кодів кожний перевірний символ вибирається таким, щоб його сума за модулем два з певними інформаційними символами стала такою, що дорівнює нулеві. Декодування зводиться до перевірки на парність певних груп символів. Унаслідок таких перевірок визнається інформація про наявність помилок, а у разі необхідності - позиція символів, де є помилки.

При подальшому розгляді стійких до перешкод кодів будемо вважати їх блоковими та рівномірними.

Для з'ясування ідеї стійкого до перешкод кодування розглянемо двійковий код, що одержав на практиці найбільш широке застосування.

Кількість розрядів n у кодовій комбінації прийнято називати довжиною, або значністю коду. Символи кожного розряду можуть приймати значення 0 і 1. Кількість одиниць у кодовій комбінації називають вагою кодової комбінації і позначають w.

Наприклад, кодова комбінація 100101100 характеризується значністю $n=9$ і вагою $w=4$.

Ступінь відмінності будь-яких двох кодових комбінацій даного коду характеризується так званою відстанню між кодами d. Вона виражається кількістю позицій або символів, в яких комбінації відрізняються одна від іншої. Наприклад, для визначення відстані між комбінаціями 100101100 і 110110101 необхідно просумувати їх за модулем два:

$$\begin{array}{r} 100101100 \\ +\,\underline{110110101} \\ 010011001 \end{array}.$$

Отримана внаслідок підсумовування нова кодова комбінація характеризується вагою w=4. Значить, відстань між початковими кодовими комбінаціями d=4.

Помилки внаслідок впливу перешкод виявляються в тому, що в одному або декількох розрядах кодової комбінації нулі переходять в одиниці і, навпаки, одиниці переходять у нулі. В результаті цього створюється нова - помилкова кодова комбінація.

Якщо помилки трапляються тільки в одному розряді кодової комбінації, то їх називають однократними. Якщо помилки є у двох, трьох і більше розрядах, то їх називають двократними, трикратними і т.д.

Для зазначення місць у кодовій комбінації, де є спотворення символів, використовується вектор помилки $\bar{e}$. Вектор помилки n-розрядного коду - це n-розрядна комбінація, одиниці якої вказують положення спотворених символів кодової комбінації. Наприклад, якщо для пятирозрядного коду вектор помилки має вигляд $\bar{e}$ =00110, то це означає, що мають місце помилки в третьому й четвертому розрядах кодової комбінації.

Вага вектора помилки характеризує кратність помилки. Сума за модулем два для помилкової кодової комбінації й вектора помилки дає початкову непомилкову комбінацію.

Як уже відзначалося, стійке до перешкод кодування забезпечується за рахунок уведення надмірності в кодові комбінації. Це означає, що з n символів кодової комбінації для передачі інформації використовується k<n символів. Отже, із загальної кількості $N_0=2^n$ можливих комбінацій для передачі інформації використовується тільки $N=2^k$ комбінацій. Відповідно до цього вся множина $N_0=2^n$ можливих кодових комбінацій поділяється на дві групи. У першу групу входить множина $N=2^k$ дозволених комбінацій, друга група містить множину $(N_0-N) = 2^n-2^k$ заборонених комбінацій.

Якщо при прийнятті інформації встановлено, що прийнята комбінація відноситься до групи дозволених, то вважається, що сигнал прийшов без помилок. В іншому випадку робиться висновок, що прийнята комбінація є помилковою. Однак це справедливо лише для тих перешкод, при яких виключена можливість переходу одних дозволених комбінацій в інші.

У загальному випадку кожна з N дозволених комбінацій може трансформуватися в будь-яку з N_0 можливих комбінацій, тобто всього є $N \times N_0$ можливих варіантів передачі N варіантів безпомилкової передачі.

Таким чином, не всі помилки можуть бути виявлені. Частина виявлених помилкових комбінацій складає

$$\frac{N_0(N_0 - N)}{N \cdot N_0} = 1 - \frac{N}{N_0}.$$

Для використання даного коду як такого, що виправляє множину заборонених кодових комбінацій, він розбивається на N неперетинних підмножин M_k. Кожна з підмножин M_k ставиться у відповідність одній з дозволених комбінацій.

Якщо прийнята заборонена комбінація належить підмножині M_i, то вважається, що передана комбінація – A_i.

Помилка буде виправлена в тих випадках, коли отримана комбінація дійсно утворилася з комбінації A_i. Таким чином, помилка виправляється в (N_0-N) випадках заборонених комбінацій. Частина помилкових комбінацій, що виправляються, від загального числа помилкових комбінацій, що виявляються, складає

$$\frac{N_0 - N}{N \cdot (N_0 - N)} = \frac{1}{N}.$$

Спосіб поділу на підмножини залежить від того, які помилки повинні виправлятися кодом.

<u>Зв'язок коректуючої здатності коду з кодовою відстанню.</u>

Для оцінки міри відмінності між двома довільними комбінаціями даного коду використовується, як уже відзначалося, характеристика, що отримала назву відстані між кодовими комбінаціями. Найменша відстань між дозволеними кодовими комбінаціями d_{min} - дуже важлива характеристика коду, оскільки саме вона характеризує його коректуючі здібності.

Розглянемо це на конкретних прикладах.

Нехай необхідно побудувати код, що виявляє усі помилки кратністю t і нижче. Побудувати такий код - це означає: з множини N_0 можливих комбінацій вибрати N дозволених комбінацій так, щоб сума за модулем два будь-якої з них з будь-яким вектором помилок з вагою W_l не дала б ніякої іншої дозволеної комбінації. Для цього необхідно, щоб найменша кодова відстань задовольняла умову

$$d_{min} \geq t+1.$$

Як приклад розглянемо код із значністю n=3. Усі можливі комбінації такого роду дано в табл. 4.3. Матриця відстаней між кодовими комбінаціями має вигляд, наведений у табл. 4.4.

Таблиця 4.3

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
000	001	010	011	100	101	110	111

Таблиця 4.4

A_i / A_j	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
A1	0	1	1	2	1	2	2	3
A2	1	0	2	1	2	1	3	2
A3	1	2	0	1	2	3	1	2
A4	2	1	1	0	3	2	2	1
A5	1	2	2	3	0	1	1	2
A6	2	1	3	2	1	0	2	1
A7	2	3	1	2	1	2	0	1
A8	3	2	2	1	2	1	1	0

Для того щоб код забезпечував виявлення однократних помилок, необхідно з усієї безлічі N_0=8 можливих комбінацій як дозволені вибрати такі, відстань між якими була б не менше за d=2. Для цього випадку маємо:

$$A_1 = 000; \quad A_4 = 011; \quad A_6 = 101; \quad A_7 = 110.$$

Для виявлення двократних помилок найменша відстань повинна бути такою, що дорівнює $d_{min} = 3$. При цьому як дозволені комбінації можна вибрати

$$A_1 = 000; \quad A_8 = 111.$$

Очевидна справедливість умови

$$d < n.$$

Нехай тепер необхідно побудувати код, що забезпечує усунення однократних помилок. Вибираємо як першу дозволену комбінацію $A_1 = 000$. За наявності однократних помилок комбінація A_1 може перейти в одну з таких заборонених комбінацій: $A_2 = 001$, $A_3 = 010$ і $A_5 = 100$. Комбінації A_2, A_3 і A_5 можна прийняти як підмножину заборонених комбінацій A_1. Останнє означає, що у разі прийому однієї з комбінацій цієї підмножини приймається рішення, що передана комбінація – A_1.

Якщо ж як другу дозволену комбінацію вибрати комбінацію, віддалену від A_1 на d=3, тобто комбінацію $A_8 = 111$, якій відповідає підмножина заборонених комбінацій $A_4 = 011$, $A_6 = 101$ і $A_7 = 110$, то в цьому випадку підмножини заборонених комбінацій не перетинаються. Отже, при d=3 забезпечується усунення всіх однократних помилок.

У загальному випадку для усунення помилок кратністю σ кодова відстань повинна задовольняти умову

$$d_{min} \geq 2\sigma + 1. \tag{4.1}$$

Аналогічно можна встановити, що для виправлення всіх помилок кратністю не більше σ і одночасно для виявлення всіх помилок кратністю не більше t (при $t \geq \sigma$) кодова відстань повинна задовольняти умову

$$d_{min} \geq t + \sigma + 1.$$

4.3. Побудова кодів із заданою виправляючою здатністю

Досі при розгляді коректуючих кодів передбачали задану його розрядність n. Підвищення коректуючої здатності коду досягалося при збереженні n за рахунок зменшення множини N дозволених комбінацій (або зменшення кількості k інформаційних символів). Звичайно ж на практиці спочатку вибирається кількість інформаційних символів k, виходячи з кількості символів алфавіту джерела, а потім забезпечується необхідна коректуюча здатність коду за рахунок додавання надмірних символів.

Нехай відомий об'єм алфавіту джерела дорівнює N. Необхідна кількість інформаційних символів $k = \log_2 N$. Нехай також відома повна множина помилок E, яку необхідно виправити.

Задача полягає в тому, щоб при заданих N і E визначити розрядність коду n, що має необхідні коректуючі можливості.

Повне число помилкових комбінацій, що підлягають виправленню, дорівнює $E\times 2^k = E\times N$. Оскільки кількість помилкових комбінацій дорівнює $N_0 - N$, то код забезпечує виправлення не більше N_0-N комбінацій. Отже, необхідну умову для можливості виправлення помилок можна записати у вигляді

$$N\cdot E \le N_0 - N,$$

звідки отримаємо

$$N_0 \ge (1+E)\cdot N,$$

або

$$N \le \frac{2^n}{1+E}. \qquad (4.2)$$

Остання формула виражає умову для вибору розрядності коду n.

Розглянемо окремі випадки. Якщо є помилки різної кратності, то передусім необхідно забезпечити усунення однократних помилок, імовірність яких найбільша. Можлива кількість векторів однократних помилок

$$E = C_n^1 = n.$$

У цьому випадку залежність (4.2) набуде вигляду

$$N = 2 \le \frac{2^n}{1+n}.$$

При побудові коду доцільно користуватися табл. 4.5.

При цьому треба мати на увазі, що код повинен також задовольняти умову

$$d_{min} \ge 3.$$

Таблиця 4.5

N	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{2^n}{1+n}$	1.33	2	3.2	5.33	9.2	16	28.4	51.2

Якщо необхідно забезпечити усунення всіх помилок кратністю від 1 до t, то треба врахувати таке:

- кількість можливих однократних помилок $E_1 = C_n^1$;
- кількість можливих двократних помилок $E_2 = C_n^2$;
- кількість можливих t-кратних помилок $E_l = C_n^l$.

Загальна кількість помилок $E = \sum_{i=1}^{t} C_n^i$.

При цьому залежність (4.2) набуде вигляду

$$N \le \frac{2^n}{1+\sum_{i=1}^{t} C_n^i}. \tag{4.3}$$

Умова (4.3) є нижньою оцінкою довжини коректуючого коду, тобто вона визначає необхідну мінімальну довжину коду n, що забезпечує виправлення помилок заданої кратності при відомій кількості дозволених комбінацій N або кількість інформаційних символів.

Ця умова є верхньою оцінкою для N і k, тобто визначає максимальну можливу кількість дозволених комбінацій або інформаційних символів для коду довжиною n, що забезпечує виправлення помилок заданої кратності.

Показники якості коректуючого коду.

Будь-який коректуючий код характеризується низкою показників: довжиною n, основою m, кількістю інформаційних символів k або надмірних символів ρ=n-k, кількістю дозволених кодових комбінацій та ін.

Однак основним показником якості коректуючого коду є його здатність забезпечити правильний прийом кодових комбінацій при наявності помилок, тобто стійкість до перешкод коду.

Кількісна оцінка стійкості до перешкод коду може бути виконана по-різному.

Стійкість до перешкод коду характеризує його здатність забезпечити правильну передачу повідомлень в умовах впливу перешкод. Тому для кількісної оцінки стійкості коду до перешкод доцільно використати ймовірність правильного прийому кодових комбінацій:

$$P_{пр} = 1 - P_{помил},$$

де $P_{помил}$ - імовірність помилкового прийому кодових комбінацій.

Якщо код не має коректуючих властивостей, то ймовірність помилкового прийому $P_{помил}$ дорівнюватиме ймовірності спотворення кодових комбінацій P_k. Для коректуючого коду $P_{помил}<P_k$. У реальних умовах 1 > $P_{помил}$, тому більш зручним критерієм оцінки стійкості до перешкод коду є логарифмічна величина

$$S_k = \lg\frac{1}{P_{помил}} = \lg\frac{1}{1 - P_{пр}}.$$

Іноді для оцінки якості коректуючих кодів користуються поняттям коефіцієнта виявлення

$$K_{виявл} = \frac{P_{00}}{P_k},$$

де P_{00} - імовірність помилок, що виявляються.

Це недостатньо повна характеристика якості коректуючого коду. Нею доцільно користуватися в основному для оцінки кодів, призначених тільки для виявлення помилок.

Коректуюча можливість коду забезпечується за рахунок надмірності, тобто подовження кодових комбінацій. При подовженні кодових комбінацій ускладнюються передача й обробка інформації. Тому надмірність також є важливою характеристикою коду.

Для оцінки надмірності коду користуються поняттям коефіцієнта надмірності

$$K_{над} = \frac{\rho}{n} = \frac{n-k}{n},$$

де ρ - кількість надмірних символів у кодовій комбінації.

Систематичні коди.

Як уже відзначалося, зараз найбільш широкий клас коректуючих кодів складають систематичні коди. Ці коди відносяться до групи роздільних блокових кодів. Для систематичного коду сума за модулем два двох дозволених комбінацій також дає дозволену комбінацію.

У теорії кодування широко використовується матричне подання кодів.

Усі дозволені кодові комбінації систематичного (n, k)-коду можна отримати, маючи k початкових дозволених кодових комбінацій. Початкові кодові комбінації мають задовольняти такі умови:

1. До початкових комбінацій не повинна входити нульова.

2. Кодова відстань між будь-якими парами початкових комбінацій не повинна бути меншою за d_{min}.

3. Кожна початкова комбінація, як і будь-яка ненульова дозволена комбінація, має містити кількість одиниць не менше за d_{min}.

4. Усі початкові комбінації мають бути лінійно незалежні, тобто жодна з них не може бути отримана шляхом підсумовування інших.

Початкові комбінації можуть бути отримані з матриці, що складається з k рядків і n стовпців:

$$P_{n,k} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1\rho} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2\rho} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} & b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{k\rho} \end{vmatrix}.$$

Тут символи перших k стовпців є інформаційними, а останніх p стовпців - перевірними.

Матрицю $P_{n,\,k}$ називають твірною.

Вона може бути подана двома підматрицями - інформаційною U_k і перевірною H_ρ:

$$P_{n,k} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1\rho} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2\rho} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{k\rho} \end{vmatrix},$$

де

$$U_k = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{vmatrix}; \; H_\rho = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1\rho} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2\rho} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{k\rho} \end{vmatrix}.$$

Для побудови твірної матриці зручно інформаційну матрицю подавати у вигляді квадратної одиничної матриці

$$U_k = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

При цьому перевірна підматриця H_ρ повинна формуватися з дотриманням таких умов:

1. Кількість одиниць у рядку має бути не менше за d_{min} - 1.

2. Сума за модулем два двох будь-яких рядків повинна містити не менше d_{min} - 2 одиниць.

Перевірні символи утворюються за рахунок лінійних операцій над інформаційними символами.

Для побудови твірної матриці зручно інформаційну матрицю подавати у вигляді квадратної одиничної матриці

Для кожної кодової комбінації повинно бути складено ρ незалежних сум за модулем два. Вибір інформаційних символів, що формують той чи інший перевірний символ, залежить від способу декодування коду.

Вельми зручно перевірні суми складати за допомогою перевірної матриці H, що будується таким чином. Спочатку будується підматриця H^1, що є транспонованою відносно підматриці $H\rho$:

$$H_\rho = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{21} & \dots & b_{k1} \\ b_{12} & b_{22} & \dots & b_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{1\rho} & b_{2\rho} & \dots & b_{k\rho} \end{vmatrix}.$$

Потім справа від неї приписується одинична матриця

$$H_\rho = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{21} & \dots & b_{k1} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_{12} & b_{22} & \dots & b_{k2} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{1\rho} & b_{2\rho} & \dots & b_{k\rho} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix}. \qquad (4.4)$$

Алгоритм визначення перевірних символів за інформаційним за допомогою матриці (4.4) такий. Позиції одиниць в і-му рядку підматриці H^1 визначають інформаційні розряди, що формують і-й перевірний розряд.

Нехай, наприклад, твірна матриця коду (7, 4) має вигляд

$$P_{7,4} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

перевірна матриця

$$H_\rho = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

транспонована підматриця відносно H_ρ

$$H^1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Приписуючи справа від H^l одиничну матрицю, отримаємо перевірну матрицю

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Кодові комбінації повинні містити $\rho = n - k = 7 - 4 = 3$ перевірних символів. Підматриця H^1 вказує на те, що перевірні символи мають визначатися рівністю

$$b_1 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4;$$

$$b_2 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_4;$$

$$b_3 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4.$$

Для кодової комбінацієї 0011 перевірні символи будуть такі:

$$b_1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0;$$

$$b_2 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0;$$

$$b_3 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$$

Отже, повна кодова комбінація матиме вигляд 0011001.

Перевірна матриця H дуже зручна для визначення місця помилки в кодовій комбінації, а отже, виправлення помилок. Перевірка кодових комбінацій при цьому виконується шляхом перевірки контрольних рівностей. Склад контрольної рівності легко визначається з перевірної матриці H. До складу першої контрольної рівності повинні входити символи, позиції яких зайняті одиницями в першому рядку матриці Н, до складу другої контрольної рівності – символи, позиції яких зайняті одиницями у другому рядку матриці Н, і т.д.

Так, для розглянутого раніше прикладу з кодом (7, 4) ці рівності матимуть вигляд

$$S_1 = b_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4;$$

$$S_2 = b_2 \oplus a_1 \oplus a_3 \oplus a_4;$$

$$S_3 = b_3 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_4.$$

У результаті ρ таких перевірок буде отримано ρ-розрядне двійкове число (синдром), яке дорівнюватиме нулеві за відсутності помилок і буде відмінне від нуля у разі наявності помилок.

Якщо код призначений для виправлення помилок, то повинна бути заздалегідь визначена відповідність між виглядом синдрому та виглядом помилки, що виправляється.

Нехай у прикладі, що розглядається, з кодом (7, 4) сталася помилка в першому розряді кодової комбінації (помилковий символ a_1). Тоді перевірні операції дадуть такий результат:

$$S_1 = 0; S_2 = 1; S_3 = 0.$$

Таким чином, при помилці в першому розряді кодової комбінації буде отриманий синдром 010, а у разі помилки у другому розряді – синдром 101, і т.д.

Якщо для виправлення однократних помилок в кодових комбінаціях отримати синдроми досить просто, то для виправлення двократних, трикратних і т.д. помилок, а також для виправлення пачок помилок побудова синдромів досить важка.

Розглянемо деякі типи систематичних кодів.

4.4. Коди з виявленням помилок

Код з парним числом одиниць.

Код містить лише один надмірний символ. Вибирається надмірний символ таким чином, щоб загальна кількість одиниць в кодовій комбінації була парною. Перевірка кодової комбінації проводиться шляхом підсумовування за модулем два всіх символів.

Надмірність коду дорівнює

$$K_{над.} = \rho/n = 1/n,$$

де n - довжина кодової комбінації; ρ - число перевірних символів.

Код дозволяє виявляти однократні помилки і всі помилки непарної кратності, оскільки тільки в цих випадках кількість одиниць у комбінації стане непарною. Не виявляються помилки парної кратності.

Код з подвоєнням елементів.

Код з подвоєнням елементів характеризується введенням додаткових символів для кожного символу інформаційної частини комбінації, причому одиниця доповнюється нулем і перетворюється в 10, а нуль доповнюється одиницею і перетворюється в 01. Тоді, наприклад, початкова комбінація 10101 буде подана у вигляді 1001100110. Показником помилковості коду буде поява в "парних" елементах сполучень вигляду 00 або 11.

Надмірність коду не залежить від кількості елементів кодової комбінації і дорівнює

$$K_{над} = 0,5.$$

Код дозволяє виявляти всі помилки, крім помилок у "парних" елементах. Стійкість до перешкод коду з подвоєнням елементів вища за стійкість до перешкод коду з парною кількістю одиниць. Це досягається за рахунок збільшення надмірності коду й ускладнення процедури перевірки коду.

Інверсний код.

В основу побудови інверсного коду покладено метод повторення початкової кодової комбінації. Причому в тих випадках, коли початкова комбінація містить парну кількість одиниць, друга комбінація в точності відтворює вихідну. Якщо ж початкова комбінація містить непарну кількість одиниць, то повторення відбувається в інвертованому вигляді. Наприклад, комбінації 01010 і 01110 в інверсному коді подаються як 0101001010 і 0111010001.

Кодова комбінація перевіряється в такій послідовності. Спочатку підсумовуються одиниці, що містяться в основній комбінації. Якщо їх кількість виявиться парною, то елементи додаткової комбінації приймаються в незмінному вигляді. Після цього обидві комбінації порівнюються поелементно (перший елемент з першим, другий з другим, і т.д.) і при виявленні хоча б одного неспівпадання прийнята комбінація бракується.

Якщо ж кількість одиниць основної комбінації – непарна, елементи другої комбінації приймаються в інверсному вигляді. Потім, як і в попередньому випадку, основна та додаткова комбінації порівнюються поелементно.

Твірна та перевірна матриці коду мають вигляд

$$P_{n,k} = \left| U_к, \bar{U}_к \right|; \quad H = \left| \bar{U}_к, U_к \right|,$$

де U_k - одинична матриця;

$\bar{U}_k$ - матриця, отримана з одиничної шляхом заміни одиниць нулями, а нулів - одиницями.

Надмірність коду не залежить від кількості елементів кодової комбінації і дорівнює

$$K_{над} = 0{,}5.$$

Код дозволяє виявити практично всі помилки в комбінації. Помилки не будуть виявлені лише тоді, коли одночасно є помилковими два, чотири і т.д. елементів в початковій комбінації або в додатковій.

З розглянутих кодів інверсний код найбільш стійкий до перешкод.

4.5. Коди з виявленням і виправленням помилок

Коди Хеммінга.

Відомо декілька різновидів коду Хеммінга, що характеризуються різною коректуючою здатністю. До цих кодів звичайно відносять коди з виправленням однократних помилок і коди з виправленням однократних і виявленням двократних помилок.

Код Хеммінга, що забезпечує виправлення всіх однократних помилок, повинен мати мінімальну кодову відстань d_{min} = 3. Довжина коду n вибирається з умови

$$2^k \le \frac{2^n}{1+n},$$

де k - кількість інформаційних сигналів.

Код будується таким чином, щоб у результаті ρ = n - k перевірок отримати ρ-розрядне двійкове число, що вказує номер спотвореної позиції кодової комбінації. Для цього перевірні символи повинні знаходитися на номерах позицій, які відповідають 2^i, оскільки кожний з них входить тільки в одне з перевірних рівнянь. Таким чином, якщо нумерувати позиції зліва направо, то контрольні символи мають знаходитися на першій, другій, четвертій, і т.д. позиціях.

Результат першої перевірки дає цифру молодшого розряду синдрому у двійковому записі. Якщо результат цієї перевірки дасть 1, то один із символів перевірної групи – помилковий. Таким чином, першою перевіркою повинні бути охоплені символи з номерами, що містять у двійковому записі одиниці в першому розряді: 1, 3, 5, 7, 9, і т.д. Результат другої перевірки дає цифру другого розряду синдрому. Отже, другою перевіркою мають бути охоплені символи з номерами, що містять у двійковому записі одиниці у другому розряді: 2, 3, 6, 7, 10, і т.д.

Аналогічно при третій перевірці повинні перевірятися символи, номери яких у двійковому запису містять одиниці в третьому розряді: 4, 5, 6, 7, 10, і т.д.

Таким чином, перевірні групи мають вигляд

$$S_1 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus a_9 \oplus ..;$$

$$S_2 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{10} \oplus ..;$$

$$S_3 = a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_{12} \oplus ..;$$

$$S_4 = a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10} \oplus a_{11} \oplus a_{12}. ...$$

....

Перевірна матриця коду має n стовпців і ρ рядків. Кожний стовпчик повинен складати двійкову комбінацію, що вказує номер відповідної позиції коду.

Наприклад, для коду довжиною n=9, що забезпечує виправлення однократних помилок, кількість надмірних символів ρ=4. При цьому як перевірна може бути вибрана така матриця:

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Як приклад подамо просту двійкову комбінацію 10011 кодом Хеммінга. Оскільки інформаційними повинні бути третій, п'ятий, сьомий і дев'ятий символи, то для коду, що розглядається, $a_3 = 1$, $a_5 = 0$, $a_7 = 1$, $a_9 = 1$. З умови забезпечення парності сум отримаємо такі значення перевірних символів: $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_4 = 1$, $a_8 = 1$.

Нехай тепер при передачі сталося спотворення п'ятого символу, тобто код набув вигляду 101110111. Тоді у результаті першої перевірки отримаємо 1, другої - 0, третьої - 1 і четвертої - 0. Таким чином, внаслідок перевірок отримано синдром 0101, що вказує на спотворення п'ятого символу. Виправлення помилки зводиться до інвертування символу на п'ятій позиції.

Код Хеммінга з кодовою відстанню $d_{min} = 4$ формується шляхом додавання до коду Хеммінга з $d_{min} = 3$ перевірного символу, що являє собою результат підсумовування за модулем два всіх символів кодової комбінації.

Операція декодування складається з двох етапів. На першому етапі визначається синдром, що відповідає коду з $d_{min} = 3$, на другому – перевіряється останнє перевірне співвідношення.

Для розглянутого раніше коду з $d_{min} = 4$ перевірна матриця має вигляд

$$H = \left\| \begin{array}{ccccccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right\|.$$

Додаткове перевірне співвідношення, що вводиться для збільшення мінімальної відстані коду Хеммінга до $d_{min} = 4$, має вигляд

$$S_5 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10}.$$

Надмірність коду Хеммінга $K_{над} = \rho/n$ залежить від кількості інформаційних символів.

Циклічні коди.

Циклічні коди широко застосовуються завдяки їх ефективності при виявленні та виправленні помилок. Схеми кодуючих і декодуючих пристроїв для цих кодів надзвичайно прості і будуються на основі звичайних регістрів зсуву.

Назва кодів походить від їх властивості, що полягає в тому, що кожна кодова комбінація може бути отримана шляхом циклічної перестановки символів комбінації, що належить до цього ж коду. Це означає, що якщо, наприклад, комбінація $a_0a_1a_2...a_{n-1}$ є дозволеною комбінацією циклічного коду, то комбінація $a_{n-1}a_0a_1a_2...a_{n-2}$ також належить до цього коду. Циклічні коди зручно розглядати, подаючи комбінацію двійкового коду не у вигляді послідовностей нулів і одиниць, а у вигляді полінома від фіктивної змінної x, а саме:

$$G(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_1x + a_0\,, \qquad (4.5)$$

де a_i - цифри даної системи числення (в двійковій системі 0 і 1).

Так, наприклад, двійкове семирозрядне число 1010101 може бути записане у вигляді полінома

$$\sigma = 1 \cdot x^6 + 0 \cdot x^5 + 1 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0 = x^6 + x^4 + x^2 + 1. \qquad (4.6)$$

Найбільший степінь x у доданку з ненульовим коефіцієнтом називається мірою полінома.

Подання кодових комбінацій у формі (4.6) дозволяє звести дії над комбінаціями до дії над багаточленами. При цьому складання двійкових багаточленів зводиться до складання за модулем два коефіцієнтів при рівних степенях змінної x; множення проводиться за звичайним правилом перемноження статичних функцій, однак отримані при цьому коефіцієнти при рівних степенях змінної x складаються за модулем два; розподіл здійснюється за правилами розподілу статичних функцій, при цьому операції віднімання замінюються операціями підсумовування за модулем два.

Подання комбінацій в формах (4.5) і (4.6) зручне ще й тим, що згадана раніше циклічна перестановка є результат простого множення даного полінома на x. Дійсно, якщо одна з кодових комбінацій виражається поліномом

$$V(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{n-1}x^{n-1},$$

то нова комбінація за рахунок циклічного зсуву буде

$$x \cdot V(x) = a_0x + a_1x^2 + a_2x^3 + ... + a_{n-2}x^{n-1} + a_{n-1}x^n.$$

Однак в останньому членові необхідно замінити x^n на 1. Значить, нова комбінація буде

$$V^1(x) = a_{n-1} + a_0x + a_1x^2 + a_2x^3 + ... + a_{n-2}x^{n-1}.$$

Наприклад, циклічний зсув кодової комбінації 1010101 може бути отриманий шляхом множення полінома (4.6) на x:

$$G(x) \cdot x = x^7 + x^5 + x^3 + x.$$

Змінивши x^7 на 1, отримаємо поліном

$$G^1(x) = x^5 + x^3 + x + 1,$$

що відповідає кодовій комбінації 0101011.

Згідно з визначенням циклічного коду для побудови твірної матриці досить вибрати тільки одну початкову n-розрядну комбінацію $V_1(x)$. Циклічним зсувом можна отримати (n - 1) різних комбінацій, з яких будь-які k комбінацій можуть бути взяті як вихідні. Підсумовуючи рядки твірної матриці в усіх можливих комбінаціях, формують інші кодові комбінації. Можна показати, що кодові комбінації, що отримуються з деякої комбінації $V_1(x)$ циклічним зсувом, задовольняють умови до початкових комбінацій.

Циклічний зсув комбінації з одиницею в старшому n-му розряді рівнозначний множенню відповідного багаточлена на x з одночасним відніманням від результату багаточлена (x^n - 1) або (x^n +1), оскільки операції здійснюються за модулем два. Отже, якщо як вихідний взяти деякий поліном P(x), то процес отримання базових поліномів такий:

$$\begin{aligned}
&U_1(x) = P(x);\\
&U_2(x) = P(x)x - C_2\left(x^n + 1\right);\\
&U_3(x) = P(x)x^2 - C_3\left(x^n + 1\right);\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&U_n(x) = P(x)x^{n-1} - C_n\left(x^n + 1\right),
\end{aligned} \tag{4.7}$$

де $C_2, C_3,..., C_n$ - коефіцієнти, що набувають значення 1 при $P(x)\cdot x^i \geq \left(x^n - 1\right)$ і значення 0 –при $P(x)\cdot x^i < \left(x^n - 1\right)$.

При такому способі побудови базових поліномів поліном P(x) називають твірним.

Якщо прийняти умову, що поліном P(x) є дільником двочлена $\left(x^n + 1\right)$, то базові комбінації, а разом з ними і всі дозволені комбінації коду набувають властивості подільності на P(x). З цього випливає, що приналежність кодової комбінації до групи дозволених можна легко перевірити розподілом її полінома на твірний поліном P(x). Якщо залишок від розподілу дорівнює нулеві, то комбінація є дозволеною.

Ця властивість циклічного коду використовується для виявлення або виправлення помилок. Дійсно, якщо під впливом перешкод дозволена кодова комбінація трансформується в заборонену, то помилка може бути виявлена за залишком при діленні комбінації на твірний поліном P(x).

Таким чином, твірний поліном P(x) повинен задовольняти вимогу - він повинен бути дільником двочлена $\left(x^n + 1\right)$. Вибір P(x) однозначно визначає циклічний код і його коректуючі властивості.

Циклічний (n, k)-код може бути отриманий шляхом множення простого k-значного коду, вираженого у вигляді полінома степеня (k-1), на деякий твірний поліном P(x) степеня (n-k).

Можлива й інша процедура отримання циклічного коду. Для цього кодова комбінація простого k-значного коду G(x) множиться на одночлен x^{n-k}, а потім ділиться на твірний поліном P(x) степеня (n-k).

Внаслідок множення G(x) на x^{n-k} степінь кожного одночлена, що входить в G(x), збільшиться на (n-k). При діленні добутку $x^{n-k}G(x)$ на твірний поліном P(x) вийде частка Q(x) такого ж степеня, як і G(x).

Результат множення і ділення можна записати так:

$$\frac{x^{n-k}G(x)}{P(x)} = Q(x) + \frac{R(x)}{P(x)}, \qquad (4.8)$$

де R(x) - залишок від ділення $x^{n-k}G(x)$ на P(x).

Оскільки частка Q(x) має такий же степінь, як і кодова комбінація G(x), то Q(x) також є комбінацією простого k-значного коду.

Помножуючи обидві частини рівності (4.8) на P(x) і виконуючи деякі перестановки, отримаємо

$$F(x) = Q(x)P(x) = x^{n-k}G(x) + R(x). \qquad (4.9)$$

У правій частині (4.9) знак мінус перед R(x) замінений на знак плюс, оскільки віднімання за модулем два зводиться до складання.

Таким чином, кодова комбінація циклічного (n, k)-коду може бути отримана двома способами:

1) шляхом множення простої кодової комбінації степеня (k-1) на одночлен x^{n-k} і додавання до цього результату залишку, отриманого від ділення отриманого добутку на твірний поліном P(x) степеня (n-k);

2) шляхом множення простої кодової комбінації степеня (k-1) на твірний поліном P(x) степеня (n-k).

При першому способі кодування перші k символів отриманої кодової комбінації збігаються з відповідними символами початкової простої кодової комбінації.

При другому способі в отриманій кодовій комбінації інформаційні символи не завжди збігаються з символами початкової простої комбінації. Такий спосіб легко реалізовуємо, але внаслідок того, що в отриманих кодових комбінаціях не містяться інформаційні символи в явному вигляді, ускладнюється процес декодування.

У зв'язку з викладеним вище на практиці звичайно використовується перший спосіб отримання циклічного коду.

Матричне подання циклічних кодів.

Для формування рядків твірної матриці за першим способом утворення циклічного коду беруть комбінації простого k-розрядного коду G(x), що містять одиницю в одному розряді. Ці комбінації множаться на x^{n-k}, визначається залишок R(x) від ділення отриманого добутку $x^{n-k} \times G(x)$ на твірний поліном і записується відповідний рядок матриці у вигляді суми добутку G(x) і залишку R(x). При цьому твірна матриця $P_{n,k}$ подається двома підматрицями - інформаційною U_k і додатковою H_ρ:

$$P_{n,k} = \left| U_k, H_\rho \right|.$$

Інформаційна підматриця являє собою квадратну одиничну матрицю з кількістю рядків і стовпців, що дорівнює k. Додаткова підматриця містить ρ = n - k стовпців і k рядків і утворена залишками R(x).

Твірна матриця дозволяє отримати k комбінацій коду. Інші комбінації одержують підсумовуванням за модулем два рядків твірної матриці в усіх можливих сполученнях.

Нехай, наприклад, необхідно побудувати твірну матрицю (7, 4) циклічного коду. Твірний поліном $P(x) = x^3 + x^2 + 1$.

Інформаційна підматриця має вигляд

$$U_k = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Для отримання першого рядка додаткової підматриці перший рядок інформаційної підматриці множиться на x^3 і ділиться на твірний поліном. Залишок цих операцій 101 і складає перший рядок додаткової підматриці. Аналогічно визначаються й інші рядки додаткової підматриці.

Остаточно твірна матриця має вигляд

$$P_{1,4} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

При другому способі утворення циклічного коду твірна матриця $P_{n,k}$ формується шляхом множення твірного полінома P(x) степені ρ = = n - k на одночлен x^{n-k} і k - 1 зсувів отриманої комбінації.

Вибір твірного полінома.

При побудові циклічного коду спочатку визначається кількість інформаційних розрядів k за заданим об'ємом коду. Потім знаходиться найменша довжина кодових комбінацій n, що забезпечує виявлення або виправлення помилок заданої кратності. Ця проблема зводиться до знаходження потрібного твірного полінома P(x).

Як уже відзначалося раніше, степінь твірного полінома має дорівнювати кількості перевірних розрядів ρ.

Оскільки в циклічному коді знайдені помилки (це залишки від розподілу багаточлена прийнятої комбінації на твірний багаточлен), коректуюча здатність коду буде тим вище, чим більше залишків може бути утворено внаслідок цього розподілу.

Найбільша кількість залишків, що дорівнює 2^{ρ} - 1 (виключаючи нульовий), може забезпечити незвідний багаточлен степеня ρ (такий, що не ділиться ні на будь-який інший багаточлен).

Найпростішим циклічним кодом є код, що забезпечує виявлення однократних помилок. Вектору однократної помилки відповідає одночлен x^i, степінь якого і може набувати значень від 1 до n. Для того щоб могла бути виявлена помилка, одночлен x^i не повинен ділитися на твірний поліном P(x). Серед незвідних багаточленів, що входять у розкладання двочлена $x^n + 1$, є багаточлен найменшого степеня x+1. Таким чином, твірним поліномом даного коду є двочлен P(x) = x+1. Залишок від ділення будь-якого багаточлена на x+1 може набувати тільки двох значень: 0 і 1. Значить, при будь-якій кількості інформаційних розрядів необхідний тільки один перевірний розряд.

Значення символа цього розряду забезпечує парність кількості одиниць у кодовій комбінації.

Даний циклічний код із перевіркою на парність забезпечує виявлення не тільки однократних помилок, але й усіх помилок непарної кратності.

Наприклад, для коду з k=4 інформаційна підматриця має вигляд

$$U_k = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Додаткову матрицю можна побудувати, використовуючи залишки ділення останнього рядка інформаційної підматриці, доповненого ρ нулями, на твірний поліном.

Для побудови циклічного коду, що виправляє однократні помилки або виявляє двократні, необхідно, щоб кожній одиничній помилці відповідав свій залишок від ділення багаточлена прийнятої комбінації на твірний багаточлен. Оскільки кількість можливих однократних помилок дорівнює n, а незвідний багаточлен степеня ρ може дати $2^{\rho}-1$ ненульових залишків, то необхідною умовою виправлення будь-якої одиночної помилки є виконання нерівності

$$2^{\rho}-1 \geq n. \tag{4.10}$$

Звідси знаходяться степінь твірного полінома

$$\rho = n-k \geq \log_2(n+1) \tag{4.11}$$

і загальна довжина n кодової комбінації.

У табл. 4.6 наведено найбільші значення k і n для різних ρ.

Таблиця 4.6

ρ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023
K	0	1	4	11	26	57	120	247	502	1013

Оскільки твірний багаточлен P(x) повинен входити як співмножник в розкладання двочлена $\left(x^n+1\right)=\left(x^{2^z-1}+1\right)$, то, використовуючи наведені раніше властивості цього двочлена, а також умову (4.11), можна вибрати твірний поліном.

Однак не всякий багаточлен степеня ρ, що входить в розкладання двочлена $x^n + 1$, може бути використаний як твірний поліном. Необхідно, щоб для кожної з n однократних помилок забезпечувався свій, відмінний від інших залишок від розподілу прийнятої кодової комбінації на твірний поліном. Це буде мати місце за умови, якщо вибраний незвідний багаточлен степеня ρ, будучи дільником двочлена $x^z + 1$, не входить в розкладання ніякого іншого двочлена, степінь якого z < n.

Як приклад розглянемо вибір твірного полінома для побудови циклічного коду, що містить k=4 інформаційних символів і забезпечує усунення однократних і виявлення двократних помилок.

Згідно з табл. 4.6 визначаємо загальну кількість символів n=7 і кількість перевірних символів ρ=3.

Твірний поліном P(x) повинен мати степінь ρ=3 і входити як співмножник у розкладання двочлена $x^n + 1 = x^{2^z - 1} + 1$. Оскільки n=7, то складові співмножники двочлена мають бути незвідними поліномами, степені яких є дільниками числа z=3. До чисел, на які z=3 ділиться без залишку, відносяться 1 і 3. Отже, співмножниками двочлена $x^7 + 1$ мають бути незвідні поліноми першого і третього степенів.

Використовуючи таблиці поліномів, отримаємо

$$x^7 + 1 = (x + 1)\left(x^3 + x + 1\right)\left(x^3 + x^2 + 1\right).$$

Жоден із співмножників степеня 3 не входить у розкладання іншого двочлена $x^n + 1$ степеня n<7. Тому кожний з цих співмножників може бути вибраний як твірний поліном.

Твірні поліноми кодів, здатних виправляти помилки будь-якої кратності, можна визначати, користуючись правилом Хеммінга:

1. За заданою кількістю інформаційних розрядів k визначається кількість перевірних розрядів ρ, необхідна для виправлення однократних помилок, і знаходиться твірний поліном.

2. Розглядаючи отриманий (n, k)-код як некоректуючий n-розрядний код, визначають додаткові розряди для забезпечення виправлення однієї помилки в цьому коді і знаходять відповідний твірний поліном.

3. Повторюється дана процедура доти, доки не буде отримано код, що виправляє незалежні помилки до даної кратності включно.

Однак код, побудований таким чином, є неоптимальним з точки зору кількості надмірних символів. У цьому відношенні більш досконалий код Боуза - Чоудхурі, що забезпечує мінімальну кількість перевірних символів при заданому k. Математичною основою цього коду є те, що для будь-яких цілих додатних чисел z і t_u існує циклічний код значності $n = 2^z - 1$ з кодовою відстанню $d_{min} \geq 2t_u + 1$. При цьому число перевірних символів ρ не перевищує величини $z \cdot t_u$, тобто $\rho \leq z \cdot t_u$. Такий код виправляє помилки кратності не більше t_u або виявляє усі пачки помилок, довжина яких дорівнює ρ або менша за ρ.

До циклічних кодів відносяться коди Файра, Абрамсона і Міласа - Абрамсона, що забезпечують виправлення однієї пачки помилок, і код Ріда - Соломона, розрахований на виправлення декількох пачок помилок.

<u>Ітеративні коди.</u>

Ітеративні коди різняться тим, що операції кодування проводяться над сукупністю символів, розміщених по декількох координатах. Загальна кількість інформаційних символів у такому коді

$$k = \prod_{w=1}^{q} k_w ,$$

де k_w - кількість інформаційних символів по координаті *w; q* - кількість координат.

У загальному випадку кожний інформаційний символ входить одночасно в q різних кодових комбінацій. Комбінації інформаційних символів по кожній з координат кодуються будь-яким лінійним кодом. Ітеративний код, що отримується, також є лінійним.

Загальна кількість символів у кодовій комбінації

$$n = \prod_{w=1}^{q} n_w ,$$

де n_w - загальна кількість символів по координаті w.

Мінімальна кодова відстань для ітеративного коду

$$d_{\min} = \prod_{w=1}^{q} d_{\min w} ,$$

де $d_{min\ w}$ - мінімальна кодова відстань для лінійного коду по координаті w.

Найпростішим з ітеративних кодів є двовимірний код з перевіркою на парність по рядках і стовпцях. Перевірні символи розташовуються в крайньому правому стовпці і нижньому рядку. Їх значення вибираються такими, щоб суми одиниць в кожному рядку і кожному стовпці були парними. Передача однієї комбінації ітеративного коду звичайно відбувається по рядках послідовно - від першого рядка до останнього.

Перевірка на парність також проводиться послідовно по рядках.

Цей код є найпростішим ітеративним кодом з d_{min}=4. Він виявляє усі помилки непарної кратності, двократні помилки, а також будь-яку пачку помилок довжиною w+1 і менше, де w - довжина рядка.

Процедура виправлення помилок проста. Якщо не виконується перевірка на парність символа, що знаходиться на перетині i-го рядка та j-го стовпця, то символ змінюється на зворотний.

Багатовимірні ітеративні коди з кількістю координат q>2 поки не набули великого поширення.

Недоліком ітеративних кодів з перевірками на парність по рядках і стовпцях є їх порівняно висока надмірність, яка становить 15...20% і значно перевищує іншими рівними умовами надмірність циклічних кодів. Крім того, ітеративний код не здатний виправити всі помилки кратності t_u=2d_{min}+1. Дійсно, наприклад, при ітерації двох кодів

Хеммінга з $d_{min}=3$, що забезпечують виправлення однократних помилок, виходить код з $d_{min}=3\times3=9$, який повинен виправляти чотирикратні помилки з розташуванням спотворених символів у вершинах прямокутника.

Рекурентні коди.

Циклічні коди дозволяють виявляти та виправляти як одиничні та подвійні помилки, так і пачки помилок. Однак практичне застосування цих кодів для виправлення пачок помилок ускладнене тим, що при не дуже великій надмірності довжина кодових комбінацій значно перевищує довжину пачок. У цьому відношенні більш зручними є рекурентні коди.

Рекурентні (безперервні) коди відрізняються тим, що у них операції кодування та декодування проводяться безперервно над послідовністю символів без розподілу їх на блоки.

Ці коди призначені в основному для виправлення пачок помилок. Формування перевірних символів здійснюється шляхом складання двох або більше інформаційних символів, зміщених один відносно іншого на певну відстань t, яку називають кроком складання.

Довжина пачки помилок, що виправляється рекурентним кодом l, залежить від кроку складання t і визначається з умови

$$h=2t.$$

Мінімальна необхідна відстань між пачками помилок, при якій забезпечується виправлення всіх помилок у пачці довжиною h,

$$a=6t+1.$$

З усіх рекурентних кодів найбільшого поширення набув так званий ланцюговий код, відмінний гранично простими методами кодування й декодування.

У ланцюговому коді кожний перевірний символ формується шляхом складання за модулем два двох інформаційних символів, віддалених один від одного на крок складання t.

Позначаючи послідовність інформаційних символів через $a_0a_1a_2..$ $a_ta_{t+1}..$ $a_{2t}a_{2t+1}...$,. отримаємо таку послідовність перевірних символів для ланцюгового коду: $b_0=a_0+a_t$; $b_1=a_1+a_{t+1}$; ... $b_t=a_t+a_{2t}$; $b_{t+1}=at_{+1}+a_{2t+1}$.... У загальному потоці символів ланцюгового коду між кожними двома інформаційними символами вміщується один перевірний: $a_0b_0a_1b_1a_2b_2$.. $a_tb_ta_{t+1}$.. $a_{2t}b_{2t}a_{2t+1}b_{2t+1...}$

Оскільки кількість перевірних символів, сформованих за деякий час, дорівнює кількості інформаційних символів, що поступили за той же час, то надмірність ланцюгового коду дорівнює 0,5.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Беннетс Р.Дж. Проектирование тестопригодных логических схем. - М.: Радио и связь, 1990. - 176 с.

2. Давыдов П.С. Техническая диагностика радиоэлектронных устройств и систем. - М.: Радио и связь, 1988. - 256 с.

3. Кондратьев В.В., Махалин Б.Н. Автоматизация контроля цифровых функциональных модулей модулей. - М.: Радио и связь, 1990. - 152 с.

4. Лихтциндер Б.Я. Внутрисхемное диагностирование узлов радиоэлектронной аппаратуры. - К.: Техніка, 1988. - 168 с.

5. Цербст М. Контрольно-измерительная техника. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 320 с.

6. Пашковский Г.С. Задачи оптимального обнаружения и поиска отказов в радиоэлектронной аппаратуре. - М.: Радио и связь, 1981. - 280 с.

7. Кузьмин И.В., Кедрус В.А. Основы теории информации и кодирования. - К.: Вища шк., 1986. - 238 с.

8. Ксенз С.П. Диагностика и ремонтопригодность радиоэлектронных средств. - М.: Радио и связь, 1989. - 248 с.

9. Морозов В.К., Долганов А.В. Основы теории информационных сетей. - М.: Высш. шк., 1987. - 271 с.

10. Иыуду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем: Учеб. пособие. - М.: Высш. шк., 1989. - 216 с.

ЗМІСТ

Дергачов Володимир Андрійович
Савельєв Анатолій Семенович
Анікін Андрій Миколайович

ЗАСОБИ ПІДВИЩЕННЯ КОНТРОЛЕПРИДАТНОСТІ
ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Редактор С.П. Гевло

Зв. план, 2006
Підписано до друку 03.10.2006
Формат 60x84 1/16. Папір офс. № 2. Офс. друк.
Ум. друк. арк. 3,8. Обл.-вид. арк. 4,31. Наклад 100 прим.
Замовлення 512. Ціна вільна

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
http://www.khai.edu
Видавничий центр "ХАІ"
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu