УДК 519.876.5

С.С. ЛЕВИН

Национальный аэрокосмический университет им Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ БИНАРНОЙ АВТОМАТНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ С БОЛЬШИМ КОЛИЧЕСТВОМ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

Предложена относительная оценка временных затрат на моделирование систем с большим количеством взаимодействующих объектов с использованием БА-модели. Произведено сравнение временных затрат с использованием разбиения на подсистемы и без разбиения. Предложены виды границ подсистем и граничных функций переходов для расчетов газовых потоков методом твердых сфер. Приведен пример применения БА-модели при моделировании обтекания крыла сверхзвуковым потоком с нагревом набегающего потока.

бинарная автоматная модель, оценка вычислительной сложности, подсистема конечных автоматов

Введение

Существующие гиперзвуковые аэродинамические трубы не позволяют проводить полное моделирование условий полета при высоких числах Маха ($M > 20$). Поэтому особую актуальность приобретают численные исследования в гиперзвуковых потоках. Для течений с большими числами Маха ($M > 10$) и умеренными числами Рейнольдса можно использовать моделирование методом частиц. Существует два подхода к моделированию – метод Монте-Карло и событийный подход. Наиболее перспективным с точки зрения точности процесса моделирования является событийной подход. Он позволяет моделировать газовое течение наиболее объективно без априорного использования экспериментально полученных статистических распределений. Более того, он позволяет получать эти распределения. Однако, несмотря на перспективность применения метода при исследовании поведения газовых струй и обтекании различных узлов и агрегатов, имитационное моделирование методом твердых сфер пока используется мало. Основной причиной этого является сложность реализации данного метода из-за очень большого объема необходимых вычислений, с которыми не в состоянии справиться даже самая современная вычислительная техника.

Одним из путей приближения к практическому использованию этого метода является, таким образом, оптимизация алгоритмов с целью уменьшения их вычислительной сложности. В работе [1] предложен возможный метод минимизации количества вычислений при расчетах, основанных на событийном подходе. В работе [2] предложено представить поток событий в виде RB-дерева, что существенно увеличивает скорость обработки имеющихся и генерацию новых событий. Существенно ускоренный алгоритм моделирования газовых потоков описан и проанализирован в работе [3].

Бинарная автоматная (БА) модель разработана специально для использования при моделировании систем с большим количеством взаимодействующих объектов. Газовый поток является частным случаем такой системы. При использовании БА-модели элементарный объект моделируемой системы представляют в виде конечного автомата Мура [4]. Внутренние состояния конечного автомата выбираются таким образом, чтобы соответствовать реальным элементарным объектам моделирования. Например, при моделировании газовых струй методом твердых сфер [5] можно выделить каждую модельную частицу в отдельный конечный автомат. Внутренними состояниями автомата будут координаты частицы в пространстве, а также скорость. При моделировании химических реакций добавятся внутренняя энергия, энергия связи и т.д.

На следующем этапе построения модели весь набор автоматов разбивается на определенное количество подсистем. При моделировании каждого конкретного явления критерий разбиения на подсистемы будет зависеть от моделируемой системы. Например, при моделировании газовых потоков или химических реакций критерием разбиения на подсистемы может служить координата в пространстве. На основании этого критерия область моделирования разбивается на ячейки. В этом случае каждая из ячеек представляет собой подсистему.

Для связи подсистемы с соседними подсистемами используются граничные функции перехода. Эти функции обеспечивают как миграцию автоматов между подсистемами, так и функционирование всей системы. Выбор вида и типов функций зависят от конкретной моделируемой системы. Например, для моделирования газовых потоков или химических реакций функция перехода будет представлять собой R-функцию [6], которая объединяет в себе уравнение плоскости и границы ячеки.

БА-модель является событийной, т.е. для каждого автомата определяется время его ближайшего события. Шаг по времени при моделировании системы осуществляется на время до ближайшего события, минимальное среди всех конечных автоматов системы.

Очевидно, что представление моделируемой системы в виде набора подсистем и, как следствие, использование функций перехода между этими подсистемами существенно увеличивают количество событий в системе в единицу времени. Это приводит к необходимости определения оптимального количества подсистем, при котором время определения нового события для конечного автомата было бы существенно меньше, чем без использования разбиения на подсистемы, что компенсировало бы рост количества событий. ***Целью данной статьи*** является относительная оценка вычислительных затрат при применении БА-модели.

Оценка временных затрат на расчет нового события

Проведем исследование вычислительной эффективности БА-модели.

На пути построения временных оценок работы алгоритма приходится сталкиваться с рядом различных проблем. Среди всего множества этих проблем можно выделить следующие основные [7]:

– неадекватность формальной системы записи алгоритма реальной системе команд процессора;

– наличие архитектурных особенностей, существенно влияющих на наблюдаемое время выполнения программы, таких как конвейер, кэширование памяти, предиктивная выборка команд и данных и т.д;

– различное время выполнения реальных машинных команд;

– различное время выполнения команды в зависимости от типов операндов;

– неоднозначность компиляции исходного текста, обусловленная как используемым компилятором, так и его настройками.

Ближайшее рассмотрение задачи сравнения алгоритма, использующего представление коллектива автоматов в виде единой системы, с алгоритмом, использующим представление коллектива автоматов в виде набора подсистем, приводит к выводу о том, что принимать во внимание все изложенные выше проблемы и методики нет необходимости. Использование методик прямого определения среднего времени и Гиббсона не представляется возможным ввиду универсальности предложенной

БА-модели и, как следствие, различных ее реализаций при исследовании конкретных систем. Рассмотрим применение методики пооперационного анализа, как наиболее интуитивно понятной и простой в реализации.

Будем считать, что для выполнения одной операции потребуется один квант времени. Под операцией будем понимать расчет параметров нового события. Наборы элементарных операций, используемых при расчете нового события системы, в обоих алгоритмах одинаковы. Быстрее будет тот алгоритм, в котором количество этих операций будет меньше, т.е. время расчета нового события будет меньше.

Пусть количество границ подсистемы – m, количество моделируемых конечных автоматов – k. Тогда при расчетах без разбиения на подсистемы расчет нового события для каждого конечного автомата будет занимать k квантов времени. Разобьем систему $\overline{\Sigma}$ на D подсистем R. Тогда для расчета нового события потребуется $\left(\frac{k}{D}+m\right)$ квантов времени. Слагаемое m служит для учета дополнительного времени, затрачиваемого алгоритмом на расчет как возможностей перехода автомата в соседнюю подсистему, так и самих переходов. Но эти оценки отдельно не позволяют судить о времени работы алгоритма в целом. Дело в том, что при использовании подсистем резко возрастает количество событий, связанных с миграцией конечных автоматов.

Относительная оценка времени работы алгоритма при использовании подсистем

Для того чтобы ввести оценку во времени работы алгоритмов в целом, введем вспомогательную оценку времени простоя конечного автомата между событиями. Пусть S – какая-то характеристика системы автоматов, которую можно взять за основу при оценке ее сложности. При введении относительной оценки выигрыша она сократится, так как система одна и та же для обоих алгоритмов.

Оценку простоя автомата без разбиения на подсистемы можно представить следующим образом:

$$l_1=\frac{S}{k}. \qquad (1)$$

Очевидно, что при введении подсистем оценка простоя автомата зависит не только от количества конечных автоматов и характеристики S системы $\overline{\Sigma}$, но и от количества подсистем R_i, миграция между которыми приводит к дополнительным событиям. Следовательно, оценку простоя автомата при разбиении на подсистемы можно представить следующим образом:

$$l_2=\frac{S}{k+m\cdot D}. \qquad (2)$$

Введем относительную оценку работы алгоритма в целом как функцию от количества подсистем:

$$F(D)=\left(\frac{k}{D}+m\right)\cdot\frac{\frac{S}{k}}{\frac{S}{k+m\cdot D}}. \qquad (3)$$

Упростив (3), получим

$$F(D)=\frac{k}{D}+2\cdot m+\frac{m^2 D}{k}. \qquad (4)$$

Таким образом, формула (4) выражает относительную оценку эффективности алгоритма расчетов в целом. В формуле учитываются как количество подсистем, так и количество границ каждой подсистемы, что позволяет сравнивать время работы алгоритма при различных количествах конечных автоматов, подсистем и их границ.

Анализ полученной оценки

На рис. 1 построен график функции (4) при постоянном количестве конечных автоматов и переменных параметрах количества подсистем (D) и количества границ подсистемы (m). Его анализ показывает, что время расчетов растет с ростом количества границ подсистемы

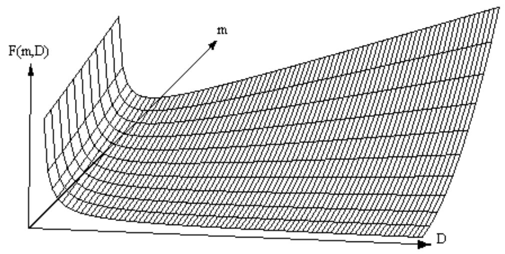

Рис. 1. Относительная оценка в зависимости от количества подсистем и количества границ

Анализ функции . $F(D)$ при фиксированных k и m (рис. 2) позволяет сделать следующие выводы:

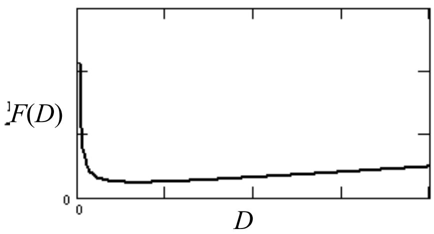

Рис. 2. Изменение функции $F(D)$ в зависимости от количества подсистем

1) существует оптимальное количество подсистем, которое дает максимальный выигрыш по времени расчета;

2) так как функция резко падает, а потом довольно полога, то даже незначительное приближение к оптимальному количеству подсистем может дать значительный выигрыш по времени расчета.

Вычислим первую производную функции $F(D)$ по D:

$$\frac{\delta F(D)}{\delta D} = \frac{m^2}{k} - \frac{k}{D^2}. \tag{5}$$

Решением уравнения $\frac{\delta F(D)}{\delta D} = 0$ является оптимальное количество подсистем:

$$D_{opt} = \left[\frac{k}{m}\right]. \tag{6}$$

Пример. Пусть количество моделируемых конечных автоматов k = 100000, каждая подсистема имеет m = 3 границ. Посчитаем выигрыш во времени расчетов без использования разбиения на подсистемы и с оптимальным разбиением D_{opt} = 3333:

1) без разбиения

$$F(1) = 10000;$$

2) с разбиением на оптимальное количество подсистем (3333)

$$F(3333) = 12.$$

Следовательно, выигрыш по времени расчета в данном случае составляет 833 раза.

Основные результаты

На базе предложенной модели разработан программный комплекс, позволяющий проводить исследования обтекания газовыми струями узлов и агрегатов летательных аппаратов. Исследовалось изменения формы конуса Маха при нагревании участка воздуха перед крылом. Данная идея была предложена в рамках проекта Aurora [8] в США, и немного позднее в проекте «Аякс» [9] Россия. По мнению директора Института теоретической и прикладной механики СО РАН В. М. Фомина данное направление изменения сопротивления ЛА является одним из самых перспективных [10] и может привести к существенному удешевлению космических перевозок.

Моделирование обтекания осуществляется с помощью метода твердых сфер. Применяются кубические ячейки. Для моделирования реального полета используется модель тора влета частиц в рабочую область. Примеры результатов обтекания представлены на рис. 3, 4.

При моделировании течения, изображенного на рис. 3, 4, использовалось псевдотрехмерное моделирование, т.е. моделирование движения частиц проводилось в трехмерном пространстве, но в одном слое (рис. 5).

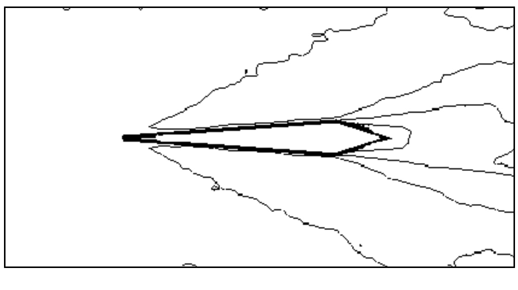

Рис. 3. Моделирование процесса обтекания без нагрева

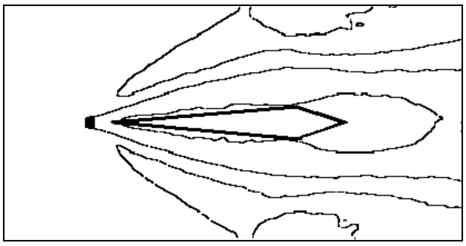

Рис. 4. Моделирование процесса обтекания с нагревом набегающего потока в 1,1 раза

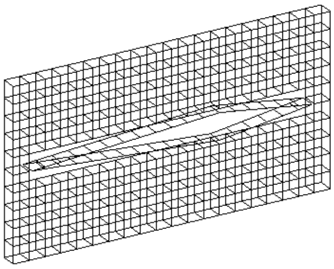

Рис. 5. Трехмерная сетка, полученная вытягиванием двумерной модели на величину одного слоя

В настоящее время запрограммировано построение сетки для любого трехмерного тела, заданного триангуляционной сеткой (рис. 6), причем сеточное разбиение на миллион ячеек на PIV 2GHz, 512 MB RAM получается за 3 минуты, из которых 2 идет на выделение памяти (244 MB).

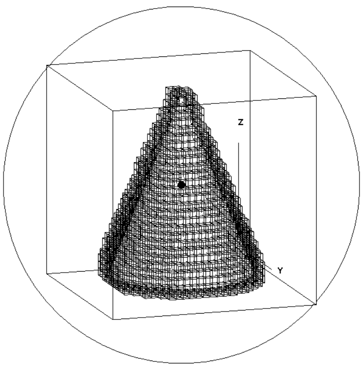

Рис. 6. Интерфейс программы построения сетки для моделирования обтекания произвольного трехмерного тела методом твердых сфер

Литература

1. Чернышев Ю.К. Прямое моделирование течения газа в каналах сложной формы при малых числах Кнудсена // Междунар. науч.-техн. конф. «Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования». – Х.: Ин-т проблем машиностроения НАН Украины. – 1997. – С. 238 – 240.

2. Левин С.С, Чернышев Ю.К. Алгоритмизация прямого моделирования методом частиц течения газа по каналам сложной формы при малых числах Кнудсена // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии – Х: ХАИ. – 2002. – Вып. 14. – С. 54 – 60.

3. Левин С.С., Чернышев Ю.К. Алгоритмизация событийного перемещения частицы в триангулярной сетке при имитационном моделировании течения газа // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии – Х: ХАИ.– 2002. – Вып. 23. – С. 122 – 128.

4. Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. – М.: Наука, 1985. – 320 с.

5. Харлоу Ф.Х.. Численный метод крупных частиц в ячейках для задач гидродинамики // Вычислительные методы в гидродинамике. – Под ред. Б. Олдер, С. Фернбах, М. Ротенберг. – М.: Мир, 1967. – 384 с.

6. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.

7. Еремеев Ф., Колосков С. Теория алгоритмов. Трудоемкость алгоритмов и временные оценки. – [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: http://th-algoritmov.narod.ru/.

8. Aurora / senior citizen, 2004. – [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: http://www.testpilot.ru/usa/other/aurora/aurora.htm

9. Концепция "АЯКС". – [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: http://e-k.viv.ru/cont/kalashn/60.html.

10. Современные проблемы аэрофизики, 2004, [Электрон. ресурс].– Режим доступа: http://psj.nsu.ru/lector/fomin/4.html.

Поступила в редакцию 12.04.05

Рецензент: канд. техн. наук, доцент Ю.К. Чернышев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.