

681.5

К 76

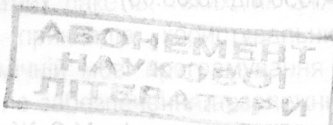
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Інститут інноваційних технологій та змісту освіти
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"

М.Д. Кошовий, А.Г. Михайлов

ТЕОРІЯ І ПРАКТИКА ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Рекомендовано

Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів
спеціальностей «Комп'ютерні інформаційні управляючі системи
та технології», «Системи управління та автоматики»,
«Метрологія та вимірювальна техніка»
вищих навчальних закладів



168175 м
**НАУКОВО-ТЕХНІЧНА
БІБЛІОТЕКА**

Національного аерокосмічного
університету ім. М.Є.Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Харків "ХАІ" 2009

УДК 681.518; 621.391 (075)

Кошовий М.Д. Теорія і практика планування експериментів: навч. посібник / М.Д. Кошовий, А.Г. Михайлов. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т "Харк. авіац. ін-т", 2009. - 155 с.

ISBN 978-966-662-179-8

Розглянуто особливості дослідження технічних об'єктів з точки зору теорії планування експериментів. Описано алгоритми моделювання статичних і динамічних експериментів, викладено принципи побудови математичних моделей інформаційно-вимірювальних систем.

Наведено приклади дослідження систем з використанням стандартних пакетів STATGRAPHICS, MATLAB, СДЕППР, АПЕ, а також призначених для користувача розробок на алгоритмічній мові програмування Паскаль.

Для студентів заочної й денної форм навчання вищих навчальних закладів технічних спеціальностей, що вивчають інформаційно-вимірювальні системи.

Іл. 20. Табл. 13. Бібліогр.: 32 назви

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. І.О. Фурман,
д-р техн. наук, проф. І.В. Руженцев,
д-р техн. наук, проф. С.І. Кандрашов

Гриф надано Міністерством освіти і науки України
(лист №14/18 – Г-1050 від 13.05.08)

ISBN 978-966-662-179-8

© Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут", 2009 р.

ВСТУП

Різні етапи дослідження, синтезу і аналізу систем нерозривно пов'язані з процесом побудови математичних моделей з метою забезпечення кращої наочності й з'ясування механізму явищ, що відбуваються в об'єктах інформаційно-вимірювальних систем.

Теорія планування експерименту (ТПЕ) – галузь науки, що застосовується в цей період для вирішення широкого кола задач, в числі яких знаходяться такі важливі для нашої галузі, як оптимізація процесів і побудова інтерполяційних моделей.

Оснoву ТПЕ становить математична статистика (пасивні експерименти повністю базуються на ній), яка, в свою чергу, оснований на теорії ймовірностей. Остання пов'язана з ТПЕ через значення вихідних параметрів експериментальних установок. Експериментальні дослідження постійно супроводжують будь-який дослідницький процес, у тому числі й в комп'ютерній галузі. Найбільше практичне значення має оптимізація процесів, або планування екстремальних ситуацій. При цьому завжди задається набір вхідних і керівних характеристик, які контролюються певним набором статистичних значень, що отримуються при експерименті.

У цьому посібнику основна увага приділена особливостям побудови алгоритмів планування статичних і динамічних експериментів інформаційно-вимірювальних систем, необхідної для ідентифікації процесів технічних об'єктів на ЕОМ.

Наведено приклади дослідження систем. Реалізація розглядуваних алгоритмів передбачена в інтегрованих середовищах стандартних пакетів, таких, як STATGRAPHICS, MATLAB, а також у вигляді прикладів користувальницьких програм, розроблених на алгоритмічній мові програмування PASCAL, що робить опрацьоване програмне забезпечення незалежним від конфігурації використовуваної ЕОМ.

1. РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ

Вважається, що знань можна набути двома шляхами: емпіричним і евристичним.

Емпіричний - це такий рівень знання, зміст якого отримано дослідним шляхом (спостереженням або експериментуванням). На цьому рівні фіксуються якості й властивості об'єкта, що вивчається. Дані спостережень і експериментів утворюють емпіричну основу теоретичного дослідження.

Евристичний, або теоретичний, рівень знання спирається на абстрактне мислення, для якого початковим пунктом дослідження є результати, отримані в ході почуттєвого сприйняття.

Теоретичний рівень надбудовується над емпіричним і має чітку спрямованість - пояснення об'єктивної реальності. Однак теорія будується таким чином, що вона безпосередньо описує не навколишню дійсність, а ідеальні об'єкти.

Необхідність в емпіричних знаннях часом є причиною поділу наук на експериментальні й теоретичні, хоча на практиці неможливо із експериментальних дисциплін повністю виключити теорію, а із теоретичних вилучити будь-яку згадку про експеримент. Для емпіричних знань характерне те, що вони є результатом безпосереднього контакту з живою реальністю в спостереженні або експерименті. Реальні об'єкти, в зв'язку зі складністю всебічного дослідження механізму їх функціонування, як правило, не підлягають суворому математичному опису, що приводить до необхідності проведення натурних, або імітаційних, експериментів. Саме експеримент часто є критерієм істини.

Існує два способи емпіричного дослідження складних систем: спостереження, або пасивні дослідження, і активний експеримент.

Спостереження - цілеспрямоване сприйняття об'єкта без активного втручання в його поведінку. Дослідник повинен пасивно чекати природного прояву необхідних ефектів у поведінці об'єкта, що значно збільшує час збору необхідної інформації.

Щоб спостереження було плідним, воно повинно дбати про досягнення поставленої мети; бути цілеспрямованим, таким, що фіксує тільки характеристики об'єкта, що цікавлять спостерігача, і вести активний пошук цих характеристик; планомірним і систематичним, тобто

враховувати завдання дослідження й можливості сприйняття об'єкта в різних умовах його функціонування.

Будь-якому запланованому спостереженню властиві обмеження, зумовлені пасивністю спостерігача відносно об'єкта. При проведенні пасивного експерименту зазвичай порушуються основні передумови, що забезпечують отримання незалежних оцінок параметрів моделей і гарантують високу ефективність статистичних критеріїв, що використовуються при аналізі.

Отримані в ході пасивного експерименту дані містять недостатньо корисної інформації, погано інтерпретуються, а самі спостереження дуже часто не можуть бути реалізовані через значну тривалість часу збору необхідної інформації й випадковий характер устанавлення набору вхідних величин, що впливають на об'єкт, які цікавлять дослідника.

Експеримент - це вид діяльності, що використовується з метою наукового пізнання, відкриття об'єктивних закономірностей і характеристик об'єктів, який полягає в планомірному впливі на об'єкт, що вивчається, або процес за допомогою спеціальних методів, інструментів і приладів.

Експеримент дозволяє: ізолювати явище, що вивчається, від подібних, неістотних і таких, що затемнюють його суть, явищ, вивчати його в чистому вигляді; багаторазово відтворювати хід процесу в суворо фіксованих, що піддаються контролю, умовах; планомірно змінювати, варіювати, комбінувати різні умови з метою отримання шуканого результату [1, 2].

Існує й інше визначення експерименту: експеримент – це суворі послідовність заздалегідь визначених дій, спрямованих на досягнення мети, - отримання чисельних значень деякої множини величин, що являють собою результат експерименту.

Експеримент повинен мати властивість відтворюваності, тобто повторюваності результатів. Часто експеримент є єдиним ефективним інструментом наукових досліджень.

Будь-який експеримент, якою б складною не була уява про нього, завершується результатами, формулюванням висновків, прийняттям рішень і, можливо, наданням рекомендацій іншим дослідникам. Ця інформація може бути подана у вигляді таблиць, графіків, математичних формул або словесних описів, тому дослідник повинен володіти

математичним апаратом, уміти викласти результати досліджень, робити правильні висновки і приймати обґрунтовані рішення.

Для проведення експерименту необхідна модель об'єкта, а для уточнення параметрів моделі потрібен експеримент. Відносини між експериментом і моделлю двоякі. З одного боку, експеримент дозволяє перевірити і за необхідності уточнити модель, тобто є джерелом інформації для моделювання. З іншого боку, модель диктує, який саме експеримент потрібно провести, тобто модель служить джерелом інформації для організації експерименту.

Для отримання інформації про об'єкт, що цікавить дослідника, необхідно виконати вимірювання, тобто деяку алгоритмічну операцію, яка даному спостережувальному стану об'єкта, процесу або явищу ставить у відповідність певне позначення - число, символ, номер. Потрібна інформація одержується з результатів вимірювання шляхом їх перетворень, або, як ще кажуть, за допомогою оброблення експериментальних даних.

З постановкою і проведенням експериментів фактично пов'язана історія розвитку людства загалом. Однак у більшості випадків ці роботи проводилися хаотично, на рівні інтуїції й попереднього досвіду, тому коефіцієнт корисної дії їх виявлявся досить низьким. Якщо врахувати, що вартість одного експерименту, як правило, вельми висока, то неважко уявити собі, скільки коштувало людству проведення науково не спланованих експериментів. Особливо це важливо при дослідженні складних систем, поведінка яких залежить від великої кількості факторів.

Дуже часто характеристики об'єкта дослідження, які необхідно визначити в ході експерименту, виявляються недоступними для безпосереднього вимірювання. Проведення експерименту вважається "мистецтвом, якому можна навчитися, але якому не можна навчити" [2]. Деякі експериментатори, маючи вельми скудні й недостовірні дані, здатні відкрити нові важливі принципи, тоді як інші навіть при вичерпному дослідженні лишають без уваги очевидні факти. І, хоча мистецтву робити відкриття не можна навчитися, навчити мистецтву підготовки до відкриттів все ж можливо. Можна навчити виключати або враховувати випадкові впливи навколишнього середовища, планувати експерименти і визначати порядок зміни умов проведення експерименту, оцінювати помилки, перевіряти отримані дані й представляти їх у впорядкованому і наочному вигляді.

Одним з основних завдань планування експерименту є оптимальне розташування експериментальних точок у відведеній для експерименту області факторного простору. Найважливішою умовою наукового експерименту є мінімізація загального числа дослідів, витрат і часових ресурсів, при цьому зменшення кількості дослідів не повинне істотно відбиватися на якості отриманої інформації. Для побудови плану експерименту останнім часом широко використовується математичне планування – могутній інструмент статистичного дослідження й оптимізації складних систем. Виключаючи сліпий пошук, наукові методи планування значно скорочують число дослідів, а отже, й терміни проведення експерименту і витрати на нього, дають можливість дістати кількісні оцінки параметрів моделі.

Теорія планування експериментів, що мають різні властивості, являє собою самостійну дисципліну, яку розвивають багато вчених. Початок теорії планування експериментів – 1918 рік, коли з'явилася перша робота Р. Фішера, присвячена розробленню методу планування дисперсійного аналізу. Відтоді ця теорія перетворилася в широко розгалужену і самостійну наукову дисципліну, що має виключно широку сферу практичного застосування. Методи планування експерименту універсальні, тобто придатні для більшості галузей дослідження - хімії, хімічної технології, матеріалознавства, промисловості, сільського господарства, медицини, біології, соціології, економіки, електроніки, радіотехніки, автоматики, обчислювальної техніки та ін.

Предметом теорії планування експерименту є вирішення завдання планування експериментів, що передбачає включення в практику дослідника способів, що дозволяють збільшити ефективність спостережень, надійність оцінок статистичних висновків, наочність інтерпретації результатів.

Завдання планування експерименту в тому чи іншому обсязі вирішуються при проведенні будь-якого експериментального дослідження. При плануванні експерименту необхідно спочатку визначити мету експерименту і показники його якості, вказати характеристики плану і побудувати модель експерименту, вибрати критерії оптимальності плану і встановити обмеження на показники якості дослідження. Для побудови оптимального плану найчастіше не потрібне проведення розрахунків, план можна підібрати із каталогів.

Організація і проведення експериментального дослідження потребує застосування особливих методів планування експерименту, тобто процедури вибору числа дослідів, необхідних і достатніх для вирішення задачі з необхідною точністю або статистичною надійністю, умов постановки дослідів, методів математичної обробки результатів і методів теорії прийняття рішень.

Таким чином, після того, як вибрано модель об'єкта і сформульовано мету дослідження, необхідно спланувати експеримент, тобто: вибрати методи вимірювань величин, за допомогою чого безпосередньо вимірюються і можливі типи засобів вимірювань; дати апіорну оцінку похибок вимірювань; сформулювати вимоги до метрологічних характеристик засобів вимірювань і умов вимірювання; вибрати засоби вимірювань відповідно до вказаних вимог; вибрати параметри вимірювальної процедури – координати точок області експерименту, числа спостережень для кожної точки плану, моментів часу вимірювання, послідовності проходження точок плану; підготувати засоби вимірювання до проведення експерименту; забезпечити умови проведення експерименту. Експеримент необхідно реалізувати таким чином, щоб при мінімальній кількості дослідів, варіюючи значення незалежних змінних за спеціально сформульованими правилами, побудувати математичну модель і знайти значення факторів, що забезпечують оптимальне функціонування системи. Залежно від поставленого перед дослідником завдання можуть застосовуватися різні моделі. У задачах ідентифікації об'єкта використовують моделі регресійного аналізу, причому залежність функції мети від факторів може бути подана у вигляді будь-якої монотонної функції або полінома відповідного порядку. При цьому можливі декілька ситуацій, від яких залежить мета експерименту: структура або тип моделі відомі й результати експерименту використовуються для знаходження оцінок коефіцієнтів – параметрів моделі; для опису об'єкта може бути використано декілька моделей, і потрібно вибрати кращу з них і оцінити її параметри; модель об'єкта, що вивчається, заздалегідь невідома, і в результаті експерименту потрібно найкращим чином підібрати опис, гіпотезу про структуру якого можна висунути в ході експерименту.

Перші дві ситуації є досить визначеними і можуть бути вирішені застосуванням відповідних стратегій організації експерименту. Розв'язання задачі в умовах невизначеності типу моделі неоднозначне й

ускладнене, оскільки висування гіпотези про вигляд моделі за результатами експерименту може призвести до прийняття неправильного розв'язку.

Відповідно до теорії систем будь-яку систему можна подати у вигляді «чорного ящика», на який впливають вхідні фактори X , або регресори. Спостереження за такою системою здійснюється за оціненими значеннями $\tilde{Y}$, що включають як вектор відклику Y , так і помилку $V(t)$.

На рис. 1.1 подано систему з адитивною помилкою.

Припустимо, що перетворення з X у Y здійснює оператор $A[\cdot]$. Визначення параметрів оператора $A[\cdot]$ є задачею ідентифікації.

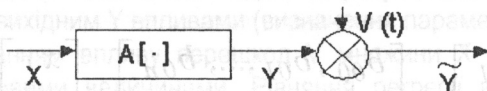


Рис. 1.1. Система з адитивною помилкою

За експериментальними даними X , Y дослідник може побудувати ламану лінію, яка називається лінією регресії (рис. 1.2).

Залежно від вибраної гіпотези H структурної ідентифікації дослідник може вибрати відповідний вигляд моделі (статичний або динамічний) в різних математичних поданнях (поліноміальному, експоненціальному та ін.) [1 - 3].

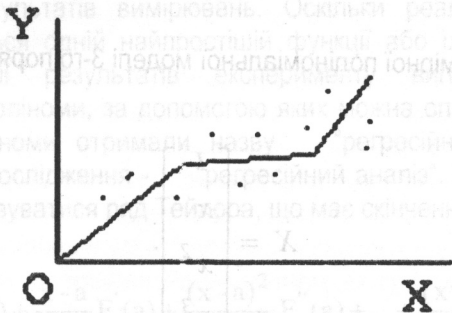


Рис. 1.2. Лінія регресії

1.1. Поліноміальна модель

Найбільш поширеним математичним уявленням є поліноміальна модель. Так, наприклад, лінійна модель системи другого порядку має вигляд

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

Багатовідкликова лінійна модель:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{00}, b_{01}, \dots, b_{0n} \\ b_{10}, b_{11}, \dots, b_{1n} \\ \dots \\ b_{n0}, b_{n1}, \dots, b_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}; \quad (1.1)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_n(t) \end{bmatrix}$$

Для одновимірної поліноміальної моделі 3-го порядку вектор

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}$$

Матриця В називається матрицею параметрів лінійного оператора $A[\cdot]$. Тоді для перетворення векторів загального вигляду

$$Y = A [B, X] \quad (1.2)$$

матрична лінійна модель має вигляд

$$Y = B \times X. \quad (1.3)$$

Оскільки нашим завданням є пошук матриці В параметрів моделі, то ідентифікація виконується за два етапи:

- 1) вибір гіпотези Н про тип досліджуваної системи і вигляду моделі;
- 2) побудова математичної моделі за результатами спостережень за вхідним X і вихідним Y впливами (визначення параметрів В).

З урахуванням впливу перешкод V множини X і Y можуть бути подані випадковими величинами. Рівняння регресії в цьому випадку визначиться як умовне математичне сподівання Y відносно X, а величина $M[Y/X] = \int y \cdot f(y/x) dx$ буде являти собою усереднену характеристику зв'язку X і Y і дозволить отримати найпростіший вигляд лінійної регресійної моделі:

$$y = a_0 + a_1 x.$$

1.2. Оцінювання результатів експериментів

У теорії планування експерименту найважливішою частиною є оцінювання результатів вимірювань. Оскільки реальні величини не підпорядковуються одній найпростішій функції або їхній сукупності, то при оцінюванні результатів експерименту вигідно використати апроксимуючі поліноми, за допомогою яких можна описати цю функцію. У ТПЕ ці поліноми отримали назву "регресійні поліноми", а їх знаходження і дослідження - "регресійний аналіз". Як базова функція може використовуватися ряд Тейлора, що має скінченне число членів:

$$F(x) = F(a) + \frac{x-a}{1!} F'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} F''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} F^{(n)}(a).$$

При експериментальних дослідженнях відомий тільки ряд значень функції, але не відомі її частинні похідні, тому замість апроксимуючого полінома Тейлора в його початковому вигляді використовується аналогічне поліному Тейлора рівняння регресії

$$\hat{Y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_{i,1} x_i + \sum_{i,j=1}^k b_{i,j} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{i,i} x_i^2 + \sum_{i,j,n=1}^k b_{i,j,k} x_i x_j x_n + \dots + \sum_{i=1}^k b_{i,i} x_i^k,$$

де k - число стовпців у матриці планування.

Для експериментального отримання лінійної регресійної моделі використовується факторний експеримент першого порядку:

$$\hat{Y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i.$$

У цьому випадку буде $k+1$ невідомих коефіцієнтів b , а отже, буде достатньо $k+1$ дослідів. При визначенні коефіцієнтів регресії повинні виконуватися необхідні й достатні умови:

1. Результати вимірювань вихідної величини Y в N точках факторного простору є реалізацією нормально розподіленої величини.
2. Дисперсії реалізації у всіх точках факторного простору повинні бути однакові, тобто дисперсія не залежить від абсолютного значення величини і від напряму обходу факторного простору.
3. Вхідні змінні (фактори) – це незалежні величини, які вимірюються з нескінченно малою помилкою відносно помилки вихідної величини.

Для визначення того, наскільки адекватна ця модель об'єкту, будемо використовувати критерії адекватності, про які піде мова в наступних розділах. При невиконанні умов необхідно розширювати кількість точок експерименту доти, доки умови не будуть виконані.

Одним із найпоширеніших методів визначення параметрів моделі за статистичними експериментальними даними є метод найменших квадратів.

1.3. Метод найменших квадратів при лінійній парній залежності

Нехай є N пар спостережень (x_i, y_i) , причому x_i - фіксоване значення вхідної величини. Цьому набору відповідає деяке поле кореляції. Необхідно добрати лінію регресії вигляду $\hat{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x$, яка б найкращим чином описувала поведінку об'єкта. Як уже зазначалося, через наявність похибки вимірювання спостережувані значення вихідної величини $\tilde{y}_i$ також будуть випадковими.

Для оцінювання коефіцієнтів регресії a_0 і a_1 використовують метод найменших квадратів (МНК), який дозволяє мінімізувати суму квадратів різниці відхилень експериментальних даних $\tilde{y}_i$ і розрахункових значень, отриманих на основі рівняння регресії $\hat{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x$.

Ідея МНК полягає в мінімізації функції:

$$Q = \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i - y_i)^2 \rightarrow \min. \quad (1.4)$$

Для лінійної парної залежності маємо

$$Q = \sum_{i=1}^N [\tilde{y}_i - (a_0 + a_1 x_{i1})]^2 \rightarrow \min. \quad (1.5)$$

При знаходженні коефіцієнта необхідно взяти частинні похідні $\frac{\partial Q}{\partial a_i}$ і прирівняти їх до нуля.

Отримаємо систему рівнянь, що називається системою нормальних рівнянь. Число цих рівнянь відповідає числу невідомих. Введемо фіктивну змінну $x_0 = 1$ і помножимо на неї a_0 . Одержимо таку систему:

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = -2 \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i - b_0 x_{i0} - b_1 x_{i1}) x_{i0} = 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b_1} = -2 \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i - b_0 x_{i0} - b_1 x_{i1}) x_{i1} = 0. \quad (1.7)$$

Оцінки коефіцієнтів регресії, що задовольняють МНК, можна знайти із співвідношення

$$b_0 = A_0 / A_i; \quad b_1 = A_1 / A_i,$$

де A – головний визначник системи (за умови, що x_0 – фіктивна змінна, що тотожно дорівнює одиниці),

$$A = \begin{vmatrix} N & \sum_{i=1}^N x_{i1} \\ \sum_{i=1}^N x_{i1} & \sum_{i=1}^N x_{i1}^2 \end{vmatrix} = N \sum_{i=1}^N x_{i1}^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_{i1} \right)^2; \quad (1.8)$$

A_i – доповнення;

$$A_0 = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i & \sum_{i=1}^N x_{i1} \\ \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i x_{i1} & \sum_{i=1}^N x_{i1}^2 \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i \sum_{i=1}^N x_{i1}^2 - \sum_{i=1}^N x_{i1} \tilde{y}_i \sum_{i=1}^N x_{i1};$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} N & \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i \\ \sum_{i=1}^N x_{i1} & \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i x_{i1} \end{vmatrix} = N \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i x_{i1}^2 - \sum_{i=1}^N x_{i1} \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i.$$

Отже,

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{y}_i \sum x_{i1}^2 - \sum x_{i1} \bar{y}_i \sum x_{i1}}{N \sum x_{i1}^2 - (\sum x_{i1})^2},$$

$$b_1 = \frac{N \sum_{i=1}^N \bar{y}_i x_{i1} - \sum x_{i1} \sum \bar{y}_i}{N \sum x_{i1}^2 - (\sum x_{i1})^2}.$$

1.4. Метод найменших квадратів при лінійній множинній залежності

У реальних об'єктах дослідження вихідна величина залежить від декількох вхідних факторів; в цьому випадку говорять про регресійну поверхню. Тоді вираз (1.5) можна записати так:

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \begin{vmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \dots \\ y_{in} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n} \\ b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2n} \\ \dots \\ b_{n1}, b_{n2}, \dots, b_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 \\ x_{i1} \\ \dots \\ x_{in} \end{vmatrix} \right\} \times \begin{vmatrix} 1 \leftarrow x_0 \\ x_{i1} \\ \dots \\ x_{in} \end{vmatrix} = 0. \quad (1.9)$$

Системи (1.4) і (1.5) зручно подати у вигляді N-вимірного добутку векторів (1.10). Використовуючи позначення лінійного оператора (1.3), останній вираз можна записати в скороченій формі:

$$\sum_{i=1}^N \{Y - B \times X\} \times X = 0. \quad (1.10)$$

Виходячи з властивостей системи нормальних рівнянь, на основі якої визначаються оцінки коефіцієнтів рівнянь регресії, для n факторів експерименту можна записати:

$$b_0 \sum_{i=1}^N x_{i0} x_{i1} + b_1 \sum_{i=1}^N x_{i1}^2 + \dots + b_l \sum_{i=1}^N x_{il} x_{ij} + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{il} x_{in} = \sum_{i=1}^N \hat{y}_i x_{i1};$$

$$b_0 \sum_{i=1}^N x_{i0} x_{in} + b_1 \sum_{i=1}^N x_{i1} x_{in} + \dots + b_l \sum_{i=1}^N x_{il} x_{in} + \dots + b_n \sum_{i=1}^N x_{in}^2 = \sum_{i=1}^N \hat{y}_i x_{in}.$$

Розв'язання цієї системи рівнянь дозволяє отримати значення оцінок коефіцієнтів b_i методом найменших квадратів.

Скористаємося матричною формою запису:

$$X = \begin{vmatrix} x_{10}, x_{11}, & \dots, x_{1j}, & \dots, x_{1n} \\ x_{20}, x_{21}, & \dots, x_{2j}, & \dots, x_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ x_{n0}, x_{n1}, & \dots, x_{nj}, & \dots, x_{nn} \end{vmatrix}$$

Інформаційна матриця $C = X \cdot X^T$ в цьому випадку буде квадратною з розмірністю $(n+1) \cdot (n+1)$:

$$C = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^N x_{i0}^2, & \sum x_{i0}x_{i1}, & \dots, & \sum x_{i0}x_{ij}, & \dots, & \sum x_{i0}x_{in} \\ \sum x_{i0}x_{i1}, & \sum x_{i1}^2, & \dots, & \sum x_{i1}x_{ij}, & \dots, & \sum x_{i1}x_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_{i0}x_{in}, & \sum x_{i1}x_{in}, & \dots, & \sum x_{ij}x_{in}, & \dots, & \sum x_{in}^2 \end{vmatrix}. \quad (1.11)$$

Для визначення матриці B оцінок МНК необхідно вираз (1.3) домножити на транспонований вектор X^T і обернену матрицю C^{-1} :

$$B \times C \times C^{-1} = Y \times X^T \times C^{-1},$$

$$B = Y \times C^{-1} \times X^T,$$

1.5. Однофакторний регресійний аналіз на базі системи Statgraphics

Серед найпоширенішого програмного забезпечення ТПЕ можна назвати інтегроване середовище SAS, яке дозволяє працювати в різних операційних системах Unix, Linux, Windows, а також прикладні програми, призначені для роботи під Windows Statistica, Statgraphics.

У цій системі регресійний аналіз виконується з використанням прикладної програми Statgraphics під операційною системою Windows. Statgraphics містить спадне меню, а також набір блоків і робоче поле меню. Бібліотеки організовані у вигляді дочірніх вікон. Основне керування виконується функціональними клавішами або "мишею".

Порядок роботи в системі Statgraphics

1. Активізувати кнопку «Пуск» і вибрати із меню послідовність програми Statgraphics. Із підменю вибрати рядок sgwin - мітку, відповідну exe-файлу. При цьому відкривається вихідне вікно системи Statgraphics (рис. 1.3) і з'являється повідомлення: «Welcome to StatWizard. The StatWizard can help you select the appropriate Statgraphics Plus analysis for collecting and analyzing your data».

**НАУКОВО-ТЕХНІЧНА
БІБЛІОТЕКА**

Національного аерокосмічного
університету ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

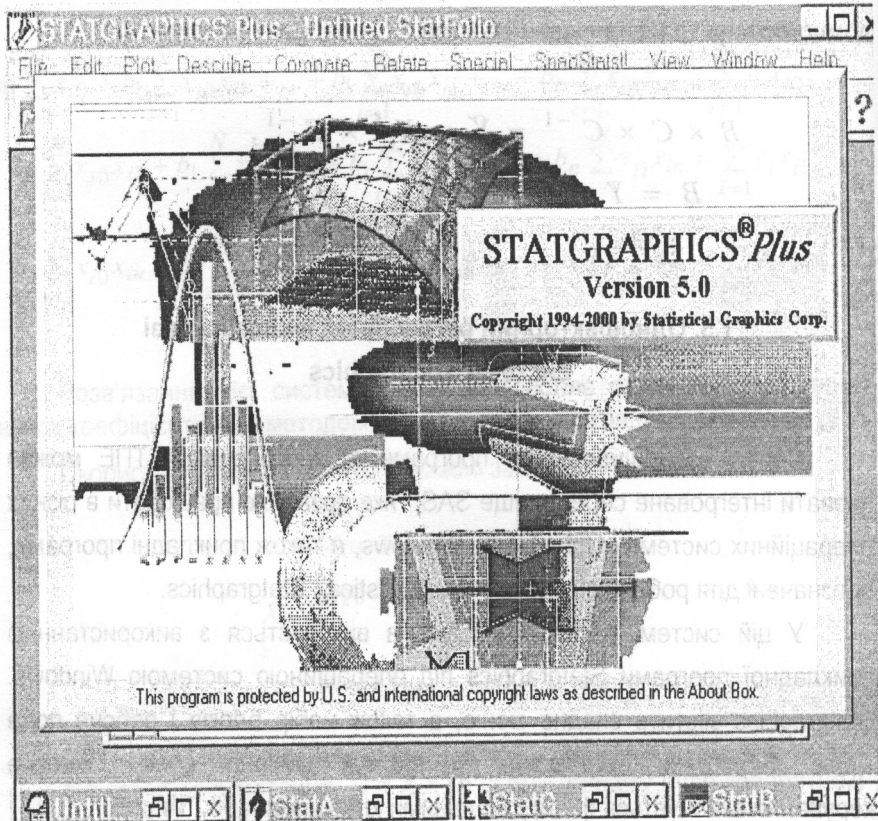


Рис. 1.3. Початкове вікно Statgraphics

Далі з'являється командне вікно (рис. 1.4), що дозволяє вибрати один із таких режимів:

- 1) аналіз існуючих даних;
- 2) планування нового експерименту;
- 3) проведення аналізу без урахування даних.

Для розв'язання наших завдань необхідно вибрати опцію аналізу існуючих даних, що приводить до відкриття вікна введення даних (рис. 1.5).

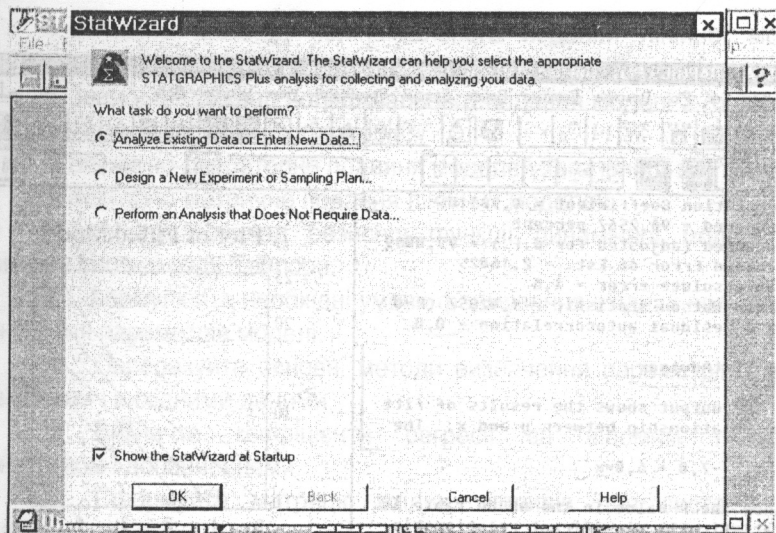


Рис. 1.4. Вікно вибору режимів Statgraphics

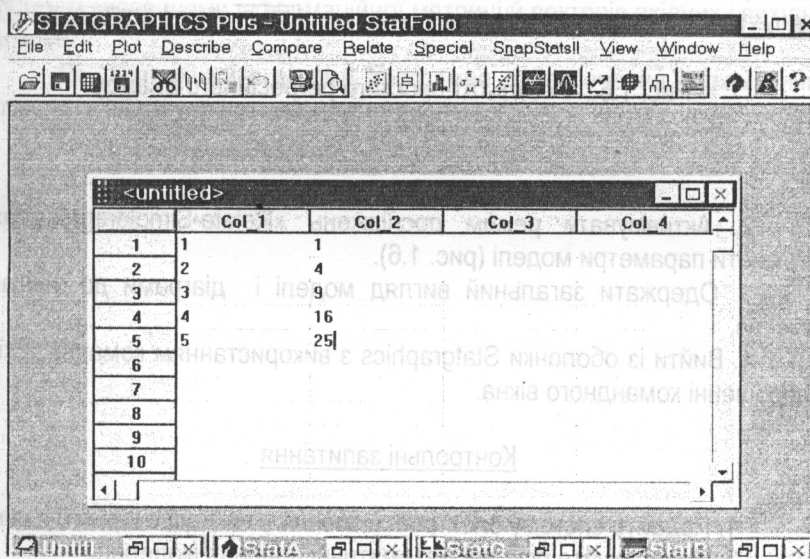


Рис. 1.5. Вікно введення даних Statgraphics

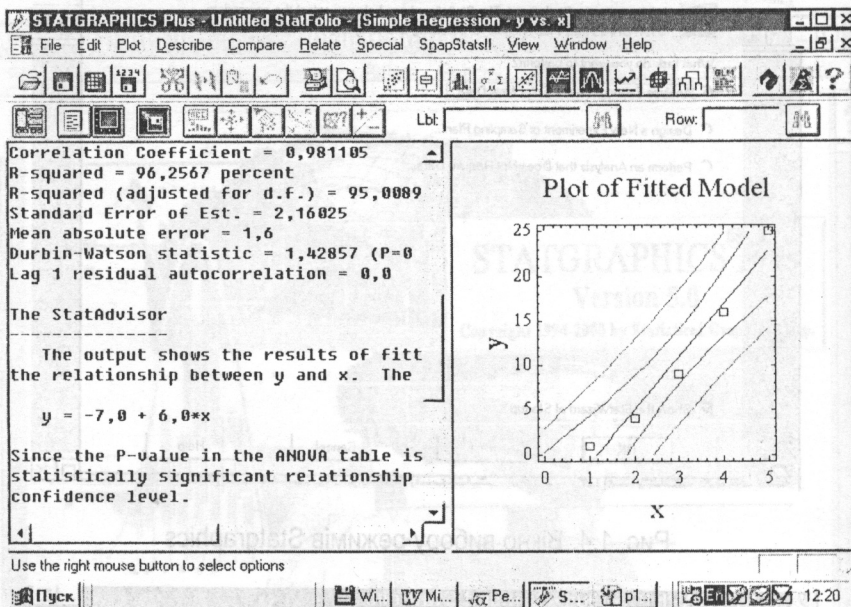


Рис. 1.6. Результат простого регресійного аналізу

2. Активізувати режим досліджень «Relate-Simpleregression» і отримати параметри моделі (рис. 1.6).

3. Одержати загальний вигляд моделі і діаграми до описаних об'єктів.

4. Вийти із оболонки Statgraphics з використанням команди Exit у запрошенні командного вікна.

Контрольні запитання

1. Подайте систему електроосвітлення у вигляді «чорного ящика».
2. Перерахуйте основні математичні подання моделей.
3. Перерахуйте основні типи моделей за характером процесів, що в них відбуваються.

4. Запишіть приклад поліноміального подання лінійної моделі розмірності 3-го порядку.
5. Запишіть приклад поліноміального подання моделі 2-го порядку з урахуванням квадратичних факторів.
6. Векторно-операторне подання моделей загального вигляду.
7. Векторно-матричне подання лінійних моделей.
8. Запишіть приклад базисної функції динамічної моделі 3-го порядку у вигляді ряду Тейлора.
9. Сформулюйте необхідні умови формування вхідних впливів для визначення параметрів моделі.
10. Перерахуйте основні методи визначення параметрів моделі за вхідними і вихідними даними.
11. Визначте коефіцієнти регресії за відомим головним визначником і доповненнями.
12. Сформуйте матрицю вхідних впливів для системи 3-го порядку.
13. Запишіть інформаційну матрицю для системи 3-го порядку.
14. Отримайте значення параметрів поліноміальної моделі за відомими значеннями інформаційної матриці й векторів вхідних і вихідних впливів.
15. Перерахуйте відоме програмне забезпечення математичної статистики і планування експериментів.

2. ПЛАНУВАННЯ І ОРГАНІЗАЦІЯ БАГАТОФАКТОРНОГО ВИМІРЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

2.1. Активний експеримент

Для збільшення результативності експерименту, який проводиться, його доцільно виконувати в певних точках, що відповідають найбільш характерним ділянкам вхідних впливів.

Виконання ідентифікації при цьому передбачає:

- 1) вибір раціональних моментів спостереження;
- 2) задання певних початкових умов;
- 3) подачу на вхід спеціального керівного сигналу.

Таким чином, проведення активного експерименту на основі деякого заздалегідь сформованого плану забезпечує активний вплив оператора на хід досліджень.

При активному експерименті для визначення параметра $A[\cdot]$ ставиться експеримент $X^T = [X_{10}, X_{20}, X_{30}, \dots, X_{N0}]$, при цьому $N \geq M$, M – очікуваний порядок моделі.

План експерименту подається у вигляді матриці плану:

$$E_{0N} = \left\{ \begin{array}{cccccc} X_{10} & X_{20} & X_{30} & \dots & X_{N0} \\ n_{10} & n_{20} & n_{30} & \dots & n_{N0} \end{array} \right\},$$

де n_{io} – початкові значення частки експерименту в кожному досліді. Ці значення можуть вибиратися у вигляді відносної величини

$$P_{io} = \frac{n_{io}}{N_0},$$

де N – загальне число експериментів.

Наприклад, для $N=3$ $P_{i0} = \frac{1}{3}$,

$$E(X, N) = \left\{ \begin{matrix} -1, & 0, & 1 \\ 1/3, & 1/3, & 1/3 \end{matrix} \right\}.$$

Зазвичай існує визначувана область X , допустима для точок експерименту $X_{i0} \in X$, а також область, в якій спостерігаються найкращі результати. Задачею активної ідентифікації є відшукування цієї області.

Основними критеріями при побудові плану експерименту є критерії ортогональності й рототабельності.

Критерій ортогональності

При плануванні потрібний вибір таких точок плану $E(X, B)$, при яких сума почленних добутоків будь-яких двох векторів-стовпців дорівнює нулю:

$$\sum X_i[j] \times X_i[\ell] = 0; j \neq \ell; j, \ell = 1 \dots k.$$

Використання цього критерію дозволяє отримати незалежні оцінки, а також спростити деякі обчислення.

Критерій рототабельності

В області планування точок експерименту необхідно здійснити їх вибір так, щоб точність прогнозу була однаковою в усіх напрямках на рівних відстанях від центра експерименту. Виконання цього критерію відповідає вимогам рівнозначності.

Ці критерії виконуються при повному факторному експерименті, який складений із множини точок в M -вимірному просторі (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Формування вектора X при ПФЕ

№ п/п	X_1	X_2	X_3
1	+1	+1	+1
2	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1
4	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1
6	-1	+1	-1
7	+1	-1	-1
8	-1	-1	-1

Якщо в багатофакторному експерименті використано всі можливі комбінації рівнів факторів, то такий експеримент називається повним факторним експериментом (ПФЕ). Залежність числа експериментів від числа факторів для лінійного рівняння регресії наведено в табл. 2.2.

Таблиця 2.2

Залежність числа експериментів від факторів

Число факторів K	Число невідомих параметрів	Число дослідів ПФЕ	Достатня кількість дослідів для визначення параметрів
3	4	8	2^{3-1}
4	5	16	2^{4-1}
5	6	32	2^{5-2}
6	7	64	2^{6-3}

Таким чином, ПФЕ включає 2^k дослідів, які при знаходженні коефіцієнтів для лінійної моделі можуть повністю не використовуватися. У принципі ПФЕ дозволяє знайти 2^k коефіцієнтів регресії при 2^k базисних функціях (для планів більш високого порядку). Перші $k+1$ базисні функції очевидні - вони становлять лінійну модель ($f_0=1$, $f_1=X_1$, $f_2=X_2$, $f_3=X_3$). Для подальших базисних функцій використовуємо нижченаведені значення функцій. Для квадратичної моделі трифакторного експерименту ПФЕ буде являти собою матрицю базисних функцій (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

ПФЕ для квадратичної моделі трифакторного експерименту

№ п/п	Параметри							
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_1X_3	$X_1X_2X_3$
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

2.2. Аналіз методів розроблення планів багатофакторного експерименту

Пошук оптимальних умов є однією з найпоширеніших науково-технічних завдань. Ці умови виникають в той момент, коли встановлено

можливість проведення процесу і необхідно знайти найкращі (оптимальні в деякому розумінні) умови його реалізації.

Метод планування експерименту - один з найефективніших методів, що дозволяє отримувати статистичні математичні моделі процесів, використовуючи факторне планування, регресійний аналіз і рух по градієнту [4 - 6].

Застосування планування експерименту робить поведінку експериментатора цілеспрямованою і організованою, істотно сприяє підвищенню продуктивності його праці і надійності отриманих результатів. Важливими достоїнствами методу є його універсальність, придатність в більшості галузей дослідження, що цікавлять сучасну людину.

Фактором називається вимірювана змінна величина, що набуває в деякий момент часу певного значення. Фактори відповідають способам впливу на об'єкт дослідження.

При плануванні експерименту зазвичай одночасно змінюються декілька факторів. Тому дуже важливо сформулювати вимоги, які ставляться до сукупності факторів. Передусім висувається вимога сумісності. Сумісність факторів означає, що всі їхні комбінації здійсненні й безпечні.

При плануванні експерименту важлива незалежність факторів, тобто можливість встановлення фактора на будь-якому рівні незалежно від рівнів інших факторів. Якщо ця умова нездійсненна, то неможливо планувати експеримент. Отже, обов'язкова умова - відсутність кореляції між факторами. Вимога некорельованості не означає, що між значеннями факторів немає ніякого зв'язку. Достатньо, щоб зв'язок не був лінійним.

Крім того, передбачають таке:

- множину визначальних факторів задано;
- кожен з факторів керований;
- результати дослідів відтворюються;
- досліді рівноцінні, тобто відмінністю у вартості можна знехтувати;
- розв'язується задача пошуку оптимальних умов (або в деяких випадках - інтерполяції);
- математична модель процесу заздалегідь не відома.

Питанням розвитку методу планування експерименту приділяється

досить велика увага у вітчизняній і зарубіжній науковій літературі. Розглянемо основні напрями цього розвитку.

Питанню автоматизації вибору планів дробового факторного експерименту присвячена робота, в якій розроблено ряд затверджень, покладених в основу алгоритму вибору плану дробового факторного експерименту. Створено алгоритми і програми, що реалізують процес автоматичного вибору на основі апіорної інформації плану дробового експерименту, який влаштовує дослідника, і синтезу його на ЕВМ. Застосування розроблених програм дозволяє не залучати для проведення експериментів операторів з високим ступенем кваліфікації [7].

Наступним важливим питанням є оцінювання адекватності лінійних регресійних моделей за допомогою виділення псевдопаралельних спостережень у наявній вибірці. Алгоритм повинен виконувати перевірку значущості й стохастичної незалежності залишків, а також значущості множинного коефіцієнта кореляції, дисперсії відтворюваності й дисперсії залишків.

Дослідженню алгоритму аналізу адекватності моделей з виділенням псевдопаралельних спостережень присвячена робота [8].

Властивості повного факторного експерименту

Матриця планування ПФЕ має такі основні властивості:

1. *Симетричність плану* відносно центра експерименту, тобто сума значень рівнів будь-якого фактора дорівнює нулю.

2. *Нормування плану* виражається як сума квадратів значень рівнів будь-якого фактора, що дорівнює числу N рядків матриці планування ПФЕ:

$$\sum_{j=1}^N x_j = 0; \quad \sum_{j=1}^N x_j^2 = 0.$$

3. *Ортогональність плану* визначається як сума попарних добутків значень рівнів будь-яких двох факторів (крім $j=u$), що дорівнює нулю:

$$\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N x_i x_j = 0.$$

4. *Рототабельність* плану визначає той факт, що точність прогнозу значень функції відклику однакова на рівній відстані від центра і не залежить від напрямку обходу.

Зазначимо, що властивості ортогональності й рототабельності взаємовиключні.

Визначення коефіцієнтів рівняння регресії

Після проведення дослідів в усіх точках факторного простору необхідно знайти коефіцієнти рівняння регресії. Для цього скористаємося методом найменших квадратів, тобто сума квадратичних різниць теоретичних і експериментальних даних повинна бути мінімальною:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \rightarrow \min;$$

$$\hat{Y}_i = \varphi(X_1, \dots, X_k, b_0, \dots, b_k);$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (\varphi(X_1, \dots, X_k, b_0, \dots, b_k) - Y_i)^2.$$

Після диференціювання отримаємо

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial b_0} = 2 \sum_{i=1}^n (\varphi(X_1, \dots, X_k, b_0, \dots, b_k) - Y_i) \frac{\partial \varphi}{\partial b_0} = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial \Phi}{\partial b_k} = 2 \sum_{i=1}^n (\varphi(X_1, \dots, X_k, b_0, \dots, b_k) - Y_i) \frac{\partial \varphi}{\partial b_k} = 0. \end{cases}$$

Для лінійної регресії при $k=2$ запишемо рівняння в повній формі:

$$\begin{cases} b_0 + \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i}\right)b_1 + \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}\right)b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i; \\ \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i}\right)b_0 + \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i}^2\right)b_1 + \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i}\right)b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i}Y_i; \\ \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}\right)b_0 + \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i}\right)b_1 + \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}^2\right)b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}Y_i. \end{cases}$$

Таким чином, отримано систему лінійних рівнянь з коефіцієнтами регресії як невідомих. Для її розв'язання можна скористатися методом Крамера.

Введемо підстановку для суми вхідних впливів:

$$\begin{cases} b_0 + m_{x1}b_1 + m_{x2}b_2 = m_y; \\ m_{x1}b_0 + a_1b_1 + a_2b_2 = a_{11}; \\ m_{x2}b_0 + a_2b_1 + a_3b_2 = a_{22}. \end{cases}$$

Отримаємо шукані параметри:

$$b_0 = \frac{\begin{vmatrix} m_y & m_{x1} & m_{x2} \\ a_{11} & a_1 & a_2 \\ a_{22} & a_2 & a_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & m_{x1} & m_{x2} \\ m_{x1} & a_1 & a_2 \\ m_{x2} & a_2 & a_3 \end{vmatrix}}; \quad b_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & m_y & m_{x2} \\ m_{x1} & a_{11} & a_2 \\ m_{x2} & a_{22} & a_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & m_{x1} & m_{x2} \\ m_{x1} & a_1 & a_2 \\ m_{x2} & a_2 & a_3 \end{vmatrix}}; \quad b_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & m_{x1} & m_y \\ m_{x1} & a_1 & a_{11} \\ m_{x2} & a_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & m_{x1} & m_{x2} \\ m_{x1} & a_1 & a_2 \\ m_{x2} & a_2 & a_3 \end{vmatrix}}.$$

2.3. Практичне використання планів ПФЕ в системі Statgraphics

У системі Statgraphics повний трифакторний експеримент проводиться в такому порядку.

1. Запустити прикладну програму Statgraphics і вибрати опцію "Планування нового експерименту".

2. Скласти матрицю планування для повного трифакторного експерименту з використанням додаткового нульового фактора ($X_0=1$) і заповнити таблицю кодованими значеннями X_1, X_2 і X_3 .

3. Перевірити властивості повного факторного експерименту: симетричність, нормування, ортогональність і рототабельність.

4. Провести імітаційний експеримент у всіх точках ПФЕ. Визначити значення функції відклику.

5. Активізувати режим досліджень, використовуючи функції Menu - Relate - Multiply Regressions, і отримати параметри моделі (рис. 2.1).

6. Отримати коефіцієнти b_0, b_1, b_2 рівняння регресії у вигляді $Y = b_0 X_0 + b_1 X_2 + b_2 X_2 + b_3 X_3$ (рис. 2.2).

7. Записати загальний вигляд моделі і зарисувати діаграми з коментарями до описаних об'єктів.

8. Зробити висновки з виконаної роботи. Вийти з оболонки Statgraphics з використанням команди Exit у запрошенні командного вікна.

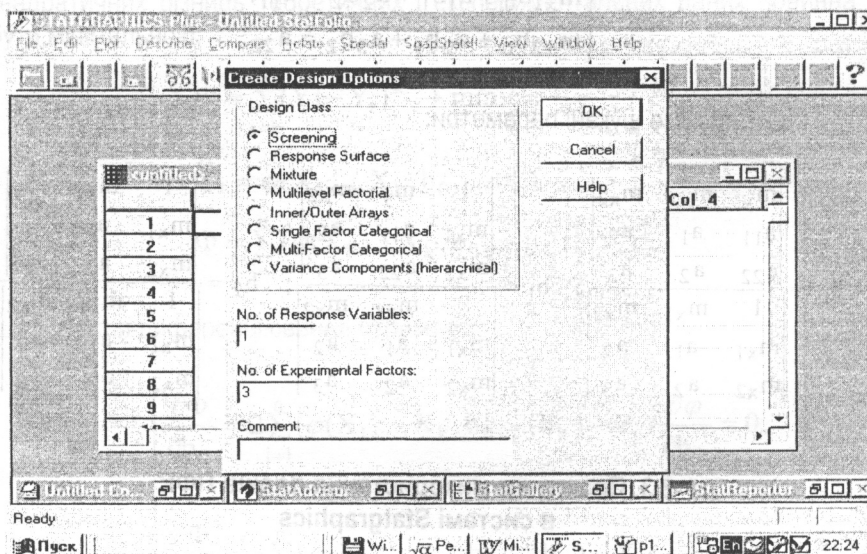


Рис. 2.1. Вибір режиму побудови нового експерименту

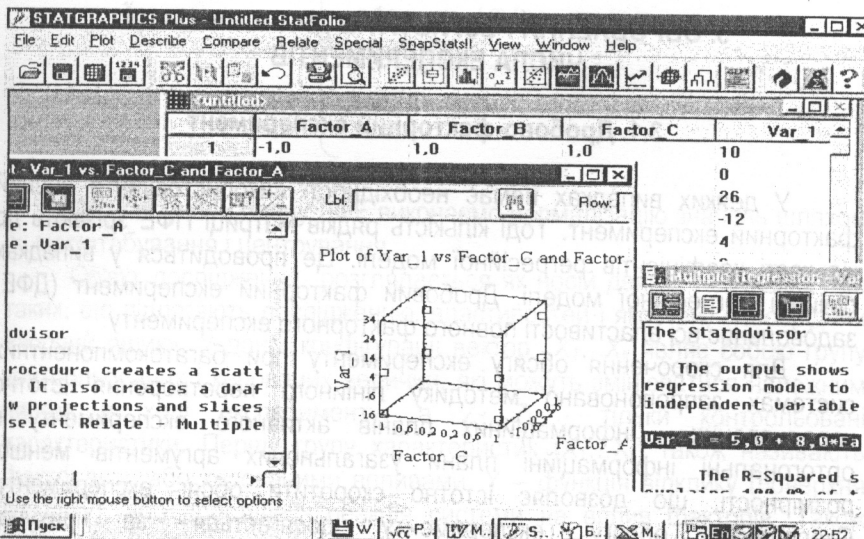


Рис. 2.2. Отримання графічних і числових результатів для ПФЕ

Контрольні запитання

1. Перерахуйте умови, необхідні для визначення коефіцієнтів регресії.
2. Дайте визначення повного факторного експерименту.
3. Опишіть відмінність активного експерименту від пасивного.
4. Сформуйте план ПФЕ для двовимірної моделі.
5. Визначте число експериментів ПФЕ для числа факторів, що дорівнюють 5, 7, 8, 9.

3. ОБРОБЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРИ МІНІМІЗАЦІЇ ЧИСЛА ЕКСПЕРИМЕНТІВ

3.1. Дробово-факторний експеримент

У деяких випадках немає необхідності використовувати повний факторний експеримент. Тоді кількість рядків матриці ПФЕ зрізають до кількості коефіцієнтів регресійної моделі. Це проводиться у випадках лінійної регресійної моделі. Дробовий факторний експеримент (ДФЕ) задовольняє всі властивості повного факторного експерименту.

Для скорочення обсягу експерименту при багатокомпонентних системах запропоновано методику лінійного перетворення істотно корельованих інформаційних планів активного експерименту в ортогональні інформаційні плани узагальнених аргументів меншої розмірності, що дозволяє істотно скоротити обсяг експерименту. Скорочення обсягу експерименту досягається за рахунок запропонованого в методиці способу ідентифікації точок векторного поля узагальнених аргументів відновлюваної функції регресії чисельними значеннями точок скалярного поля інгредієнтів багатокомпонентної системи [9].

Очевидно, що число дослідів швидко зростає зі збільшенням розмірності факторного простору.

Оскільки $N=2^k$, то при $K=3$ $N=8$ і вже при $K=7$ $N=128$. Для експерименту може бути взята тільки частина точок плану для прийнятного числа дослідів (див. табл. 2.2). Отримаємо дробово-факторний експеримент з числом експериментів $N=2^{k-d}$, де d - показник дробовості ДФЕ.

Приклад побудови ДФЕ

Розглянемо приклад експериментальних досліджень виробу, модель якого $A[B, X]$ згідно з гіпотезою H_1 являє собою лінійний тривимірний поліном $Y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3$.

Вхідні впливи $x_1 = U_{вх}$, $x_2 = U_{змш}$, $x_3 = t$ мають такий діапазон:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{ax} = (0...10)B; \\ U_{зміц} = (-1...+1)B; \\ t = (0...50)^{\circ}C. \end{array} \right.$$

Для побудови плану ДФЕ виконаємо нормалізацію значень шляхом їх масштабування і центрування.

Об'єкт дослідження розглядається як носій деяких невідомих або таких, що підлягають дослідженню, властивостей і якостей, - своєрідний «чорний ящик». У даній конфігурації вектор $X_1...X_k$ являє собою групу контрольованих і керованих величин, які можуть змінюватися належним чином в ході експерименту, а $Z_1...Z_k$ - тільки контрольовані характеристики. Першу групу характеристик ($X_1...X_k$) також називають факторами, або керованими впливами. Y - функція відклику (поверхня відклику), або простіше - реакція системи на вплив факторів. Також можна виділити і третю, не позначену на ідеальній моделі систему вхідних сигналів - шуми або перешкоди, які в реальному житті є не чим іншим, як помилками обслуговуючого персоналу, впливом зовнішнього середовища, похибками приладів і т.д. До цієї ж групи можна віднести вплив тих характеристик, які не можуть контролюватися ззовні або через їхню складність, або через незнання їхньої природи і неможливості їх контролювати.

Вихідне значення визначиться як $Y=U_{вих}$, а вектор вхідних впливів - параметрами $x_1 - x_3$.

Різні характеристики об'єктів мають різну фізичну природу, а отже, й розмірність, що ускладнює побудову експериментальної моделі. Тому на практиці значення факторів, які мають реальний фізичний зміст, нормують певним чином (зводять до певного раніше заданого набору значень). Для будь-якого фактора (набору значень) X існує нижній X_{min} і верхній X_{max} рівні зміни значень. Наведемо алгоритм нормування фактора.

Вибираємо масштаб і положення осей координат таким чином, щоб X_{min} відповідало -1, а X_{max} - +1.

Обчислюємо значення X_0 для цього фактора таким чином:

$$X_0 = \frac{X_{\max} + X_{\min}}{2}$$

Визначаємо інтервал зміни фактора:

$$dx = X_0 - X_{\min} = X_{\max} - X_0.$$

Знаходимо нормоване значення X_n для кожного фактора:

$$X_n = \frac{X - X_0}{dx}$$

Оскільки очікувана модель лінійна, то матрицю оцінок параметрів B можна отримати, розв'язавши рівняння $Y = B \times X$.

Для цього необхідно використати метод Гаусса розв'язання лінійних систем або МНК:

$$\sum (Y - B \times X) X = 0.$$

При відновленні реальних параметрів моделі слід виконати обернене масштабування:

$$b_i = mb_i + b_0^{\sim}.$$

Запишемо загальну формулу для обчислення параметрів математичної моделі:

$$b_i = \left(\sum_{j=1}^n x_{ij} x_j \right) / \left(\sum_{j=1}^n x_{ij}^2 \right).$$

Виберемо генеруюче співвідношення $x_3 = x_1 \cdot x_2$ для отримання стовпця x_3 . Тоді оцінки параметрів такі:

$$b_0 = (1 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 0 \cdot 1 - 1 \cdot 0 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 9) / 4 = 0;$$

$$b_1 = (1 \cdot 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot 9) / 4 = 1;$$

$$b_2 = (1 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-0 \cdot 1) + (-1) \cdot (-0 \cdot 1) + (-1) \cdot (1 \cdot 9)) / 4 = 1;$$

$$b_3 = (1 \cdot 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 - 1 \cdot 9) / 4 = 0.1.$$

Виконаємо перевірку:

$$Y_1 = 0 + 1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0.1 \cdot x_3 = 0 + 1 + 1 + 0.1 = 2.1;$$

$$Y_2 = 0 - 1 + 1 + 0.1 = 0.1.$$

Коефіцієнти знайдено правильно.

Отриманий план ДФЕ відрізняється такими властивостями:

1. Ортогональність:

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} x_{ik} = 0; j \neq k; \quad j, k = \overline{1, n};$$

$$\Sigma = (+1)(+1) + (-1)(+1) + (+1)(-1) + (-1)(-1) = 0;$$

$$\Sigma = (+1)(+1) + (+1)(-1) + (-1)(-1) + (+1)(-1) = 0;$$

$$\Sigma = (+1)(+1) + (-1)(-1) + (-1)(+1) + (+1)(-1) = 0.$$

Ортогональність показує розташування базисних векторів у просторі (рис. 3.1).

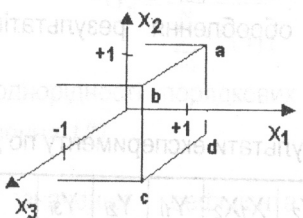


Рис. 3.1. Розташування базисних векторів і точок плану в просторі вхідних впливів

2. Симетричність:

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 0; j = \overline{1, n}.$$

3. Нормування:

$$\sum x_{ij}^2 = N = 4.$$

Отримані оцінки параметрів моделі описують міру впливу факторів x_1, x_2, x_3 на вектор відклику Y .

3.2. Оброблення результатів експериментів

Знаходження порядкової дисперсії

Припустимо, що в кожній точці факторного простору, якій відповідає один з рядків матриці планування, проводиться серія з m дослідів. Для будь-якої i -й точки обчислюємо середнє значення вихідної величини

$$y_i = \sum_{u=1}^m \frac{y_{iu}}{m} \quad (3.1)$$

і порядкову дисперсію вихідної величини

$$S^2\{y_i\} = \sum_{u=1}^m \frac{(y_{iu} - y_i)^2}{m-1}. \quad (3.2)$$

Розглянемо етапи оброблення результатів експерименту на прикладі (табл. 3.1).

Таблиця 3.1
Результати експерименту по ДФЕ

N_0 n/n	X_0	X_1	X_2	X_1X_2	Y_{1i}	Y_{2i}	Y_{3i}	Y_i	$S^2\{y_i\}$
1	+1	-1	-1	+1	21	17	24	20,7	12,3
2	+1	+1	-1	-1	45	43	47	45	4
3	+1	-1	+1	-1	5	8	7	6,7	2,3
4	+1	+1	+1	+1	28	27	29	28	1

Середнє значення вихідної величини Y_i в кожній точці знайдемо за формулою (3.1) при ($m = 3$):

$$Y_1 = (21+17+24)/3 = 20,7;$$

$$Y_2 = (45+43+47)/3 = 45;$$

$$Y_3 = (5+8+8)/3 = 6,7;$$

$$Y_4 = (28+27+29)/3 = 28.$$

Визначимо за формулою (3.2) порядкову дисперсію:

$$S^2\{y_1\} = [(21-20,7)^2 + (17-20,7)^2 + (24-20,7)^2] / 2 = 12,3;$$

$$S^2\{y_2\} = [(45-45)^2 + (43-45)^2 + (47-45)^2] / 2 = 4;$$

$$S^2\{y_3\} = [(5-6,7)^2 + (8-6,7)^2 + (7-6,7)^2] / 2 = 2,3;$$

$$S^2\{y_4\} = [(28-28)^2 + (27-28)^2 + (29-28)^2] / 2 = 1.$$

Перевірка однорідності за критерієм Кохрена

Серед всієї сукупності розрахованих порядкових дисперсій вибираємо максимальну $S^2\{y_{ij}\}_{\max}$ і беремо відношення цієї дисперсії до суми всіх порядкових дисперсій $S^2\{y_{ij}\}$, тобто визначаємо розрахункове значення коефіцієнта Кохрена:

$$G_p = \frac{S^2\{Y_i\}_{\max}}{\sum_{i=1}^N S^2\{Y_i\}}.$$

У разі ідеальної однорідності порядкових дисперсій коефіцієнт G_p прямував би до значення $1/N$.

Розрахункове значення коефіцієнта Кохрена порівнюємо з табличним значенням G -критерію, яке вибираємо з таблиць для прийнятого рівня значущості α і для чисел степеня вільності чисельника f_1 і знаменника f_2 відповідно:

$$f_1 = m - 1; f_2 = N.$$

Для цього значення f_1 знаходимо в горизонтальному заголовку таблиці, а f_2 вибираємо зліва у вертикальному заголовку таблиці, і на перетині набуваємо табличного значення G_T коефіцієнта Кохрена. Якщо виконується умова

$$G_p < G_T,$$

то всі порядкові дисперсії визнаються однорідними з вибраним рівнем статистичної значущості α (достовірність $p = 1 - \alpha$) В протилежному випадку гіпотезу відхиляють.

Визначимо розрахункове значення коефіцієнта

$$G_p = 12,3 / (12,3 + 4 + 2,3 + 1) = 0,43.$$

Відповідно до таблиці коефіцієнтів для $\alpha = 0,05$; $f_1 = 3 - 1 = 2$; $f_2 = 4$ знаходимо $G_T = 0,77$; $G_T > G_p$, тобто умова виконується.

Перевірка нуль-гіпотези за критерієм Стьюдента

Після перевірки однорідності переходимо до визначення оцінок коефіцієнтів за формулою

$$a_k = \sum_{i=1}^N \frac{y_{ik} x_{ik}}{N},$$

де k - номер вектор-стовпця.

У нашому прикладі маємо:

$$a_0 = (28 + 45 + 7 + 28) / 4 = 25.1;$$

$$a_1 = (-28 + 45 - 7 + 28) / 4 = 11.4;$$

$$a_2 = (-28 - 45 + 7 + 28) / 4 = -7.75;$$

$$a_{12} = (28 - 45 - 7 + 28) / 4 = -0.75.$$

Визначені таким чином коефіцієнти рівняння регресії необхідно оцінити на статистичну значущість. Оцінка проводиться за t -критерієм Стьюдента. Для кожного коефіцієнта a_k обчислюємо коефіцієнт рівняння регресії та перевіряємо відхилення від нуля знайденої оцінки:

$$t_k = \frac{|a_k|}{S\{a_k\}},$$

де $S\{a_k\}$ - оцінка середнього квадратичного відхилення похибки визначення коефіцієнта,

$$S\{a_k\} = \sqrt{S^2\{a_k\}}.$$

Оцінка дисперсії коефіцієнтів, знайдених за експериментальним даними:

$$S^2\{a_k\} = \frac{S^2_{\text{в}}}{N * m}.$$

Оцінка генеральної дисперсії відтворюваності $S^2_{\text{в}}$, що характеризує точність одного вимірювання, є середньою із всіх порядкових дисперсій:

$$S_{\text{в}}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{S^2\{y_i\}}{N}.$$

При вибраному рівні статистичної значущості α за таблицями розподілу Стюдента при числі степенів вільності $f = N (m - 1)$ визначаємо табличне значення коефіцієнта $t_{\text{табл}}$. Це значення порівнюємо з розрахунковим значенням коефіцієнта. Якщо виконується нерівність

$$t_{\text{табл}} > t_k,$$

то приймається нуль-гіпотеза, тобто вважається, що знайдений коефіцієнт a_k є статистично незначним і його потрібно виключити з рівняння регресії.

Для розглядуваного прикладу:

$$S^2_{\text{в}} = (12,3 + 4 + 2,3 + 1) / 4 = 4,92;$$

$$S^2\{a_k\} = 4,97 / (4 * 3) = 0,4; \quad S\{a_k\} = 0,64.$$

Визначимо розрахункові значення коефіцієнта Стюдента:

$$t_0 = 25,1 / 0,64 = 39,2; \quad t_1 = 11,4 / 0,64 = 17,8;$$

$$t_2 = 7,75 / 0,64 = 12,1; \quad t_{12} = 0,75 / 0,64 = 1,17.$$

З таблиць при рівні статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числі степенів вільності $f = 4 (3 - 1) = 8$ знайдемо табличне значення коефіцієнта $t_t = 2,3$. Зіставимо розрахункові значення t_k з табличним t_m . Нерівність виконується для t_{12} . Отже, можна передбачити, що a_{12} статистично незначущий і його можна виключити з рівняння регресії.

Рівняння регресії, що містить статистично значущі коефіцієнти, буде (в кодованій системі)

$$Y' = 25,1 + 11,4 x_1 - 7,7 x_2.$$

Перевірка адекватності за критерієм Фішера

Отримане рівняння регресії необхідно перевірити на адекватність досліджуваному об'єкту. Для цього оцінимо, наскільки відрізняються середні значення y_i вихідної величини, отриманої в точках факторного простору, і значення y_i' , обчислені з рівняння регресії в тих же точках факторного простору. Для цього використовуємо дисперсію адекватності:

$$S_{ад}^2 = \frac{m}{N - L} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i')^2,$$

де L - число значущих коефіцієнтів.

Адекватність моделі перевіряємо за F -критерієм Фішера:

$$F_p = S_{ад}^2 / S_{в}^2.$$

Знайдене розрахунковим шляхом F_p порівнюємо з табличним значенням F_m , яке визначається при рівні значущості α і числі степенів вільності $f_{ад} = N - L$ і $f_e = N(m - 1)$. Якщо

$$F_p < F_m,$$

то отримана математична модель з прийнятим рівнем статистичної значущості α адекватна експериментальним даним.

Для розглядуваного прикладу отримуємо:

$$Y'_1 = 25,1 + 11,4 (-1) - 7,75 (-1) = 21,45;$$

$$Y'_2 = 25,1 + 11,4 (+1) - 7,75 (-1) = 44,25;$$

$$Y'_3 = 25,1 + 11,4 (-1) - 7,75 (+1) = 5,95;$$

$$Y'_4 = 25,1 + 11,4 (+1) - 7,75 (+1) = 28,75.$$

Розрахуємо оцінку дисперсії адекватності:

$$S_{ад}^2 = 3[(20,7 - 21,45)^2 + (45 - 44,25)^2 + (6,7 - 5,95)^2 + (28 - 28,75)^2] / (4-3) = 3,38;$$

$$F_p = S^2_{ад} / S^2_{в} = 3,38 / 4,92 = 0,69.$$

Табличне значення коефіцієнта Фішера при рівні статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числі степенів вільності $f_{ад} = 4 - 3 = 1$ і $f_{в} = 4 (3-1)=8$ буде $F_m = 5,32$. Отже, при вибраному рівні статистичної значущості отримана в результаті експерименту модель $Y' = 25,1 + 11,4 x_1 - 7,7 x_2$ адекватна досліджуваному об'єкту.

3.3. Оброблення результатів дробово-факторного експерименту в прикладну програму Statgraphics

У системі Statgraphics оброблення результатів дробово-факторного експерименту проводиться в такому порядку.

1. Запустити прикладну програму Statgraphics і вибрати опцію "Планування нового експерименту" (рис. 3.2).

2. Скласти матрицю планування для повного трифакторного експерименту з використанням додаткового нульового фактора ($x_0 = 1$) і заповнити таблицю кодованими значеннями x_1, x_2 і x_3 .

3. Перевірити властивості дробово-факторного експерименту: симетричність, нормування, ортогональність і рототабельність.

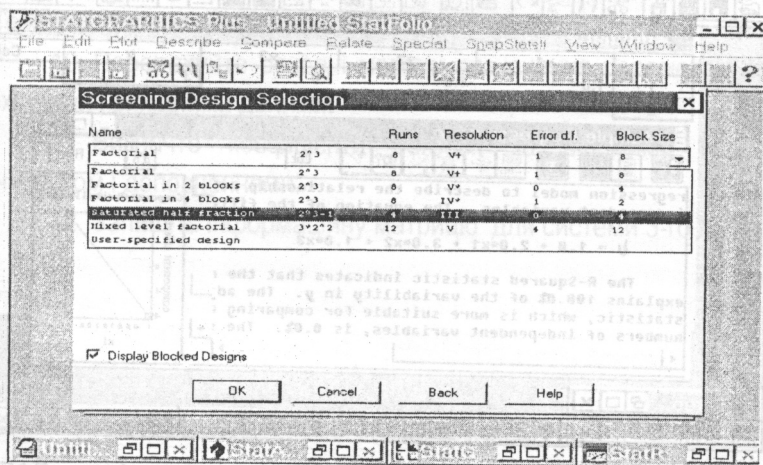


Рис. 3.2. Вибір режиму побудови нового експерименту

4. Провести імітаційний експеримент у всіх точках ДФЕ. Визначити значення функції відклику.

5. Активізувати режим досліджень, використовуючи функції Menu Relate Multiply Regressions, і отримати параметри моделі (рис. 3.3).

6. Отримати коефіцієнти b_0, b_1, b_2, b_3 рівняння регресії у вигляді $Y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$.

7. Записати загальний вигляд моделі і зарисувати діаграми з коментарями до описаних об'єктів.

8. Виконати статистичне оброблення результатів планування. Обчислити дисперсію отриманих результатів, перевірити однорідність за критерієм Кохрена.

9. Оцінити достовірність отриманих параметрів моделі за критерієм Стюдента.

10. Перевірити адекватність отриманої моделі за критерієм Фішера.

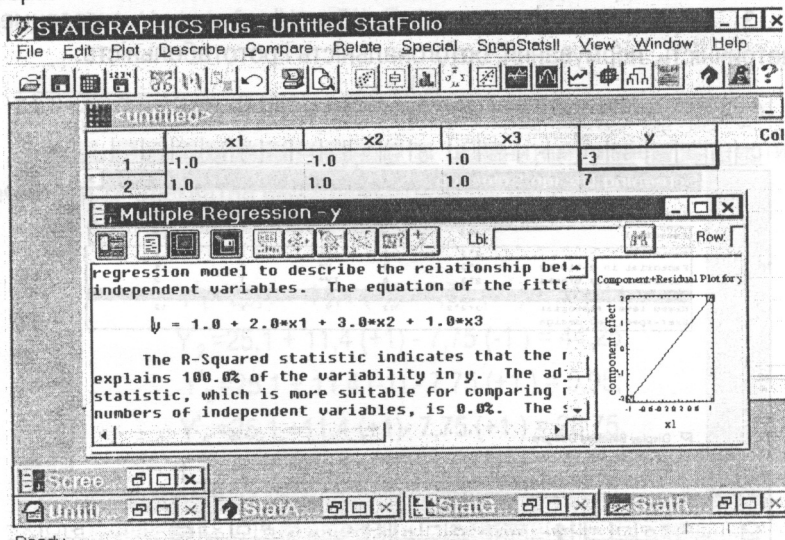


Рис. 3.3. Отримання графічних і числових результатів для ДФЕ

11. Вийти з оболонки Statgraphics з використанням команди Exit у запрошенні командного вікна.

Контрольні запитання

1. Перерахуйте умови, необхідні для визначення коефіцієнтів регресії.
2. Дайте визначення повного факторного експерименту.
3. Опишіть відмінність активного експерименту від пасивного.
4. Сформууйте план ДФЕ для двовимірної моделі.
5. Визначте число експериментів ДФЕ для числа факторів, що дорівнюють 5, 7, 8, 9.
6. Запишіть приклад поліноміального подання моделі 2- го порядку з урахуванням квадратичних факторів.
7. Запишіть векторно-матричне подання лінійних моделей.
8. Запишіть приклад базисної функції динамічної моделі 3- го порядку у вигляді ряду Тейлора.
9. Сформулюйте необхідні умови формування вхідних впливів для визначення параметрів моделі.
10. Перерахуйте основні методи визначення параметрів моделі за вхідними і вихідними даними.
11. Визначте коефіцієнти регресії за відомими головними визначником і доповненнями.
12. Запишіть інформаційну матрицю для системи 3-го порядку.

4. МЕТОДИ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПРИ ПОБУДОВІ НЕЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ

Розглянуті в попередніх розділах плани ПФЕ і ДФЕ дозволяють отримати оцінки параметрів лінійних моделей. Водночас для отримання квадратичних параметрів необхідно додати хоча б одну додаткову точку.

4.1. Плани другого порядку

Плани другого порядку призначені для отримання регресійної моделі у вигляді повного квадратичного полінома (полінома другого степеня):

$$\varphi(X_1, X_2, \dots, X_n) = B_0 + \sum_{i=1}^n B_i X_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n B_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^n B_i^2 X_i^2.$$

Для факторів x_i у стандартизованому масштабі ця модель буде мати вигляд

$$\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n \beta_i^2 x_i^2.$$

Такі плани застосовують, як правило, або в тому випадку, коли використання планування першого порядку не дозволило отримати адекватну регресійну модель і з'ясувалася необхідність її ускладнення, або якщо заздалегідь відомо, що об'єкт дослідження має істотні нелінійні властивості.

Порівняно з планами першого порядку плани другого порядку є більш складними за структурою, мають більше число точок у спектрі плану і рівнів варіювання для кожного фактора, потребують при своїй реалізації збільшеної кількості дослідів.

Дійсно, квадратична модель містить

$$k = 1 + 2n + C_n^2 = \frac{[(n+1)(n+2)]}{2} \text{ членів, що в } (n+2)/2 \text{ разів більше, ніж}$$

у лінійній моделі. Отже, відповідно зростає й мінімально необхідна кількість точок у спектрі плану. Для отримання квадратичної залежності

кожний з факторів повинен змінюватися, принаймні, на трьох рівнях.

На цей час відомо багато різновидів планів другого порядку, відмінних за властивостями як за різними критеріями оптимальності регресійних експериментів, так і за простотою і наочністю їх отримання. Всі плани другого порядку поділяються на дві великі групи - симетричні й несиметричні.

Симетричним будемо називати такий план, для якого будуть виконуватися умови.

$$\sum_{g=1}^N x_{ig}^2 = \Lambda_2;$$

$$\sum_{g=1}^N x_{ig}^2 x_{jg}^2 = \Lambda_{22}, \quad i \neq j;$$

$$\sum_{g=1}^N x_{ig}^2 = \Lambda_4;$$

$$\sum_{g=1}^N x_{ig} = \sum_{g=1}^N x_{ig}^3 = \sum_{g=1}^N x_{ig} x_{jg} = \sum_{g=1}^N x_{ig}^2 x_{jg} = \sum_{g=1}^N x_{ig} x_{jg} x_{fg} = 0; \quad i \neq j \neq f$$

для будь-яких $i, j, f = 1, 2, \dots, n$ при $i \neq j$.

Іншими словами, для всіх факторів x_i або вказаних комбінацій декількох факторів записані суми дорівнюють певним константам, причому ці константи одні й ті ж незалежно від конкретних значень номерів факторів. Несиметричні плани такої особливості не мають.

З практичної точки зору симетричні плани відрізняються більшою впорядкованістю в розташуванні точок, ніж несиметричні. Для них характерна зміна кожного з факторів, коли при довільній зміні нумерації факторів та їхніх знаків розташування точок у факторному просторі залишається без змін. Істотною стає також та обставина, що для симетричних планів справедливі досить прості співвідношення для оцінок коефіцієнтів регресії, їхніх вибірових дисперсій і коваріацій. Це пов'язано з тим, що інформаційна матриця Фішера Φ симетричних планів має своєрідну блокову структуру, причому більшість її елементів дорівнюють 0, а інші - константам $\Lambda_2, \Lambda_4, \Lambda_{22}$ (табл. 4.1).

Таблиця 4.1
Інформаційна матриця Фішера симетричних планів

	x_0	x_1	x_2	...	x_n	x_{12}	x_{13}	...	$x_{n-1,n}$	x_1^2	x_2^2	...	x_i^2	...	x_n^2
x_0	N	0	0	...	0	0	0	...	0	Λ_2	Λ_2	...	Λ_2	...	Λ_2
x_1	0	Λ_2	0	...	0	0				0					
x_2	0	0	Λ_2	...	0										
...	...	...	...	...	...										
x_{ij}	0	0	0	...	0										
...	...	...	...	...	...										
x_n	0	0	0	...	Λ_2										
x_{12}	0	0				Λ_{22}	0	...	0	0					
x_{013}	0					0	Λ_{22}	...	0						
...	...					...	...	...	...						
x_{ij}	0					0	0	...	0						
...	...					...	...	...	...						
$x_{n-1,n}$	0					0	0	...	Λ_{22}						

При цьому оцінки коефіцієнтів регресії будемо знаходити, розв'язуючи матричне рівняння $\Phi \times B = (F^T Y)$, де

$$(F^T Y) = \left\| \sum_{i=1}^N x_{0i} Y_i; \sum_{i=1}^N x_{1i} Y_i; \dots; \sum_{i=1}^N x_{ni}^2 Y_i \right\|.$$

Це рівняння можна переписати у вигляді

$$B = \Phi^{-1} (F^T Y),$$

де Φ^{-1} - нормована обернена інформаційна матриця Фішера центрально-композиційного плану другого порядку.

Виходячи з системи оцінок коефіцієнтів з урахуванням кратності m проведення дослідів, отримаємо їхні дисперсії:

$$S^2\{\beta_0\} = \frac{S_B^2}{Am} [- ((n-1)\Lambda_{22} + \Lambda_4)];$$

$$S^2\{\beta_j\} = \frac{S_B^2}{m\Lambda_2};$$

$$S^2\{\beta_{ju}\} = \frac{S_B^2}{m\Lambda_{22}};$$

$$S^2\{\beta_j^2\} = \frac{S_B^2}{mB} [N(\Lambda_4^2 + \Lambda_{22}(n-1)) - n\Lambda_2^2].$$

Історично найбільш ранніми симетричними планами є центрально-композиційні плани, які широко застосовуються і в цей час.

4.2. Центрально-композиційні плани

Центрально-композиційні плани (ЦКП) дозволяють отримати квадратичні оцінки параметрів при використанні центрального впливу. Для будь-якої пари значень $(-1, +1)$ може бути додано точку, наприклад 3 координатами $(0, 1)$ (рис. 4.1).

Загальне число експериментів для ЦКП

$$N_{\text{ЦКП}} = N_{\text{ФЕ}} + N_{\text{ЗВ}} + N_{\text{З}},$$

отже,

$$N_{\text{ЦКП}} = 2^M + 2 \cdot M + 1.$$

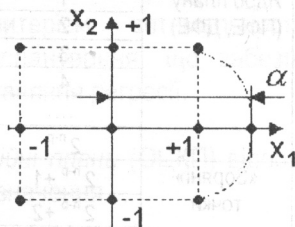


Рис. 4.1. Розташування додаткових точок ЦКП

Для мінімізації дисперсії ЦКП відстань α називається плечем зоряної точки. Відстань α необхідно варіювати відповідно до критерію оптимальності.

Підхід до планування експерименту з точки зору точності моделі є основою математичної теорії оптимального експерименту. Розглянемо основні критерії, що забезпечують оптимальність планування.

Центрально-композиційні плани будь-якої модифікації складаються з трьох частин. Перша частина – основа, або ядро плану - це ПФЕ 2^n або ДФЕ 2^{n-p} , де n - кількість невідомих коефіцієнтів регресії, $p = 0, 1, 2$. При цьому потрібно, щоб ядро плану забезпечувало роздільну оцінку коефіцієнтів регресії та всіх парних взаємодій. Ця умова накладає вельми жорстке обмеження на можливий степінь дробовості використовуваного ДФЕ. Зокрема, при $n \leq 4$, як показують розрахунки, може застосовуватися лише ПФЕ 2^n ; якщо $5 \leq n \leq 7$, то крім ПФЕ 2^n можна використовувати і ДФЕ 2^{n-1} , а для $n > 7$ допустимо також і ДФЕ 2^{n-2} .

Друга частина ЦКП - це так звані «зоряні» точки, розташовані на координатних осях на відстані $\pm\alpha$ від центра експерименту. Загальне число таких точок дорівнює $2n$. Третя частина ЦКП - досліді в центрі плану; число таких дослідів $N_0 \geq 1$. Довільний симетричний ЦКП наведено в табл. 4.2.

Таблиця 4.2

Довільний симетричний ЦКП						
Складові частини ЦКП	G	Фактори				Кількість точок
		x_1	x_2	...	x_n	
Ядро плану (ПФЕ, ДФЕ)	1	-1	-1	...	-1	2^{n-p} , $p=0;1;2$
	2	+1	-1	...	-1	
	3	-1	+1	...	-1	
	4	+1	+1	...	-1	
	...	...	...	...	...	
	2^{n-p}	+1	+1	...	-1	
«Зоряні» точки	$2^{n-p} + 1$	$-\alpha$	0	...	0	$2n$
	$2^{n-p} + 2$	$+\alpha$	0	...	0	
	$2^{n-p} + 3$	0	$-\alpha$	...	0	
	$2^{n-p} + 4$	0	$+\alpha$	...	0	
	...	...	...	...	...	
	$2^{n-p} + 2n - 1$	0	0	...	$-\alpha$	
	$2^{n-p} + 2n$	0	0	...	$+\alpha$	
Центральні точки	$2^{n-p} + 2n + 1$	0	0	...	0	N_0
	...	...	...	...	...	
	$2^{n-p} + 2n + N_0$	0	0	...	0	

Таким чином, ЦКП для двох факторів і значення $\alpha = 1$ наведено в

Таблиця 4.3
План ЦКП для двох факторів

g	X_0	x_1	x_2	x_1x_2	x_1^2	x_2^2	Y'
1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	Y'_1
2	+1	+1	-1	-1	+1	+1	Y'_2
3	+1	-1	+1	-1	+1	+1	Y'_3
4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	Y'_4
5	+1	-1	0	0	+1	0	Y'_5
6	+1	+1	0	0	+1	0	Y'_6
7	+1	0	-1	0	0	+1	Y'_7
8	+1	0	+1	0	0	+1	Y'_8
9	+1	0	0	0	0	0	Y'_9

Залежно від вибраного критерію оптимальності ЦКП підрозділяються таким чином:

- *ротатабельні*, для яких критерієм оптимальності є однакова точність прогнозування функції відклику на рівній відстані від центра плану;
- *ортогональні*, для яких критерієм оптимальності є ортогональність всіх векторів матриці планування, що забезпечує взаємну незалежність оцінок коефіцієнтів рівняння регресії.

Ортогональні центрально-композиційні плани (ОЦКП) відповідно до критерію ортогональності забезпечують значення

$$\sum X_{i0} \cdot X_{ij} = 0 \text{ при } j=1..k.$$

Ця умова дозволяє будувати моделі з квадратичними оцінками за допомогою лише однієї центральної додаткової точки.

Загальне число експериментів ОЦКП може бути визначене за допомогою формули

$$N_{\text{ОЦКП}} = N_{\text{ПФЕ}} + N_0 = 2^M + 1.$$

4.3. Ортогональні центрально-композиційні плани

У системі Statgraphics ортогональні центрально-композиційні плани проводяться в такій послідовності.

1. Запустити прикладну програму Statgraphics і вибрати опцію "Планування нового експерименту" (див. рис. 3.2).
2. Скласти матрицю планування для повного трифакторного експерименту з використанням додаткового нульового значення фактора $X_1=0$ і заповнити таблицю кодованими значеннями X_1, X_2 і X_3 .
3. Перевірити властивості ОЦКП: симетричність, нормування, ортогональність і рототабельність.
4. Вивчити структуру заданих об'єктів за теоретичним матеріалом [п. 4.2] і отримати початкові дані за заданим варіантом.
5. Провести імітаційний експеримент у всіх точках ОЦКП. Визначити значення функції відклику (рис. 4.2).
6. Активізувати два режими досліджень, використовуючи функції Menu - Relate - Multiply Regressions і Menu - Relate - Polynomial Regressions, а також отримати параметри моделі (рис. 4.3).
7. Отримати коефіцієнти b_0, b_1, b_2, b_3 рівняння регресії у вигляді $Y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3, Y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_1^2$.
8. Записати загальний вигляд моделі і зарисувати діаграми з коментарями до описаних об'єктів.
9. Перевірити умови ортогональності.
10. Визначити статистичні показники результатів планування.
11. Вийти з оболонки Statgraphics з використанням команди Exit у запрошенні командного вікна.

Screening Design Selection

Name		Runs	Resolution	Error d.f.	Block Size
Factorial	2^3	8	V+	1	8
Factorial	2^3	8	V+	1	8
Factorial in 2 blocks	2^3	8	V+	0	4
Factorial in 4 blocks	2^3	8	IV+	1	2
Saturated half fraction	2^3-1	4	III	0	4
Fixed level factorial	$3^2 2^2$	12	V	4	12
User-specified design					

☒ Display Blocked Designs

Рис. 4.2. Вибір режиму побудови нового експерименту

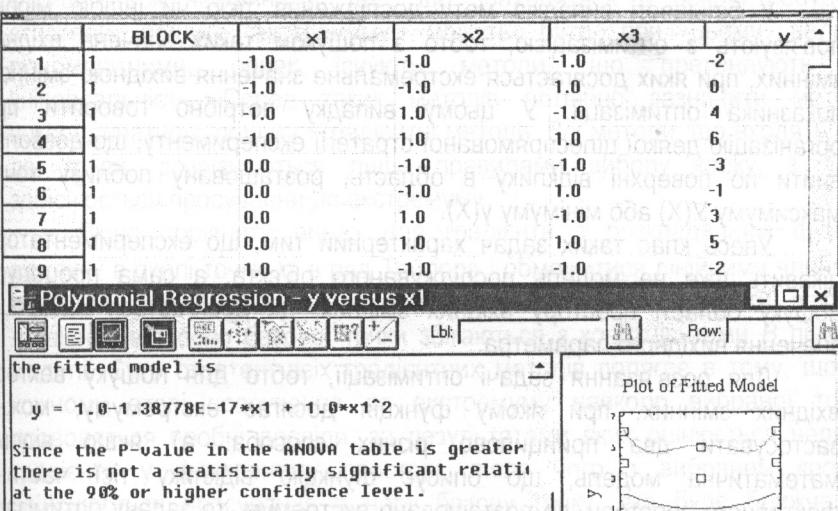


Рис. 4.3. Отримання графічних і числових результатів для ОЦКП

4.4. Планування експерименту при пошуку екстремальної області

4.4.1. Стратегії пошуку області екстремуму

Повний і дробовий факторні експерименти надають досліднику можливість добирати поліноміальні моделі для опису локальних областей поверхні відклику досліджуваної системи. Змінюючи координати базової точки (центра плану), можна вивчити рельєф усієї поверхні відклику в області визначення вхідних змінних.

Цілі такого вивчення можуть бути різними. Так, може бути поставлена задача визначення стану об'єкта при різних комбінаціях значень вхідних змінних. Це також може бути задача вибору найкращої (за будь-яким критерієм) системи з деякої множини систем, наприклад системи, для якої забезпечується максимальна стійкість до варіації вхідних змінних (вибір схеми LC-генератора гармонічних коливань з мінімальною залежністю частоти від параметрів схеми і зовнішніх факторів).

У більшості випадків мету дослідження тією чи іншою мірою, пов'язують з оптимізацією, тобто з пошуком таких значень вхідних змінних, при яких досягається екстремальне значення вихідною змінною показника оптимізації. У цьому випадку потрібно говорити про організацію деякої цілеспрямованої стратегії експерименту, що дозволяє вийти по поверхні відклику в область, розташовану поблизу точки максимуму $Y(X)$ або мінімуму $Y(X)$.

Увесь клас таких задач характерний тим, що експериментатора цікавить вже не модель досліджуваного об'єкта, а сама процедура пошуку області простору вхідних змінних, де досягається найкраще значення вихідного параметра.

Для розв'язання задачі оптимізації, тобто для пошуку вектора вхідних змінних, при якому функція досягає екстремуму, можна застосувати два принципово різних способи: а) якщо відома математична модель, що описує функцію відклику тієї частини факторного простору, де розташовано екстремум, то задачу оптимізації розв'язують аналітичним або чисельним методом; б) якщо математичний опис відсутній, то здійснюють експериментальний пошук області екстремуму.

У першому випадку знаходять частинні похідні від функції за кожним з факторів і отримують систему рівнянь, розв'язком якої і є шуканий вектор.

На цей час розроблено велику кількість наближених методів оптимізації, причому ефективність кожного з них залежить від вигляду функції, що оптимізується. Оскільки апіорні відомості про характер функції відклику часто відсутні, то для підвищення надійності результату доцільно використовувати декілька методів.

Якщо функція відклику багатоекстремальна, має складний рельєф, то велике значення мають правильний вибір початкової точки, з якої відбувається рух до екстремуму, кроку, з яким виконується рух і вміле поєднання методів випадкового неспрямованого пошуку з детермінованими методами.

Всі пошукові методи знаходження екстремуму при активному експерименті поділяються на класичні й факторні.

За класичними методами пошукові досліді для просування до області екстремуму здійснюються шляхом почергового варіювання незалежних змінних. Інші фактори на цей час фіксуються, тобто залишаються незмінними. Ідеї, що знаходяться в основі побудови стратегій пошуку екстремуму, можуть бути при цьому вельми різноманітними, однак існують методи, що претендують на універсальність. Серед таких методів потрібно зазначити методи покоординатного пошуку і градієнтні методи. Всі методи, що входять в ці дві групи, розрізняються лише правилами вибору кроку, з яким здійснюється просування до екстремуму.

Якщо порівняти вираз для градієнта з розкладанням функції відклику в околі точки X_0 в ряд Тейлора і обмежитися лінійними членами ряду, то можна зробити висновок про те, що координати вектор-градієнта відносно базової точки збігаються з коефіцієнтами B лінійної моделі. Суть стратегії всіх градієнтних методів полягає в тому, що на кожному етапі просування до екстремуму навколо вибраної точки проводяться пробні досліді, за результатами яких оцінюється напрям градієнта у факторному просторі, після чого з вибраним кроком здійснюється просування в нову базову точку, яка буде ближче до екстремуму, ніж вихідна. Таким чином, у градієнтному методі координати нової точки на $(i-m)$ -му кроці знаходять за формулою $X(i+1) = X(i) + X \times \Delta u(X_i)$. Ті чи інші градієнтні методи розрізняються лише правилами

вибору кроку X . Вибір дуже малого кроку може призвести до великої похибки оцінок складових градієнта, а отже, й до істотної помилки у виборі напрямку руху по поверхні відклику.

При великому кроці неможливо врахувати особливості рельєфу поверхні. Стратегію пошуку області екстремуму для градієнтних методів подано на рис. 4.4.

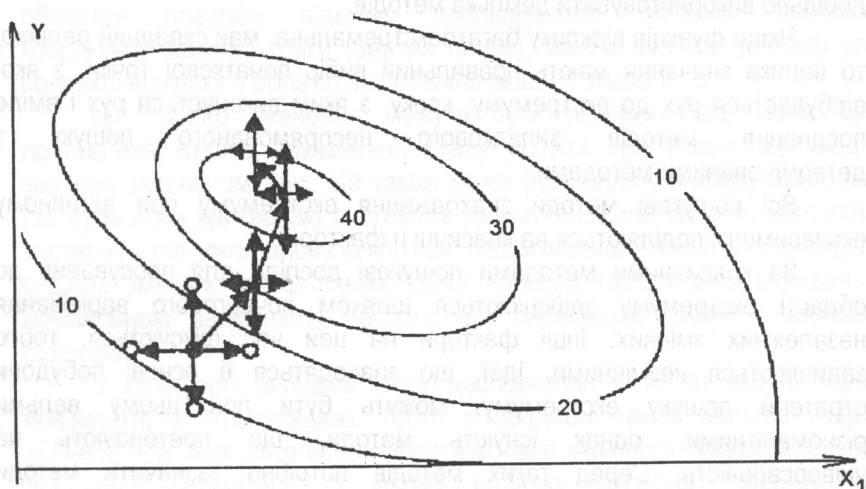


Рис. 4.4. Стратегія пошуку екстремуму градієнтними методами

Пробні досліді в кожній точці дають значення функції відклику, за якими обчислюються складові градієнта. Напрямок градієнта при вибраному кроці має бути таким, щоб його проекції на осі координат були пропорційні відповідним коефіцієнтам лінійного рівняння моделі об'єкта. Для цього крок і помножують на відповідне значення коефіцієнта B , тобто одержують значення B . Отримані значення використовують для знаходження координат нової точки, в околі якої відбувається нова серія дослідів і визначається новий напрям градієнта. Просування до екстремуму продовжується доти, доки всі значення B не стануть менше заданої величини E . Градієнтний метод швидше збігається, але більше

зазнає випадкових перешкод і помилок при визначенні напрямку градієнта.

4.4.2. Факторні методи пошуку області екстремуму

Одним з найбільш широко використовуваних факторних методів є метод крутого сходження (метод Бокса – Уілсона). При реалізації цього методу просування до області екстремуму, як і в класичних градієнтних методах, відбувається в напрямі градієнта, знайденого на основі пробних дослідів в околі базової точки. Однак якщо в класичних методах проводяться по два пробних дослідів з кожного боку базової точки шляхом почергового варіювання кожною змінною при фіксованих інших, то при реалізації методу крутого сходження (МКС) дослідів ставляться відповідно до матриці плану повного або дробового факторного експерименту. У цьому випадку в оцінці кожного коефіцієнта моделі, а, отже, і кожної складової градієнта беруть участь всі $N=2^i$ точок експерименту. Оцінки виходять більш точними і задовільними. Це дає можливість в знайденому напрямі градієнта здійснювати не один, як при класичних методах, а декілька пробних кроків.

Урахування коефіцієнтів при взаємодіях факторів дозволяє отримати інформацію про крутість поверхні відклику в районі базової точки, а отже, й більш правильно вибрати крок, з яким здійснюється просування до екстремуму. Крім цього, статистична оцінка результатів факторного експерименту значно підвищує їхню надійність.

Крокова процедура пошуку області екстремуму при МКС виконується за декілька циклів i . З центром у початковій точці $X_1 \{x_{11}, x_{21}, x_{31}, \dots\}$ проводиться повний або дробовий факторний експеримент для визначення складових вектора градієнта у вигляді оцінок коефіцієнтів рівняння лінійної поліноміальної моделі $Y = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + \dots + B_nX_n$.

Побудова моделі містить в собі всі етапи ПФЕ, тобто перевірку однорідності дисперсій, обчислення і перевірку значущості коефіцієнтів і перевірку адекватності лінійного наближення в околі початкової точки. Потрібно врахувати, що рух по градієнту (при пошуку максимуму) або проти градієнта (при пошуку мінімуму) буде більш ефективним, якщо значення коефіцієнтів B приблизно одного порядку.

1. Якщо коефіцієнти відрізняються на порядок і більше, то вигідніше знову поставити експеримент, змінивши інтервали варіювання, а не починати рух по градієнту.

2. Траєкторія крутого сходження подається в натуральних значеннях змінних. Координати нових точок визначаються за кожною вхідною змінною додаванням до початкового рівня x_n значення, що дорівнює кроку n . Вибір кроку X доцільно зробити спочатку для деякої базової змінної, що створює максимальний приріст функції в напрямі градієнта, тобто $X p = F(B y p,)$, де p - інтервал варіювання, вибраний для базової змінної.

3. За знайденим значенням і знаком кроку визначаються координати нових точок факторного простору. Якщо x_n - n -та координата точки траєкторії на i -му кроці просування, то

$$x_n = x_0 + B \times X p \quad (n=1,2,\dots).$$

Для деяких точок обчислюються завбачувані значення для функції. Визначаючи ці значення, слід пам'ятати, що в рівняння моделі необхідно підставляти кодовані значення змінних, а для визначення нових точок траєкторії - натуральні значення змінних.

4. Координати деяких точок (приблизно через 3-4 кроки) реалізуються на об'єкті для експериментальної перевірки змін відклику у вибраному напрямі. Якщо в деякій точці передбачуваному збільшенню (зменшенню) значення відклику відповідає зменшення (збільшення) значення вихідної змінної на об'єкті, то рух у вибраному напрямі потрібно припинити. Координати точки з найкращим значенням вихідної змінної приймаються за новий нульовий рівень, знову проводиться ПФЕ або ДФЕ і визначається новий напрям. Оскільки крутість функції в міру наближення до екстремуму падає, то для кожного подальшого наближення крок необхідно зменшувати. Процедура пошуку здійснюється доти, доки значення коефіцієнтів рівняння регресії не стануть порівнювати з помилками їх визначення і лінійна апроксимація не стане неадекватною.

Оскільки поверхня відклику в заданих межах зміни рівнів факторів може мати декілька локальних екстремумів, то за результатами однієї реалізації процедури Бокса - Уілсона не можна говорити про встановлення глобального екстремуму. Тому серію експериментів слід

повторити декілька разів, починаючи рух з випадково вибраних і рівномірно розподілених точок факторного простору. Метод крутого сходження особливо ефективний у випадках, коли функція унімодальна і при великих помилках експерименту. Застосування методу крутого сходження неефективне в околі екстремуму, оскільки в цій області коефіцієнти B , зменшуючись, можуть стати менше від помилок в їх визначенні і через невизначеність, що виникла збільшується ймовірність руху в помилковому напрямі. У зв'язку з цим в області, близькій до екстремуму, потрібно застосовувати плани більш високого (зазвичай другого) порядку.

4.5. Пакет прикладних програм синтезу планів першого порядку

Програмний модуль вибору дробового факторного експерименту і процедура VDFE призначені для вибору дробового факторного експерименту. Вибір відбувається в процесі діалогу оператора з програмою. Підпрограма VDFE також видає набір всіх можливих взаємодій факторів заданої довжини (по 2 фактори, по 3 фактори і т.д.). Опис підпрограми в модулі подано в такому вигляді:

```
procedure vdfе(q,w:byte; m:array of integer; n:integer; y1:array of real;  
var mn:array; var p:integer; var t:array of st1);
```

Вхідні й вихідні параметри процедури

Вхідні параметри:

q - кількість факторів у взаємодії, цей параметр застосовується при використанні процедури для видачі набору можливих взаємодій, при використанні процедури для вибору ДФЕ значення даного параметра може бути довільним числом типу integer;

w - керівний параметр, що визначає режим роботи процедури; при $w=1$ процедура працює тільки на видачу можливих взаємодій факторів, при цьому не використовується більшість змісту процедури; при значеннях w , відмінних від 1, процедура працює в режимі вибору ДФЕ;

m - матриця планування у вигляді умовних позначень (+1 і -1);

n - кількість факторів;

y_1 - масив результатів експерименту.

Вихідні параметри:

*m*n - масив, що містить інформацію про взаємодії факторів;
p - кількість факторів, замінених на взаємодії;
t - масив, що містить всі можливі взаємодії факторів заданої довжини; даний параметр використовується в режимі видачі набору взаємодій.

У процедурі використовується підпрограма-функція ZAM логічного типу, яка проводить виклик підпрограми ORPE (рядок 17) для визначення значущості введеного фактора із застосуванням методу випадкового балансу і набуває значення false (брехня), якщо цей фактор не є істотним. У цьому випадку така взаємодія приймається для подальшої роботи програми. Якщо цей фактор є істотним (перевірка - рядок 19), то видаються відповідні повідомлення і повторний запит на введення іншої взаємодії для заміни даного фактора і визначається його довжина (рядки 21 - 22). При цьому функція набуває значення true (істина). Функція в роботі використовує змінні, описані в підпрограмі VDFE:

l - номер поточного фактора (тобто того, заміна якого обробляється;

s - кількість можливих взаємодій даної довжини;

t - див. опис вихідних параметрів;

z - взаємодія, на яку замінюється поточний фактор;

x - кількість дослідів;

a - матриця взаємодій.

Робота процедури в режимі вибору дробового факторного експерименту

При зверненні до підпрограми вона видає запит про кількість факторів, які необхідно замінити на взаємодії інших факторів. Ця величина зберігається в змінній *P*. При введенні на даний запит нуля підпрограма завершує роботу, при цьому експеримент ДФЕ буде аналогічний ПФЕ. Наступною дією є визначення кількості дослідів для кількості факторів, що залишилися. Кількість дослідів зберігається в змінній *x*. Після цього всі дії, пов'язані з введенням взаємодій, відбуваються в циклі за кількістю замінюваних факторів. Далі програма запитує взаємодію, на яку оператор має намір замінити даний фактор.

Взаємодії вводяться в програму з клавіатури у вигляді послідовності цифр, що відповідають індексам факторів, взаємодію яких необхідно застосувати, наприклад, для введення взаємодії $X_1 X_2 X_4$ слід ввести 124 (без пропусків та інших роздільних знаків). Для полегшення аналізу взаємодії вводяться в програму у вигляді рядка символів. Взаємодії для всіх факторів зберігаються в масиві рядків Z. Номер поточного фактора зберігається в змінній I.

Після введення взаємодії програма визначає кількість факторів, що беруть участь у взаємодії.

Далі програма формує повний набір можливих взаємодій отриманої довжини. Для взаємодій по 2 фактори набір формується в рядках програми. Для даної довжини взаємодій прораховується відповідна кількість вкладених циклів з відповідними межами. Кількість взаємодій обчислюється в змінній s. Матриця формується шляхом перемноження відповідних стовпців матриці експерименту в масиві a. Набір можливих взаємодій формується в масиві t. Після формування масивів проводиться виклик функції ZAM, яка визначає значущість введеної взаємодії. Якщо взаємодія незначуща ($ZAM = false$), то відбувається перехід до запиту і оброблення заміни наступного фактора (кінець циклу, тобто перехід до наступного кроку). Якщо взаємодія значуща ($ZAM=true$), то відбувається перехід до нового формування матриці взаємодій і набору взаємодій даної довжини. Нове обчислення даних параметрів зроблено для можливості введення на повторний запит взаємодії іншої довжини.

Після введення взаємодій для заміни всіх необхідних факторів відбувається формування вихідного масиву mn і виведення на екран взаємодій, якими були замінені відповідні фактори (рядки 90 - 96).

Приклад формування масиву mn

Нехай кількість факторів дорівнює 6, тобто маємо фактори, $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$. Фактор X_1 замінено на взаємодію $X_1 \times X_2 \times X_4$, фактор X_2 - на взаємодію $X_3 \times X_4$.

Зміст масиву mn:

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_5	1	1	0	1
X_6	0	0	1	1

Потрібно зазначити, що факторам, що замінюються на взаємодії в порядку зростання їхніх індексів, відповідають рядки масиву mn з номерами 0, 1 і т. д.

Після виведення на екран інформації про заміну факторів взаємодіями підпрограма чекає, поки оператор натисне клавішу "Enter". Після цього підпрограма завершує свою роботу.

Робота підпрограми в режимі видачі набору всіх можливих взаємодій заданої довжини

Допоміжним режимом роботи підпрограми VDFE є формування і видача масиву всіх можливих взаємодій заданої довжини. Ця інформація необхідна в керівній програмі при формуванні математичних моделей, в яких беруть участь взаємодії факторів.

При зверненні до підпрограми відбувається аналіз режиму роботи. Якщо задано даний режим роботи ($w=1$), то відбувається обнулення кількості факторів, які замінюються на взаємодії, і далі керування передається на аналіз кількості факторів, що беруть участь у взаємодіях. Аналіз проводиться шляхом вибору заданого значення серед заданих в умовах. При виконанні однієї з умов відбувається формування набору взаємодій шляхом перебору відповідної кількості вкладених циклів з відповідними добрими межами. Кількість можливих взаємодій підраховується в змінній s . Після формування масиву взаємодій процедура припиняє роботу, для чого передбачено передчасний вихід з підпрограми.

У цьому режимі не використовуються інші можливості процедури, бо в них немає необхідності.

Контрольні запитання

1. Сформууйте план ЦКП для двовимірної моделі.
2. Визначте число експериментів ЦКП для числа факторів, що дорівнюють 5, 7, 8, 9.
3. Запишіть приклад поліноміального подання моделі 2-го порядку з урахуванням квадратичних факторів.
4. Сформулюйте необхідні умови формування вхідних впливів для визначення параметрів квадратичної моделі.
5. Дайте визначення ОЦКП.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Питання автоматизації експериментальних досліджень з використанням керівних ЕОМ містять вибір засобів вимірювання, що забезпечують необхідну точність і швидкодію, взаємозв'язок цих засобів між собою і центральним модулем ЕОМ. Перш ніж перейти до організації автоматизованого експерименту, необхідно на основі апіорних даних визначити цілі автоматизації. Зазвичай цілі формулюються в термінах або кількісної оцінки ефективності, або якісної [8, 10 – 12].

Залежно від цілей автоматизації експерименти поділяються на такі:

- при автоматизації яких потрібне лише підвищення продуктивності при обробленні результатів досліджень без змін методик і плану їх реалізації;
- метою автоматизації яких є якісне поліпшення метрологічних та інформаційних характеристик процесу дослідження (поліпшення точності, визначення параметрів об'єкта, який вивчається, що не враховуються при ручній обробці, збільшення кількості оброблюваної інформації);
- автоматизація яких пов'язана зі здійсненням принципово нової методики дослідження або з корінною зміною існуючої з метою пошуку якісно нових рішень.

Найбільшого поширення набули експерименти першого типу. Це зумовлено тим, що в багатьох випадках дослідження проводяться за допомогою обладнання, що серійно випускається за стандартними методиками, з великими масивами вимірювальної інформації, без автоматичних засобів її обробки, хоча ця обробка вельми трудомістка. Здійснення експериментів другого і третього типів можливе в результаті автоматизації на основі застосування більш довшеної апаратури з орієнтацією на автоматичне вимірювання, керування і оброблення інформації. Останнім часом такі експерименти успішно проводяться для створення системно-орієнтованих пристроїв [10 - 13].

Важливою частиною автоматизованого експерименту є розвинене алгоритмічне і програмне забезпечення, що реалізує методи моделювання.

Методи машинного моделювання отримали на цей час якісний

стрибок, зумовлений, передусім, появою нових способів оброблення інформації. Ці методи, в свою чергу, спричинені ідеями штучного інтелекту. Нові методи включають мультипроцесорне оброблення інформації, автоматизацію отримання даних, автоматизацію набуття знань, автоматичне обґрунтування висновків, що отримуються на моделі, і т. п. [12].

Особливості системи забезпечення моделювання SIMSYS і опис принципів її побудови наведено в роботі [13]. Система призначена для створення математичних моделей і проведення моделювання. Велика увага приділяється дослідженню життєвого циклу математичної моделі, починаючи з моменту розроблення алгоритму і задання даних через проведення моделювання і закінчуючи обробленням отриманих результатів, описом моделі і її забезпеченням.

5.1. Вибір оптимального плану багатофакторного експерименту

Як показано вище, задача вибору оптимального плану багатофакторного експерименту є комбінаторною задачею. Розв'язання цього виду задач складається з таких етапів: генерація початкового об'єкта, перетворення поточного об'єкта в подальший, оцінювання досліджуваних характеристик побудованого об'єкта, перевірка умови закінчення генерації. При цьому може проводитися вичерпний пошук на множині всіх можливих розв'язків або пошук на заданій обмеженій множині розв'язків. Розв'язання комбінаторних задач здійснюється за допомогою або спеціалізованих алгоритмів, пов'язаних зі специфікою задачі, або універсальних алгоритмів.

В основі розв'язання такої задачі лежить генерація варіантів перестановок. Кількість перестановок n чисел дорівнює $n!$ і швидко збільшується із зростанням n . Особливістю матриць планування експерименту є те, що кількість дослідів відповідно дорівнює 4, 8, 16, 32 і т. д. Для $n = 8$ кількість перестановок дорівнює 40320, а для $n = 16$ - вже 2004189184. Отже, вичерпний пошук на множині всіх можливих розв'язків реально виконується для $n = 8$, а для $n > 8$ можливий вичерпний пошук на обмеженій множині варіантів.

Велике значення при розв'язанні такої задачі має вибір алгоритму генерації комбінаторних конфігурацій. Основним параметром алгоритму

є його складність, тобто число кроків, що виконуються алгоритмом у гіршому випадку як функція розмірності задачі, поданої вхідними даними.

Аналіз відомих алгоритмів перестановок показав, що найефективніший за часовою складністю - це алгоритм Джонсона - Троттера. Цей алгоритм будує послідовність, в якій різниця між послідовними перестановками мінімальна: кожна наступна утворюється з попередньої за допомогою однократної транспозиції сусідніх елементів.

Аналіз відомих універсальних алгоритмів показав, що найефективнішим для цієї задачі, враховуючи її комбінаторний характер, при пошуку оптимального розв'язка на обмеженій множині розв'язків є метод випадкового пошуку. При побудові планів багатofакторного експерименту проводять рандомізацію дослідів, тобто при заданій матриці планування випадковим чином вибирають порядок виконання дослідів. Для розв'язання розглядуваної задачі послідовно формується множина випадкових варіантів виконання дослідів, для кожного з них проводиться оцінювання його вартості і вибирається найкращий з розглянутої множини варіантів. Такий підхід до розв'язання цієї задачі дозволяє за прийнятний для дослідника час отримати оптимальний на заданій множині варіантів рандомізований план проведення експерименту.

Розв'язання задачі вибору оптимального плану багатofакторного експерименту складається з таких етапів:

1) на основі вихідних даних (кількості факторів та їх взаємодії) визначають мінімальну кількість необхідних дослідів і вигляд вихідної матриці планування експерименту;

2) залежно від кількості факторів визначають глибину пошуку: вичерпний пошук на повній множині розв'язків або на обмеженій множині розв'язків;

3) вибирають алгоритм генерації комбінаторних конфігурацій: спеціалізований алгоритм або генерацію випадкових конфігурацій;

4) для кожної комбінаторної конфігурації формують відповідний план багатofакторного експерименту і визначають його вартість;

5) з множини отриманих розв'язків вибирають оптимальний варіант.

При розв'язанні задач оптимізації та керуванні різними об'єктами виникає проблема отримання математичних моделей указаних об'єктів.

У процесі функціонування об'єкта вважаємо, що на нього крім k контрольованих факторів X_i впливає ще j неконтрольованих змінних Z_j , вимірювання яких приводить до дрейфу оптимальних режимів роботи об'єкта. Тому доцільно періодично проводити коректування отриманих на першій стадії математичних моделей і за ними визначати оптимальні режими. Для того, щоб забезпечити синтез і коректування моделей, необхідно розробити методи ідентифікації, що мають:

- а) формалізовану стратегію для послідовного експериментування;
- б) можливості її реалізації у виробничих умовах;
- в) мінімальні часові й вартісні витрати для отримання адекватних математичних моделей.

5.2. Метод ітераційного планування експерименту

Існуюча традиційна схема планування експерименту (ДФЕ - ПФЕ - ОЦКП) [1,2,3] в багатьох випадках має надмірність дослідів, необхідних для побудови адекватної математичної моделі, тому слід розробити формалізовану стратегію для послідовного експериментування і створити алгоритми і програми, що реалізують її на ЕОМ.

При цьому передбачають, що об'єкт допускає таке дослідження, виконуються передумови методу регресійного аналізу і шукана функція $F(\bar{x}, \bar{\beta})$ в області ξ факторного простору Ω може бути досить добре апроксимована скінченним рядом за деякою системою заздалегідь заданих функцій.

Для формалізації процесу синтезу математичної моделі

$$Y = F(\bar{x}, \bar{\beta}), \quad (5.1)$$

де Y - вихідний параметр (критерій якості) об'єкта; $\bar{x}$ - вектор контрольованих змінних вигляду $\bar{x}^* = \|x_1, x_2, \dots, x_k\|$; $\bar{\beta}$ - вектор невідомих параметрів, що мають вигляд $\bar{\beta}^* = \|\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\|$, розроблено метод ітераційного планування експерименту, структурну схему якого

зображено на рис. 5.1.

Суть такого планування полягає в такому. На першому кроці ітерації ($\eta=1, \lambda=1$) висувають гіпотезу H_η про те, що зв'язок F між критеріями якості Y і домінуючими факторами x_i з достатньою мірою адекватності описують математичною моделлю $F_{\eta\lambda}$. При цьому з усієї множини планів $X_\eta \subset X$ експерименту для побудови моделі $F_{\eta\lambda}$ вибирають такий $X_{\eta\lambda}$, для якого

$$\begin{aligned} n_{\eta\lambda} &= \inf N_\eta; \\ N_\eta &= (n_{\eta 1}, n_{\eta 2}, \dots, n_{\eta \lambda}) \end{aligned} \quad (5.2)$$

де X - множина всіх існуючих планів; n - кількість дослідів у плані X ; λ - число елементів множини X_η , причому на множині N відношення $<$ задає сувору послідовність:

$$n_{\eta 1} < n_{\eta 2} < \dots < n_{\eta \lambda}. \quad (5.3)$$

У процесі реалізації спланованого експерименту на об'єкті

$$G: A \rightarrow Y, \quad (5.4)$$

де A - множина всіляких станів факторів; Y - множина вихідних станів об'єкта, регулятор устанавлює всі фактори на необхідні рівні, що задаються множиною $X_{\eta\lambda}$. У цьому випадку відображення регулятора можна подати у вигляді

$$P_{\eta\lambda}: A_{\eta\lambda} \times X_{\eta\lambda} \rightarrow U_{\eta\lambda}; A_{\eta\lambda} \subset A, \quad (5.5)$$

де $A_{\eta\lambda}$ - множина станів факторів на даному кроці ітерації; $X_{\eta\lambda}$ - множина необхідних станів факторів на даному кроці ітерації (план експерименту); $U_{\eta\lambda}$ - множина станів керівних впливів на даному кроці ітерації.

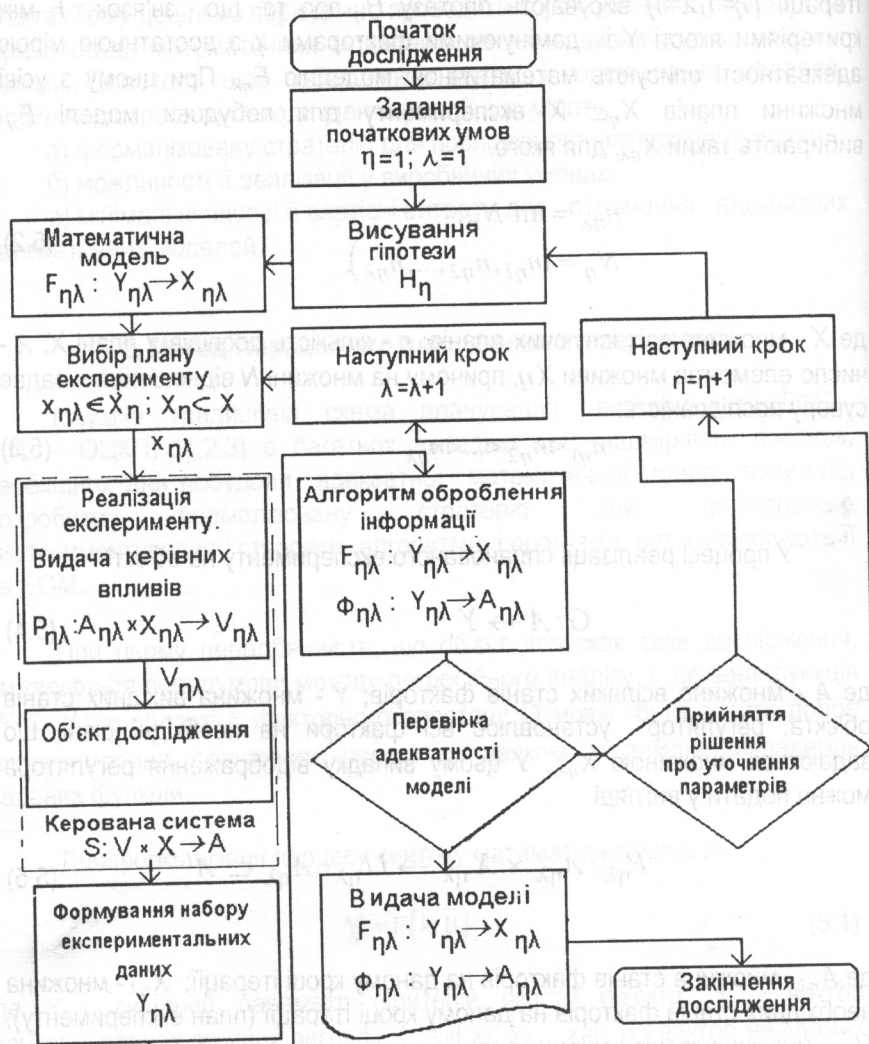


Рис. 5.1. Структурна схема ітераційного планування експерименту

Цей процес містить етапи, які виконуються за допомогою ЕОМ, а також роботи, що виконуються вручну або за допомогою найпростіших засобів автоматизації. При цьому можливі два підходи до розв'язання проблеми автоматизації цих досліджень.

Перший з них полягає в тому, що за планом експерименту X , який видала на друк ЕОМ в результаті оброблення апріорної інформації про промисловий об'єкт, експериментатор проводить дослідження.

Отриманий набір експериментальних даних:

$$Y_{\eta\lambda} = (Y_{\eta\lambda 1}, Y_{\eta\lambda 2}, \dots, Y_{\eta\lambda z}, \dots, Y_{\eta\lambda n_{\eta\lambda}}), \quad (5.6)$$

де $Y_{\eta\lambda} \subset Y$, $Y_{\eta\lambda z} = (y_{\eta\lambda z_1}, y_{\eta\lambda z_2}, \dots, y_{\eta\lambda z_Q})$; Q - кількість паралельних дослідів, що вводяться пристроєм введення в ЕОМ, яка, використовуючи алгоритм оброблення інформації [4], будує математичні моделі вигляду

$$\begin{aligned} F_{\eta\lambda} : Y_{\eta\lambda} &\rightarrow X_{\eta\lambda}, \\ \Phi_{\eta\lambda} : Y_{\eta\lambda} &\rightarrow A_{\eta\lambda} \end{aligned} \quad (5.7)$$

і у разі їх відповідності необхідній мірі адекватності реальної ситуації

$$Q \subseteq Y_{\eta\lambda} \times Y_{1\eta\lambda}, \quad (5.8)$$

де Y_1 - множина вихідних станів об'єкта, обчислених за допомогою моделі, видає на друк інформацію про формальні моделі (5.7).

Другий підхід полягає в можливості реалізації експерименту за планом $X_{\eta\lambda}$ на об'єкті дослідження з використанням керівного обчислювального комплексу на базі ЕОМ типу IBM, які безпосередньо беруть участь в керуванні об'єктами, працюють у системах збору і переробки інформації. У цьому випадку відповідний фактор на необхідний рівень встановлюють виконавчими органами за керівними алгоритмами математичного забезпечення УВК. Збір експериментальних даних Y і їх перероблення за відповідними алгоритмами також виконуються УВК. Оскільки у виробничих умовах необхідно періодично

коректувати отримані раніше моделі об'єктів, надається перевага другому підходу при реалізації методу ітераційного планування експерименту. При цьому УВК і об'єкт дослідження являють собою керовану систему

$$S: U \times X \rightarrow A, \quad (5.9)$$

де U - множина станів керівних впливів.

Коли отримані на першому кроці ітерації моделі $F_{\eta\lambda}$ і $\Phi_{\eta\lambda}$ неадекватно описують реальний стан об'єкта, то розв'язуються задачі або про уточнення параметрів моделі, отриманої на першому кроці, або про висунення нової гіпотези. У цьому випадку зі всієї множини планів X вибирають план $X_{\eta\lambda}$, отриманий шляхом доповнення вибраного раніше плану мінімальною кількістю дослідів, і повторюється аналогічна процедура. При цьому в множині X аналізують тільки такі плани, для яких $n_{\eta\lambda} > n_{11}$. Якщо вибраний план належить множині X_1 , то буде реалізований крок з уточнення моделі ($\lambda = \lambda + 1$). У випадку якщо він є елементом множини X_2 , то здійснюється крок ітерації з висунення нової гіпотези про вигляд формальної моделі $F_{\eta\lambda}$ ($\eta = \eta + 1$). При реалізації подальших кроків знову розглядають плани множини X з кількістю дослідів

$$n_{\eta\lambda} \triangleright \sum_{i=1}^n \Delta N_i, \quad (5.10)$$

де i - кількість кроків ітерації; N_i - кількість дослідів, що реалізуються на i -му кроці ітерації, і серед них вибирають такий план, для якого

$$\Delta N_i = \inf Z_{\eta\lambda}, \quad (5.11)$$

де $Z_{\eta\lambda}$ - множина, елементи якої дорівнюють кількості дослідів, необхідних для доповнення проведених раніше дослідів до планів експерименту, що задовольняють умову (5.10). При цьому на множині $Z_{\eta\lambda}$ відношення $<$ задає сувору послідовність. Процес ітераційного планування експерименту відбувається до отримання адекватної математичної моделі об'єкта, що ідентифікується.

Ефективність запропонованого методу порівняно з традиційною схемою планування (ДФЕ – ПФЕ – ОЦКП) доведена для випадків, коли кількість факторів $K = 2,7$, а адекватність моделі досягається, принаймні, при реалізації плану B_K або ОЦКП. При оцінюванні ефективності методу для різного числа факторів будувалися плани ДФЕ з генеруючими співвідношеннями, наведеними в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Генеруючі співвідношення для планів ДФЕ

Фактори	Генеруючі співвідношення
3	$x_3 = x_1 x_2$
4	$x_4 = x_1 x_2$
5	$x_4 = x_1 x_2; x_5 = x_3 x_2$
6	$x_4 = x_1 x_2; x_5 = x_1 x_3$

Виграш у кількості дослідів при використанні методу ІПЕ порівняно з традиційною схемою планування отримують внаслідок того, що до побудови адекватної моделі наближаються більш повільно, тобто на кожному кроці ітерації додається мала частка дослідів з метою доповнення реалізованого плану експерименту до найближчого більш складного плану. У разі побудови адекватної моделі при реалізації проміжного кроку виграш отримують в кількості дослідів порівняно зі схемою ДФЕ - ПФЕ - ОЦКП. Характерно, що ефективність методу ітераційного планування експерименту збільшується при вивченні об'єктів з великою кількістю значущих факторів [5].

Таким чином, розроблений метод дозволяє цілеспрямовано синтезувати формальну модель, нарощуючи її складність синхронно із зростанням експериментальних даних доти, доки отримана модель не

буде задовольняти задані критерії адекватності.

Для дослідження статичних об'єктів, спрямованого на синтез і коректування їхніх математичних моделей, запропоновано конкретну реалізацію розглянутого методу [6], покладену в основу створеного пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту [7].

5.2.1. Ідентифікація динамічних об'єктів на основі ітераційного планування експерименту

Конкретна реалізація методу ітераційного планування експерименту, розглянута в п. 5.1, передбачає випадок синтезу статичної моделі об'єкта. Але дуже часто промислові об'єкти являють собою складні динамічні системи, стан яких описується динамічними моделями. І в зв'язку з тим, що їх ідентифікація з використанням спеціально запланованого впливу більш ефективна, ніж ідентифікація, що виконується в режимі нормального функціонування об'єкта [4], доцільно розповсюдити запропонований метод на динамічні об'єкти.

Для розв'язання цієї задачі автори пропонують використати в розробленому методі модифікацію [15] алгоритму планування експерименту для опису поведінки систем у часі [16].

На відміну від роботи [16] розглядаються питання дублювання числа запусків об'єкта з метою отримання більш достовірної математичної моделі, оцінки її адекватності, вибору інтервалу дискретизації.

У процесі вивчення об'єкта керування експериментом здійснюється шляхом варіювання початкових умов процесу за планом X (вибраним на певному кроці ітерації) без обмеження на число запусків [4], що задається матрицею планування

$$X_{\eta\lambda} = \begin{bmatrix} X_1^1 X_2^1 \dots X_i^1 \dots X_k^1 \\ X_1^2 X_2^2 \dots X_i^2 \dots X_k^2 \\ \vdots \\ X_1^j X_2^j \dots X_i^j \dots X_k^j \\ \vdots \\ X_1^N X_2^N \dots X_i^N \dots X_k^N \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

де X_i^j - значення i -го фактора досліджуваного процесу в j -му досліді; k – кількість досліджуваних факторів об'єкта; N - кількість дослідів у матриці планування експерименту, а розміщення вимірювань на часовому інтервалі T_1 , що дорівнює тривалості роботи об'єкта, визначається спектром [4], який призначає оптимальну схему вимірів вихідного параметра y :

$$\mathcal{E} = \left\{ \begin{matrix} t_1, t_2, \dots, t_l, \dots, t_n \\ r_1, r_2, \dots, r_l, \dots, r_n \end{matrix} \right\}; t_n = T_1, \quad (5.13)$$

де t_i - фіксований момент часу, в який необхідно вимірювати сигнал y ;
 n - число часових моментів спостереження; r_i - кількість паралельних
 дослідів, які слід провести в момент часу t_i .

Тут помилка, що виникає від дискретизації за часом безперервного сигналу $y(t)$, залежить від інтервалу дискретизації і статистичних характеристик процесу. Відповідно до теореми В.О. Котельникова інтервал не повинен перевищувати половини періоду найбільш високої частоти спектра сигналу [17]:

$$\tau = 1/2F. \quad (5.14)$$

При проведенні експерименту згідно з планом (5.12), (5.13) отримуємо сукупність реалізацій поведінки об'єкта, а результати спостережень характеризуються матрицею усереднених відкликів для різних моментів часу:

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1^1 \bar{y}_1^2 \dots \bar{y}_1^l \dots \bar{y}_1^n \\ \bar{y}_2^1 \bar{y}_2^2 \dots \bar{y}_2^l \dots \bar{y}_2^n \\ \dots\dots\dots \\ \bar{y}_j^1 \bar{y}_j^2 \dots \bar{y}_j^l \dots \bar{y}_j^n \\ \dots\dots\dots \\ \bar{y}_N^1 \bar{y}_N^2 \dots \bar{y}_N^l \dots \bar{y}_N^n \end{bmatrix}; \quad \bar{y}_j^l = \frac{\sum_{Q=1}^n (y_j^l)_Q}{r_l}, \quad (5.15)$$

де $\bar{y}_j^I$ - середнє значення вихідного параметра процесу для j-го дослідів в момент часу t_l ; y_j^I - поточне значення відклику Y для j-го дослідів в момент часу t_l .

На основі алгоритму оброблення експериментальної інформації [4] за даними, що задаються матрицею (5.15), з використанням виразів (5.12) і (5.13) для кожного моменту часу t_i знаходимо оцінки коефіцієнтів регресії, які можна записати у вигляді

$$\begin{aligned}
 & b_0^1 b_0^2 \dots b_0^l \dots b_0^n \\
 & b_1^1 b_1^2 \dots b_1^l \dots b_1^n \\
 & \dots \dots \dots \\
 & b_i^1 b_i^2 \dots b_i^l \dots b_i^n \\
 & \dots \dots \dots \\
 & b_k^1 b_k^2 \dots b_k^l \dots b_k^n \\
 & b_{l_2}^1 b_{l_2}^2 \dots b_{l_2}^l \dots b_{l_2}^n \\
 & \dots \dots \dots \\
 & b_{im}^1 b_{im}^2 \dots b_{im}^l \dots b_{im}^n \\
 & \dots \dots \dots \\
 & b_{(k-1)k}^1 b_{(k-1)k}^2 \dots b_{(k-1)k}^l \dots b_{(k-1)k}^n \\
 & b_{l_1}^1 b_{l_1}^2 \dots b_{l_1}^l \dots b_{l_1}^n \\
 & \dots \dots \dots \\
 & b_{ii}^1 b_{ii}^2 \dots b_{ii}^l \dots b_{ii}^n \\
 & \dots \dots \dots \\
 & b_{kk}^1 b_{kk}^2 \dots b_{kk}^l \dots b_{kk}^n
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

де b_0^l , b_i^l , b_{im}^l , b_{ii}^l - значення коефіцієнтів моделі для моменту часу t_l . Потім, апроксимуючи отримані оцінки коефіцієнтів на всьому інтервалі T_1 деякими функціями часу $b_0(t)$, $b_i(t)$, $b_{im}(t)$ і $b_{ii}(t)$, визначаємо динамічну регресійну модель процесу:

$$y = b_0(t) + \sum_{i=1}^k b_i(t)X_i + \sum_{\substack{i,m=1 \\ i < m}}^k b_{im}(t)X_iX_m + \sum_{i=1}^k b_{ii}(t)X_i^2. \quad (5.17)$$

Таким чином, можна виділити такі етапи методу активної ідентифікації динамічних об'єктів:

а) вибір плану експерименту $X_{n\lambda}$, який здійснюється згідно з рис. 1.1; крім цього, повинен визначатися спектр плану (5.13);

б) проведення експерименту, при здійсненні якого на об'єкті встановлюються необхідні значення факторів, що задаються черговим рядком матриці планування (5.12), і вихідний параметр Y протягом усього виробничого періоду реєструється у фіксовані моменти часу t_l , що визначаються виразом (5.13); при заданих умовах здійснюються також повторні запуски процесу, кількість яких визначається числом r ; аналогічна процедура виконується і для подальших рядків матриці планування експерименту (5.12);

в) обробка результатів експерименту для кожного моменту часу t_l за експериментальними даними, що задаються матрицею (5.15); розраховуються коефіцієнти моделі з використанням звичайних формул для отримання статичних моделей [2,18]; оцінки коефіцієнтів апроксимуються часовими функціями на всьому інтервалі T_1 ;

г) перевірка адекватності моделі; встановлюється ступінь відповідності експериментальних даних, отриманих на об'єкті розрахунками, які визначаються для даного моменту t_l за допомогою динамічної моделі; якщо отримана модель адекватна для будь-якого з моментів дослідженого інтервалу часу T_1 , то вона адекватно описує перебіг процесу загалом.

5.3. Алгоритм цілеспрямованого пошуку плану дробового факторного експерименту для побудови працездатної математичної моделі об'єкта

Використання моделі зі змішаними оцінками [5] спричиняє великі похибки при визначенні оптимальних режимів роботи об'єкта. Тому залишається актуальною задача вибору зі всієї множини X_n планів ДФЕ заданої розмірності плану $X_{n\lambda}$, що забезпечує отримання роздільних оцінок для всіх коефіцієнтів шуканої моделі F . Розв'язання її вельми трудомістке, оскільки зводиться до багаторазового перебору варіантів змішування, а зі збільшенням числа факторів K значно зростає кількість дробових реплік N_{dp} , що визначається за формулою

$$N_{dp} = p! \left(1 + \sum_{i=1}^p c_p^i \right) c_q^p, \quad (5.18)$$

де $q = \sum_{j=2}^{K-p} c_{K-p}^j$.

Таким чином, необхідно створити алгоритми і програми, що забезпечують вибір на ЕОМ плану ДФЕ, не вдаючись до повного перебору [1].

У роботі [19] описано програму, яка відповідно до генеруючого співвідношення, заданого користувачем, будує і видає на друк систему змішування оцінок коефіцієнтів. Цей алгоритм не забезпечує автоматичного розв'язання поставленої задачі і призначений для роботи з кваліфікованими фахівцями, що мають навички аналізу отриманих систем змішування. Тому вказану розробку не можна використовувати при реалізації методу ітераційного планування експерименту.

Задачу визначення умов, за яких план 2^{K-p} забезпечує отримання незмішаних оцінок для коефіцієнтів, розглянуто тільки для окремого випадку [20], оскільки вона вирішується при таких обмеженнях:

$$\begin{aligned} b_{il,n} &= 0; i \neq l \neq n, \\ b_{il,nm} &= 0; i \neq l \neq n \neq m \end{aligned} \quad (5.19)$$

і т. д.

Необхідна умова розв'язності задачі побудови насичених або майже насичених планів [21] дозволяє в деяких випадках лише позбутися марного пошуку відповідної системи змішування, але не пропонує конкретного шляху її вибору.

Тому авторами пропонується алгоритм [22], що дозволяє розв'язати поставлену задачу вибору. При його складанні розроблено і враховано такі теоретичні положення.

Твердження 1. Якщо визначальний контраст $J = X_1 \cdot X_j \dots X_l \cdot X_K$ містить в собі всі індекси якоїсь істотної взаємодії $X_i \cdot X_j \dots X_l$ і ще один будь-який індекс K , то при виборі плану ДФЕ X_n зі всієї множини X план з таким генеруючим співвідношенням усувається.

Приклад. Досліджується вплив чотирьох факторів X_1, X_2, X_3, X_4 на вихідний параметр об'єкта y . Для здійснення експерименту було вибрано план ДФЕ 2^{4-1} з генеруючим співвідношенням $X_4 = X_2 \cdot X_3$, при цьому заздалегідь відомо, що взаємодія $X_3 X_4$ істотна. Отже, експериментатор допустив помилку, оскільки в цьому випадку є така система змішування [23]:

$$\begin{aligned} b_1 &= \beta_1 + \beta_{1234}; & b_2 &= \beta_2 + \beta_{34}; \\ b_3 &= \beta_3 + \beta_{24}; & b_4 &= \beta_4 + \beta_{23}, \end{aligned} \quad (5.20)$$

і оцінка коефіцієнта b_2 буде визначена спільно з оцінкою коефіцієнта при істотній взаємодії $X_3 X_4$. Цей план ДФЕ брати не можна, оскільки визначальний контраст $J = X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$ містить всі індекси істотної взаємодії $X_3 X_4$ і ще один індекс $K=2$.

Твердження 2. Процес пошуку плану необхідно починати з генеруючого співвідношення, отриманого прирівнянням K -го фактора X_K до неістотної взаємодії $X_i \cdot X_j \dots X_l$ з максимальним числом індексів, і для нього перевіряти виконання умови твердження 1.

Це зумовлено тим, що для більшості об'єктів взаємодії високого порядку, як правило, є неістотними, а при такому прирівнянні в систему змішування входять оцінки коефіцієнтів при взаємодіях високого порядку.

Твердження 3. Якщо добуток усіх визначальних контрастів

$$J_m = \prod_{z=1}^m J_z = X_i X_j \dots X_l X_K$$

включає всі індекси якоїсь істотної взаємодії $X_i X_j \dots X_l$ і ще один будь-який індекс K , то вибір нової репліки шляхом перестановок у генеруючих співвідношеннях неможливий.

Приклад. Дробова репліка 2^{6-3} задана генеруючими співвідношеннями $X_4 = X_2 X_3$, $X_5 = X_1 X_3$, $X_6 = X_1 X_2 X_3$, а взаємодія $X_3 X_4 X_5$ є істотною.

При цьому добуток усіх визначальних контрастів

$$J_m = \prod_{z=1}^m J_z = X_3 X_4 X_5 X_6$$

і, отже, вибір нової репліки шляхом перестановок у генеруючих співвідношеннях неможливий. Дійсно, якщо здійснити, наприклад, такі перестановки: $X_4 = X_1 X_2 X_3$, $X_5 = X_2 X_3$, $X_6 = X_1 X_3$, то знов отримаємо $J_m = X_3 X_4 X_5 X_6$.

Таким чином, твердження 2 задає початкові умови процесу пошуку необхідної репліки 2^{k-p} , а твердження 1 і 3 – умови, що дозволяють в створеному алгоритмі замінити повний перебір перебором з відрізанням.

Розроблений з урахуванням перерахованих вище теоретичних положень алгоритм реалізовує процес автоматичного вибору необхідних генеруючих співвідношень на основі даних про істотні й неістотні фактори і їхні взаємодії. При цьому передбачаємо, що завжди є інформація про істотні й неістотні фактори і їхні взаємодії, яка міститься у відповідних вхідних масивах, причому взаємодії факторів зберігаються в них у вигляді числових даних, наприклад, для першого і другого – у вигляді 1 – 2. У випадку відсутності такої інформації реалізують експерименти, спрямовані на виділення значущих факторів і взаємодій [23].

Суть роботи алгоритму полягає в такому. Визначається дробовість репліки, тобто величина P , з урахуванням того, що насичені плани ДФЕ будувати немає сенсу, оскільки при використанні їх в методі ітераційного планування немає степенів вільності для розрахунку статичних параметрів і адекватності моделі. Процес пошуку здійснюється з урахуванням твердження 2 шляхом: а) послідовного прирівнювання до кожного з P факторів незначущих взаємодій; б) перевірки виконання твердження 1.

При цьому якщо твердження 1 справедливе, то береться наступна незначуща взаємодія, якщо ні - відбувається формування масиву визначальних контрастів. Після підбору всіх генеруючих співвідношень визначаються узагальнювальні контрасти і для них перевіряється виконання твердження 1. Якщо воно не підтверджується, то формуються вихідні масиви, в протилежному випадку здійснюється перевірка виконання твердження 3, при додатному результаті знов повторюється описана вище процедура з використанням спеціальної системи пошуку, а при від'ємному - реалізуються за певною системою перестановки в генеруючих співвідношеннях і потім виконується процедура, починаючи з етапу «б». Відмінність полягає в тому, що при виконанні твердження 1 на етапі «б» пошуку шляхом перестановок відбувається перехід до їх здійснення.

Збільшена схема розробленого алгоритму містить X_{k-p} - множину факторів, що залишилися після заміни P факторів неістотними взаємодіями.

Вихідна інформація про необхідні генеруючі співвідношення призначена для роботи алгоритму, що реалізовує процес автоматичної генерації плану ДФЕ. Цей алгоритм являє собою послідовність таких кроків: 1) генерація плану повного факторного експерименту і отримання масиву, в якому зберігається матриця взаємодій факторів [24]; 2) вибір з матриці взаємодій стовпців, необхідних для заміни стовпців факторів у плані ПФЕ; 3) формування вихідних масивів, що несуть інформацію про синтезований план ДФЕ.

Розроблені алгоритми реалізовано за допомогою програм на мові PASCAL [25] і випробовано на серії модельних і реальних задач з допомогою ЕОМ IBM PC/IT.

5.4. Пакет прикладних програм автоматизації планування експерименту

Для реалізації теорії активної ідентифікації технологічних процесів необхідні розробка і створення пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту як складової частини АСК ТП. При цьому передбачається застосування персональної ЕОМ серії IBM PC для безпосереднього розв'язання задач вибору оптимального плану експерименту і оброблення результатів, отриманих у процесі його

проведення, а також керівного обчислювального комплексу (КОК), призначеного для керування окремими технологічними установками або групами установок [26]. КОК буде вирішувати задачі керування обладнанням, що бере участь в експерименті на технологічному об'єкті, здійснювати збір і первинне перероблення експериментальної інформації, яка в подальшому надходить в пам'ять ЕОМ типу IBM PC і обробляється в підсистемі оброблення пакета прикладних програм (ППП). У разі неадекватності отриманої формальної моделі об'єкта PPP синтезує план нового експерименту, що реалізується потім за допомогою КОК.

Одним з найважливіших питань створення такої системи є розроблення математичного забезпечення. При цьому програмне забезпечення буде містити в собі такі підсистеми:

- 1) автоматизації планування експерименту і оброблення отриманої інформації;
- 2) керування технологічними установками відповідно до вимог плану.

Для кожного конкретного технологічного процесу існують відмінності в структурі технічних засобів АСК ТП, що приводить до відповідних змін у підсистемі математичного забезпечення для КОК. Тому при проектуванні програмного забезпечення підсистему автоматизації планування експерименту й оброблення отриманої інформації доцільно зробити універсальною, а підсистему для обчислювального комплексу видозмінювати залежно від досліджуваного техпроцесу.

У цьому розділі пропонується методологія побудови пакета прикладних програм, що реалізує задачі автоматизації планування експерименту й оброблення отриманої інформації, на основі запропонованої теорії активної ідентифікації. Для розроблення комплексу програм вибрано мову програмування Паскаль і його реалізацію Turbo Pascal 7.0 фірми Borland Inc. Ця мова дозволяє реалізувати поставлену задачу із застосуванням методів структурного програмування. Метод полягає у винесенні модулів-підпрограм в окремий файл-бібліотеку і написанні керівного модуля, що складається з викликів даних процедур і функцій згідно з алгоритмами теорії активної ідентифікації технологічних об'єктів.

5.4.1. Схема автоматизованого синтезу математичних моделей технологічних процесів

У результаті розв'язання задач формалізації етапів вибору типу моделі Fhl і оптимального плану експерименту xhl для її отримання, поставлених у роботі [27], на основі методу ітераційного планування [28] розроблено пакет прикладних програм, який дозволяє автоматизувати процес експериментального дослідження різних промислових об'єктів, що допускають здійснення активного експерименту.

При синтезі поліноміальних моделей об'єктів з використанням пакета програм передбачається автоматизація таких етапів: вибір плану експерименту на основі існуючої апріорної інформації; побудова математичних моделей за отриманими експериментальними даними; оцінювання адекватності синтезованих моделей і планування уточнювального експерименту.

На рис. 5.2 показано загальну схему організації процесу синтезу математичних моделей технологічних процесів на основі методу ітераційного планування експерименту.

Основні стадії процесу, що являє собою замкнений цикл, включають проведення експерименту, синтез і оцінювання адекватності моделі і передбачають нарощування складності моделі й числа експериментальних даних для досягнення певного ступеня відповідності моделі й об'єкта.

У разі відсутності апріорної інформації про об'єкт робота пакета починається з вибору плану попереднього експерименту (блоки 1, 2). При цьому план синтезується в пам'яті машини (блок 3) шляхом випадкової вибірки рядків матриці планування ПФЕ.

Синтезований план видається на друк у формі, зручній для користувача (блок 8), а його матриця записується на магнітний диск у вигляді файлів прямого доступу. Розрахунки перериваються до



Рис. 5.2. Загальна схема організації процесу синтезу математичних моделей

завершення реалізації спланованого експерименту (блоки 9, 10), який може виконуватися або з допомогою КОК, або вручну - експериментатором.

Результати дослідження вводяться або системою збору і перероблення інформації, або з клавіатури персонального комп'ютера (блок 11) і обробляються за методом випадкового балансу [26] (блок 12). На основі відомостей про істотні фактори і взаємодії з використанням алгоритмів, розглянутих у розділі 2, вибирається ДФЕ з відповідними генеруючими співвідношеннями (блоки 1, 2), і в пам'яті машини синтезується план (блок 4), який видається на друк і записується на магнітний диск. Після переривання для виконання експерименту і введення даних відбуваються оброблення результатів і обчислення критерію адекватності (блоки 12,13).

За обчисленням критерієм приймається рішення про проведення уточнювального (або дискримінуючого) експерименту (блок 14). У разі адекватності на друк видається документ, що містить інформацію про отриману формальну модель (блок 15). Якщо ж гіпотеза адекватності відхиляється, блок 14 передає керування блоку 1 для вибору наступного кроку ітерації. Подальші кроки здійснюються аналогічно, відповідні плани синтезуються в пам'яті машини (блоки 5, 6, 7), записуються на магнітний диск для подальшого оброблення результатів експерименту, а на друк видається тільки частина матриці планування, що включає досліді, які не проводилися раніше. Після видачі плану на кожному кроці ітерації розрахунки перериваються на час проведення експерименту.

При наявності апріорної інформації про техпроцес в загальній схемі синтезу математичного опису буде відсутнім етап генерації плану попереднього експерименту і оброблення отриманої на цьому кроці інформації.

5.4.2. Принципи побудови пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту

В основу побудови пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту (ППП АПЕ) покладено модульний принцип.

Цей пакет являє собою множину ув'язаних між собою проблемно-орієнтованих підпрограм і файлів даних на НМД, реалізованих у рамках системи MS-DOS і орієнтованих на використання фахівцями різних кваліфікацій. При його розробленні враховувалися такі основні вимоги: статичні поліноміальні моделі можуть синтезуватися для об'єктів з числом істотних факторів $K=10$; пакет має бути відкритим для поповнення програмами і даними; пакет повинен реалізовувати вибір плану експерименту, що влаштовує дослідника, і добудовувати його до більш складного у разі неадекватності синтезованої моделі; програми повинні розроблятися з урахуванням їх подальшого використання на всіх моделях ПК серії IBM PC і сумісних з ними, що працюють під керуванням операційної системи MS-DOS версії 3.0 і вище; як вхідні дані для функціонування пакета беруться експериментальна інформація про об'єкт, кількість факторів і вказівки про режими роботи; як вихідні дані пакет повинен видавати плани експерименту у вигляді таблиць і моделі об'єктів у вигляді формул.

Пакет прикладних програм АПЕ вирішує такі задачі [109]: синтез типових планів експерименту; визначення кількості паралельних дослідів; видача рандомізованих планів з друкуванням дійсних значень верхніх і нижніх рівнів факторів; первинне оброблення отриманої інформації (перевірка наявності закону нормального розподілу, виключення грубих дослідів, розрахунок статистичних параметрів, перевірка однорідності й рівності числа повторних вимірювань для кожного дослідів матриці планування); оброблення результатів попереднього дослідження для виділення істотних факторів і взаємодій; вибір оптимального плану дробового факторного експерименту з придатною системою змішування; розрахунок коефіцієнтів математичних моделей (лінійних і нелінійних за параметрами); перевірка адекватності отриманих моделей; перевірка значущості коефіцієнтів математичних моделей; вибір стратегії

уточнювального експерименту в умовах, коли вибрана модель не адекватна реально існуючій ситуації; видача адекватної моделі об'єкта на друк.

Пакет можна використати при отриманні математичних описів динамічних об'єктів, розповсюджуючи на них концепцію активного експерименту в статистиці згідно з методом, розглянутим у розділі 1. Створений ППП АПЕ може працювати в таких режимах: 1) відсутність апіорної інформації; 2) наявність апіорної інформації; 3) обробка експериментальних даних. При функціонуванні системи в режимах 1 і 2 передбачено такі варіанти:

- а) задано кількість паралельних дослідів;
- б) відсутня інформація про число повторних вимірювань.

У випадку, коли є інформація про кількість паралельних дослідів, ЕОМ видає на друк план експерименту з урахуванням цих дослідів. За відсутності таких даних проводиться дублювання дослідів до виконання нерівності [8]:

$$Q \geq (t_{Q-1}^{a/2} / C)^2 S_Q^2, \quad (5.21)$$

де Q - кількість паралельних дослідів; C - точність, з якою необхідно оцінити середнє значення вихідного параметра; t - статистика Стюдента [10]; S_Q^2 - послідовна оцінка Q після σ^2 спостережень.

Режим 3 враховує такі можливі результати:

- а) рівна кількість вимірів для кожного досліді матриці планування;
- б) різне число таких вимірювань для рядків плану експерименту.

У разі наявності результату "а" оброблення експериментальної інформації здійснюється ЕОМ за алгоритмом, спрощену схему якого показано на рис. 5.3, з використанням звичайних формул для ортогонального планування [28]. Результат "б" передбачає розрахунок коефіцієнтів математичної моделі шляхом розв'язання системи рівнянь у

матричному вигляді [29, 30]:

$$B = (x_{ij}^* P x_{ij}) (x_{ij}^* P \bar{Y}), \quad (5.22)$$

де B - матриця коефіцієнтів;

$\bar{Y}$ - вектор, що складається із середніх спостережень з дубльованих дослідів;

x - матриця умов експерименту, що містить лише неповторювані рядки;

P - діагональна матриця, в якій зберігається число паралельних дослідів для кожного рядка матриці x .

В основу структурної організації даних пакета покладено двовимірний масив, що являє собою таблицю-протокол експериментального дослідження якого-небудь об'єкта.

Застосування розроблених машинних алгоритмів генерації матриць планування, наприклад [31, 32], дозволило скоротити обсяг інформації, що вводиться із зовнішніх пристроїв в N раз порівняно з таблицею-протоколом, поданою двовимірним масивом

$$N = K/Q + 1, \quad (5.23)$$

де K - кількість факторів досліджуваного процесу;

Q - число паралельних дослідів;

N - кількість дослідів у матриці планування.

Це пов'язано з тим, що якби не генерувати матрицю планування x_{ij}^* , розмірність масиву якої $N \times K$, то треба було б вводити два масиви:

$x_{ij}^* (N \times K)$ і $Y (N \times Q)$. Скорочення обсягу інформації, що вводиться, в свою

чергу знижує ймовірність появи помилок при введенні початкових даних. Розглянуті принципи побудови пакета прикладних програм АПЕ дають можливість вести послідовне оброблення експериментальних даних, отриманих при проведенні експерименту за планами, синтезованими ЕОМ, до моменту досягнення необхідного ступеня адекватності моделі, що, в свою чергу, дозволить автоматизувати процес синтезу статичних і динамічних моделей промислових об'єктів.

5.4.3. Схема алгоритму керівної програми пакета

Необхідність розроблення алгоритму керівної програми спричинена: великою кількістю підпрограм пакета; складністю методів ітераційного і послідовного планування експерименту; змінами в послідовності запуску процедур при реалізації різних планів; можливістю спрощення роботи оператора.

Обчислювальний процес, що виконується даним пакетом програм, здійснюється за етапами. На кожному етапі спільної роботи системи "пакет - експериментатор" розв'язуються задачі синтезу плану експерименту, побудови математичної моделі за отриманими експериментальними даними і обчислення критерію адекватності (рис. 5.3). У разі неадекватності отриманої моделі реалізується наступний етап.

Завершена послідовність таких етапів, що здійснюються до отримання адекватної моделі об'єкта, являє собою цикл ітераційного планування експерименту. Для організації циклу застосовано коди керування KOD11, KOD1, KOD0. Основною вхідною інформацією є таблиця експериментальних даних, отриманих у процесі дослідження об'єкта. Крім того, для автоматичного вибору методу розв'язання задачі користувач складає вхідне завдання (запит). Вхідна інформація безпосередньо залежить від режиму роботи пакета. Так, у режимі 1, для якого KOD11=0, в пам'ять ЕОМ вводяться такі дані: значення параметрів KOD11 і KOD0; кількість факторів K ; масив основних рівнів факторів X розмірності K ; масив інтервалів варіювання по кожному фактору A розмірності K ; кількість вихідних параметрів KP , що вивчаються.

У випадку, коли число паралельних дослідів відоме, тобто KOD0=0,

в оперативну пам'ять заноситься кількість цих дослідів Q . За наявності протилежного результату, тобто коли $KOD0=1$, вводиться величина точності C , з якою необхідно визначити середнє значення відклику.

У режимі 2, для якого $KOD11=1$, крім указаної вище інформації задаються масиви істотних і неістотних факторів і їхніх взаємодій SY і NSY , а також параметри, що характеризують ці масиви.

Після проведення експерименту на об'єкті дослідження пакет буде працювати в режимі 3, для якого $KOD11=5$, і як вхідна інформація виступають: масив експериментальних даних Y розмірності $N \times Q$; значення параметра $KOD1$, що визначає вигляд плану експерименту.

З урахуванням вищевикладеного подано схему алгоритму керівної програми (рис. 5.4). На початку роботи пакета за вхідним завданням проводиться вибір режиму функціонування. У режимі 1 викликається відповідна процедура (PRED), яка синтезує план попереднього експерименту, використовуючи процедуру синтезу плану ПФЕ (RER) і процедуру сортування рядків матриці плану (SORT). Змінній $KOD1$ присвоюється значення 0, що відповідає проведенню експерименту за попереднім планом. Потім проводяться розрахунок значень верхніх і нижніх рівнів факторів (модуль ZNACH) і заміна кодованих значень факторів у плані експерименту на дійсні (модуль PKOD). Далі керування передається підпрограмі, що організовує виведення плану експерименту на друк (PLAN). Після проведення експерименту отримані дані обробляються підпрограмою ORPE для відбору домінуючих факторів і їхніх взаємодій з метою визначення розмірності задач. При цьому істотні фактори і взаємодії вибираються за допомогою модуля випадкового балансу [64]. Робота пакета в цьому режимі обов'язкова, якщо $K>10$. Після реалізації розрахунків за планом попереднього експерименту (або при роботі ППП у режимі 2) висувається гіпотеза про опис об'єкта дослідження поліномом першого порядку за планом ДФЕ. При цьому програмний модуль VDFE дозволяє вибрати відповідний план ДФЕ, а підпрограма DFE генерує його в пам'яті EOM. Змінній $KOD1$ присвоюється значення 1. Видача синтезованого плану на друк здійснюється програмними одиницями SORT, ZNACH, PKOD, PLAN, які входять до групи СЗ (див. рис. 5.4).

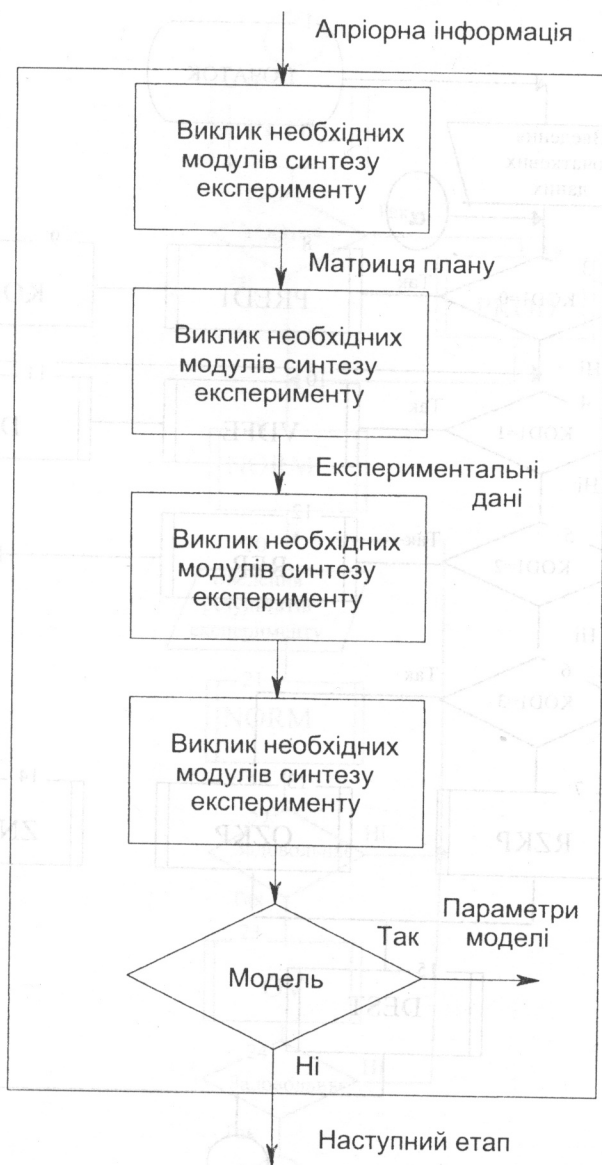


Рис. 5.3. Схема етапу автоматизації планування експерименту

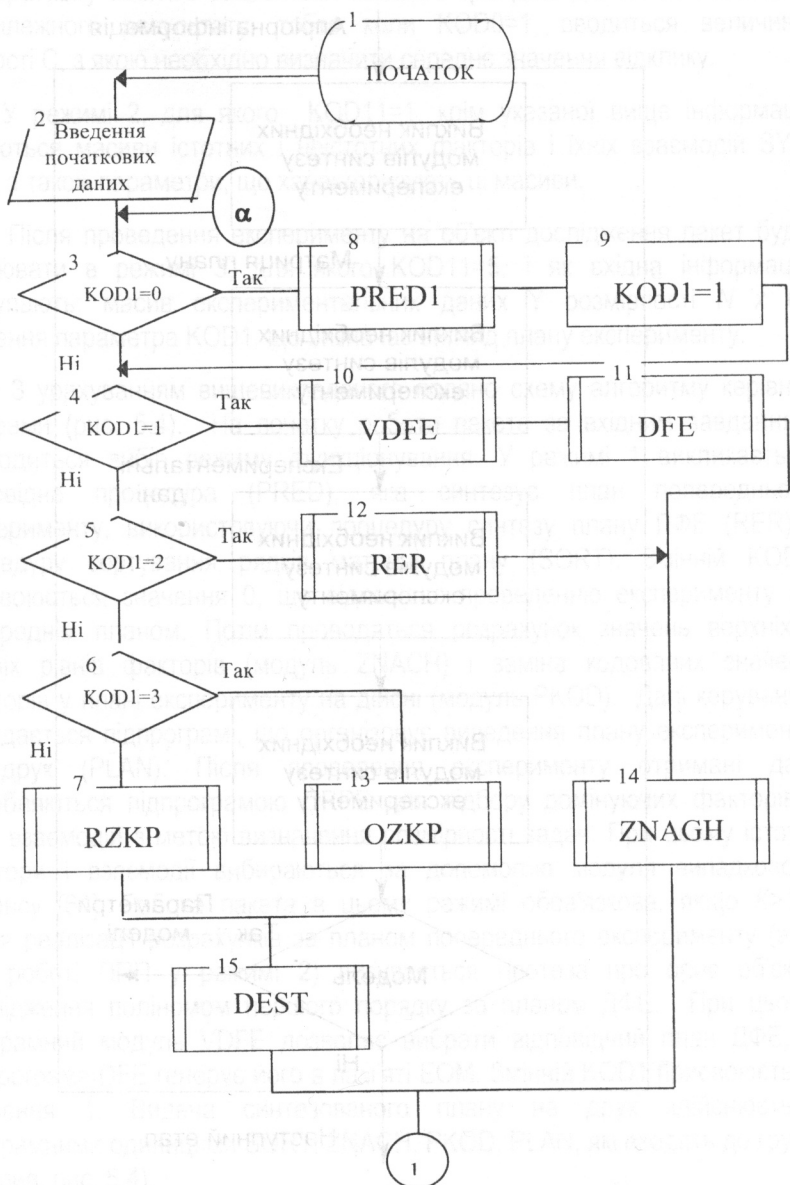


Рис. 5.4. Блок-схема алгоритму керівної програми

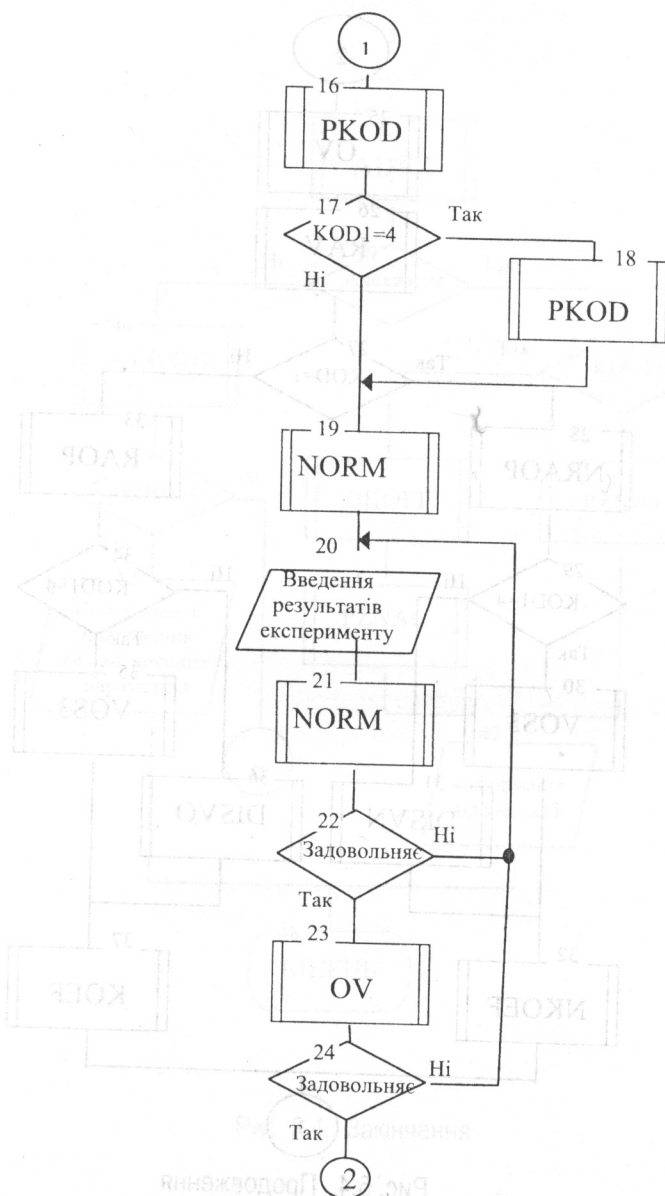


Рис. 5.4. Продовження

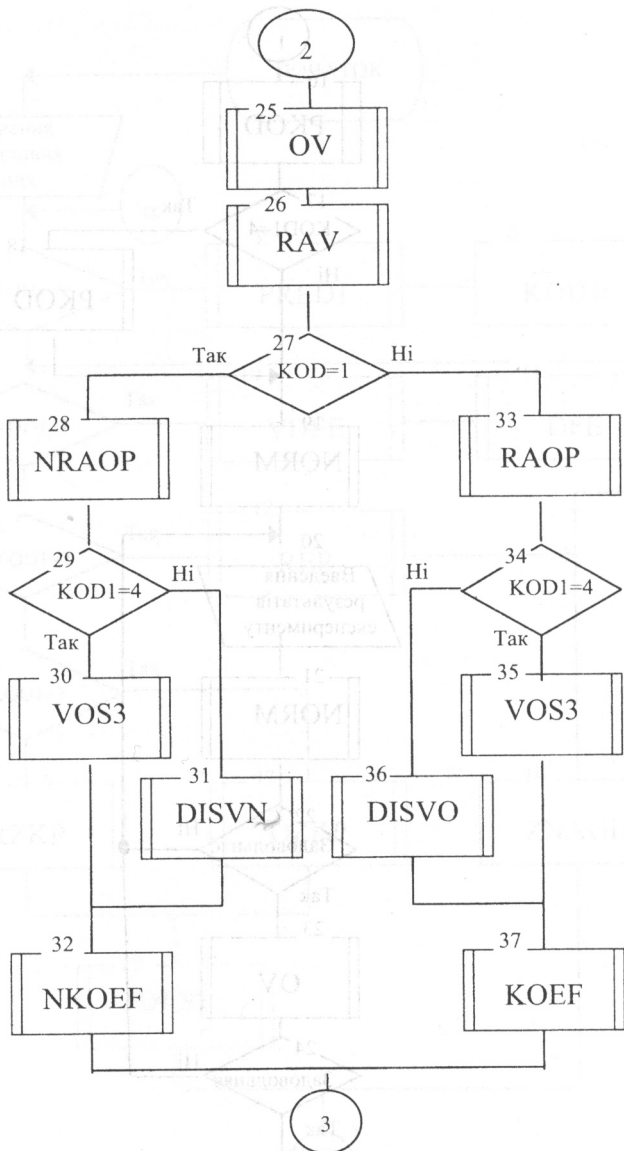


Рис. 5.4. Продолжения

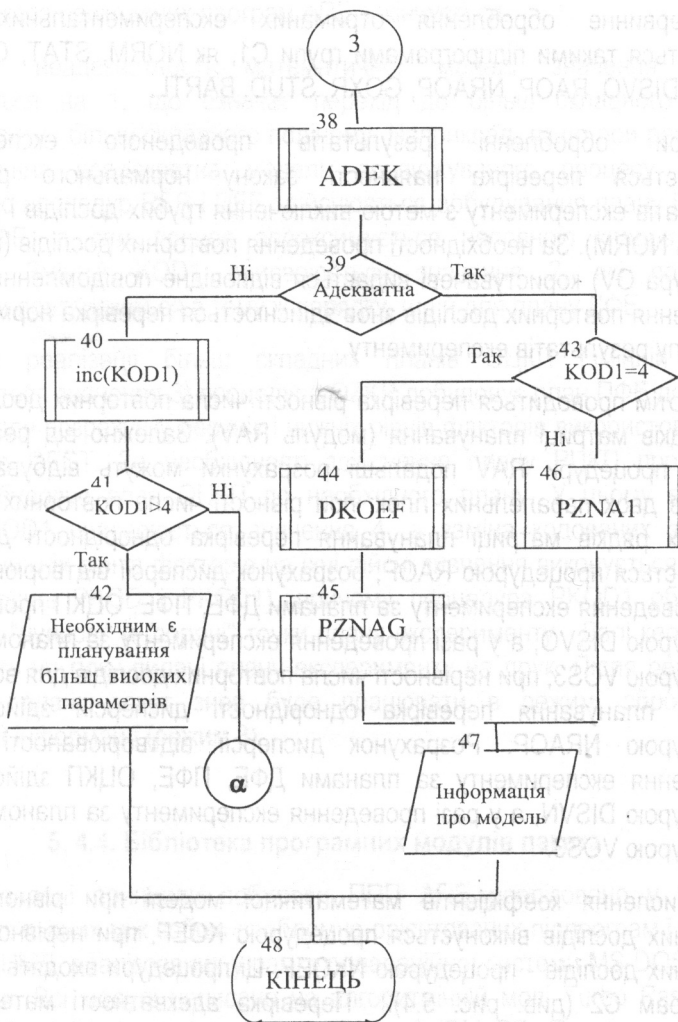


Рис. 5.4. Закінчення

Первинне оброблення отриманих експериментальних даних виконується такими підпрограмами групи C1, як NORM, STAT, OV, RAV, DISVN, DISVO, RAOP, NRAOP, GOXR, STUD, BARTL.

При обробленні результатів проведеного експерименту здійснюється перевірка наявності закону нормального розподілу результатів експерименту з метою виключення грубих дослідів і промахів (модуль NORM). За необхідності проведення повторних дослідів (визначає процедура OV) користувачеві видається відповідне повідомлення. Після проведення повторних дослідів знов здійснюється перевірка нормальності розподілу результатів експерименту.

Потім проводиться перевірка рівності числа повторних дослідів для всіх рядків матриці планування (модуль RAV). Залежно від результатів роботи процедури RAV подальші розрахунки можуть відбуватися за одною з двох паралельних гілок: при рівності числа повторних дослідів для всіх рядків матриці планування перевірка однорідності дисперсій здійснюється процедурою RAOP; розрахунок дисперсії відтворюваності у разі проведення експерименту за планами ДФЕ, ПФЕ, ОЦКП проводиться процедурою DISVO, а у разі проведення експерименту за планом РЦКП - процедурою VOS3; при нерівності числа повторних дослідів для всіх рядків матриці планування перевірка однорідності дисперсій здійснюється процедурою NRAOP. Розрахунок дисперсії відтворюваності у разі проведення експерименту за планами ДФЕ, ПФЕ, ОЦКП здійснюється процедурою DISVN, а у разі проведення експерименту за планом РЦКП - процедурою VOS3.

Обчислення коефіцієнтів математичної моделі при рівному числі повторних дослідів виконується процедурою KOEF, при нерівному числі повторних дослідів - процедурою NKOEF. Ці процедури входять до групи підпрограм C2 (див. рис. 5.4). Перевірка адекватності математичної моделі реалізовується функцією підпрограми ADEK, яка після оброблення вхідної інформації видає рішення про адекватність отриманої математичної моделі. При адекватності цієї моделі проводяться розрахунок дисперсій (модуль DKOEF) і оцінювання значущості коефіцієнтів математичної моделі або шляхом побудови довірчих інтервалів (модуль PZNAG), або оцінюванням значущості коефіцієнтів регресії. Потім адекватна математична модель виводиться на друк і

робота пакета прикладних програм АПЕ закінчується.

При неадекватності математичної моделі значення KOD1 збільшується на 1, що означає перехід до більш складного плану експерименту і більш складного поліному. Наприклад, якщо при реалізації ДФЕ вийшла неадекватна модель досліджуваного процесу, то за допомогою процедур RER і DFE здійснюється добудування плану ДФЕ до плану ПФЕ, а сам процес апроксимується неповною квадратичною моделлю. Змінній KOD1 присвоюється значення 2, всі подальші процедури повторюються в тому ж порядку, що й для плану ДФЕ.

При реалізації більш складних планів ОЦКП (змінній KOD1 присвоюється значення 3) процедура OZKP добудовує план ПФЕ до плану ОЦКП, а для розрахунку верхніх і нижніх рівнів факторів використовується процедура DEST. За необхідності здійснення плану РЦКП процедура RZKP добудовує план ОЦКП до необхідного плану. У цьому випадку змінній KOD1 присвоюється значення 4, а заміна кодованих значень верхніх і нижніх рівнів факторів на їхні дійсні значення виконується за два етапи (модулі PKOD і PKOD1), причому процедура PKOD1 обробляє виключно "нульові" й "зоряні" точки плану експерименту. Далі керування переходить на гілку видачі плану експерименту на друк. Після реалізації чергового плану пакет знов буде працювати в режимі оброблення отриманої інформації (режим 3).

5. 4.4. Бібліотека програмних модулів пакета

Викладені принципи побудови ППП АПЕ реалізовано у вигляді системи ув'язаних між собою проблемно-орієнтованих підпрограм і файлів даних на НМД, реалізованих у рамках операційної системи MS-DOS версії 3.0 і вище. Всі модулі написано на алгоритмічній мові Turbo Pascal 7.0 фірми Borland Inc і реалізовано на ПК серії IBM PC. При їх організації використовувалася як проста, так і складна модульні структури.

Програмні модулі оформлено у вигляді процедур, і вони можуть працювати або автоматично під керуванням організуючої програми як єдиний пакет, або як самостійні програмні одиниці. У другому випадку користувач повинен сам складати керівну програму для свого завдання.

Всі модулі є повністю сумісними, а обмін даними відбувається через заголовки процедур.

5.4.5. Порядок роботи ППП АПЕ

Для запуску пакета необхідно або запустити на виконання файл EXPERT.EXE під керуванням системи MS DOS, або запустити із середовища Turbo Pascal файл з початковим текстом керівної програми EXPERT.PAS. Подальша робота користувача з пакетом буде здійснюватися в режимі діалогу.

Після запуску на екрані з'явиться меню такого вигляду:

Виберіть початковий крок

Попередній експеримент	↑
Синтез плану ДФЕ або ПФЕ	
Вихід	↓

Переміщення по меню здійснюється клавішами '↑' і '↓', вибір - клавішею 'Enter'.

За наявності апріорної інформації про об'єкт потрібно вибрати "Синтез плану ДФЕ або ПФЕ" і перейти до п. 5.4.5.2, а інакше - вибрати «Попередній експеримент» і перейти до п. 5.4.5.1.

5.4.5.1. Здійснення попереднього експерименту

Програма запитає кількість факторів:

Введіть кількість факторів (1-10):

Потрібно ввести кількість факторів (≤ 10) і завершити введення клавішею 'Enter'. Далі на запит системи слід ввести кількість вихідних

параметрів. Після цього програма запитає, як буде вводитися інформація про фактори. Можливе введення даних з файла або вручну. Вибір необхідного режиму здійснюється також через меню.

Якщо вибрано ручне введення, то програма для всіх факторів послідовно буде запитувати основний рівень і інтервал варіювання фактора. Їх необхідно вводити, розділяючи пропуском.

Якщо вибрано введення з файла, то програма запитає ім'я файла з даними про фактори. Потрібно ввести ім'я або просто натиснути **'Enter'**, якщо дані зберігаються у файлі **'faktor.dat'**. Файл являє собою текстовий файл, в кожному рядку якого знаходяться два числа - основний рівень фактора й інтервал його варіювання, розділені пропуском. Файл може бути підготовлений в будь-якому текстовому редакторі або отриманий іншим шляхом.

Після введення інформації про фактори система видасть на екран повідомлення:

Для посторінкового виведення експерименту на екран користуйтеся "PageUp" і "PageDown"

Для продовження роботи натисніть "Esc"

Для виведення на друк плану експерименту натисніть "CTRL + P"

Після цього при натисненні будь-якої клавіші на екран буде посторінково видаватися план експерименту. Перегортати текст вгору і вниз можна клавішами **"PageUp"** і **"PageDown"**. При натисненні комбінації клавіш **"CTRL + P"** план експерименту буде роздрукований на друкувальному пристрої, а для продовження роботи необхідно натиснути клавішу **"Esc"**.

Далі проводиться експериментальне дослідження за отриманим планом і результати вводяться в програму. Введення результатів також може здійснюватися з файла або вручну. При ручному введенні програма запитає спочатку максимальну кількість повторних дослідів, а потім послідовно результати всіх дослідів для першого паралельного дослідів, потім для другого і т. д. Якщо експеримент з цим номером не проводився, можна просто натиснути клавішу **'Enter'**.

При виборі введення з файла потрібно ввести ім'я файла або просто натиснути 'Enter', якщо результати зберігаються у файлі 'result.dat'. Файл являє собою текстовий файл, у першому рядку якого записано максимальне число повторних дослідів, а в кожному рядку файла послідовно записано числа - результати всіх дослідів для першого паралельного дослідів, потім для другого і т. д. Якщо дослід з цим номером не проводився, замість результату необхідно поставити 0. У файлі можуть знаходитися довільні **нецифрові** коментарі, які при введенні даних будуть ігноруватися. Файл може бути підготовлений в будь-якому текстовому редакторі або отриманий іншим шляхом.

Після цього програма на основі аналізу отриманих даних видасть, які фактори є значущими, і перейде до побудови плану ДФЕ (див. п. 5.4.5.2а) або вимагатиме повторити експеримент при недостатньо "чистих" результатах дослідів (недотримання нормального закону розподілу результатів, нерівність дисперсій для кожного рядка матриці планування). Також можливий варіант, що значущим виявиться тільки один фактор (тобто експеримент вийшов однофакторним), тоді програма видасть повідомлення про недоцільність подальшої роботи за планами багатфакторного експерименту і закінчить роботу.

У подальшому ми більш не будемо так детально зупинятися на керуванні програмою і введенні початкових даних, а тільки посилатимемося на цей розділ з указанням формату вхідних файлів і деяких особливостей введення даних.

5.4.5.2. Синтез плану ДФЕ або ПФЕ

Пакет запитає, який початковий крок за наявності апріорної інформації про об'єкт буде здійснювати користувач - "Синтез плану ДФЕ" або "Синтез плану ПФЕ". Якщо "Синтез плану ПФЕ", то слід перейти до п. 5.4.5.2б, а якщо "Синтез плану ДФЕ", то після введення кількості факторів вихідних параметрів буде зроблено введення матриці (вручну або з файла "matr.dat"). У файлі послідовно в кожному рядку перераховано елементи матриці зліва направо зверху вниз порядково. При ручному введенні порядок введення аналогічний. Далі синтезується план ДФЕ.

а) Синтез плану ДФЕ

Програма запитає, яке число факторів замінити на взаємодії. Далі вона послідовно попросить ввести, якими саме факторами ми хочемо замінити фактор. Необхідно ввести номери факторів, не розділяючи їх пропусками. Система проаналізує фактори і, якщо серед них немає значущих, видасть систему змішування, наприклад:

Експеримент ДФЕ

Скільки факторів замінити на взаємодії? 1

Введіть взаємодії, якими ви хочете замінити

фактор 5: 24

$x5=x2*x4$

тобто 5-й фактор замінюється взаємодією 2-го і 4-го.

Далі зроблено введення інформації про фактори, синтез плану ДФЕ, видачу його на екран і принтер, проведення експерименту, введення його результатів (все аналогічно п. 5.4.5.1). І якщо програма не вимагатиме повторити дослід, то буде проведено синтез математичної моделі об'єкта (див. п. 5.4.5.3).

б) Синтез плану ПФЕ

Програма затребує ввести кількість факторів, кількість вихідних параметрів, інформацію про фактори, просинтезує план ПФЕ, видасть його на екран і принтер, попросить ввести інформацію про результати дослідів (аналогічно п. 5.4.5.1) і далі перейде до синтезу математичної моделі об'єкта.

5.4.5.3. Синтез математичної моделі об'єкта і ускладнення планування

Після синтезу моделі об'єкта відбувається перевірка її адекватності. Якщо модель адекватна, то буде зроблено відсівання незначущих коефіцієнтів, модель буде видана на екран і принтер і програма закінчить роботу.

У іншому випадку робиться спроба ускладнити вигляд планування до ОЦКП. Видається повідомлення

Математична модель неадекватна
Експеримент ОЦКП

і проводиться видача на екран і друк плану експерименту (ДФЕ або ПФЕ), побудованого до ОЦКП. Після проведення експерименту і введення результатів дослідів (див. п. 5.4.5.1) проводиться спроба синтезу математичної моделі і перевірки її адекватності.

При невдалому результаті планування ускладнюється до РЦКП, видається повідомлення

Математична модель неадекватна Експеримент РЦКП

проводиться видача на екран і друк плану експерименту (ДФЕ або ПФЕ), побудованого до РЦКП, і після проведення експерименту і введення результатів дослідів (див. п. 5.4.5.1) проводиться ще одна спроба синтезу математичної моделі й перевірки її адекватності.

Якщо та модель все ще неадекватна, то робиться висновок, що досліджуваний об'єкт потребує більш складного планування, ніж РЦКП, видається відповідне повідомлення і програма закінчує роботу.

5.4.6. Відлагодження і перевірка працездатності пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту

По закінченні написання кожної підпрограми було зроблено її відлагодження. Гарантією працездатності кожної підпрограми комплексу автоматизації планування експерименту є відповідність результату роботи значенням тестового прикладу.

Результати тестових прикладів або розраховувалися вручну, або були взяті з літератури, що описує реалізацію таких задач.

Після відлагодження бібліотеки підпрограм виконується відлагодження всього комплексу на тестових прикладах, взятих з різної літератури ([4], [13]).

5.4.6.1. Бібліотека програмних модулів пакета

У звітах з кожної підпрограми комплексу, наведених нижче, вказано:

- 1) функціональне призначення і опис логічної структури;

- 2) виклик і завантаження;
- 3) таблиця підпрограм більш низького рівня вкладеності, що викликаються;
- 4) список вхідних і вихідних даних;
- 5) текст підпрограми на мові програмування Паскаль;
- 6) текст перевірного модуля для цієї підпрограми на мові програмування Паскаль;
- 7) отримані результати.

5.4.6.1.1. Опис підпрограми синтезу плану попереднього експерименту (Pred)

Функціональне призначення і опис логічної структури

Ця підпрограма синтезує план попереднього експерименту, необхідність в проведенні якого виникає за відсутності апіорної інформації про об'єкт дослідження. При цьому побудова матриці планування здійснюється за методом випадкового балансу.

У підпрограмі спочатку визначаються показник k_n і число факторів у кожній групі. Потім в результаті звернення до підпрограми *Reg* синтезується план ПФЕ для кількості факторів k_n . Підпрограма *Sort* шляхом випадкової вибірки рядків матриці ПФЕ дозволяє здійснити формування масиву P_1 , інформація з якого добувається за допомогою елементів $P_2(i)$, $P_3(i)$.

Спочатку визначається число рядків для кожної групової матриці (рядки 7 - 10), потім розраховуються параметри, необхідні для визначення кількості груп факторів (рядки 11 - 14) і відбувається звернення до процедури *Reg*, що синтезує одновимірний масив, що містить матрицю плану ПФЕ. Далі формуються допоміжний масив A (рядок 16), визначається кількість груп факторів (рядки 17 - 18) і починається цикл формування вихідного масиву P_1 (рядки 20 - 34), яке включає звернення до процедури *Sort*, що виконує сортування елементів масиву випадковим чином (рядок 22), формування рандомізованого масиву RA (рядок 23),

визначення кількості факторів для кожної групи (рядки 24 - 26) і запис елементів масиву $M(j28)$ у масив $P1$. Формування масивів $P2$ і $P3$ відбувається в рядках 38 - 24.

Виклик і завантаження

$Pred_ (k:Integer; var P1:Array of Integer; var P2, P3:Array19);$

Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 1,1 Кб;
- програма перевірки модуля - 0,7 Кб;

Підпрограми, що викликаються

Підпрограми, що викликаються процедурою $Pred_$, наведено в табл. 5.2.

Таблиця 5.2

Ім'я	Формальні параметри	Призначення
Rer	$M, M1, M2, kn$	Генерація матриці плану ПФЕ
$Sort$	$A, B, IX, S1, RA$	Рандомізація вхідного масиву

Вхідні й вихідні дані

Вхідні:

k - кількість факторів.

Вихідні:

$P1(jk)$ - масив, в якому зберігається матриця плану попереднього експерименту;

$P2(19)$ - масив кількості рядків матриці, що зберігається в $P1$;

$P3(19)$ - масив адрес початкових елементів для кожного стовпця

матриці плану попереднього експерименту.

Текст підпрограми PRED і програми перевірного модуля для підпрограми PRED наведено у додатку. Отримані результати збігаються з контрольними значеннями тесту.

5.4.6.1.2. Опис підпрограми генерації матриці плану повного факторного експерименту (Rer)

Функціональне призначення і опис логічної структури

Підпрограма призначена для синтезу матриці плану ПФЕ. План ПФЕ є основою для побудови композиційних планів. Задача синтезу матриці плану ПФЕ розв'язується шляхом формування масивів M, M1 і M2.

Спочатку в підпрограмі визначається $k3=2^k \times k$ - розмірність масиву M (рядки 5 - 6), обнуляються його елементи (рядок 7) і присвоюються початкові значення параметрам M2(1) і k3.

При генерації масиву M (рядки 15 - 21) елемента M(k3) присвоюється значення (- 1) в тому випадку, коли величина у кратна параметру w (розрахованому в рядку 13), для протилежного результату - M(k3)=1. Перевірка кратності виготовляється в рядках 19 - 20.

Масив M1 заповнюється черговим елементом в рядку 14 при кожному новому проходженні циклу, організованого рядками 10 - 23. Аналогічно побудовано заповнення масиву M2. Його черговий елемент формується в рядку 22.

Результатом роботи процедури Rer є масив з k3 елементів, де:

- перші 2^k елементів містять послідовності 1 і -1 довжиною 2^0 ;
- другі 2^k елементів містять послідовності 1 і -1 довжиною 2^1 ;
- k-ті 2^k елементів містять послідовності 1 і -1 довжиною 2^k .

Виклик і завантаження

Rer(var M, M1, M2:Array of Integer; k:Integer);

Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 0,5 Кб;
- програма перевірки модуля - 1,1 Кб;

Вхідні й вихідні дані

Вхідні:

k - кількість факторів.

Вихідні:

$M(k1)$ - одновимірний масив, в якому зберігається згенерована матриця планування ПФЕ ($k1 = \overline{1, k3}$, де $k3 = 2^k * k$);

$M1(k1)$ - масив з інформацією про кількість елементів кожного стовпця матриці планування;

$M2(k1)$ - масив, в якому зберігаються номери початкових елементів для кожного стовпця матриці плану ПФЕ.

Підпрограми, що викликаються

Використовується підпрограма-функція Pow, що служить для обчислення результату піднесення числа до степеня, відмінного від 2.

Принцип розв'язання:

$$Pow = e^{[power * \ln(base)]} = e^{\ln(base)^{power}} = base^{power}. \quad (5.24)$$

Текст функції Pow:

1 function Pow(base, power:Double):Double;

2 begin

3 Pow:=Exp(power*Ln(base));

4 end (* Pow *);

В подальшому функція Pow розглядатися не буде.

Текст підпрограм наведено у додатку (підрозд. Д. 2).

Результат роботи перевірного модуля підпрограми Rer:

M=

1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1

1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1

1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 1 1 -1 -1

1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 -1

1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1

1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1

1 1 1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1

1 1 1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1

Результат роботи перевірного модуля підтверджує правильність роботи підпрограми.

5.4.6.1.3. Опис підпрограми рандомізації масиву елементів (Sort)

Функціональне призначення і опис логічної структури

Ця підпрограма призначена для розташування елементів у масиві випадковим чином. При проведенні експериментальних досліджень необхідно реалізувати досліди плану експерименту у часі випадковим чином. Тому потрібна видача на друк рандомізованого масиву RA, елементи якого визначають порядок проведення дослідів.

Ця задача розв'язується підпрограмою Sort шляхом перегляду, порівняння і перезаписів відповідних масивів.

Рядок 4 - визначення розмірності масивів P, B, S1, RA, IX.

Рядок 8 - установлення лічильника звернень до підпрограми Uzel на 1.

Рядок 9 - обнулення допоміжного масиву S1.

Рядок 11 - запис випадково вибраного елемента з масиву P у допоміжний масив B.

Рядок 15 - перезапис елементів масиву P у допоміжний масив B.

Рядки 16 - 19 - перезапис елементів масиву B, що мають порядковий номер менше за вибраний елемент, у допоміжний масив S.

Рядок 20 - зменшення на 1 розмірності масиву S1.

Рядки 21 - 25 - запис елементів масиву B, що залишилися, у допоміжний масив S1.

Рядок 26 - збільшення лічильника звернень до підпрограми Uzel на 1.

Рядок 27 - зменшення лічильника елементів, що залишилися, на 1.

Рядок 28 - збільшення лічильника рандомізованих елементів на 1.

Рядок 30 - запис чергового елемента у вихідний масив RA.

Рядок 31 - обнулення масиву B перед черговим циклом рандомізації.

Рядок 33 - перезапис у масив B вмісту допоміжного масиву, що міститься S1 перед черговим циклом рандомізації.

Рядок 34 - обнулення масиву S1 перед черговим циклом рандомізації.

Рядок 35 - перевірка: заповнення йде доти, доки значення лічильника звернень до підпрограми Uzel не стане таким, що дорівнює кількості елементів рандомізованого масиву.

Виклик і завантаження

`SORT(PArr, B: Array of Double; IX: Array of integer; var S1: Array of Double; var RA1: Array of Double; it: integer);`

Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 0,9 Кб;

- програма перевірки модуля - 0,4 Кб.

Підпрограми, що викликаються

Підпрограми, що викликаються процедурою Sort, наведено в

табл. 5.3.

Таблиця 5.3

Ім'я	Формальні параметри	Призначення
Uzel	<i>on, k, IX, ir, c</i>	Визначення випадковим чином номера елемента масиву

Вхідні й вихідні дані

Вхідні:

P(j) - рандомізований масив;

Y(j) - допоміжний масив;

IX(i) - допоміжний масив.

Вихідні:

RA(ir) - рандомізований масив;

S1(i) - допоміжний масив.

Текст підпрограми SORT наведено у додатку (підрозд. Д. 3).

Отримані результати:

2.0 7.0 4.0 8.0 5.0 10.0 3.0 1.0 6.0 9.0

Результатом перевірки спільної роботи підпрограм Sort і Uzel є рандомізований масив RA (масив чисел від 1 до 10, розташованих у випадковому порядку).

5.4.6.1.4. Опис підпрограми, що реалізовує вибір елемента з масиву випадковим чином (Uzel)

Функціональне призначення і опис логічної структури:

Підпрограма призначена для визначення номера елемента масиву випадковим чином. У ряді випадків необхідно випадковим чином вибрати елемент із заданого масиву. Для цього генератор випадкових чисел видає число *s*. Підпрограма Uzel викликається процедурою Sort, що розташовує елементи масиву у випадковому порядку.

Виклик і завантаження

Uzel(ON: integer; var k: integer; var IX: Array of integer; l: integer; var Z: integer);

Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 0,5 Кб;
- програма перевірки модуля - 0,5 Кб;

Вхідні й вихідні дані

Вхідні:

оп - число елементів у масиві;

l - номер звернення до даної підпрограми.

Вихідні:

k - номер елемента в масиві, вибраний випадковим чином;

z - випадкове число;

IX(j) - допоміжний масив.

Текст підпрограми Uzel і програми перевірного модуля Sort і Uzel наведено у додатку (підрозд. Д. 4).

Отримані результати

2.0 7.0 4.0 8.0 5.0 10.0 3.0 1.0 6.0 9.0

Результатом перевірки спільної роботи підпрограм Sort і Uzel є рандомізований масив RA (масив чисел від 1 до 10, розташованих у випадковому порядку).

Приклад побудови математичних моделей з використанням пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту наведено у додатку (підрозд. Д. 10).

5.5. Метод послідовного планування за імітаційною моделлю з використанням пакета СДЕПРР

5.5.1. Оцінка ефективності вимірювань

Розглянемо інформаційну модель об'єкта і вимірника (рис. 5.5):

$$Z(t) = A[B'; X], \quad (5.25)$$

де B' - вектор істинних параметрів;

$Z(t)$ - вектор стану системи;

X - вектор вхідних сигналів.

При цьому будемо передбачати, що B і X - елементи множин BSY і BSX відповідно, які є підмножинами банахова простору BS .

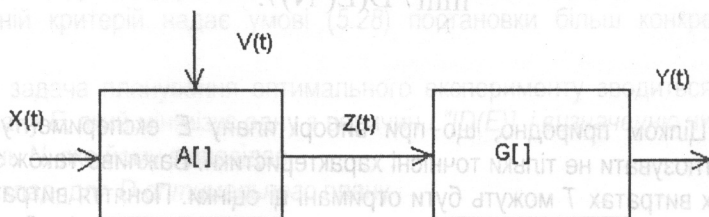


Рис. 5. 5. Інформаційна модель об'єкта і вимірника

5.4 Урахуємо накладення векторів шуму системи і вимірювання $V(t)$ і визначимо пристрій вимірювання деяким лінійним оператором $A2[\cdot]$. Тоді, враховуючи, що $V(t)$ - випадкова величина, вектор відклику Y - також випадкова величина:

$$E(Y/X) = A[X, B], \quad X \in BSX, \quad Y \in BSY, \quad BSY \subset BS. \quad (5.26)$$

В області X_0 за значеннями поверхні відклику визначаються параметри B .

Необхідно побудувати план проведення експерименту, який забезпечить здатність оцінок:

$$\lim P[(Bk-B') \times (Bk-B') > c] = 0, \quad (5.27)$$

де k - номер ітерації;

c - будь-яке додатне заздалегідь задане число;

$P[\cdot]$ - імовірність події.

При цьому накладено обмеження на кількість дослідів N :

$$\min_N D(E(N)) / . \quad (5.28)$$

Наприклад, для D -оптимального плану

$$\min_N D(E(N)) / . \quad (5.29)$$

Цілком природно, що при виборі плану E експерименту потрібно прогнозувати не тільки точнісні характеристики. Важливо також знати, при яких витратах T можуть бути отримані ці оцінки. Поняття витрат включає час, затрачений на експеримент; необхідні матеріальні або фінансові кошти, а також ряд інших факторів, які можуть вплинути на вартість експерименту.

Тому більш узагальненим критерієм вибору плану E може бути деяка функція $R(E)$, яка залежить від витрат і величин, які характеризують точність експерименту [13]:

$$R(E) = T + k \cdot L[D(E)], \quad (5.30)$$

де k – усталений нормуючий множник;

L – деякий функціонал, в основу якого покладено один зі способів порівняння (що відповідає конкретній умові експерименту):

- $|D(E)|$ – у разі побудови D -оптимального плану;
- $\max_x D(E, X)$ – для мінімаксних планів;
- $\max_x Db(X)$ – для мінімаксних планів у просторі параметрів.

З метою спрощення планування експериментів функцію вартості T передбачаємо пропорційною вартості кожного окремого експерименту:

$$T = N \cdot Si \cdot [Te \cdot P],$$

де Te – вартість вимірювання в X_i точці.

Тоді для випадку побудови D -оптимального плану (мінімізуючого D) функція втрат має вигляд

$$R[N, E(N)] = N \cdot Si [Te \cdot P] - m + k \cdot N \cdot |D(E)|. \quad (5.31)$$

При цьому функція втрат R для будь-якого N є суворо зростаючою функцією від $|D(E)|$ – для будь-якого D -оптимального плану або $L[D(E)]$ – в більш загальному випадку.

Останній критерій надає умові (5.28) постановки більш конкретне значення.

Отже, задача планування оптимального експерименту зводиться до пошуку плану E , який мінімізує одну з величин $L[D(E)]$, і визначенню числа вимірювань N , яке йому відповідає.

Наприклад, для D -оптимального плану

$$\min_N |D(E, N)|. \quad (5.32)$$

Тоді природним шляхом побудови нового $E(N+1)$ плану згідно з критерієм (5.30), (5.31) є добудування плану $E(N)$ на величину AL таким чином, щоб зміна визначника інформаційної матриці M була максимальною. У разі побудови D -оптимального плану нова точка плану може бути визначена при пошуку максимального значення дисперсії поверхні відклику.

У загальному випадку знаходження максимального значення при використанні чисельних методів є досить складною задачею, яка збільшує T для кожного кроку s при пошуку глобального максимуму. У більшості процедур ПС використовується пошук тільки локального максимуму на всіх кроках, крім останнього.

Пакет прикладних програм (ППП) системи дослідження ефективності правил раціональних рішень (СДЕПРР) призначений для дослідження правил формування раціональних кроків послідовного планування, що генеруються, видачі результатів збіжності дисперсійних матриць, а також планів для побудови поліноміальних і динамічних математичних моделей [14].

Порядок роботи з пакетом

1. Виконати тестовий контроль функціонування ППП СДЕПРР за наведеним у дисковому пакеті і в додатку початковим файлом. Для самостійного застосування ППП потрібний фахівець з ідентифікації об'єктів методами послідовного планування. При цьому необхідно скласти загальний вигляд моделі об'єкта дослідження, визначити степінь моделі, граничні умови і вихідні дані.

2. Задати вхідні дані. Вхідною інформацією є файл `sie.dat`, що містить степінь полінома передбачуваної математичної моделі m , граничні значення X_0 , X_m , кількість початкових точок n для проведення експериментів та їхні значення $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$.

3. Викликати ППП з командного рядка поточного каталогу запуском пакетного файлу, що містить послідовний виклик інших модулів, наприклад:

```
A:> SIEPRR.BAT file1 file2 file3 <Enter>
```


де file[i] - імена файлів-результатів, загальне число яких може набувати значень 1 - 1025.5.

4. Отримати результати роботи, вихідні файли filename.if – що містять згенеровані правила пошуку максимумів, filename.dat – що містять значення дисперсійних матриць на різних ітераціях, які характеризують ефективність i-го експерименту.

У процесі роботи на монітор видаються поточні повідомлення про плани експериментів, нові точки плану, значення дисперсійної матриці, необхідні для контролю процесу обчислення. Виведення повідомлень продовжується при натисненні клавіші ВВОД (ENTER).

Приклад файла вихідних даних

model power M: 4;
left border Xo: -0.5;
right border Xm: 1;
the number of initial points N ($N \leq M$): 4;
initial pints Xi: -0.48 -0.1 0.01 0.99.

Приклад дослідження режимів функціонування ППП з використанням послідовних методів ідентифікації експерименту наведено у додатку (підрозд. Д. 11).

Контрольні запитання

1. Сформуйте план для двовимірної моделі.
2. Визначте інформаційну матрицю для числа факторів, що дорівнюють 2, 3, 4.
3. Запишіть приклад поліноміального подання моделі 2-го порядку з урахуванням квадратичних факторів у вигляді вектора X.

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ З АВТОМАТИЗАЦІЇ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Д.1. Текст підпрограми PRED_

```

1 procedure PRED_(k : integer; var P1 : Array of integer; var P2, P3 : Arr19);
2   var i, j, kgr, kn1, n, n1, kn, kn2, k21, k31, jk, j28, kv, k0 : integer;
3     M, IX : Array [0..1023] of integer;
4     M1, M2 : Arr19;
5 begin
6   for kn1 := 0 to 20 do
7     begin
8       n := Round(Pow(2, kn1));
9       if n > k + 1 then Break;
10      end;
11      kn := kn1;
12      n1 := n;
13      k21 := k div kn;
14      k31 := k - k21 * kn;
15      RER(M, M1, M2, kn);
16      for i := 0 to n - 1 do A[i] := i * 1.0;
17      kgr := k21;
18      if k31 <> 0 then Inc(kgr);
19      kv := 0;
20      for k0 := 0 to kgr - 1 do

```

```

21 begin
22   SORT(A,B,IX,S1,RA,n - 1);
23   for i := 0 to n - 1 do A[i] := RA[i];
24   if (k31 <> 0) and (k0 = kgr)
25     then kn2 := k31
26     else kn2 := kn;
27   for j := 0 to kn2 - 1 do
28     begin
29       for i := 0 to n - 1 do
30         begin
31           j28 := Round(A[i]) + M2[j] - 1;
32           jk := i + kv;
33           P1[jk] := M[j28];
34         end;
35         kv := jk;
36       end;
37     end;
38   for i := 0 to k - 1 do
39     begin
40       P2[i] := n;
41       P3[i] := 1 + i * n;
42     end;
43   end (* PRED_*);

```

Д.1.1. Текст програми перевірного модуля для підпрограми

Pred_

```
1 uses Crt, Conv2pas;
2 const k = 7;
3 var P1 : Array [0..120] of Integer;
4     P2 : Arr19;
5     P3 : Arr19;
6     i : Integer;
7 begin
8   Pred_(k,P1,P2,P3);
9   ClrScr;
10  for i := Low(P1) to High(P1) do
11    begin
12      Write(P1[i] : 4);
13    end;
14  WriteLn;
15  ReadKey;
16  for i := Low(P2) to High(P2) do
17    begin
18      Write(P2[i] : 4);
19    end;
20  WriteLn;
21  ReadKey;
22  for i := Low(P3) to High(P3) do
23    begin
24      Write(P3[i] : 4);
```

```

25 end;
26 WriteLn;
27 ReadKey;
28 end.

```

Д. 2. Текст підпрограми Rer

```

1 procedure RER(var M,M1,M2 : Array of integer; k : integer);
2   var k1,k2,k3,l,k4,N : integer;
3       y,w           : Double;
4   begin
5     N := Round(Pow(2,k));
6     k3 := k * N;
7     for k1 := 0 to k3 - 1 do M[k1] := 0;
8     M2[0] := 1;
9     k3 := 1;
10    for k1 := 1 to k do
11      begin
12        M1[k1 - 1] := N;
13        w := Pow(2,k1 - 1);
14        l := 1;
15        for k2 := 1 to N do
16          begin
17            M[k3 - 1] := l;
18            Inc(k3);
19            y := Frac(k2 / w);
20            if y = 0.0 then l := -l;

```

```

21  end;
22  if k1 <> 1 then M2[k1 - 1] := M2[k1 - 2] + M1[k1 - 2];
23  end;
24  end (* RER *);

```

Д. 2.1. Текст програми перевірного модуля для підпрограми Rer

```

1  uses Crt, Conv2Pas;
2  const k = 5;
3  var M : Array [0..159] of Integer;
4  M1,M2 : Arr19;
5  i : Integer;
6  begin
7  for i := 0 to High(M1) do
8  begin
9  M1[i] := 0;
10 M2[i] := 0;
11 end;
12 RER(M,M1,M2,k);
13 WriteLn;
14 for i := 0 to High(M) do
15 begin
16 Write(M[i] : 4);
17 if (i + 1) mod 16 = 0 then WriteLn;
18 end;

```



```

19 WriteLn;
20 ReadKey;
21 end.

```

Д.3. Текст підпрограми SORT

```

1 Procedure SORT(PArr,B : Array of Double; IX : Array of integer;
2     var S1 : Array of Double; var RA1 : Array of Double;it : integer);
3 var ir,is,i,i1,k,j,j2,ON,C : integer;
4 begin
5     ON := it;
6     ir := 0;
7     is := 0;
8     Uzel(ON,k,IX,ir,C);
9     for i := 0 to it-1 do S1[i] := 0.0;
10    RA1[ir] := PArr[k];
11    for j := 0 to it-1 do B[j] := PArr[j];
12    Repeat
13        i := 0;
14        if RA1[ir] <> B[i]
15        then
16            Repeat
17                S1[i] := B[i];
18                Inc(i);
19            Until RA1[ir] = B[i];
20        i1 := it-1 - is;
21        while i <= i1-1 do
22            begin
23                S1[i] := B[i+1];

```

```

24  Inc(i);
25  end;
26  Inc(ir);
27  ON := ON - 1;
28  Inc(is);
29  Uzel(ON,k,IX,ir,C);
30  RA1[ir] := S1[k];
31  for j := 0 to it-1 do B[j] := 0.0;
32  j2 := it - is + 1;
33  for j := 0 to j2-1 do B[j] := S1[j];
34  for i := 0 to it-1 do S1[i] := 0.0;
35  Until ir >= it;
36  end (* SORT *);

```

Д. 3.1. Текст програми перевірного модуля для підпрограми Sort

```

1  {$N+}
2  uses Crt, Conv2Pas;
3
4  type Arr10 = Array [0..9] of Double;
5
6  const P : Arr10 = (1.0,2.0,3.0,4.0,5.0,6.0,7.0,8.0,9.0,10.0);
7  it = 10;
8
9  var S1,RA,B : Arr10;
10  IX : Array [0..9] of Integer;
11  i : Integer;
12
13 begin
14  ClrScr;

```

```

15 SORT(P,B,IX,S1,RA,it);
16 for i := 0 to High(RA) do Write(RA[i] : 6 : 2);
17 WriteLn;
18 ReadKey;
19 end.

```

Д. 4. Текст підпрограми Uzel

```

1 procedure Uzel(ON : integer; var k : integer;
2               var IX : Array of integer; l : integer; var C : integer);
3   var A,f : Double;
4   m,j : integer;
5   rnd : Word;
6 begin
7   if l = 0
8   then
9     begin
10      Randomize;
11      C := Random(ON);
12     end
13   else
14     begin
15      rnd := Random(ON);
16      m := l - 1;
17      for j := 0 to m do
18        begin
19          IX[j] := rnd;
20          rnd := Random(ON);

```

```

21   end;
22   C := rnd;
23   end;
24   k := C;
25 end (* Uzel *);

```

Д.4.1. Текст програми перевірного модуля для підпрограми

Sort і Uzel

```

1  {$N+}
2  uses Crt, Conv2Pas;
3
4  type Arr10 = Array [0..9] of Double;
5
6  const P : Arr10 = (1.0,2.0,3.0,4.0,5.0,6.0,7.0,8.0,9.0,10.0);
7   it = 10;
8
9  var S1,RA,B : Arr10;
10   IX : Array [0..9] of Integer;
11   i : Integer;
12
13 begin
14   ClrScr;
15   SORT(P,B,IX,S1,RA,it);

```

16 for i := 0 to High(RA) do Write(RA[i] : 6 : 2);

17 WriteLn;

18 ReadKey;

19 end.

Д.5. Опис підпрограми обчислення верхніх і нижніх рівнів факторів (Znach)

Д.5.1. Функціональне призначення і опис логічної структури

Підпрограма призначена для обчислення значень верхніх і нижніх рівнів факторів для планів ДФЕ і ПФЕ. При плануванні експерименту виникає необхідність подання верхніх і нижніх рівнів факторів у вигляді +1 і -1, що значно спрощує подальші розрахунки. Дійсні значення нижніх і верхніх рівнів факторів, які застосовуються при видачі плану експерименту на друк, обчислюються за формулами (рядки 8 - 9)

$$Y(i) = X(i) - A(i), \quad (Д.1)$$

$$Z(i) = X(i) + A(i). \quad (Д.2)$$

Д.5.2. Виклик і завантаження

Znach(X, A: Array of Double; var Z, Y: Array of Double);

Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 0,2 Кб;

- програма перевірки модуля - 0,6 Кб;

Д.5.3. Вхідні й вихідні дані

Вхідні:

X(i) - масив основних рівнів факторів;

$A(i)$ - масив інтервалів варіювання.

Вихідні:

$Z(i)$ - масив значень верхніх рівнів факторів;

$Y(i)$ - масив значень нижніх рівнів факторів.

Д.5.4. Текст підпрограми

```
1 procedure Znach(X, A: Array of Double; var Z, Y: Array of Double);
2 var i: integer;
3 begin
4   for i := 0 to High(X) do
5     begin
6        $Y[i] := X[i] - A[i]$ ;
7        $Z[i] := X[i] + A[i]$ ;
8     end;
9   end (* Znach *);
```

Д.5.5. Текст програми перевірного модуля для підпрограми

Znach

```
1 {$N+}
2 uses Crt, Conv2pas;
3
4 const X: Array [0..4] of Double = ( 5.0, 15.0, 19.0, 218.0, 42.0 );
5   A: Array [0..4] of Double = ( 2.0, 5.0, 3.0, 18.0, 12.0 );
6
```

```

7 var Z, Y: Array [0..4] of Double;
8   i: integer;
9
10 begin
11   Znach(X, A, Z, Y);
12   ClrScr;
13   for i:= 0 to High(Z) do Write(Z[i]: 10: 5);
14   writeln;
15   for i:= 0 to High(Y) do Write(Y[i]: 10: 5);
16   ReadKey;
17 end.

```

Д.5.6. Отримані результати

Z, Y=

7.00 20.00 22.00 236.00 54.00

3.00 10.00 16.00 200.00 30.00

Отримані результати збігаються з контрольними значеннями тесту.

Д.6. Опис підпрограми визначення обсягу вибірки для кожного рядка матриці планування експерименту (Ov)

Д.6.1. Функціональне призначення і опис логічної структури

Підпрограма призначена для визначення кількості повторних дослідів для кожного рядка матриці планування експерименту. Для підвищення достовірності отриманих результатів необхідно здійснити дублювання дослідів. При цьому виникає задача визначення кількості повторних дослідів, реалізація яких дозволяє із заданою точністю с визначати середні значення вихідного параметра для кожного рядка

матриці планування експерименту. Задача розв'язується шляхом корекції дисперсії після кожного додаткового спостереження і перевірки умови

$$n \geq \left(\frac{\frac{d}{t_{n-1}^2}}{C} \right)^2 \times S_n^2. \quad (Д.3)$$

У цій підпрограмі з масиву $K1(i)$ по чергово добуваються елементи, що несуть інформацію про кількість дослідів для кожного рядка матриці планування з метою перевірки описаної вище умови (рядок 8). Для кожного елемента масиву $K1(i)$ відбувається виклик підпрограми Stud (рядок 7), яка за вхідними параметрами F , α , що передаються в неї, розраховує табличне значення t -критерію Стюдента (вихідний параметр Tabl). Якщо даний елемент масиву $K1(i)$ більше значення дисперсії, розрахованої з використанням Tabl, або дорівнює йому, то відбувається перевірка наступного елемента масиву, в іншому випадку - повернення в керівну програму для збільшення числа повторних дослідів на 1 (рядки 12 - 13).

Ця підпрограма - функція, і параметр Ov, що повертається, має логічний тип.

Д.6.2. Виклик і завантаження

OV(C: Double; DIS: Array of Double; K1, F: Array of integer; Alpha: Double): Boolean;

Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 0,4 Кб;

- програма перевірки модуля - 0,8 Кб.

Д.6.3. Підпрограми, що викликаються

Підпрограми, що викликаються процедурою, наведено в табл. Д.1

Таблиця Д.1

Ім'я	Формальні параметри	Призначення
Stud	<i>F, alpha, i, tabl</i>	Визначення табличного значення t-критерію Стьюдента

Д.6.4. Вхідні й вихідні дані

Вхідні:

s - задана точність визначення середнього значення критерію оптимізації для кожного рядка матриці спостережень;

K1(i) - масив, що містить інформацію про кількість дослідів для кожного рядка матриці планування;

F(i) - масив числа степенів вільності;

DIS(i) - масив порядкових дисперсій;

alpha - рівень значущості.

Вихідні:

function Ov - значення функції (True, False), що повертається до основного модуля програми по закінченні роботи програми.

Д.6.5. Текст підпрограми

1 function OV(3: Double; DIS: Array of Double; K1, F: Array of integer;

2 Alpha: Double): Boolean;

```

3 var i: integer;
4 begin
5   for i := 0 to High(K1) do
6     begin
7       STUD(F[i], Alpha, i, Tabl);
8       if K1[i] - Sqr(Tabl / 3) * DIS[i] < 0
9         then
10          begin
11            OV := False;
12            Exit;
13          end;
14        end;
15      OV := True;
16    end (* OV *);

```

Д.6.6. Текст програми перевірного модуля для підпрограми Ov

```

1 { $N+ }
2 uses Crt, Conv2pas;
3
4 const 3   = 100.0;
5   Alpha = 2.5;
6   DIS: Array [0..7] of Double = (1.4444, 1.4444, 0.062, 1.62,
7                                     0.046, 0.0246, 0.0246, 1.06);
8
9 var K1, F: Array [0..7] of Integer;

```

```

10  kod, i, PRO: Integer;
11
12 begin
13  PRO := 2;
14
15  K1[0] := -2;
16  for i := 1 to 7 do K1[i] := 2;
17
18  {for i := 0 to 7 do K1[i] := 2;}
19
20  for i := 0 to 7 do F[i] := 1;
21  if OV(3, DIS, K1, F, Alpha)
22  then
23  begin
24    WriteLn(' OV = True');
25    RAV(K1, kod);
26    WriteLn(' kod = ', kod);
27  end
28  else
29  begin
30    WriteLn(' OV = False');
31    inc(PRO);
32    WriteLn(' PRO = ', PRO);
33  end;

```

34 ReadKey;

35 end.

Д.6.7. Отримані результати

Ov=True

kod=1

Ov=False

ПРО=3

Отримані результати збігаються з контрольними значеннями тесту.

Д.7. Опис підпрограми, що реалізовує заміну в згенерованому плані експерименту кодованих значень факторів на їхні дійсні значення (Pkod)

Д.7.1. Функціональне призначення й опис логічної структури

Ця програма призначена для реалізації заміни в згенерованому плані експерименту кодованих значень факторів на їхні дійсні значення при використанні планів ДФЕ, ПФЕ, ОЦКП, РЦКП. При проведенні досліджень необхідно видавати на друк план з дійсними значеннями рівнів факторів, за яким оператор реалізує цей експеримент. З цією метою в підпрограмі шляхом порівняння кодованих значень рівнів факторів з величинами i , $a1$, $a2$ переглядається масив, в якому зберігається матриця згенерованого плану. У разі збігу елемента з відповідною величиною в масив ON записується дійсне значення рівня даного фактора.

Рядки 6 - 7 - присвоєння змінним k і ig значень кількості елементів масивів Z і M відповідно. У рядку 8 відбувається аналіз ознаки $kod1$, що визначає вигляд планування. У рядках 9 - 28 реалізовано ту частину програми, яка реалізовує перекодування матриці планування для ДФЕ і ПФЕ. У рядках 29 - 50 організовано перекодування матриці, що добудовує план ПФЕ до плану ОЦКП. У рядках 51 - 72 реалізовано ту частину програми, яка здійснює перекодування матриці планування для РЦКП і

включає "нульову" і "зоряні" точки.

Д.7.2. Виклик і завантаження

PKOD(Z, Y, A, Z1, Z2, N1: Array of Double; M, M2, N3: Array of integer; KOD1: integer; AI1, AI2: Double; var ON: Array of Double);

Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 2,2 Кб;
- програма перевірки модуля - 1,5 Кб;

Д.7.3. Вхідні й вихідні дані

Вхідні:

Z(i) - масив значень верхніх рівнів факторів;

Y(i) - масив значень нижніх рівнів факторів;

A(i) - масив значень основних рівнів факторів;

Z1(i) - масив значень верхніх рівнів для "зоряних" точок при ОЦКП і РЦКП;

Z2(i) - масив значень нижніх рівнів для "зоряних" точок при ОЦКП і РЦКП;

M(j) - масив, в якому зберігається матриця плану ДФЕ або ПФЕ;

M2(i) - масив, в якому зберігаються номери початкових елементів для кожного стовпця матриці планування експерименту, що відповідає i-му фактору;

N1(j) - масив елементів матриці, що добудовує план ПФЕ до плану ОЦКП;

N3(i) - масив адрес початкових елементів для кожного стовпця матриці, що зберігається в N1(j);

kod1 - ознака, що визначає тип плану експерименту;

al1 - величина плеча α (при ОЦКП);

al2 - величина плеча α (при РЦКП).

Вихідні:

ON(j) - масив елементів матриці планування експерименту з дійсними значеннями рівнів факторів.

Д.7.4. Текст підпрограми

1 procedure PKOD(Z, Y, A, Z1, Z2, N1: Array of Double; M, M2, N3: Array of integer;

2 KOD1: integer; Al1, Al2: Double; var ON: Array of Double);

3 label L3, L9, L13;

4 var i, j, k, ir: integer;

5 begin

6 k:= High(Z);

7 ir:= High(M);

8 case kod1 of

9 1,2: begin

10 j:= 1;

11 Repeat

12 i:= M2[j];

13 L3: if M[i] = 1

14 then ON[i]:= Z[j]

15 else ON[i]:= Y[j];

16 Inc(i);

17 if i >= M2[k]

18	then	$i = k+1$;	42
19	begin	$if i-1 <= ir$	43
20	$j := k$;	then Goto L9	44
21	if $i <= ir$	else Exit	45
22	then Goto L3	end;	46
23	else Exit;	$if i < N3[j]$ then Goto L9;	47
24	end;	$Inc(j)$;	48
25	if $i < M2[j + 1]$ then Goto L3;	$Until j > k$;	49
26	$Inc(j)$;	end;	50
27	Until $j > k$;	begin	51
28	end;	$i := 1$;	52
29	3: begin	Repeat	53
30	$j := 1$;	$i = N3[j]$;	54
31	Repeat	$L13: if N1[i] = A12$	55
32	$i := N3[j-1]$;	then $ON[i] := Z1[j]$	56
33	L9: if $N1[i-1] = A11$	else if $ON[i] = 0$	57
34	then $ON[i-1] := Z1[j-1]$	then $ON[i] := A11$	58
35	else if $N1[i-1] = 0$	else $ON[i] := Z2[j]$	59
36	then $ON[i-1] := A[j-1]$	$Inc(i)$;	60
37	else $ON[i-1] := Z2[j-1]$;	$if i <= N3[k]$	61
38	$Inc(i)$;	then	62
39	if $i >= N3[k]$	begin	63
40	then	$j := k$;	64
41	begin	$if i <= ir$	65

42	j: = k+1;	then	18
43	if i-1 <= ir	begin	19
44	then Goto L9	j: = k;	20
45	else Exit;	if i >= ir	21
46	end;	then Goto L3	22
47	if i < N3[j] then Goto L9;	else Exit;	23
48	Inc(j);	end;	24
49	Until j > k;	if i > M2[j] then Goto L3;	25
50	end;	Inc(j);	26
51	4: begin	Until j > k;	27
52	j: = 1;	end;	28
53	Repeat	3: begin	29
54	i: = N3[j];	j: = 1;	30
55	L13: if N1[i] = A12	Repeat	31
56	then ON[i]: = Z1[j]	i: = N3[j];	32
57	else if ON[i] = 0	L9: if N1[i-1] = A11	33
58	then ON[i]: = A[j]	then ON[i-1]: = Z1[i-1]	34
59	else ON[i]: = Z2[j];	else if N1[i-1] = 0	35
60	Inc(i);	then ON[i-1]: = A[i-1]	36
61	if i >= N3[k]	else ON[i-1]: = Z2[i-1];	37
62	then	Inc(i);	38
63	begin	if i >= N3[k]	39
64	j: = k;	then	40
65	if i <= ir	begin	41

```

66      then Goto L13;
67      else Exit;
68      end;
69      if i < N3[j] + 1 then Goto L13;
70      Inc(j);
71      Until j > k;
72      end;
73      else;
74      end (* case *);
75      end (* PKOD *);

```

Д.7.5. Текст програми перевірного модуля для підпрограми Pkod

```

1 {$N+}
2 uses Crt, Conv2Pas;
3
4 const Z: Array [1..3] of Double = (6.0, 10.0, 26.0);
5       Y: Array [1..3] of Double = (5.0, 6.2, 5.8);
6       A: Array [0..2] of Double = (5.5, 8.1, 15.9);
7       Z1: Array [0..2] of Double = (6.2, 10.76, 30.04);
8       Z2: Array [0..2] of Double = (4.8, 5.44, 1.76);
9       N1: Array [0..23] of Double = (1.4, -1.4, 1.4, -1.4, 0.0, 0.0,
10      -0.0, 1.4, -1.4, -1.4, -1.4, 1.4, 0.0,
11      0.0, 0.0, 1.4, 1.4, 1.4, 1.4,
12      -1.4, 1.4, 0.0, 0.0, 1.4, 0.0);

```

```

13 M: Array [0..23] of Integer = (-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1,
14 -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1,
15 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1);
16 M2: Array [0..2] of Integer = ( 1, 9, 17);
17 N3: Array [0..2] of Integer = ( 1, 9, 17);
18 kod1 = 3;
19 al1 = 1.4;
20 al2 = 1.4;
21
22 var ON: Array [0..23] of Double;
23 i: Integer;
24
25 begin
26 PKOD(Z, Y, A, Z1, Z2, N1, M, M2, N3, kod1, al1, al2, ON);
27 ClrScr;
28 for i: = 0 to High(ON) do Write(ON[i]: 5: 1);
29 ReadKey;
30 end.

```

Д.7.6. Отримані результати

При al2=1.4:

```

(6.2, 4.8, 6.2, 4.8, 5.5, 5.5, 5.5, 6.2,
5.4, 5.4, 5.4, 10.8, 8.1, 8.1, 10.8, 10.8,
30.0, 30.0, 1.8, 30.0, 15.9, 15.9, 30.0, 15.9)

```

Отримані результати збігаються з контрольними значеннями тесту.

Д.8. Опис підпрограми перевірки наявності закону нормального розподілу (Norm)

Д.8.1. Функціональне призначення й опис логічної структури

Підпрограма-функція Norm здійснює перевірку наявності закону нормального розподілу для значень вихідної величини і виключення грубих дослідів у кожному рядку матриці спостережень. Застосування регресійного аналізу можливе лише при дотриманні основних передумов, однією з яких є наявність закону нормального розподілу вихідного параметра. У разі недотримання цього закону необхідно виключати помилкові досліді, присутність яких підтверджується виконанням умови $t_{розр} \geq t_{таб}$, де t - значення критерію Стюдента.

У підпрограмі для кожного рядка матриці спостережень визначається і запам'ятовується максимальне значення вихідного параметра b_{max} (рядки 9 - 12), яке в масиві обнуляється (рядок 17). Після перевірки необхідності продовження рахунку (рядки 23 - 29) відбувається звернення до підпрограми Stat (рядок 30), де розраховуються необхідні статистичні параметри і визначається розрахункове значення критерію Стюдента (рядок 32). В результаті звернення до підпрограми Stud (рядок 31) видається табличне значення t -критерію, яке порівнюється з розрахунковим (рядок 32). При виконанні умови $t_{розр} \geq t_{таб}$ повторюється аналогічна процедура, в іншому випадку елемент $Y(i, j)$ відновлюється (рядок 34) і обчислюються статистичні параметри для даного рядка шляхом звернення до підпрограми Stat (рядок 35).

Д.8.2. Виклик і завантаження

NORM (var Y: ArrNO; var K1, SUM, SRED, DIS, V, STAND: Array of Double; F: Array of integer; Alpha: Double): Boolean;
Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 0,9 Кб;
- програма перевірки модуля - 1,1 Кб;

Д.8.3. Підпрограми, що викликаються

Підпрограми, що викликаються процедурою Norm, наведено в табл. Д.2.

Таблиця Д.2

Im'я	Формальні параметри	Призначення
Stat	Y, i, K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V, F	Розрахунок статистичних параметрів для рядків матриці спостережень
Stud	F, alpha, i, tabl	Визначення табличного значення, <i>t</i> -критерію Стьюдента

Д.8.4. Вхідні й вихідні дані

Вхідні: $Y(i, j)$ - масив результатів спостережень.

Вихідні: K1 - масив, в якому зберігається інформація про число повторних дослідів для кожного рядка матриці спостережень;

SUM - масив значень суми експериментальних даних для кожного рядка матриці спостережень;

SRED - масив середніх значень вихідного параметра для рядків матриці спостережень;

DIS - масив порядкових дисперсій;

STAND - масив середньоквадратичних відхилень;

V - масив, елементи якого обчислюються за формулою, подану в описі процедури Stat;

K1 - масив, в якому зберігається інформація про число степенів вільності для кожного рядка матриці спостережень;

alpha - рівень значущості.

Д.8.5. Текст підпрограми

```

1 function NORM(var Y: ArrNO; var K1, SUM, SRED, DIS, V, STAND: Array
of Double;
2           F: Array of integer; Alpha: Double): Boolean;
3 var i, j, k, k2, l, FF: integer;
4   BMax, A: Double;
5 begin
6   i:= 0;
7   Repeat

```

```

8 BMax: = Y[i, 0];
9 for j: = 1 to HIGH_O do
10 if BMax < Y[i, j]
11 then
12 BMax: = Y[i, j];
13 for j: = 0 to HIGH_O do
14 if BMax = Y[i, j]
15 then
16 begin
17 Y[i, j]: = 0.0;
18 l: = j;
19 Break
20 end;
21 k2: = 0;
22 for j: = 0 to HIGH_O do
23 if Y[i, j] <> 0 then Inc(k2);
24 if k2 < 2
25 then
26 begin
27 Norm: = False;
28 Exit;
29 end;
30 Stat(Y, i, K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V, F);
31 Stud(F[0], Alpha, i, tabl);
32 A: = Abs(BMax - SRED[i] / STAND[i]);
33 if A >= tabl then Continue;
34 Y[i, l]: = BMax;
35 Stat(Y, i, K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V, F);
36 Inc(i);
37 Until i > HIGH_N;
38 Norm: = True;
39 end (* Norm *);

```

Д.8.6. Текст програми перевірного модуля для підпрограми

Norm

```

1 {$N+}
2 uses Crt, Conv2pas;

```



```

3
4 const Y: Array [0..3,0..2] of double = (( 0.80, 0.70, 0.80 ),
5      ( 1.30, 1.40, 1.35 ),
6      ( 1.70, 1.70, 16.0 ),
7      ( 2.60, 2.65, 2.65 ));
8     ob = 2;
9     n = 3;
10    alpha = 2.5;
11
12 var SUM, SRED, DIS, STAND, V, K1: Array [0..3] of Double;
13     F: Array [0..3] of Integer;
14     Y1: ArrNO;
15     i, j: Integer;
16 begin
17   ClrScr;
18   for i: = 0 to High_N do
19     for j: = 0 to High_O do Y1[i, j] := Y[i, j];
20
21   if Norm(Y1, K1, SUM, SRED, DIS, V, STAND, F, Alpha)
22   then
23     for i: = 0 to High(F) do write(F[i]: 3)
24   else
25     writeln(' Вихід');
26     writeln(' Кінець');
27     writeln;
28     writeln(' Y = ');
29     for j: = 0 to High_O do
30       for i: = 0 to High_N do
31         write(Y1[i, j]: 10: 5);
32       writeln;
33     writeln(' SUM = ');
34     for i: = 0 to 3 do
35       write(SUM[i]: 10: 5);
36     writeln;
37     writeln(' SRED = ');

```

```

38 for j: = 0 to 3 do
39 write(SRED[j]: 10: 5);
40 writeln;
41 writeln(' DIS = ');
42 for j: = 0 to 3 do
43 write(DIS[j]: 10: 5);
44 writeln;
45 writeln(' V = ');
46 for j: = 0 to 3 do
47 write(V[j]: 10: 5);
48 ReadKey
49 end.

```

Д.8.7. Отримані результати

Y =

0.80000	1.30000	1.70000	2.60000	0.70000	0.00000
1.70000	2.65000	0.80000	0.00000	16.00000	2.65000

SUM =

2.30000	2.65000	0.00000	0.00000
---------	---------	---------	---------

SRED =

0.76667	1.32500	0.00000	0.00000
---------	---------	---------	---------

DIS =

0.00333	0.00125	0.00000	0.00000
---------	---------	---------	---------

V =

0.00667	0.00125	0.00000	0.00000
---------	---------	---------	---------

Отримані результати збігаються з контрольними значеннями тесту.

Д.9. Опис підпрограми розрахунку статичних параметрів (Stat)

Д.9.1. Функціональне призначення і опис логічної структури

Підпрограма Stat призначена для розрахунку середніх значень, дисперсій, середньоквадратичних відхилень, числа степенів вільності, кількості повторних дослідів і величини V для кожного рядка матриці спостережень.

У рядках 7 - 9 цієї процедури проводиться обнулення необхідних для

розрахунків змінних sd , $K1$ і SUM .

У циклі, організованому в рядках 11 – 17, проводиться підрахунок кількості ненульових елементів i -ї строки масиву результатів спостережень $Y(i, j)$. Інформацію про кількість ненульових елементів кожного рядка матриці планування містить в собі масив $K1$. Значення елементів масиву обчислюється в рядку 14 при роботі циклу.

У рядку 15 обчислюється сума експериментальних даних для кожного рядка матриці спостережень. Інформацію про це містять елементи масиву SUM .

У рядку 16 відбувається обчислення суми квадратів ненульових елементів для кожного рядка матриці спостережень і присвоєння її значення змінній sd .

Далі в рядку 18 відбувається обчислення елементів масиву середніх значень вихідного параметра за формулою

$$SRED(i) = \frac{SUM(i)}{K1(i)}. \quad (Д.4)$$

У рядку 19 присвоюється початкове значення 0.0 всім елементам масиву $V(i)$, які обчислюються за формулою (рядок 21)

$$V(i) = \sum_{j=1}^n [Y(i, j) - SRED(i)]^2. \quad (Д.5)$$

У рядках 22, 23 обчислюється число степенів вільності для i -го рядку матриці спостережень, і обчислене значення заноситься i -м елементом до масиву $F1$ числа степенів вільності для рядків матриці спостережень.

У рядку 24 проводиться розрахунок середньоквадратичного відхилення:

$$STAND(i) = \sqrt{\frac{\left(sd - \sqrt{\frac{SUM(i)}{K1(i)}} \right)}{F1}}. \quad (Д.6)$$

У рядку 25 проводиться розрахунок дисперсії:

$$DIS(i) = \sqrt{STAND(i)}. \quad (Д.7)$$

Обчислені значення відповідно заносяться і-ми значеннями в масиви STAND і DIS.

Д.9.2. Виклик і завантаження

STAT(Y: ArrNO; i: integer; var K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V: Array of Double; var F1: Array of integer);

Обсяг завантажувальних модулів підпрограми в кілобайтах:

- підпрограма - 0,7 Кб;
- програма перевірки модуля - 2 Кб;

Д.9.3. Вхідні й вихідні дані

Вхідні:

Y(i, j) - масив результатів спостережень;

i - номер рядка матриці спостережень.

Вихідні:

K1 - масив, в якому зберігається інформація про число повторних дослідів для кожного рядка матриці спостережень;

SUM - масив значень суми експериментальних даних для кожного рядка матриці спостережень;

SRED - масив середніх значень вихідного параметра для рядків матриці спостережень;

DIS - масив порядкових дисперсій;

STAND - масив середньоквадратичних відхилень;

V - масив, елементи якого обчислюються за формулою (Д.5).

Д.9.4. Текст підпрограми

```

1 procedure STAT(Y: ArrNO; i: integer;
2   var K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V: Array of Double;
3   var F1: Array of integer);
4   var j: integer;
5   F, sd: Double;
6 begin
7   SUM[i] := 0.0;
8   sd := 0.0;
9   K1[i] := 0.0;
10  for j := 0 to HIGH_O do
11    if Y[i, j] <> 0

```

```

12 then
13 begin
14   K1[i] := K1[i] + 1.0;
15   SUM[i] := SUM[i] + Y[i, j];
16   sd := sd + Sqr(Y[i, j]);
17 end;
18 SRED[i] := SUM[i] / K1[i];
19 V[i] := 0.0;
20 for j := 0 to HIGH_O do
21   if Y[i, j] <> 0 then V[i] := V[i] + Sqr(Y[i, j] - SRED[i]);
22 F := K1[i] - 1.0;
23 F1[i] := Round(F);
24 STAND[i] := Sqrt(Abs(sd - (Sqr(SUM[i]) / K1[i]) * (F)));
25 DIS[i] := Sqr(STAND[i]);
26 end (* STAT *);

```

Д.9.5. Текст програми перевірного модуля для підпрограми Stat

```

1 {$N+}
2 uses Crt, Conv2Pas;
3
4 const Y: Arr32{NO} = (( 0.8, 0.7, 0.7 ),
5                        ( 0.0, 1.4, 1.35 ),
6                        ( 1.7, 0.0, 1.6 ),
7                        ( 2.6, 2.65, 2.6 ));
8
9 var K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V: Array [0..3] of Comp{Double};
10 F1: Array [0..3] of Integer;
11 ii: Integer;
12
13 procedure STAT(Y: Arr32{NO}; i: Integer;
14               var K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V: Array of Comp;
15               var F1: Array of Integer);
16
17   var j: Integer;
18   F, sd: Double;
19
20 begin

```

```

21 SUM[i] = 0.0;
22 sd = 0.0;
23 K1[i] = 0.0;
24 for j: = 0 to 3 do
25   if Y[i, j] <> 0
26     then
27       begin
28         K1[i] = K1[i] + 1.0;
29         SUM[i] = SUM[i] + Y[i, j];
30         sd = sd + Sqr(Y[i, j]);
31       end;
32 SRED[i] = SUM[i] / K1[i];
33 V[i] = 0.0;
34 for j: = 0 to 2 do
35   if Y[i, j] <> 0 then V[i] = V[i] + Sqr(Y[i, j] - SRED[i]);
36 F: = K1[i] - 1.0;
37 F1[i] = Round(F);
38 STAND[i] = Sqrt(Abs(sd - (Sqr(SUM[i]) / K1[i]))( / F));
39 DIS[i] = Sqr(STAND[i]);
40 end (* STAT *);
41
42 begin
43   ClrScr;
44   for ii: = 0 to 3 do Stat(Y, ii, K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V, F1);
45   for ii: = 0 to 3 do Write(K1[ii]: 10: 5);
46   WriteLn;
47   for ii: = 0 to 3 do Write(SUM[ii]: 10: 5);
48   WriteLn;
49   for ii: = 0 to 3 do Write(SRED[ii]: 10: 5);
50   WriteLn;
51   for ii: = 0 to 3 do Write(DIS[ii]: 10: 5);
52   WriteLn;
53   for ii: = 0 to 3 do Write(STAND[ii]: 10: 5);
54   WriteLn;
55   for ii: = 0 to 3 do Write(V[ii]: 10: 5);
56   WriteLn;
57   for ii: = 0 to 3 do Write(F1[ii]: 10);

```

58 WriteLn;
59 ReadKey;
60 end.

Д.9.6. Отримані результати

K1, SUM, SRED, DIS, STAND, V, F1=

3.00	2.00	2.00	3.00
2.20	2.75	3.30	7.85
0.73333	1.375	1.65	2.61667
0.00333	0.0125	0.05	0.00083
0.05774	0.03535	0.707	0.02884
0.00667	0.00125	0.005	0.00167
2	1	1	2

Отримані результати збігаються з контрольними значеннями тесту.

Д. 10. Побудова математичних моделей операції гальванічного міднення плат з використанням пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту

Для побудови математичних моделей операції гальванічного міднення плат з використанням пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту проведено дослідження з вивчення механізму явищ, що проходять на вказаній стадії обробки виробів. В результаті використання пакета прикладних програм з автоматизації планування експерименту адекватні моделі отримано на третьому кроці ітерації:

1) план ДФЕ з генеруючим співвідношенням $X_4 = X_1 X_2$;

2) побудову плану ДФЕ до плану Рехтшафнера;

3) побудову проведених раніше дослідів до плану ПФЕ.

Експерименти здійснювалися з печатними платами. Заміри виконано на профілографі-профілометрі шляхом запису профілю в трьох характерних перерізах поверхонь плат.

При обробці профілограм визначено множину експериментальних даних, за якими розраховано вихідні показники Δh , Δh_{cp} і R_z . Отримані на кожному кроці ітераційного планування дані оброблялися з використанням пакета прикладних програм [25].

У результаті дослідження визначено статичні моделі, що описують залежність параметрів обробки плат у ванні гальванічного міднення в такому вигляді:

$$\Delta h = 44.9 + 0.4X_1 - 1.6X_2 + 7.3X_3 + 6.2X_4 + 3.0X_1X_4 + 1.1X_2X_4 - 1.8X_3X_4 + 2.2X_2X_3X_4 - 0.8X_1X_2X_3X_4;$$

$$\Delta h_{cp} = 31.4 + 0.3X_1 - 0.5X_2 + 6.3X_3 + 4.8X_4 + 1.5X_1X_4 + 1.3X_2X_4 - 1.4X_3X_4 + 0.9X_2X_3X_4 - 1.2X_1X_2X_3X_4;$$

$$R_z = 4.74 - 0.95X_1 + 1.35X_3 + 0.65X_4 + 0.42X_2X_3 + 0.42X_3X_4 - 0.68X_1X_2X_3 + 0.41X_1X_3X_4.$$

При цьому остаточні дисперсії для кожної з отриманих моделей відповідно такі: $S^2_{ост.\Delta h} = 4.27$; $S^2_{ост.\Delta h_{cp}} = 1.03$; $S^2_{ост.R_z} = 0.70$. На основі рівнянь зв'язку можна висновувати про ступінь впливу кожного з факторів на вихідні показники Δh , Δh_{cp} і R_z .

У результаті інтерпретації коефіцієнтів отриманих математичних моделей (4.4) - (4.6) знайдено основні шляхи покращання рівномірності осадження гальванічної міді на провідниках плати:

- 1) зменшення густини струму d ;
- 2) зменшення часу оброблення t плат у ванні гальванічного міднення;
- 3) збільшення концентрації H_2SO_4 в розчині електроліту;
- 4) зменшення концентрації $CuSO_4$ в цьому розчині;
- 5) одночасне зменшення часу обробки t і збільшення концентрації $CuSO_4$;
- 6) одночасне зменшення часу обробки t і збільшення концентрації H_2SO_4 ;
- 7) одночасне зменшення густини струму d і часу обробки t .

Д. 11. Дослідження режимів функціонування ППП з використанням послідовних методів ідентифікації

Відповідно до запропонованого в підрозд. 5.5 алгоритму і пакета прикладних програм проведено експериментальні дослідження двоступеневого демпфіруючого гіроскопа ДУС.

Для ідентифікації параметрів, що визначають відклик ДУС, передбачається такий загальний вигляд моделі:

$$Y = A * X$$

$$Y = U_{\text{вих}}, X' = [\omega, \gamma, \upsilon]; \quad (Д.8)$$

$$B = [b[0], b[1], b[2], b[3]].$$

де Y - вектор відклику;

B - вектор шуканих параметрів;

X - вектор вхідних впливів;

$U_{\text{вих}}$ - вихідна напруга ДУС;

$b[i]$ - елементи вектора A ;

ω - кутова швидкість ДУС;

γ - кут крену;

υ - кут тангажу.

Як початковий вибрано такий план:

$$E_0 = \begin{Bmatrix} 0.1000 & 0.5030 & 1.0000 \\ 0.3333 & 0.3333 & 0.3333 \end{Bmatrix}$$

Початкові значення для вектора X запишемо у вигляді таблиці початкових значень (табл. Д.3)

Таблиця Д. 3

Номер кроку	ω	γ	ν
K	1/с	градуси	градуси
1	0.5	0	0
2	1	10	0
3	1.5	0	15
4	1	10	15

У результаті роботи алгоритму отримано лістинг результатів планування експериментальних досліджень. Нижче наведено послідовність планів, за якими проводяться експериментальні дослідження.

Початковий план

EP(0)NP=3

0.1000 0.5030 1.0000

0.3333 0.3333 0.3333

Нова точка 1.1550000000E+00

Новий крок AI= 7.9973041760E-02

Новий план E(1)

EP(1)NP=4

0.1000 0.5030 1.0000 1.1550

0.3067 0.3067 0.3067 0.0800

Нова точка 4.4000000000E-01

Новий крок AI= 4.1540750583E-02

Новий план E(2)

EP(2)NP=5

0.1000 0.5030 1.0000 1.1550 0.4400
0.2939 0.2939 0.2939 0.0767 0.0415

Нова точка 1.1350000000E+00

Новий крок AI= 1.5199517409E-02

Новий план E(3)

EP(3)NP=6

0.1000 0.5030 1.0000 1.1550 0.4400 1.1350
0.2895 0.2895 0.2895 0.0755 0.0409 0.0152

Нова точка 4.6000000000E-01

Новий крок AI= 6.1811766694E-03

Новий план E(4)

EP(4)NP=7

0.1000 0.5030 1.0000 1.1550 0.4400 1.1350 0.4600
0.2877 0.2877 0.2877 0.0750 0.0407 0.0151 0.0062

Нова точка 1.1350000000E+00

Новий крок AI= 2.5849940337E-03

Новий план E(5)

EP(5)NP=8

0.1000 0.5030 1.0000 1.1550 0.4400 1.1350
0.4600 1.1350
0.2869 0.2869 0.2869 0.0748 0.0406 0.0151
0.0062 0.0026

Нова точка 4.6000000000E-01

Новий крок AI= 1.0857202750E-03

Новий план E(6)

EP(6)NP=9

0.1000 0.5030 1.0000 1.1550 0.4400 1.1350 0.4600 1.1350 0.4600
0.2866 0.2866 0.2866 0.0747 0.0405 0.0151 0.0062 0.0026 0.0011

Нова точка 1.1350000000E+00

Новий крок AI= 4.5682505782E-04

Новий план E(7)

EP(7)NP=10

0.1000 0.5030 1.0000 1.1550 0.4400 1.1350 0.4600 1.1350 0.4600
1.1350
0.2865 0.2865 0.2865 0.0747 0.0405 0.0150 0.0062 0.0026 0.0011
0.0005

На основі експериментальних даних відкликів Y , отриманих у точках максимуму визначника дисперсійної матриці, визначено вектор пошукових параметрів

$$B' = [0.02819 \ 0.28458 \ -1.88957e-3 \ -2.32957e-3].$$

Тоді поліном, що характеризує чутливість ДУС, буде мати вигляд

$$U = 0.02819 + 0.28458 \omega - 1.88957e-3 \gamma - 2.32957e-3 \upsilon.$$

Параметри моделі отримано за 5 кроків при досягнутій збіжності дисперсійної матриці $c=1$ E-3.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Налимов В.В. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов / В.В. Налимов, Н.А. Чернова. – М.: Наука, 1965. – 340 с.
2. Давиденко А.П. Организация и планирование научных исследований, патентоведение: учеб. пособие / А. П. Давиденко. – Х.: ХНТУ "ХПИ", 2004. – 320 с.
3. Федоров В.В. Теория оптимальных экспериментов (при выяснении механизма явлений) / В.В. Федоров. – М.: Наука, 1969. – 392 с.
4. Горский В.Г. Планирование промышленных экспериментов (модели динамики) / В.Г. Горский, Ю.П. Адлер, А.М. Талалай. – М.: Металлургия, 1978. – 112 с.
5. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов / К. Хартман, Э. Лецкий, В. Шефер и др.: пер. с нем.; под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1977. – 552 с.
6. Автоматизация научных исследований / под ред. Г.К. Круга // Тр. ин-та / Моск. энерг. ин-т. – М., 1979. – Вып. 399. – 100 с.
7. Шеффе Г. Дисперсионный анализ / Г. Шеффе. – М.: Наука, 1980. – 511 с.
8. Кендалл М. Дж. Многомерный статистический анализ и временные ряды / М. Дж. Кендалл, А. Стюарт. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
9. Брандт З. Статистические методы анализа наблюдений / З. Брандт. – М.: Мир, 1975. – 310 с.
10. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М.: Наука, 1979. – 496 с.
11. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами / Д. Химмельблау: пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 957 с.
12. Михайлов А.Г. Синтез алгоритма целенаправленного поиска шагов итерационной процедуры планирования эксперимента / А.Г. Михайлов; Нац. аэрокосм. ун-т "ХАИ". – Х., 1994. – 25 с. – Деп. в ГНТБ Украины 17.10.1994, № 2070-Ук94.
13. Кошевой Н.Д. Автоматизация экспериментальных исследований / Н.Д. Кошевой, В.А. Гаевой. – Х.: Факт, 2001. – 112 с.

14. Михайлова Н.А. Использование пакета прикладных программ СИЭПРР в знаниеориентированных системах диагностики и идентификации / Н.А. Михайлова // Сб. тр. Междунар. симп. "Наука и предпринимательство". – Винница – Каменец-Подольский, 2003. – С. 238 – 242.

15. Кошевой Н.Д. Идентификация динамических объектов на основе планирования эксперимента / Н.Д. Кошевой; Нац. аэрокосм. ун-т "ХАИ". – М., 1980. – 13 с. – Деп. в изданиях ЦНТИ "ПОИСК" 1980, № 035-2507.

16. Зедгинидзе И.Г. К вопросу математического описания кинетики технологических процессов методами планирования эксперимента / И.Г. Зедгинидзе, Ш.С. Лобжанидзе // Тр. XV науч.-техн. конф. проф.-преп. состава и науч. работников проблемных и отраслевых лаб., Груз. политехн. ин-т им. В.И. Ленина. – Тбилиси, 1970. – Вып.17. – С. 46 – 50.

17. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов : учеб. для вузов / В.А. Игнатов. – М.: Сов. радио, 1979. – 280 с.

18. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий (программное введение в планирование эксперимента) / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1971. – 283 с.

19. Автоматизация научных исследований / под ред. Г.К. Круга // Тр. Моск. энерг. ин-та. – М., 1979. – Вып. 399. – 100 с.

20. Сахаров Ю.С. Анализ условий эффективного применения регулярных дробных реплик при исследовании радиоэлектронных устройств / Ю.С. Сахаров, Е.М. Старовойтова // Применение планирования эксперимента в радиоэлектронике и смежных областях техники: материалы семинара, 7 – 9 окт. 1975 г. – М., 1975. – С. 13 - 19.

21. Филаретов Г.Ф. Необходимое условие разрешимости задачи построения планов дробного факторного эксперимента / Г.Ф. Филаретов // Планирование и автоматизация эксперимента в научных исследованиях: материалы конф., 15 - 17 окт. 1974 г. – М., 1974. – С. 72 - 80.

22. Ткаченко С.И. К вопросу автоматизации выбора планов дробного факторного эксперимента / С.И. Ткаченко, Н.Д. Кошевой, В.А. Черепнев // Криобиология и криомедицина. – 1981. - №8. - С. 12 – 15.

23. Рузинов Л.П. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / Л.П. Рузинов, Р.И. Слободчикова. – М.: Химия, 1980. – 280 с.

24. Кошевой Н.Д. Машинный алгоритм синтеза факторных планов / Н.Д. Кошевой, В.Л. Грецов, А.В. Пидлисний // Автоматизированные системы управления. – 1979. – Вып. 2. – С. 119 - 121.
25. Кошевой Н.Д. Пакет прикладных программ по автоматизации планирования эксперимента / Н.Д. Кошевой // Подготовка специалистов к работе в условиях открытых информационных и компьютерных интегрированных технологий: тр. междунар. науч.-метод. конф., 19 - 21 июня 1996 г. – Х., 1996. – С. 126.
26. Аблин И.Е. Genesis for Windows - программный продукт для построения современных АСУТП / И.Е. Аблин // Приборы и системы управления. – 1996. – №5. – С. 1 - 5.
27. Налимов В.В. Логические основания планирования эксперимента / В.В. Налимов, Т.И. Голикова. – М.: Металлургия, 1976. – 128 с.
28. Тупало В.Г. Синтез математических моделей на основе итерационного планирования эксперимента / В.Г. Тупало, Н.Д. Кошевой, В.Л. Грецов // Математические методы анализа динамических систем. – 1978. – Вып. 2. – С. 122 – 127.
29. Кошевой Н.Д. Принципы построения подсистемы автоматизации планирования эксперимента в операционной системе ДОС/ЕС / Н.Д. Кошевой, В.Г. Тупало, В.Л. Грецов // Математические методы анализа динамических систем. – 1979. – Вып. 3. – С. 146 - 169.
30. Кошевой Н.Д. Автоматизация обработки экспериментальной информации для построения полиномиальных моделей технологических процессов на ЕС ЭВМ / Н.Д. Кошевой, В.Г. Тупало, Н.С. Спольник // Автоматизированные системы управления. – 1979. – Вып. 2. – С. 118 - 119.
31. Краснопрошина Л.А. Микропроцессорное управление технологическими процессами в радиоэлектронике / Л.А. Краснопрошина, В.А. Скаржина. – К.: Техніка, 1990. – 286 с.
32. Круг Г.К. Современное состояние и перспективы развития планирования и автоматизации эксперимента в научных исследованиях / Г.К. Круг // Планирование и автоматизация эксперимента в научных исследованиях: материалы конф., 8 - 11 окт. 1974 г. – М., 1974. – С. 4 – 18.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1. РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ.....	4
1.1. Поліноміальна модель.....	10
1.2. Оцінка результатів експериментів.....	11
1.3. Метод найменших квадратів при лінійній парній залежності.....	13
1.4. Метод найменших квадратів при лінійній множинній залежності.....	15
1.5. Однофакторний регресійний аналіз на базі системи Statgraphics.....	17
2. ПЛАНУВАННЯ Й ОРГАНІЗАЦІЯ БАГАТОФАКТОРНОГО ВИМІРЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ.....	22
2.1. Активний експеримент.....	22
2.2. Аналіз методів розробки планів багатофакторного експерименту.....	25
2.3. Практичне використання планів ПФЕ в системі Statgraphics.....	29
3. ОБРОБЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРИ МІНІМІЗАЦІЇ ЧИСЛА ЕКСПЕРИМЕНТІВ.....	32
3.1. Дробово-факторний експеримент.....	32
3.2. Оброблення результатів експериментів.....	36
3.3. Оброблення результатів дробово-факторного експерименту в додатку Statgraphics.....	41
4. МЕТОДИ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПРИ ПОБУДОВІ НЕЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ.....	44
4.1. Плани другого порядку.....	44
4.2. Центральні-композиційні плани.....	47
4.3. Ортогональні центральні-композиційні плани.....	50
4.4. Планування експерименту при пошуку експериментальної області.....	52
4.5. Пакет прикладних програм синтезу планів першого порядку.....	57

5. ОРГАНІЗАЦІЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ.....	61
5.1. Вибір оптимального плану багатофакторного експерименту.....	62
5.2. Метод ітераційного планування експерименту.....	64
5.3. Алгоритм цілеспрямованого пошуку плану дробового факторного експерименту для побудови працездатної математичної моделі об'єкта.....	74
5.4. Пакет прикладних програм автоматизації планування експерименту.....	77
5.5. Метод послідовного планування за імітаційною моделлю з використанням пакета СДЕПРР.....	107
ДОДАТОК.....	112
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК.....	150

Навчальне видання

КОШОВИЙ МИКОЛА ДМИТРОВИЧ
МИХАЙЛОВ АНДРІЙ ГЕОРГІЙОВИЧ

ТЕОРІЯ І ПРАКТИКА ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Редактор Л. О. Кузьменко

Зв. план, 2009

Підписано до друку 27.11.2009

Формат 60 x 84 1/16. Папір. офс. №2. Офс. друк

Ум. друк. арк. 8,5. Обл.-вид. арк. 9,62. Наклад 100 прим. Замовлення 422.

Ціна вільна

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського

“Харківський авіаційний інститут”

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

Видавничий центр “ХАІ”

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

izdat@khai.edu