

УДК 621.438:51.001.57

В.П. ГЕРАСИМЕНКО<sup>1</sup>, А.С. МАНДРА<sup>2</sup>, Н.Б. НАЛЕСНЫЙ<sup>2</sup>, Т.М. НУРМУХАМЕТОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

<sup>2</sup>Управление магистральных газопроводов "Черкасытрансгаз", Украина

## АДАПТИВНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОТУРБИННОГО ПРИВОДА ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩЕГО АГРЕГАТА

Дан анализ перспектив применения математических моделей газотурбинных двигателей в эксплуатации. Рассмотрены пути обеспечения адекватности моделей и их идентификации. Предложен метод адаптивного моделирования двигателя с применением центрального композиционного планирования эксперимента.

**газотурбинный двигатель, газоперекачивающий агрегат, математическое моделирование, характеристика, компрессор, турбина, планирования эксперимента, центральный композиционный план**

### Введение

Развитие систем контроля и диагностирования газоперекачивающих агрегатов (ГПА) [1] позволяет существенно повысить эффективность их эксплуатации по техническому состоянию: своевременно выявлять и устранять дефекты, контролировать и оптимизировать режимы работы, вести учёт выработки ресурса и др. Одним из направлений эксплуатационного совершенства является применение математического моделирования как газотурбинных приводов [2, 3], так и компрессоров-нагнетателей природного газа.

### 1. Формулирование проблемы

Главные задачи, решению которых способствует математическое моделирование, состоят в реализации эксплуатации по техническому состоянию и определении уровня загрузки оборудования, согласовании режимов работы привода с нагнетателем и обеспечении оптимального управления ГПА, выбора рациональных схем соединения ГПА в трубопроводной обвязке компрессорных станций и др. Отличительные особенности перечисленных задач от тех, которые выдвигаются обычно на стадиях проектирования, создания и доводки ГПА, накладывают отпечаток на подходы к моделированию. Важней-

шая из этих особенностей заключается в том, что математическая модель должна предусматривать свою идентификацию [4, 5] в процессе эксплуатации ГПА ввиду происходящих изменений-тренда внутренних и внешних факторов. В этой связи достаточно актуальным является создание адаптивных математических моделей газотурбинных приводов, позволяющих отслеживать изменения характеристик двигателя или его узлов в процессе эксплуатации и вносить уточнения для обеспечения их адекватности.

*Целью данной статьи* является разработка адаптивных математических моделей газотурбинного двигателя (ГТД) – привода ГПА, учитывающих изменения характеристик в эксплуатационных условиях. Эти изменения могут быть вызваны износом деталей, загрязнением проточной части, отклонениями в системе автоматического регулирования, изменениями состава топливного газа или внешних условий, или другими причинами.

### 2. Решение проблемы

Очевидно, что обеспечение адекватности математической модели ГТД может достигаться как путём повышения её уровня, так и совершенствованием средств идентификации в эксплуатации. При выборе уровня моделирования необходимо руководствоваться, в первую очередь, назначением мо-

дели и задачами, которые на неё возлагаются. При решении задачи получения внешней характеристики ГТД для интегральной оценки технического его состояния, определения степени загрузки или согласования работы с нагнетателем достаточно ограничиться нулевым уровнем моделирования. Первый же уровень моделирования целесообразен при диагностировании двигателя до узла. Необходимость в более сложных моделях в задачах эксплуатации ГПА обычно не возникает.

### 2.1. Нулевой уровень моделирования ГТД

Одним из эффективных путей получения математической модели и её идентификации по результатам измерений параметров двигателя является применение теории планирования эксперимента [6]. Важные преимущества такого подхода состоят в обеспечении максимальной точности результата при минимальном количестве опытов и сравнительной простоте вычислительных процедур при определении коэффициентов регрессии, оценке их значимости и проверке адекватности модели. Для получения модели, описывающей внешнюю характеристику газотурбинного двигателя, достаточно ограничиться центральным композиционным планированием (ЦКП) [6], в результате которого характеристика представляется степенным полиномом вида

$$R = \sum_{i,j,k,\dots=0}^2 A_{i,j,k,\dots} x^i y^j z^k \dots \quad (1)$$

Такое утверждение может быть обосновано, с одной стороны, теоретическим анализом [2], а с другой – результатами применения ЦКП при получении аппроксимационных характеристик турбин [7] с учётом того, что внешняя характеристика газотурбинного двигателя во многом определяется характеристикой его силовой турбины. В качестве примера представим характеристику двигателя АИ-336-1-10 в виде полиномов (1), полученных на основе ортогонального центрального композиционного планирования:

$$N_e = -553931,0 - 12,341n_{cm} + 78,7752n_{\delta\delta} + 12,86 \cdot 10^{-4} n_{cm}n_{\delta\delta} - 5,84 \cdot 10^{-4} n_{cm}^2 - 28,13 \cdot 10^{-4} n_{\delta\delta}^2;$$

$$\eta_e = -12,3191 - 19,72 \cdot 10^{-5} n_{cm} + 183,034 \cdot 10^{-5} n_{\delta\delta} + 25,97 \cdot 10^{-9} n_{cm}n_{\delta\delta} - 16,92 \cdot 10^{-9} n_{cm}^2 - 68,17 \cdot 10^{-9} n_{\delta\delta}^2,$$

где  $N_e$  и  $\eta_e$  – мощность и КПД двигателя;  $n_{cm}$  и  $n_{\delta\delta}$  – частоты вращения силовой турбины и турбокомпрессора высокого давления, соответственно.

Сопоставление рассчитанных по данным формулам значений мощности и КПД с исходными опытными величинами в диапазоне частот  $n_{cm} = 3000 - 5800$  об/мин и  $n_{\delta\delta} = 13600 - 14500$  об/мин свидетельствует о хорошем их совпадении: максимальные относительные отклонения составляют не более 1%.

Для реализации предлагаемого метода получения адаптивной модели двигателя в условиях эксплуатации необходимо обеспечить независимое изменение частоты вращения силовой турбины и режима работы газогенераторной части двигателя, например, путём использования двух регулирующих факторов: расхода топливного газа и режима работы нагнетателя по производительности. Мощность и КПД двигателя при этом определяют для разных типов ГПА по соответствующим нормативным документам по эксплуатации.

### 2.2. Поузловое моделирование ГТД

При необходимости получения поузловой модели двигателя (первого уровня) используют характеристики узлов в виде аппроксимационных зависимостей, которые уточняются в процессе эксплуатации. По изменениям характеристик узлов оценивают их техническое состояние. Эти характеристики определяют по контролируемым параметрам штатной измерительной системой с дополнительными приёмами [2, 8, 9] при недостатке прямых измерений.

Кроме характеристик узлов система уравнений модели включает в себя выражения, отражающие совместную работу узлов и законы сохранения мас-

сы, энергии и т.п. Такое представление модели газотурбинного двигателя является общепринятым, например, в авиационном двигателестроении [10] при получении эксплуатационных характеристик.

Отличительной особенностью реализации задачи в данной постановке является выбор такой формы представления характеристик узлов, которая позволяла бы отслеживать их изменения в эксплуатации. Наиболее сложными узлами двигателя, описание характеристик которых создаёт некоторые трудности, являются компрессор и турбина. Ухудшение их характеристик при эксплуатации в результате загрязнения проточной части или эрозионного и коррозионного износа деталей должно учитываться при выборе средств контроля таких изменений и практической реализации адаптивного моделирования. Особое значение имеет здесь выбор вида варьируемых переменных. С одной стороны, эти переменные должны согласовываться с существующей на двигателе системой регулирования, а с другой – быть удобным для представления характеристики узла. Так, например, для однокаскадного компрессора в качестве таких ортогональных переменных удобно выбирать относительную приведенную частоту вращения ротора  $\bar{n}_{np} = \frac{n_{np}}{n_{np \text{ расч.}}}$  и величину  $\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p}\right)}$  [11], а характеристику его представлять в виде простейших аппроксимационных зависимостей:

$$\begin{aligned} \pi_{\kappa}^* &= a_0 + a_1 \bar{n}_{np} + a_2 \left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p}\right)} + \\ &+ a_{12} \bar{n}_{np} \left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p}\right)} + a_{11} \bar{n}_{np}^2 + a_{22} \left[\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p}\right)}\right]^2; \quad (2) \\ \frac{\pi_{\kappa}^* \frac{\kappa-1}{\kappa} - 1}{\eta_{\kappa}^*} &= b_0 + b_1 \bar{n}_{np} + b_2 \frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p}\right)} + \\ &+ b_{12} \bar{n}_{np} \frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p}\right)} + b_{11} \bar{n}_{np}^2 + b_{22} \left[\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p}\right)}\right]^2, \quad (3) \end{aligned}$$

где  $\pi_{\kappa}^*$  и  $\eta_{\kappa}^*$  – степень повышения полного давле-

ния и КПД компрессора ГТД;  $G_{np}$  – приведенный расход воздуха;  $\kappa$  – показатель изэнтропы воздуха.

Значения  $\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p}$  определяют на линии рабочих режимов  $\left(\frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{\right)_p} = f(\bar{n}_{np})$  при исходной гидравлической сети двигателя (исходных положениях элементов входных и выходных устройств или регулируемого соплового аппарата силовой турбины, например, в ГПА ГТК-10И, ГТК-25И). Изменение приведенной частоты вращения компрессора  $n_{np}$  при неизменной температуре окружающей атмосферы достигается регулированием подачи топлива в двигатель. Важным преимуществом использования такого вида аппроксимаций характеристики компрессора является простота получения в эксплуатационных условиях коэффициентов полиномов на основе ЦКП эксперимента [6]. Последовательность получения характеристики в эксплуатационных условиях изложена в работе [11].

Полиномами подобного вида может быть описана и характеристика турбины компрессора, но в иных координатах:

$$\frac{G_2 \sqrt{T_2^*}}{P_2^*} = f\left(\pi_{mk}^*, \frac{n_{mk}}{\sqrt{T_2^*}}\right); \quad \eta_{mk}^* = f\left(\pi_{mk}^*, \frac{n_{mk}}{\sqrt{T_2^*}}\right), \quad (4)$$

где  $G_2$  – расход газа через турбину;  $P_2^*$  и  $T_2^*$  – полное давление и абсолютная температура газа перед турбиной компрессора;  $\pi_{mk}^*$  – степень понижения полного давления газа в турбине компрессора;  $n_{mk}$  – частота вращения ротора турбокомпрессора;  $\eta_{mk}^*$  – КПД турбины компрессора.

Однако, чтобы упростить получение этих полиномов в эксплуатационных условиях по результатам испытаний целесообразно совместить эту процедуру с определением характеристик компрессора. В этом случае на первом этапе находят коэффициенты полиномов с помощью центрального композиционного планирования в промежуточных зависимостях:

$$\begin{aligned} \frac{G_2 \sqrt{T_2^*}}{P_2^*} &= f \left( \bar{n}_{np}, \frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{(\pi_{\kappa}^*/G_{np})_p} \right); \\ \eta_{mk}^* &= f \left( \bar{n}_{np}, \frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{(\pi_{\kappa}^*/G_{np})_p} \right); \\ \pi_{mk}^* &= f \left( \bar{n}_{np}, \frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{(\pi_{\kappa}^*/G_{np})_p} \right); \quad \frac{n_{mk}}{\sqrt{T_2^*}} = f \left( \bar{n}_{np}, \frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{(\pi_{\kappa}^*/G_{np})_p} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

аналогичных полиномам (2, 3). Затем из совместного решения последних двух выражений находят связи:

$$\bar{n}_{np} = f \left( \pi_{mk}^*, \frac{n_{mk}}{\sqrt{T_2^*}} \right); \quad \frac{\pi_{\kappa}^*/G_{np}}{(\pi_{\kappa}^*/G_{np})_p} = f \left( \pi_{mk}^*, \frac{n_{mk}}{\sqrt{T_2^*}} \right),$$

подстановкой которых в первые две зависимости (5), получают характеристики турбины компрессора в требуемом виде (4). Возможности преобразования систем координат описания характеристик турбин [9] подтверждают допустимость любой формы представления этих характеристик.

Следует заметить, что в системе двигателя на этапе использования ЦКП при контрольных испытаниях по оценке технического состояния удобнее пользоваться зависимостями непосредственно в форме (5) для описания характеристики турбины компрессора через определение параметров  $\frac{G_2 \sqrt{T_2^*}}{P_2^*}$ ;  $\eta_{mk}^*$ ;  $\pi_{mk}^*$ ;  $\frac{n_{mk}}{\sqrt{T_2^*}}$  вместо обычного представления характеристик турбины в форме (4).

Наличие характеристик компрессора в форме аппроксимаций (2, 3) позволяет перейти к обычному их виду:  $\pi_{\kappa}^* = f(G_{np}, \bar{n}_{np})$ ;  $\eta_{\kappa}^* = f(G_{np}, \bar{n}_{np})$ . Более того, независимые переменные  $\bar{n}_{np}$  и  $G_{np}$ , которые поддаются почти прямому контролю, удобно использовать в системе двигателя и для описания характеристик турбины компрессора, а именно:

$$\begin{aligned} \frac{G_2 \sqrt{T_2^*}}{P_2^*} &= f(\bar{n}_{np}, G_{np}); \quad \pi_{mk}^* = f(\bar{n}_{np}, G_{np}); \\ \eta_{mk}^* &= f(\bar{n}_{np}, G_{np}); \quad \frac{n_{mk}}{\sqrt{T_2^*}} = f(\bar{n}_{np}, G_{np}). \end{aligned}$$

И, наконец, переменные  $\bar{n}_{np}$ ,  $G_{np}$  удобны и в том смысле, что они представляют поле характеристик компрессора, на котором обычно изображают линию рабочих режимов двигателя в целом. Эта линия является отображением математической модели двигателя, т.к. она получается решением системы уравнений, описывающих модель. Легко показать, что линия, как уравнение совместной работы узлов одновального ГТД со свободной турбиной, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\pi_{\kappa}^* \sqrt{\eta_{\kappa}^*}}{\sqrt{\frac{\kappa-1}{\kappa} \pi_{\kappa}^* - 1}} &= \frac{m_{\theta} F_{\theta} q(\lambda_{\theta})}{m_2 F_{ca} \sigma_{\kappa c} \sigma_{ca} q(\lambda_{ca})} \times \\ &\times \frac{C_p (1 + q_m) (1 - \Delta \bar{G}_o)}{\sqrt{C_{p_2} \left( 1 - \pi_{mk}^* \frac{1 - \kappa_2}{\kappa_2} \right) \eta_{mk} \eta_m}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $m_{\theta}, m_2, C_p, C_{p_2}$  – постоянные и теплоёмкости воздуха и газа;  $F_{\theta}, F_{ca}$  – площади входа в компрессор и "горла" первого соплового аппарата турбины;  $q(\lambda_{\theta}), q(\lambda_{ca})$  – газодинамические функции расхода воздуха через компрессор и газа через турбину;  $\sigma_{\kappa c}, \sigma_{ca}$  – коэффициенты восстановления полного давления в камере сгорания и первого соплового аппарата;  $q_m$  – относительный расход топлива;  $\Delta \bar{G}_o$  – относительный расход отбираемого воздуха за компрессором;  $\eta_m$  – механический КПД. Здесь

$$m_{\theta} F_{\theta} q(\lambda_{\theta}) = \frac{\sqrt{288}}{101325} G_{np}, \quad m_2 F_{ca} \sigma_{ca} q(\lambda_{ca}) = \frac{G_2 \sqrt{T_2^*}}{P_2^*}.$$

Наряду с уравнением (6) в систему, представляющую адаптивную математическую модель двигателя, входят также действительные характеристики компрессора (2, 3) и турбины компрессора (4) или (5), полученные по результатам контрольных эксплуатационных испытаний на основе ЦКП.

Эта система уравнений позволяет по известной частоте вращения турбокомпрессора, как режимном параметре, при заданных температуре и давлении воздуха на входе в двигатель определить все основ-

ные параметры, характеризующие работу компрессора и его турбины. Наличие таких данных в конечном итоге обеспечивает подсчет работы силовой турбины, действительной мощности  $N_e$  и эффективного КПД  $\eta_e$  двигателя. В случае ГТД с двухвальным газогенератором уравнение совместной работы (6) записывается отдельно для каждого турбокомпрессора [10]. Кроме того, в систему уравнений входят выражения, вытекающие из условий совместной работы турбин на основе закона сохранения массы (равенства расходов газа).

### Заключение

Изложенные алгоритмы позволяют контролировать характеристики газотурбинного привода ГПА и его основных узлов, изменение которых в эксплуатации может быть использовано при оценке их технического состояния.

### Литература

1. Сараванамутто, Макисаак. Термодинамические модели для диагностики газовых турбин, устанавливаемых на газопроводах // Тр. амер. общ. инж.-мех. Сер.: Энергетические машины и установки. – 1983. – Т. 105, № 4. – С. 128 – 139.

2. Математичне моделювання газотурбінного приводу газоперекачувального агрегату за фактичним станом / В.П. Герасименко, А.С.Мандра, М.В. Кучерук, Т.М. Нурмухаметов // Нафтова і газова промисловість. – 2004. – № 5. – С. 34 – 37.

3. Епифанов С.В., Парафейник В.П., Папуга А.М. Математическая модель газотурбинного привода авиационного типа блочно-комплектного турбокомпрессорного агрегата // Проблемы машиностроения. – Х.: ИПМаш НАНУ. – 1999. – Т. 2, № 3 – 4. – С. 29 – 37.

4. Епифанов С.В. Анализ современных подходов к идентификации математических моделей ГТД // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – Х.: Держ. аерокосм. ун-т «ХАІ». – 2001. – Вип. 23. Двигуни та енергоустановки. – С. 169 – 174.

5. Епифанов С.В. Регуляризованные алгоритмы параметрической идентификации математических моделей ГТД, основанные на использовании априорной информации // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – Х.: Держ. аерокосм. ун-т «ХАІ». – 2001. – Вип. 26. Двигуни та енергоустановки. – С. 206 – 209.

6. Герасименко В.П. Математические методы планирования испытаний воздушно-реактивных двигателей: Учебное пособие. – Х.: ХАИ, 1982. – 105 с.

7. Герасименко В.П. Аппроксимация характеристик турбины газотурбинного двигателя в широком диапазоне режимов работы // Самолётостроение. Техника воздушного флота: Республ. междуведомств. науч.-техн. сб. – Х.: ХГУ. – 1986. – Вып. 53. – С. 20 – 24.

8. К определению термогазодинамических параметров в проточной части турбоустановок для их диагностирования при доводке и эксплуатации / В.П. Герасименко, А.П. Губский, Н.К. Рязанцев, Б.С. Сотников, Т.М. Нурмухаметов // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Гос. аэрокосм. ун-т «ХАИ». – 1999. – Вып. 9. – С. 264 – 266.

9. О преобразовании систем координат параметров для аппроксимации характеристик газовых турбин / В.П. Герасименко, Н.К. Рязанцев, Ю.А. Анимов, Т.М. Нурмухаметов // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – Х.: Держ. аерокосм. ун-т «ХАІ». – 2002. – Вип. 30. Двигуни та енергоустановки. – С. 61 – 64.

10. Герасименко В.П. Теорія авіаційних двигунів: Підручник. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т "ХАІ". – 2003. – 199 с.

11. Герасименко В.П. К вопросу математического моделирования газотурбинных двигателей с использованием результатов испытаний // Газовая динамика двигателей и их элементов. – Х.: ХАИ. – 1983. – Вып. 2. – С. 57 – 61.

Поступила в редакцию 05.02.2005

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.И. Капцов, УкрНИИГаз, Харьков.