

Инженер А. М. Шоломов

УСТОЙЧИВОСТЬ СТОЕК, ПОДКРЕПЛЕННЫХ ШПРЕНГЕЛЯМИ

Взамен решетчатых стоек в целях экономии металла и по условиям габаритов, например, железнодорожных составов, прибегают к подкреплению стоек шпренгелями. Схемы таких стоек показаны на рис. 1. Шпренгельные стойки обладают рядом преимуществ перед решетчатыми, а именно: а) резко снижается расход материала на соединительную решетку;

б) значительно уменьшается сечение основной стойки;

в) шпренгельные стойки удобнее для транспортирования чем решетчатые;

г) стойки, подкрепленные шпренгелями, представляют большие возможности для нормализации конструкций.

Несмотря на ряд очевидных преимуществ, шпренгельные стойки до настоящего времени не получили достаточно широкого распространения ни в строительных сооружениях, ни в машиностроении.

В литературе расчет шпренгельных стоек освещен весьма слабо. Автору известны лишь две работы на русском языке по этому вопросу: Урбана И. В. и Ковальского Б. С.:

1. И. В. Урбан, Исследование устойчивости стрелы деррик-крана, усиленной шпренгелем. «Вестник инженеров и техников», № 12, 1932.

2. Б. С. Ковальский, Расчет стоек, усиленных шпренгелями. Внутриводский транспорт и стальные конструкции № 1, 1935.

Кроме этого, формула для определения жесткости тяг приводится в статье П. П. Баландина* и формула для определения критической силы для стойки, подкрепленной двухпанельным шпренгелем, в работе Н. В. Корноухова**.

Как Урбан, так и Ковальский решают задачу энергетическим методом, то есть приближенным методом, не имеющим оценки точности. Оба автора ограничиваются рассмотрением первой возможной формы изгиба. Урбан рассматривает двух- и трехпанельную стойку.

Таким образом, для расчета на устойчивость шпренгельных стоек любых типов не разработан достаточно подробно общий метод.

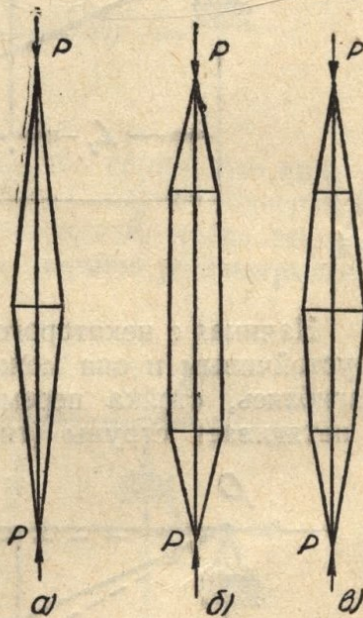


Рис. 1.

* П. П. Баландин, К расчету на устойчивость стержней в упругих закреплениях. Сборник научно-технических работ № 1 Ленинградского института механизации сельского х-ва, 1939.

** Н. В. Корноухов, Прочность и устойчивость стержневых систем, 1949, стр. 178.

В этой связи желательно исследовать шпренгельные стойки на основе современных методов расчета, применяемых в строительной механике, проверить экспериментально полученные результаты и на этой основе выработать рекомендации, которые содействовали бы более широкому внедрению в практику шпренгельных стоек, как рационального типа строительной конструкции.

В настоящей статье публикуются первые результаты исследований лишь для стоек, подкрепленных двух- и трехпанельными шпренгелями.

Устойчивость стоек, подкрепленных трех- и двухпанельными шпренгелями

Рассматриваемая система представляет собой стойку с симметрично расположенными относительно ее оси шпренгелями (рис. 2).

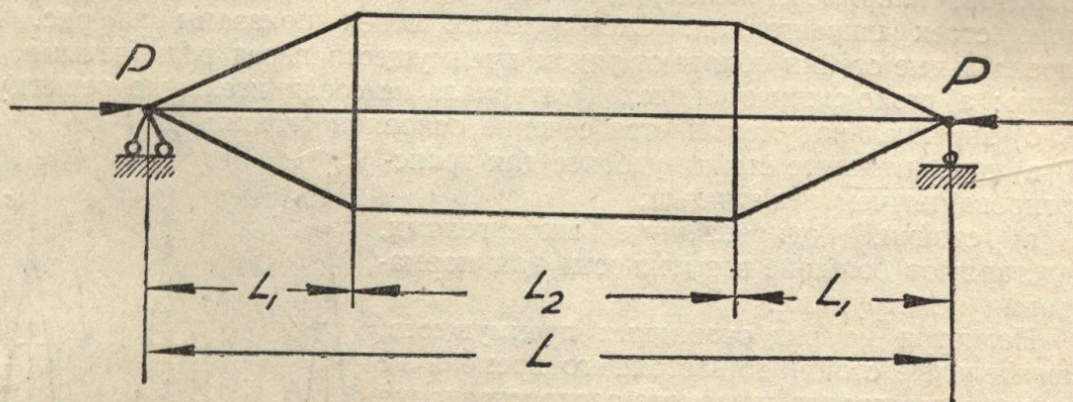


Рис. 2.

Начиная с некоторого значения силы P , равновесие стойки становится неустойчивым и она может выпучиться в сторону наименьшей жесткости. Изгибаясь, стойка перемещает скрепленные с ней поперечные распорки и натягивает струны (тяги) с одной стороны, как показано на рис. 3.

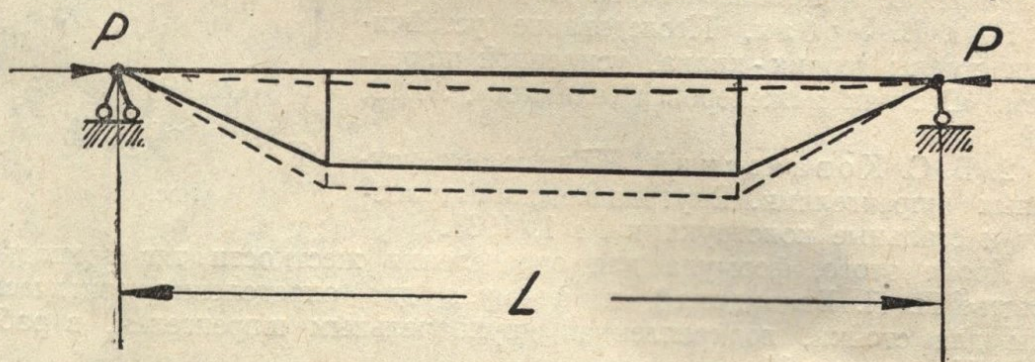


Рис. 3.

Поэтому рассматриваемая система является один раз статически неопределимой.

Решая задачу методом сил, выбираем основную систему по рис. 4, где в качестве лишней неизвестной примем группу усилий в распорках.

Для определения групповой неизвестной X_1 , составляем каноническое уравнение метода сил.

$$X_1 \delta_{11} = 0, \quad (1)$$

где δ — перемещение от групповой силы $X_1 = 1$ по направлению этой силы.

Особенностью этого уравнения является отсутствие свободного члена. Эта особенность вытекает из самого существа метода исследования задач устойчивости: система изучается в отклоненном состоянии, но внешние силы не участвуют в создании рассматриваемой деформации.

В уравнении (1) X_1 не может равняться нулю. Следовательно, остается принять

$$\delta_{11} = 0.$$

Перемещение δ_{11} составляется из прогиба выпученной стойки по направлению X_1 от силы $X_1 = 1$ и от перемещения по этому же направлению шпренгеля под действием единичной силы $X_1 = 1$, то есть

$$\delta = y_{cm} + \delta_{ш} = 0. \quad (2)$$

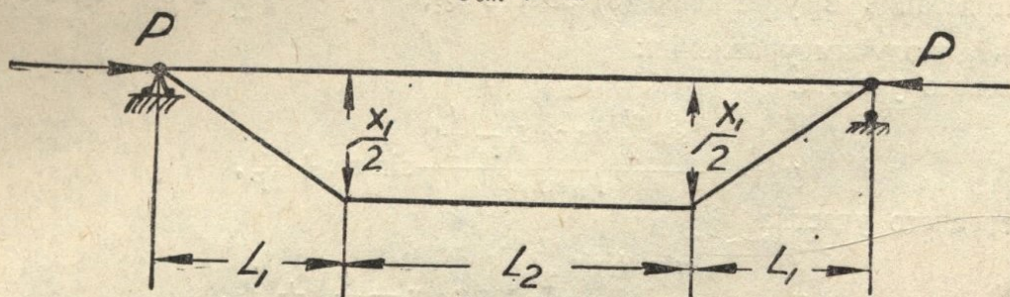


Рис. 4.

Особенностью определения y_{cm} является то, что групповую силу X_1 нужно прикладывать к деформированной стойке. Следует подчеркнуть, что мы рассматриваем линейную задачу, то есть случай, когда деформации стержня весьма малы и поэтому отклонение стержня рассматривается от его первоначального состояния.

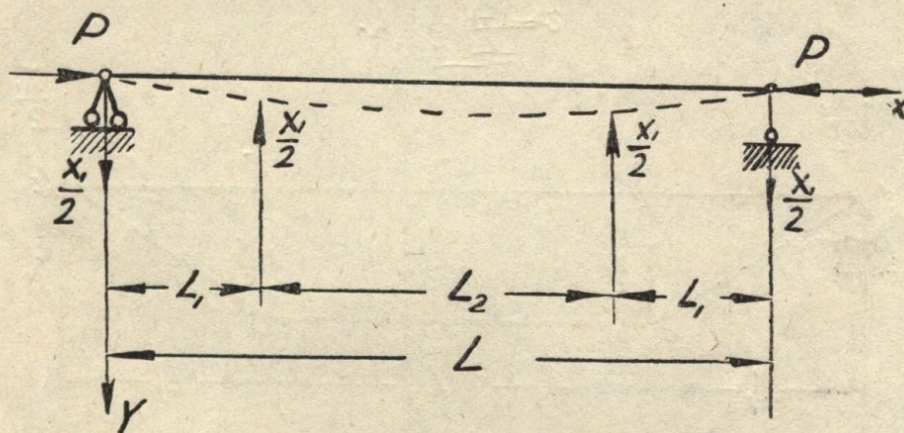


Рис. 5.

В нашем случае стойка представляется в виде сжато-изогнутого стержня, к которому приложены продольные силы P и две сосредоточенные поперечные силы $\frac{X_1}{2}$ (рис. 5). Уравнение кривой прогибов получается интегрированием дифференциального уравнения изгиба стержня.

Целесообразнее, однако, воспользоваться готовым уравнением кривой прогибов для сжатоизогнутого стержня, к которому приложены n сосредоточенных поперечных сил. На участке между нагрузками Q_m и Q_{m+1} это уравнение записывается следующим образом*.

* С. П. Тимошенко. Устойчивость упругих систем, 1946, стр. 14.

$$y = \frac{\sin nx}{P_n \sin nl} \sum_{i=1}^{i=m} Q_i \sin nc_i - \frac{x}{Pl} \sum_{i=1}^{i=m} Q_i c_i +$$

$$+ \frac{\sin n(l-x)}{P_n \sin nl} \sum_{i=m+1}^{i=n} Q_i \sin n(l-c_i) - \frac{l-x}{Pl} \sum_{i=m+1}^{i=n} Q_i (l-c_i) \quad (3)$$

В уравнении (3) c_i — расстояние от правого конца стержня до i -ой поперечной силы

$$n = \sqrt{\frac{P}{EI}}. \quad (4)$$

Подставив в уравнение (3) вместо Q_i , $-\frac{x_1}{2} = -\frac{1}{2}$ и $c_1 = l_1$, а $c_2 = l - l_1$, получим уравнения: для левого участка

$$y_I = -\frac{\sin \frac{nl}{2} \cos n \left(l_1 - \frac{l}{2} \right)}{P_n \sin nl} \sin nx + \frac{x}{2P}, \quad (5)$$

для среднего участка

$$y_{II} = -\frac{\sin nl_1 \sin \frac{nl}{2}}{P_n \sin nl} \cos n \left(x - \frac{l}{2} \right) + \frac{l_1}{2P}, \quad (6)$$

для правого участка

$$y_{III} = -\frac{\sin \frac{nl}{2} \cos n \left(l_1 - \frac{l}{2} \right)}{P_n \sin nl} \sin n(l-x) + \frac{l-x}{2P}. \quad (7)$$

Перемещение $\delta_{ш}$ определяем по формуле Мора, которая в нашем случае принимает вид:

$$\delta = \sum \frac{\bar{N}_1^2}{E_i F_i} l_i. \quad (8)$$

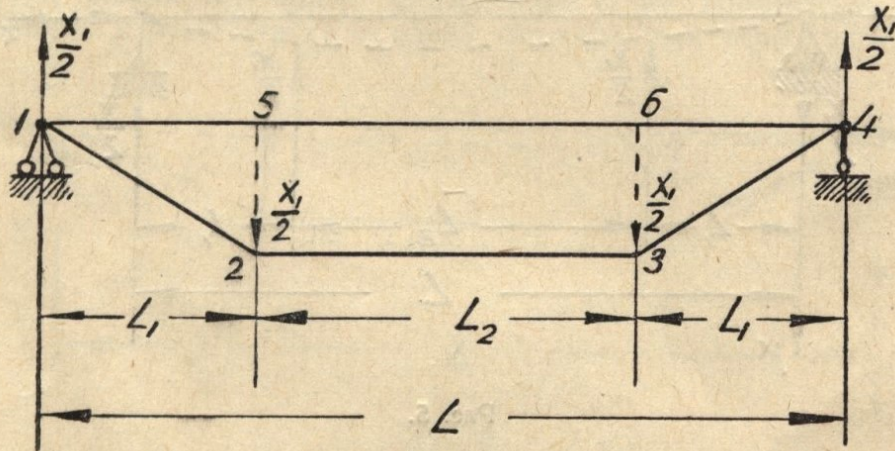


Рис. 6.

Из уравнений равновесия узлов шпренгеля (рис. 6) находим:

$$\bar{N}_{12} = \bar{N}_{34} = \frac{1}{2 \sin \alpha} \quad (9)$$

$$\bar{N}_{23} = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (10)$$

$$\bar{N}_{25} = \bar{N}_{36} = \frac{1}{2}, \quad (11)$$

$$\bar{N}_{14} = -\frac{1}{2 \operatorname{tg} \alpha}. \quad (12)$$

При определении \bar{N}_{14} не учитывалось деформированное состояние стойки в связи с ее выпучиванием.

$$\text{Длины стержней: } l_{12} = \frac{l_1}{\cos \alpha}; \quad l_{25} = l_1 \operatorname{tg} \alpha.$$

Примем модуль упругости всех стержней одинаковым и обозначим площади поперечного сечения:

$$F_{12} = F_{23} = F_{34} = F_1; \quad \text{примем также:}$$

$$\frac{F_{25}}{F_1} = U; \quad \frac{F_{14}}{F_1} = V. \quad (13)$$

Подставив значение усилий, длин и жесткостей в формулу (8), получим:

$$\begin{aligned} \delta_{uu} &= \frac{2l_1}{4E_1F_1 \sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{2l_1 \operatorname{tg} \alpha}{4EF_{25}} + \frac{l}{4 \operatorname{tg}^2 \alpha EF_{14}} + \frac{l_2}{4 \operatorname{tg}^2 \alpha EF_1} = \\ &= \frac{1}{2E_1F_1} \left(\frac{l_1}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{l_1 \operatorname{tg} \alpha}{U} + \frac{l}{2V \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{l_2}{2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

В примере, который рассматривает И. В. Урбан в своей статье, суммарная величина второго и третьего членов в скобках равенства (14) составляет, примерно, 0,5% по отношению к суммарной величине первого и четвертого членов в скобках этого равенства. Это происходит за счет большой величины коэффициентов U и V , позволяющей рассматривать поперечную распорку и основную стойку, как абсолютно жесткие по сравнению с жесткостью тяг.

Поэтому, пренебрегая вторым и третьими членами в скобках равенства (14), получим:

$$\delta_{uu} = \frac{1}{2E_1F_1} \left(\frac{l_1}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{l_2}{2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) \quad (15)$$

Подставив значение y_{cm} из уравнения (5) при $x = l_1$, и значение δ_{uu} из формулы (15) со знаком минус в уравнение (2), получим характеристическое уравнение для определения критической силы:

$$\delta_{11} = - \frac{\sin \frac{nl}{2} \sin nl_1 \cos n \left(l_1 - \frac{l}{2} \right)}{P_n \sin nl} + \frac{l_1}{2P} - \frac{1}{2E_1F_1} \left(\frac{l_1}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{l_2}{2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) = 0. \quad (16)$$

Обозначив буквой K коэффициент упругости шпренгелей, то есть силу, производящую единичную просадку шпренгеля, как упругой опоры, получаем:

$$K = \frac{1}{\delta_{uu}} = \frac{2E_1F_1}{\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{l_2}{2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}. \quad (17)$$

Представим уравнение (16) в виде:

$$- \sin \frac{nl}{2} \sin nl_1 \cos n \left(l_1 - \frac{l}{2} \right) + nl_1 \sin \frac{nl}{2} \cos \frac{nl}{k} - \frac{2Pn}{K} \sin \frac{nl}{2} \cos \frac{nl}{2} = 0. \quad (18)$$

Исследование этого уравнения показывает, что при $K = 0$, то есть при абсолютно податливой опоре

$$\sin nl = 0, \quad \text{то есть } nl = \pi.$$

Подставляя $n = \frac{\pi}{l}$ в формулу (4), получаем: $P_{kp} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$, что соответствует случаю Эйлера. При $K = \infty$, т. е. при абсолютно жестких опорах

$$\sin \frac{nl}{2} \left[- \sin nl_1 \cos n \left(l_1 - \frac{l}{2} \right) + nl_1 \cos \frac{nl}{2} \right] = 0; \quad (19)$$

Если $\sin \frac{nl}{2} = 0$, то $\frac{nl}{2} = \pi$; Подставляя $n = \frac{2\pi}{l}$ в формулу (4), получаем;

$$P_{кр} = \frac{4\pi^2 EI}{l^2},$$

что соответствует кососимметричной форме потери устойчивости по двум полуволнам.

Приравнявая нулю выражение, заключенное в скобках в уравнении (19), получаем:

$$\sin nl_1 \cos n \left(l_1 - \frac{l}{2} \right) - nl_1 \cos \frac{nl}{2} = 0. \quad (20)$$

Для исследования уравнения (20) рассмотрим следующие значения l_1 , которые практически более всего вероятны:

$$l_1 = \frac{l}{3}, \quad \sin \frac{nl}{3} \cos \frac{nl}{6} - \frac{nl}{3} \cos \frac{nl}{2} = 0, \quad (21)$$

$$l_1 = \frac{l}{4}, \quad \sin \frac{nl}{4} \cos \frac{nl}{4} - \frac{nl}{4} \cos \frac{nl}{2} = \frac{\sin \frac{nl}{2}}{2} - \frac{nl}{2} \cos \frac{nl}{2} = 0,$$

или

$$\operatorname{tg} \frac{nl}{2} - nl = 0 \quad (22)$$

$$l_1 = \frac{l}{2}, \quad \sin \frac{nl}{2} - \frac{nl}{2} \cos \frac{nl}{2} = 0,$$

или

$$\operatorname{tg} \frac{nl}{2} - \frac{nl}{2} = 0. \quad (23)$$

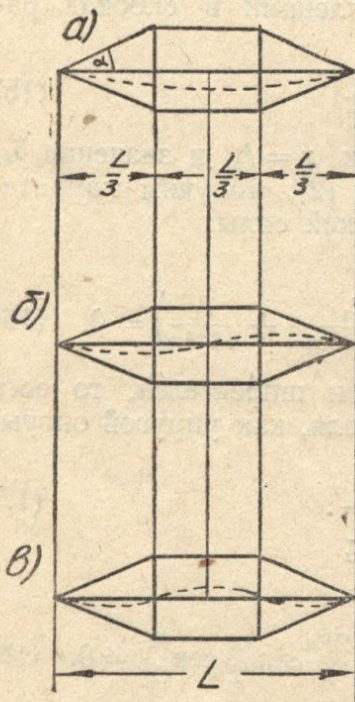


Рис. 7.

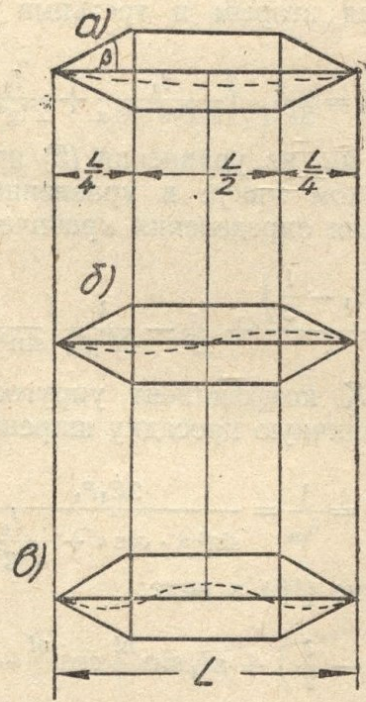


Рис. 8.

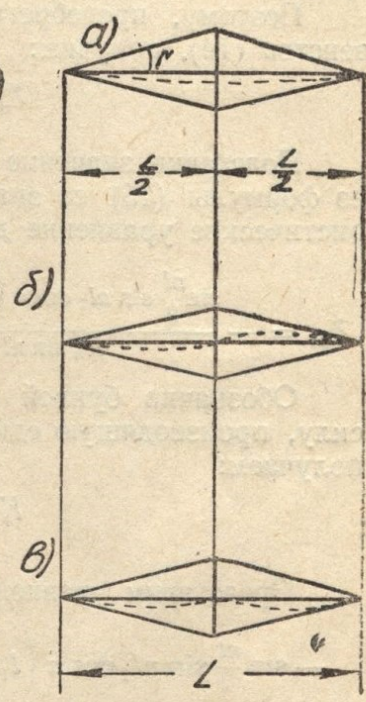


Рис. 9.

На рисунках 7а, 8а и 9а показаны формы равновесия, соответствующие уравнению:

$$\sin nl = 0.$$

На рисунках 7б, 8б и 9б показаны формы равновесия, соответствующие уравнению

$$\sin \frac{nl}{2} = 0.$$

На рис. 7в показана форма равновесия, полученная из уравнения

$$\sin \frac{nl}{3} = 0, \text{ т. е. } n = \frac{3\pi}{l},$$

что дает

$$P_{кр} = \frac{9\pi^2 EI}{l^2};$$

из уравнения (22) путем подбора получаем наименьший корень

$$\frac{nl}{2} = 4,604, \text{ откуда } n = \frac{4,604}{\frac{l}{2}}, \text{ а}$$

$$P_{кр} = 21,2 \frac{EI}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{8,6\pi^2 EI}{l^2};$$

форма равновесия показана на рис. 8в.

Уравнение (23) дает

$$\frac{nl}{2} = 4,493, \text{ откуда } n = \frac{4,493}{\frac{l}{2}}, \text{ а}$$

$$P_{кр} = 20,19 \frac{EI}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{8,2\pi^2 EI}{l^2}$$

форма равновесия показана на рис. 9в.

Вычислим коэффициент упругости K шпренгеля при заданных жесткостях для его элементов.

По формуле (17),

$$K = \frac{2E_1 F_1}{\frac{l_1}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{l_2}{2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}. \quad (17)$$

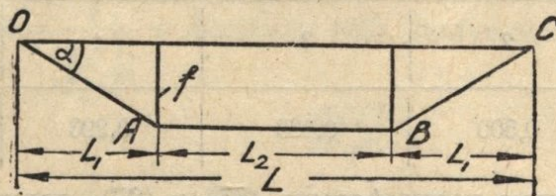


Рис. 10.

Приняв на рис. 10

$$l_1 = \frac{l}{m} \text{ получаем } l_2 = \frac{(m-2)l}{m}.$$

Обозначим высоту распорки через f , тогда

$$OA = \sqrt{f^2 + \left(\frac{l}{m}\right)^2} = \frac{1}{m} \sqrt{m^2 f^2 + l^2}.$$

Отсюда:

$$\sin \alpha = \frac{mf}{\sqrt{m^2 f^2 + l^2}}; \quad (.)$$

$$\cos \alpha = \frac{l}{\sqrt{m^2 f^2 + l^2}}; \quad (..)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{mf}{l}. \quad (..)$$

Подставив значения всех величин в формулу (17) получаем:

$$K = \frac{2E_1 F_1}{\frac{l(m^2 f^2 + l^2) \sqrt{m^2 f^2 + l^2}}{m^3 f^2 l} + \frac{(m-2)l^3}{2m^3 f^2}}$$

или
$$K = \frac{4E_1 F_1 m^3 f^2}{2(m^2 f^2 + l^2) \sqrt{m^2 f^2 + l^2} + (m-2)l^3} \quad (24)$$

Обозначим

$$\frac{f}{l} = z,$$

тогда

$$K = \frac{4E_1 F_1 m^3 z^2}{l [2(m^2 z^2 + 1) \sqrt{m^2 z^2 + 1} + (m-2)]}$$

или

$$K = \frac{4E_1 F_1 m^3 z^2}{Al}, \quad (25)$$

где

$$A = [2(m^2 z^2 + 1) \sqrt{m^2 z^2 + 1} + (m-2)]. \quad (26)$$

По И. Г. Бубнову*, в случае m одинаковых пролетов длиной $\frac{l}{m}$ и одинаковых по жесткости опор, получаем значение коэффициента упругости K , при котором шпренгели обеспечивают перегиб упругой линии на опорах, а именно:

$$K = \frac{m P_{кр}}{\beta l}, \quad (27)$$

где m — число пролетов,

$P_{кр}$ — критическая сила, вычисленная для одного пролета, как для стержня длиной $\frac{l}{m}$ с шарнирно закрепленными концами и определяемая по формуле

$$P_{кр} = \frac{m^2 \lambda^2 EI}{l^2};$$

β — числовой коэффициент, зависящий от числа пролетов, значения которого приводятся ниже:

m	2	3	4	5
β	0,500	0,333	0,293	0,276

Приравняв правые части формул (25) и (27), получаем уравнение, из которого определяется F_1 :

$$F_1 = \frac{\pi^2 EIA}{4\beta E_1 l^2 z^2} = \frac{\pi^2 EIB}{4E_1 f^2}, \quad (28)$$

где

$$B = \frac{A}{\beta},$$

F_1 — это минимальное значение поперечного сечения тяг шпренгелей, при которых стойки шпренгелей выполняют роль как бы шарнирных опор.

Если коэффициент K меньше значения, получаемого из формулы (27), то формула для определения F_1 получается из формулы (25):

$$F_1 = \frac{KIA}{4E_1 m^3 z^2}. \quad (29)$$

При проектировании новых конструкций следует подсчитывать площадь поперечного сечения тяг по формуле (28).

* И. Г. Бубнов, Строительная механика корабля, т. I, Петербург, 1912.

Для двухпанельной схемы, то есть при $m = 2$, коэффициент B выразится формулой:

$$B = 4(4z^2 + 1)\sqrt{4z^2 + 1}; \quad (30)$$

а для трехпанельной схемы, то есть при $m = 3$,

$$B = 6(9z^2 + 1)\sqrt{9z^2 + 1} + 3. \quad (31)$$

О значении коэффициентов A и B можно судить по табл. 1

Таблица 1

$Z = \frac{f}{l}$	$m = 2$		$m = 3$	
	A	B	A	B
$\frac{1}{10}$	2,12	4,24	3,276	9,84
$\frac{1}{12}$	2,09	4,18	3,184	9,58
$\frac{1}{15}$	2,06	4,12	3,122	9,38
$\frac{1}{17}$	2,04	4,08	3,094	9,28
$\frac{1}{18}$	2,036	4,07	3,084	9,26
$\frac{1}{20}$	2,03	4,06	3,074	9,23

Формулу (28) можно преобразовать так, чтобы поставить F_1 в зависимость от гибкости стойки.

Подставив $\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{I}{F}}}$ в формулу (28), получим:

$$F_1 = \frac{\pi^2 E F B}{4 E_1 z^2 \lambda^2}. \quad (32)$$

В некоторых случаях удобно оперировать углом наклона тяг шпренгеля к стойке.

Подставив $\operatorname{tg} \alpha = mz$ в формулу (26), получаем:

$$A = 2(\sec^3 \alpha - 1) + m$$

и формула (28) примет вид:

$$F_1 = \frac{\pi^2 EI [2(\sec^3 \alpha - 1) + m]}{4 \beta E_1 f^2}$$

при $m = 2$,

$$F_1 = \frac{\pi^2 EI}{E_1 f^2 \cos^3 \alpha}$$

при $m = 3$,

$$F_1 = \frac{3\pi^2 EI (2 \sec^3 \alpha + 1)}{4 E_1 f^2}.$$

Анализ формулы (28) показывает, что сечение тяг прямо пропорционально жесткости стойки и обратно пропорционально модулю упругости материала тяг и квадрату высоты распорки. Что касается коэффициента B , то он очень мало зависит от изменения величины распорки f , а главным образом зависит от числа панелей шпренгеля.

Сравнение формул для подсчета поперечного сечения тяг приводит к следующим результатам:

Формула (28):

$$F_1 = \frac{\pi^2 B}{4} \cdot \frac{EI}{E_1 f^2} = \frac{\pi^2 B}{4} U,$$

формула Б. С. Ковальского*:

$$F_1 = \frac{1,7 m^4}{m^2 - 1} \cdot \frac{EI}{E_1 f^2} = \frac{1,7 m^4}{m^2 - 1} \cdot U,$$

формула П. П. Баландина*:

$$F_1 > \frac{3l}{(3l - 4a)} \cdot \frac{EI}{E_1 f^2} = \frac{3l}{(3l - 4a)} \cdot U.$$

При различном числе равных пролетов сравнение формулы дает следующие результаты:

	$m = 2$	$m = 3$
Формула (28)	$F_1 \cong 10U$	$F_1 \cong 23,5U$
Формула Б. С. Ковальского	$F_1 \cong 9U$	$F_1 = 17,4U$
Формула П. П. Баландина	$F_1 > 3U$	$F_1 > 1,8U$

В формуле (28) принято среднее значение для коэффициента B из табл. 1.

Для формулы П. П. Баландина при $m = 2$ принято $a = \frac{l}{2}$, а при $m = 3$, $a = \frac{l}{3}$.

Формула (28) составлена исходя из предпосылки, что стойка шпренгеля должна работать как шарнирная опора, то есть обеспечить перегиб упругой линии стойки в местах крепления поперечных распорок (при равных пролетах).

Формула Б. С. Ковальского позволяет подобрать сечение тяг, обеспечивающее изгиб упругой линии по одной полуволне. Прочность тяг, подсчитанных по этой формуле, недостаточна, чтобы заставить упругую линию стойки изогнуться по двум, трем и т. д. полуволнам.

Формула П. П. Баландина, с нашей точки зрения, вообще непригодна для подсчета жесткости тяг. Это утверждение основано на том, что, как видно из сравнения формул, величина F_1 по формуле П. П. Баландина настолько мала по сравнению с величиной, необходимой для перехода стержня к последующим формам равновесия, что непригодно даже для обеспечения первой формы равновесия.

ВЫВОДЫ.

1. Подкрепление стоек шпренгелями позволяет повысить их устойчивость по меньшей мере в четыре раза и, как следствие, при заданных осевых нагрузках резко уменьшить расход материала на изготовление стоек и удешевить изготовление.

2. Подсчет площади поперечного сечения тяг по формуле (28) обеспечивает работу шпренгелей как шарнирных опор, то есть изгиб упругой линии в местах крепления распорок (при равных пролетах), а следовательно, и повышение критической силы.

* Ссылки см. стр. 179.

Экспериментальное исследование устойчивости стоек, подкрепленных двух- и трехпанельными шпренгелями

Целью эксперимента является исследование устойчивости стоек, подкрепленных шпренгелями, то есть установление экспериментальных зависимостей критических сил и характера искривления упругой линии стоек от схемы и размеров шпренгелей, подкрепляющих стойку. На первом этапе работа сводится к определению критических сил и деформаций стоек, подкрепленных двух- и трехпанельными шпренгелями.

Из условий эксперимента приняты следующие параметры подопытной стойки:

- а) гибкость стойки на длине одной полуволны изогнутой ее оси
 $\lambda \geq 150 \div 200$.

При этом исходим из наибольшего числа полуволн, по которым может изогнуться стойка при данной схеме шпренгелей. Так, например, для стоек, подкрепленных трехпанельными шпренгелями с равной длиной панелей (рис. 11), принятая гибкость относится к длине одной панели. Величина гибкости должна находиться в пределах применимости формулы Эйлера и обеспечить достаточную наглядность эксперимента.

б) Длина подопытных стоек принята равной 700, 1000 и 1500 мм.

Поперечное сечение стойки выбираем в форме прямоугольника, у которого сторона h значительно превышает величину стороны b (рис. 12). Это диктуется стремлением предопределить направление выпучивания стойки.

Размер h не влияет на величину радиуса инерции, а, следовательно, и на гибкость стойки. Из конструктивных соображений, выбираем размер $h = 60$ мм.

Толщину стойки выбираем двух размеров:

$$b_1 = 6 \text{ мм и } b_2 = 8 \text{ мм.}$$

Гибкость стойки на длине одной полуволны определяем для прямоугольного сечения по формуле

$$\lambda = 3,46 \frac{l}{nb}, \quad (33)$$

где n — число полуволн.

Гибкости принятых к испытанию стоек, отнесенные к длине одной полуволны, сведены в следующую таблицу:

Таблица 2

$\frac{l}{n}$	$b_{\text{мм}}$					
	700	1000	1000	1500	1500	
2	2	2	3	2	3	
6	202	288	195	—	—	
8	—	216	144	324	216	

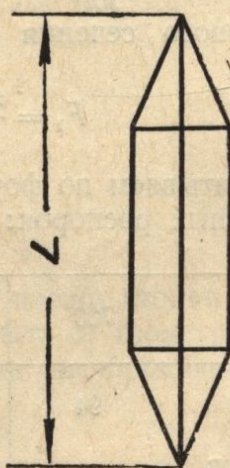


Рис. 11.

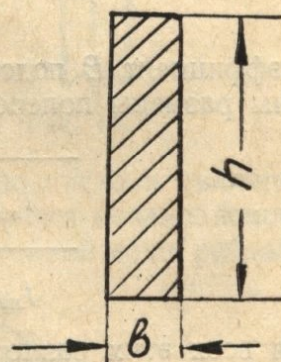


Рис. 12.

в) стойки изготовлены по полосовой стали марки 50 (по ГОСТ В1050—41).

Предел прочности при растяжении	$\sigma_{пч} = 63 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$.
Относительное удлинение	$\delta \geq 13\%$.
Модуль упругости принят	$E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$.

Сталь повышенного качества принята, чтобы избежать остаточных деформаций при многократном нагружении.

Из этой стали изготовлены четыре стойки с практически доступной в условиях завода степенью точности. Размеры их указаны в табл. 2. Помимо них изготовлена серия стоек из стали более низкого качества и обработанных менее точно, что позволит изучить влияние точности изготовления стоек на величину критической силы их.

г) Тяги изготовлены из проволоки марки ВС диаметром 2,6 мм. Предел прочности $\sigma_{пч} = 154 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$.

Площадь поперечного сечения проволоки тяг подсчитаем по формуле (28):

$$F_1 = \frac{\pi^2 E I B}{4 E_1 f^2}, \quad (28)$$

Коэффициент B подсчитываем по формулам (30) и (31). В таблице 3 указаны размеры поперечных распорок:

Таблица 3

$l_{\text{мм}}$	700	1000	1500
$f_{\text{мм}}$	94	134	201

для всех этих размеров

$$z = \frac{f}{l} = \frac{1}{1,45}.$$

Подставив значение z в формулы (30) и (31), получаем:

$$\begin{aligned} \text{при } m = 2 & \quad B = 4,44 \\ \text{при } m = 3 & \quad B = 10,528. \end{aligned}$$

Примем модули упругости материала стойки и тяг одинаковыми, то есть $E = E_1$ и найдем моменты инерции поперечного сечения стоек по формуле

$$I = \frac{hb^3}{12}$$

$$\begin{aligned} \text{при } b = 0,6 \text{ см,} & \quad I = 0,108 \text{ см}^4, \\ \text{при } b = 0,8 \text{ см,} & \quad I = 0,256 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Подставив значения I , B и f в формулу (28) получаем значения для F_1 , а по ним диаметры проволоки тяг.

Полученные данные сведены в таблицу:

Таблица 4

$l \text{ см}$	$f \text{ см}$	$I \text{ см}^4$	$m = 2$			$m = 3$		
			B	$F_1 \text{ см}^2$	$\delta \text{ мм}$	B	$F_1 \text{ см}^2$	$\delta \text{ мм}$
70	9,4	0,108	4,44	0,0134	1,31	—	—	—
100		0,108		0,0066	0,92			
100	13,4	0,256	4,44	0,0156	1,41	10,528	0,0357	2,17
150		0,256		0,0069	0,94			

Выбранный нами диаметр проволоки $d = 2,6 \text{ мм}$ должен обеспечить перегиб упругой линии на опорах во всех случаях.

Скрепление поперечных распорок со стойкой имеет существенное значение.

Идеальным был бы случай, когда стянутые между собой распорки соприкасались бы со стойкой ребрами призм (рис. 13).

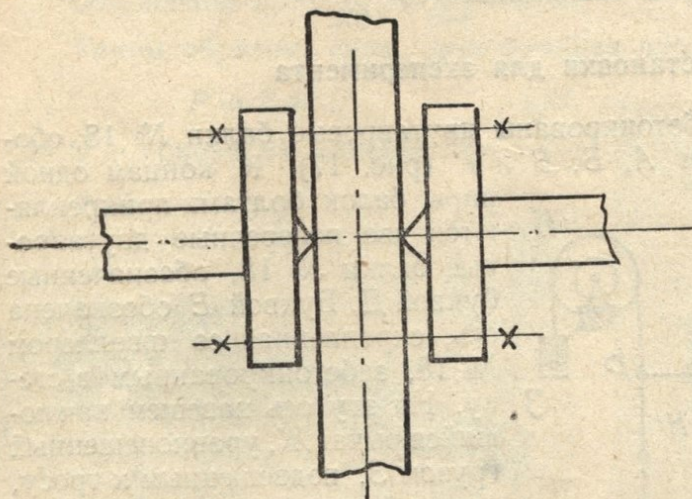


Рис. 13.

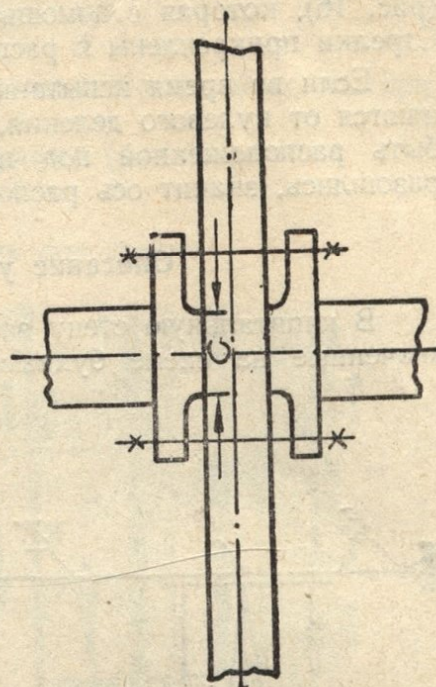


Рис. 14.

Такое устройство не препятствует изгибу стойки, но система является геометрически изменяемой. Чтобы сделать ее геометрически неизменяемой, мы должны обеспечить соприкосновение распорок со стойкой не по ребрам, а по площадкам (рис. 14).

Такое соединение препятствует повороту стойки и изгибу его оси. Чем больше

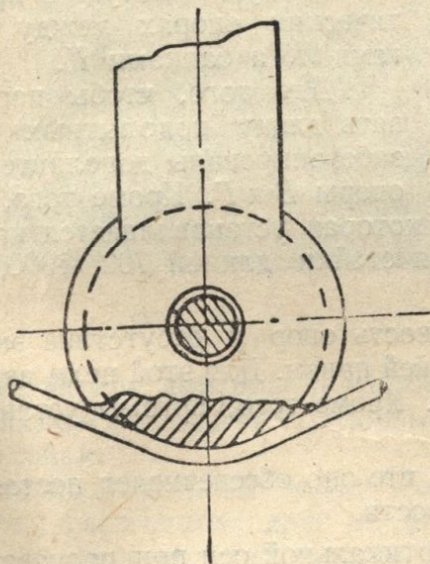


Рис. 15.

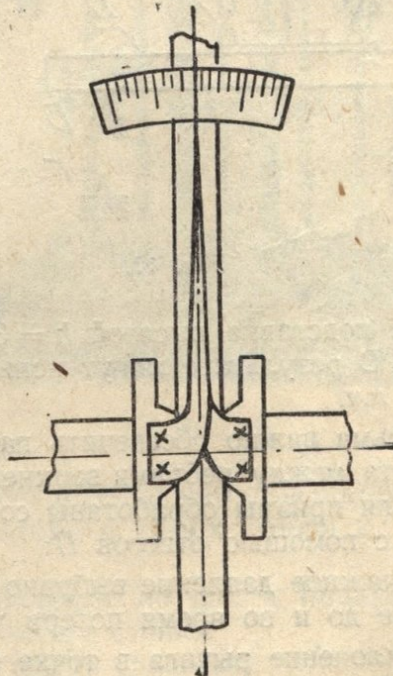


Рис. 16.

ширина C площадки соприкосновения, тем больше противодействие распорок изгибу стойки. Для наших опытов принята ширина площадки $c = 15 \text{ мм}$.

Контакт тяг с распорками осуществляется посредством роликов, вращающихся на бронзовых втулках (рис. 15), оси которых укреплены на концах распорок.

Для наблюдения за изменением угла между осями распорок и стойки спроектировано приспособление, состоящее из двух стрелок и шкалы (рис. 16), которая с помощью пружинящих лапок надевается на стойку. Стрелки прикреплены к распоркам.

Если во время испытания стрелки, не расходясь между собой, отклоняются от нулевого деления, то это означает, что ось распорок перестала быть расположенной под прямым углом к оси стойки. Если стрелки разошлись, значит ось распорок «изломалась».

Описание установки для эксперимента

В капитальную стену забетонированы двутавровые балки № 18, обозначенные на схеме буквами А, Б, В и Г (рис. 17). К концам одной пары балок болтами прикрепляются две поперечные двутавровые балки № 18, обозначенные буквой Д. Буквой Е обозначена ось, скрепленная со швеллером № 18, забетонированным в стену. На эту ось навешен качающийся рычаг Ж, уравновешенный грузом З, подвешенным к тросу, который переброшен через блок И. Гайка К жестко соединена со швеллером, заделанным в стену. С этой гайкой соединен винт Л, который, при вращении передает усилие на рычаг Ж через динамометр М и тягу Н. Рычаг Ж передает в точке О усилие на стойку, зажатую в призматических опорах между рычагами Ж и балками Д.

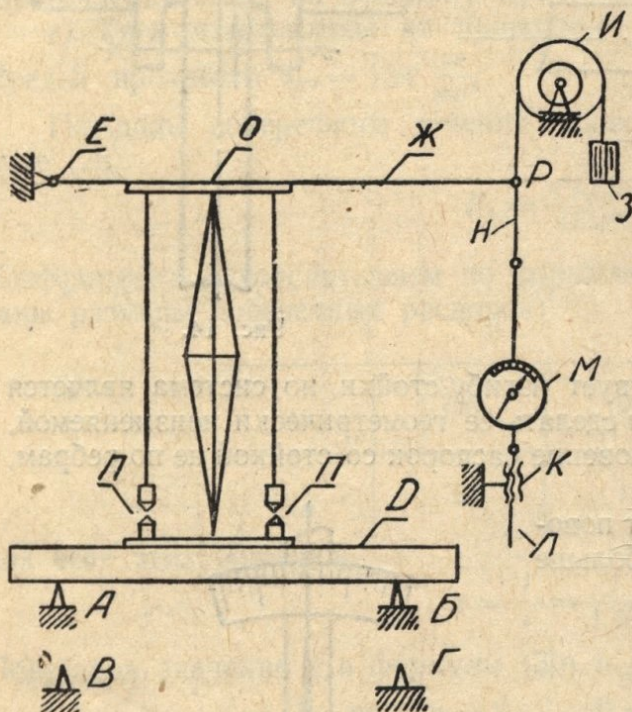


Рис. 17.

Для того, чтобы варьировать длину подопытных стоек, забетонированы дополнительные опоры В и Г. Кроме того, изготовлена подставка высотой $h = 300$ мм, которая устанавливается на балках Д. В результате могут испытываться стойки длиной 700, 1000, 1500 и 1800 мм.

Весьма важно обеспечить параллельность опор и отсутствие эксцентриситета между ребрами верхней и нижней призм. Для этой цели верхняя и нижняя призмы обработаны совместно. Кроме того, призмы устанавливаются с помощью отвесов П.

Рычажное давление выбрано потому, что оно обеспечивает постоянное давление до и во время потери устойчивости.

Отклонение рычага в точке О от вертикальной оси при производстве опытов будет незначительным.

Действительно, зададимся предельным прогибом стойки $\delta = \frac{1}{50} l$; сближение концов стойки выразится формулой:

$$\Delta l = \frac{\pi^2 \delta^2}{4l} = \frac{\pi^2 l}{4 \cdot 50^2}, \quad (34)$$

подставив в эту формулу $l = 1000$ мм, находим

$$\Delta l = \frac{\pi^2 \cdot 1000}{4 \cdot 2500} \cong 1 \text{ мм.}$$

Такое отклонение рычага является незначительным и может не приниматься в расчет.

Общий вид установки показан на фотографии (рис. 18).

Отношение плеч $\frac{EP}{EO} = \frac{2250}{650} = 3,46$.

Таким образом, сила, действующая вдоль оси стойки

$$P = 3,46 Q, \quad (35)$$

где Q — показания динамометра.

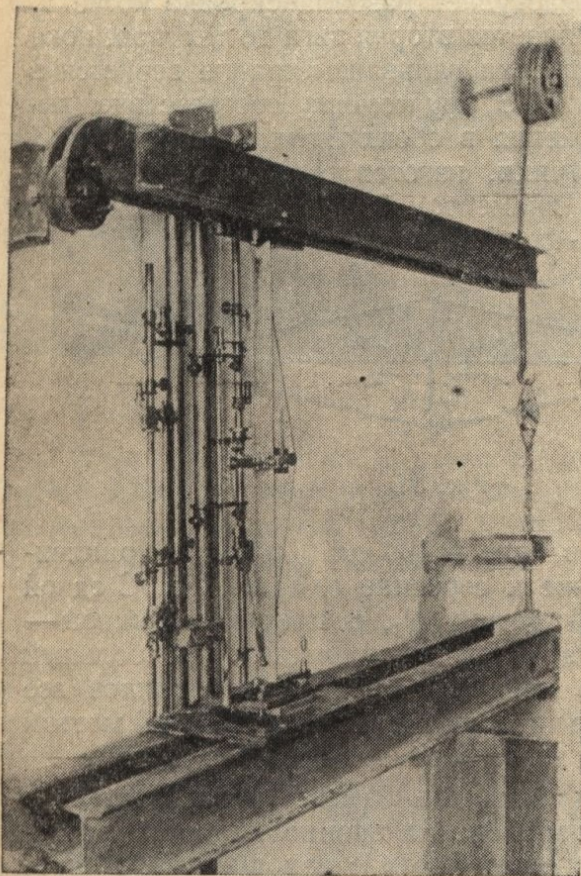


Рис. 18.

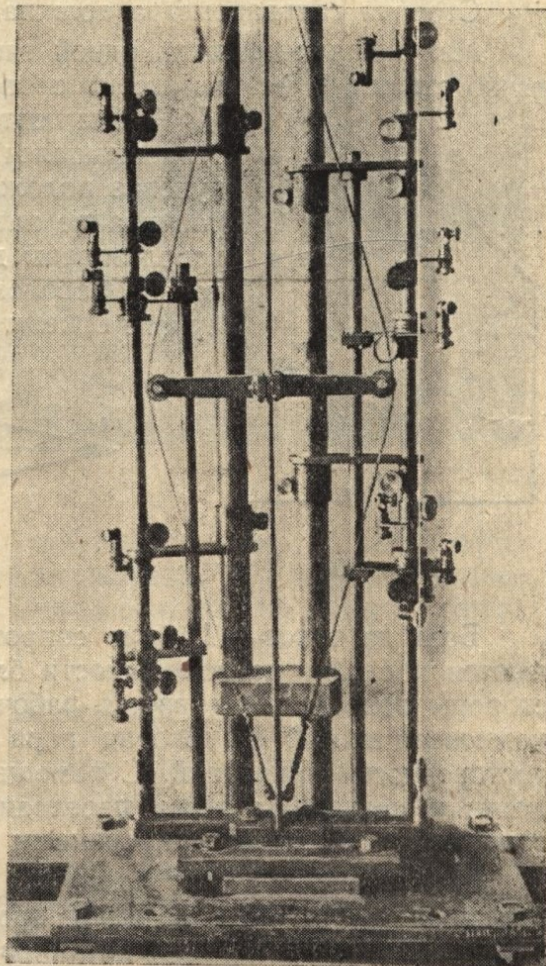


Рис. 19.

Для замера деформаций спроектировано и построено приспособление, позволяющее подводить стрелочные индикаторы с обеих сторон к любой точке стойки.

С каждой стороны может быть установлено по шести индикаторов на любых расстояниях друг от друга по высоте стойки.

Вид приспособления показан на фотографии (рис. 19).

Одинаковое натяжение тяг играет решающую роль в подготовке опытных стоек к испытанию. Разность натяжений тяг вызовет искривление стойки и, ввиду этого, ускорит потерю устойчивости ее. Вследствие существенного различия тяг по многим параметрам (длина, жесткость заделок, упругость тандеров и шарнирных сочленений и т. п.) производить одновременную натяжку обеих тяг невозможно, не говоря о том, что конструктивно эта задача решается сложно. Сборка стоек со шпренге-

лями производится в специальных зажимах, чтобы исключить искривление стоек в процессе натягивания тяг. Одинаковое их натяжение достигается с помощью проволочных датчиков омического сопротивления. Два датчика, рабочий R_1 и компенсационный R_2 , наклеивают на противоположные стороны полосы стойки и включают в разные плечи измерительного мостика. R_3 и R_4 — третье и четвертое плечи мостика, представляющие собой сопротивления, близкие к сопротивлению датчиков (рис. 20). При ненагруженном состоянии стойки мостик балансируется, то есть соблюдается условие:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4.$$

Стрелка гальванометра должна стоять на нуле.

Малейшая перетяжка одной тяги по сравнению с другой вызывает изгиб стойки, в результате которого наступает разбалансировка мостика.

Тогда подтягивается вторая тяга до тех пор, пока отклонившаяся стрелка гальванометра не вернется в нулевое положение. Этому моменту соответствует выравнивание натяжения в обеих тягах. Для испытаний использованы датчики, изготовленные из константовой проволоки диаметром 0,03 мм, приклеенной к бумаге бакелито-фенольным клеем БФ-2.

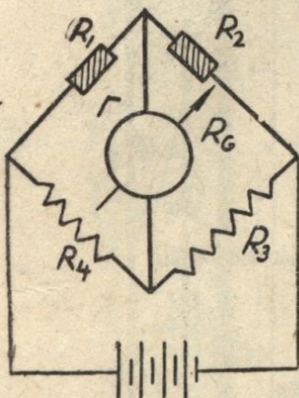


Рис. 20

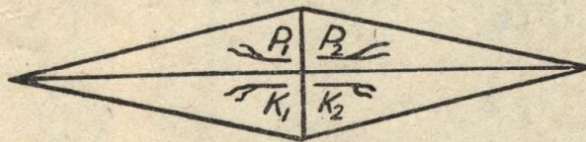


Рис. 21

База датчиков — 10 мм; сопротивление ≈ 100 ом. Датчики приклеиваются к стойке по возможности ближе к середине ее (рис. 21). С одной стороны полосы наклеивается рабочий датчик P_1 , с противоположной — компенсационный K_1 . Вторая пара датчиков наклеивается для большей достоверности показаний. С помощью тонких и гибких проводников все датчики соединены через переходные колодки с измерительным мостом сопротивлений, сконструированным и изготовленным для этой цели*.

Измерительный мост позволяет производить замеры последовательно в десяти точках без перепайки проводников. Балансировка моста производится для каждой пары датчиков в отдельности с помощью балансировочных реохордов и переключателя на десять точек. На этом же мосту смонтирован отсчетный реохорд и стрелочный гальванометр для первоначальной балансировки моста. Для более точной балансировки к мосту присоединен зеркальный гальванометр. Питание моста производится от аккумулятора.

Тяги одевают на полосу, зажатую в упомянутом ранее приспособлении, лишь после балансировки моста для всех датчиков. После этого натягиваем с помощью тендеров тяги до желаемой величины; нажав кнопку от стрелочного гальванометра, устанавливаем разбалансировку моста для каждой точки в отдельности. Подтягиванием одной из струн (слабее натянутой) вновь выводим измерительный мост на «нуль». Уточняем балансировку по показаниям зеркального гальванометра. Чтобы

* Конструкция измерительного моста на десять точек разработана инженерами лаборатории проблем быстроходных машин и механизмов АН УССР гг. Кокошей В. П. и Бутковским В. В. Ими же произведен монтаж моста.

удостовериться, что зажатие полосы не вызвало в ней предварительных изгибных напряжений, надо по окончании натяжения тяг освободить стойку от зажимов и вновь проверить балансировку моста.

Если при этом не происходит разбалансировки моста, что свидетельствует об одинаковом натяжении тяг, можно отсоединять стойку от моста и переносить на испытательный стенд. Общий вид установки для натяжения тяг показан на фотографии (рис. 22).

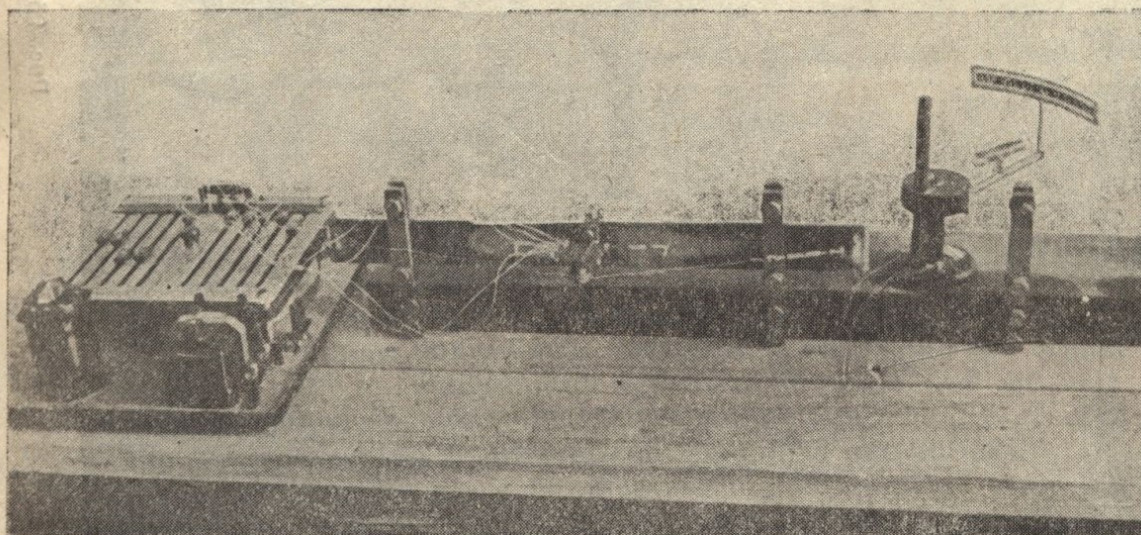


Рис. 22.

В центре показана зажатая в приспособлении стойка; слева — измерительный мост, справа — зеркальный гальванометр. На переднем плане измерительного моста слева показан переключатель на десять точек, справа — стрелочный гальванометр.

Предварительные испытания

Для принципиальной проверки действия шпренгелей, как упругих опор, и проверки аппаратуры и приспособлений были проведены предварительные испытания.

В качестве образцов для стоек были приняты полосы длиной $l = 1000$ мм. Первоначально была испытана стойка из необработанной полосы. Распорки были жестко соединены с полосой болтами, проходящими через отверстия в полосе. Натяжение тяг производилось «на глаз», то есть было заведомо неодинаковым, что предопределяло направление выпучивания и ускоряло момент его начала. Однако цель опыта состояла в том, чтобы убедиться в возможности изгиба стойки по двум полуволнам благодаря шпренгелям.

На рис. 23 показан начальный момент нагружения стойки осевой силой. Выпучивание происходит по одной полуволне за счет упругих деформаций тяги.

При этом возникает поперечное усилие в распорке, которое нарастает в соответствии с увеличением осевой нагрузки. По достижении определенной величины поперечная нагрузка вынуждает стойку изогнуться по двум полуволнам, как это показано на рис. 24.

Переход от первой формы равновесия ко второй происходит внезапно. Осевая нагрузка, соответствующая этому моменту, является критической силой. Первый опыт убеждает нас в том, что шпренгели действительно выполняют роль упругой опоры.

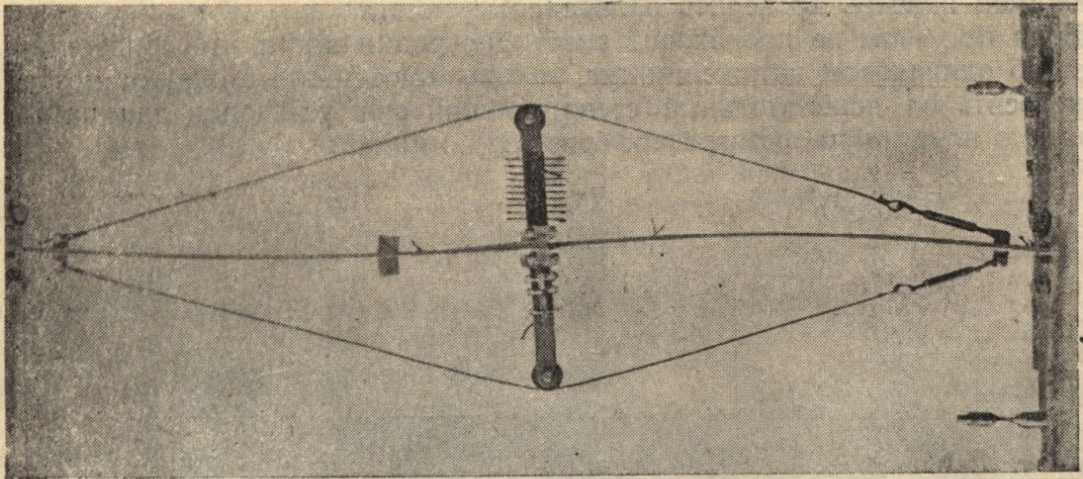


Рис. 25.

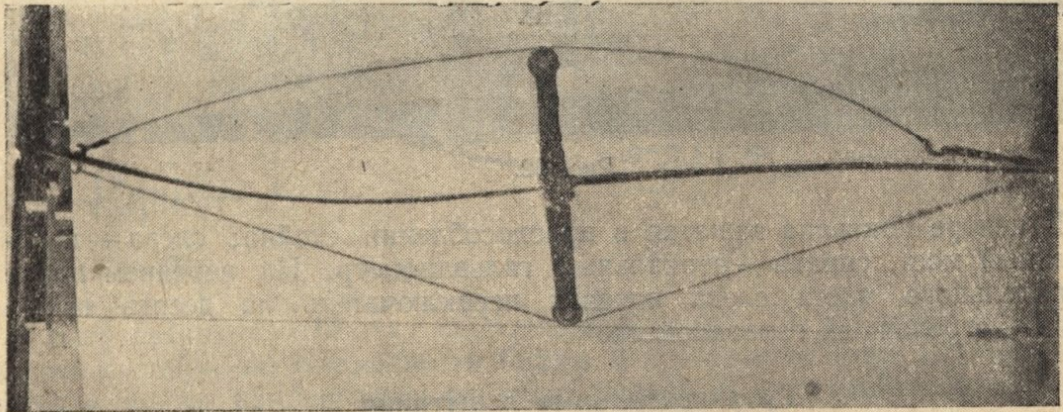


Рис. 24.

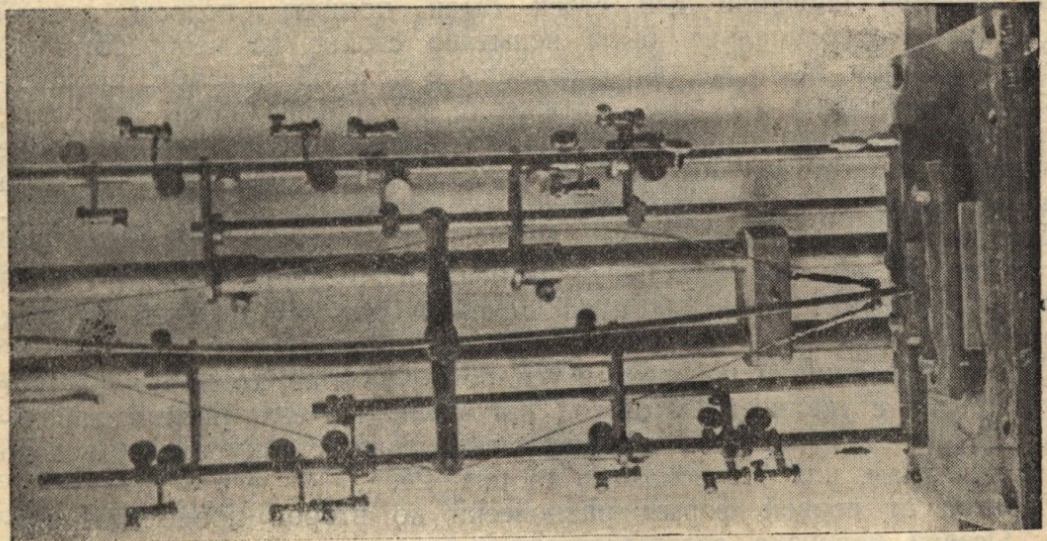


Рис. 23.

Далее эксперимент был повторен для двухпанельной стойки при более строгих условиях.

Была взята полоса длиной $l = 1000$ мм, шириной $h = 56$ мм и толщиной $b = 5,7$ мм.

Наименьший момент инерции поперечного сечения полосы:

$$I = 0,0864 \text{ см}^4.$$

Материал полосы ст. 3. Модуль упругости был принят $E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$

Таким образом, для принятой стойки без шпренгелей теоретическая величина критической силы

$$P_0 = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0,0864}{100^2} = 170 \text{ кг.}$$

Поперечные распорки стянуты с полосой болтами, как это показано на рис 14. Одинаковое натяжение тяг достигнуто с помощью датчиков, как это было описано выше.

На фотографии (рис. 25) зафиксировано состояние стойки в момент ее изгиба по двум полуволнам. Этот изгиб произошел при осевой нагрузке, равной 725 кг, являющейся критической силой, при которой произошла потеря устойчивости.

Критическая сила стойки, подкрепленной шпренгелями, повысилась в $\frac{P_{кр}}{P_0} = \frac{725}{170} = 4,27$ раз.

Теоретически

$$\frac{P_{кр}}{P_0} = 4.$$

ВЫВОДЫ

1. Предварительные испытания полностью подтверждают теоретические выводы о том, что благодаря подкреплению стоек шпренгелями обеспечивается переход от первой ко второй форме равновесия, чем достигается увеличение критической силы в 4 раза.

2. Размеры поперечного сечения тяг, подсчитанные по формуле (28), обеспечивают надежную работу шпренгелей и изгиб упругой линии по двум полуволнам.

3. Подготовка эксперимента позволяет провести серию опытов для исследования не только двух, но и трехпанельных схем и установить ряд зависимостей между величиной критической силы и параметрами стойки, подкрепленной шпренгелями.

Исследование дало возможность подробно изучить устойчивость стоек, подкрепленных шпренгелями, и связь между критической силой и формой потери устойчивости. Разработаны первые формулы для производства рабочих расчетов.

Принятая нами методика позволяет продолжить исследование, распространив его на стойки с многопанельными и сложными шпренгелями, и подкрепить теоретические исследования экспериментальной проверкой, что для рассматриваемой задачи применяется впервые.

112460

