

УДК 681.5.09

**В.В. НАРОЖНЫЙ, С.Н. ФИРСОВ, И.В. ЛАВОШНИК***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ВОССТАНОВЛЕНИЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
МИКРОБЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ  
СИГНАЛЬНЫМИ ПОДСТРОЙКАМИ**

При помощи метода сигнальных подстроек, алгоритмы которого были синтезированы дискретным аналогом второго метода Ляпунова, обеспечивается восстановление работоспособности системы управления микробеспилотного летательного аппарата. Это позволяет обеспечить отказоустойчивость системы с заданным качеством по отношению к компенсируемым отказам из заданного множества.

**восстановление, отказ, отказоустойчивость, система управления, метод сигнальных подстроек, диагностическая модель, устойчивость, критерий качества, компенсирование, микробеспилотный летательный аппарат**

**Введение**

Процесс совершенствования функциональных возможностей техники неразрывно связан с повышением обеспечения ее надежности и безопасности. Недостаточная надежность отдельных комплектов и узлов приводит к невыполнению важных заданий, созданию аварийных ситуаций. Одним из перспективных направлений парирования отказов является системный подход обеспечения отказоустойчивости систем управления [1]. В основе этого метода лежит использование принципа самоорганизации и комплексного применения арсенала разнообразных способов сохранения работоспособности системы при отказах функциональных элементов. Системный подход предусматривает декомпонировать процесс обеспечения отказоустойчивости на два этапа: глубокое диагностирование и гибкое восстановление, и перейти от пассивной формы обеспечения отказоустойчивости к активной.

**Восстановление работоспособности систем управления**

Одним из ключевых этапов обеспечения активной отказоустойчивости является восстановление работоспособности – процесс перевода объекта из

неработоспособного состояния в работоспособное. Восстановление работоспособности элементов системы управления (СУ) микробеспилотных летательных аппаратах (МБПЛА) путем их замены невозможно в реальных условиях полета. Поэтому актуальной задачей является восстановление работоспособности СУ МБПЛА, элементы которого находятся в состоянии отказа. Восстановление происходит за счет использования дополнительных, заложенных при проектировании, гибко управляемых средств, которые представляют собой: аппаратную, информационную, функциональную избыточности [2]. Для гибкого восстановления необходимо сформировать множество средств восстановления.

**Целью данной статьи** является раскрытие возможностей применения метода сигнальных подстроек для обеспечения отказоустойчивости микробеспилотных летательных аппаратов.

Сигнальную подстройку используют для формирования дополнительного управляющего воздействия  $U_g(k)$  на СУ МБПЛА, устраняющего последствия компенсируемых видов отказов в целях восстановления ее работоспособности. При организации сигнальной подстройки в конструкции СУ должна быть предусмотрена возможность подачи дополнительного управляющего воздействия  $U_g(k)$ . В общем

случае компенсируемый отказ приводит к изменению вектора состояния системы и выходного сигнала, а также матриц математической модели.

Опишем эту ситуацию следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+1) &= [A + \Delta A(\gamma_i)]\tilde{x}(k) + \\ &+ [B + \Delta B(\gamma_i)][U(k) + U_g(k)]; \quad (1) \\ \tilde{Y}(k)C\tilde{x}(k); \quad i = \overline{1, \mu}; \quad \Delta x(k_0) = \tilde{x}_0, \end{aligned}$$

где  $\Delta A(\gamma_i)$  и  $\Delta B(\gamma_i)$  – приращения соответствующих матриц системы, вызванные появлением отказа, характеризуемого параметром  $\gamma_i$ . В целях упрощения дальнейшего изложения предположим, что матрица  $C$  – диагональная, единичная, а  $\dim C = (n^*n)$ .

При использовании фильтра Люенбергера для воспроизведения сигналов системы, соответствующих режиму её нормального функционирования, отклонения сигналов описываются диагностической BL-моделью следующего вида [2]:

$$\begin{aligned} \Delta x(k+1) &= G\Delta x(k) + BU_g(k) + \\ &+ \Delta A(\gamma_i)\tilde{x}(k) + \Delta B(\gamma_i)[U(k) + U_g(k)]. \quad (2) \end{aligned}$$

Рассмотрим эту диагностическую модель с позиции динамических систем. Отклонения сигналов  $\Delta x(k)$  и  $\Delta y(k)$  вызваны суммой таких слагаемых:  $\Delta A(\gamma_i)x(k) + \Delta B(\gamma_i)[U(k) + U_g(k)]$ , которую можно интерпретировать как параметрические возмущения, действующие на динамическую систему (2). Для компенсации этих возмущений необходимо сформировать соответствующее воздействие  $U_g(k)$ . Параметрические возмущения системы представим соответствующими эквивалентными начальными условиями, и, преобразовав уравнение, получим такое описание динамики отклонений в системе:

$$\begin{aligned} \Delta Y(k+1) &= G\Delta Y(k) + BU_g(k); \\ \Delta Y(k) &\in \Omega_{\Delta Y}, \quad (3) \end{aligned}$$

где  $\Omega_{\Delta Y}$  – множество точек односвязной конечной области пространства состояния системы, содержащее в себе начало координат и некоторую её конечную окрестность.

Воздействия  $U_g(k)$  синтезируем с помощью дискретного аналога второго метода Ляпунова [3],

позволяющего получать условия асимптотической устойчивости в некоторой области или в целом при появлении компенсируемых отказов в системе. Второй (или прямой) метод Ляпунова сводится к построению специальной вспомогательной скалярной функции, называемой функцией Ляпунова  $V[\Delta Y(k)]$ , и изучению её свойств, а также свойств её первой разности  $\Delta V[k, k+1]$ , определенной вдоль траектории системы (3).

Функцию  $V[\Delta Y(k)]$  назовём определено положительной в области  $\Omega_{\Delta Y}$ , если всюду в этой области, кроме точки начала координат, выполняется неравенство  $V[\Delta Y(k)] > 0$ . При выполнении неравенства  $V[\cdot] < 0$  функцию  $V[\cdot]$  называют определено отрицательной. В общем, такие функции называют знакоопределёнными.

Приведём основные результаты теории устойчивости, которые будут использоваться в дальнейшем.

Линейная дискретная система асимптотически устойчива, когда все корни  $\delta_j$  (характеристические числа) матрицы  $G$  лежат внутри единичного круга, т.е.  $|\delta_j| < 1, i = \overline{1, n}$ . Если для системы (3) в некоторой области  $\Omega_{\Delta Y}$  существует определено положительная функция  $V[\Delta Y(k)]$ , первая разность которой  $\Delta V[k, k+1]$ , вычисленная в силу системы, будет определено отрицательной, то положение равновесия будет асимптотически устойчивым, т.е.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta Y(k) = 0.$$

Рассмотрим метод получения достаточных условий сигнальной компенсации отклонений  $\Delta Y(k)$ , вызванных отказами, а также алгоритмов подстройки с помощью аппарата функций Ляпунова. Следовательно, качество сигнальной компенсации отказов оценим с помощью функций вида

$$V[\Delta Y(k)] = \Delta Y^T(k)Q\Delta Y(k), \quad (4)$$

где  $Q = Q^T > 0$ .

Такая функция является определено положительной в области  $\Omega_{\Delta Y}$ , следовательно, удовлетворяет требованиям функций Ляпунова.

Будем синтезировать алгоритм подстройки для системы со скалярным уравнением

$$\Delta Y(k) = G\Delta Y(k) + bU_{g1}(k); \Delta Y(k) \in \Omega_{\Delta Y},$$

где  $b$  –  $n$ -мерный вектор-столбец;  $U_{g1}(k)$  – скалярное управляющее воздействие.

В результате преобразований получена первая разность функции Ляпунова:

$$\begin{aligned} \Delta V[k, k+1] = & Y^T(k)[G^T QG - Q]\Delta Y(k) + \\ & + 2\Delta Y^T(k)G^T QbU_{g1}(k) + b^T QbU_{g1}^2(k). \end{aligned} \quad (5)$$

Управляющее воздействие  $U_{g1}(k)$  выберем из условия обеспечения в области  $\Omega_{\Delta Y}$  для конечной разности  $\Delta V[k, k+1]$  (5) выполнения неравенства  $\Delta V[k, k+1] < 0$ , т.е. условия определенной отрицательности функции. Функция (5) будет определено отрицательной при выполнении таких условий:

$$G^T QG - Q = -P, \quad \text{где } P = P^T > 0;$$

$$2\Delta Y^T(k)G^T QbU_{g1}(k) + b^T QbU_{g1}^2(k) = 0.$$

Для выполнения первого условия необходимо задать диагональную квадратную положительную матрицу  $P$  и вычислить матрицу  $Q$ , удовлетворяющую требованию  $Q = Q^T > 0$ . Выполнение второго условия связано с выбором  $U_{g1}(k)$ , обеспечивающим нулевое значение суммы двух слагаемых в области  $\Omega_{\Delta Y}$ . Разрешив второе равенство относительно скалярной функции  $U_{g1}(k)$ , получим два значения:

$$\begin{aligned} 1) U_{g1}(k) &= 0; \\ 2) U_{g1}(k) &= -(b^T Qb)^{-1} 2\Delta Y^T(k)G^T Qb. \end{aligned} \quad (6)$$

Первое решение – тривиальное и физически неприемлемое. Второе решение представляет собой алгоритм формирования управляющего скалярного воздействия, обеспечивающего асимптотическую устойчивость относительно значения  $\Delta Y(k) = 0$  в области  $\Omega_{\Delta Y}$ . Другими словами, алгоритм (6) обеспечивает компенсацию отказов, т.е. отказоустойчивость СУ МБЛА относительно компенсируемых отказов [4].

Убедиться в свойствах управляющего воздействия можно путем подстановки выражения для  $U_{g1}(k)$

в систему (3). После соответствующих преобразований получим, что

$$\Delta Y(k+1) = \left[ G - 2 \frac{bb^T QG}{b^T Qb} \right] \Delta Y(k).$$

Рассмотрим простейший более наглядный случай, когда вектор  $b$  имеет  $h$ -ю ненулевую компоненту.

Матрица  $G = \delta I$ , причём  $|\delta| < 1$ , т.е. корни матрицы  $G$  лежат внутри единичного круга. Тогда все корни новой матрицы, кроме  $n$ -го, будут равны  $-\delta$ , а последний  $n$ -й корень равен  $\delta$ . Так как  $\delta$  удовлетворяет условию  $|\delta| < 1$ , то все корни новой матрицы лежат внутри единичного круга, а, следовательно, такая система асимптотически устойчива.

При алгоритме управления (6) для динамической системы (3) справедлива суммарная оценка качества отказоустойчивости:

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} \Delta Y^T(k)P\Delta Y(k) \leq \Delta Y^T(k_0)Q\Delta Y_0(k), \quad (7)$$

$$\forall \Delta Y(k_0) \in \Omega_{\Delta Y}.$$

Для обеспечения определенной отрицательности конечной разности  $\Delta V[k, k+1]$  описанное условие – не единственно возможное достаточное условие. Возможны и другие условия, обеспечивающие  $\Delta V[k, k+1] < 0$ , а? следовательно, и другие алгоритмы сигнальной компенсации отклонений  $\Delta Y(k)$ .

**Пример.** Построим алгоритм сигнальной подстройки для одного из элементов СУ МБЛА – сервопривода, описываемого уравнениями:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(k+1) \\ \tilde{x}_2(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ -\frac{T_0 K_2 \tilde{K}_c}{T_{pm}} & 1 - \frac{T_0}{T_{pm}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(k) \\ \tilde{x}_2(k) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_0 K_1 \tilde{K}_c}{T_{pm}} \end{bmatrix} [U_3(k) + U_g(k)]; \\ \begin{bmatrix} \tilde{U}_n(k) \\ \tilde{U}'_n(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(k) \\ \tilde{x}_2(k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Эквивалентная диагностическая модель (3) для сервопривода примет такой вид:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_n(k+1) \\ \Delta U'_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & 0 \\ 0 & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_n(k) \\ \Delta U'_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_0 K_1 K_c}{T_{pm}} \end{bmatrix} U_g(k).$$

Так как матрица  $G$  диагональная квадратная с корнями, равными  $\delta$ , причём такими, что  $|\delta| < 1$ , то выбор матрицы  $Q$  с диагональными положительными элементами  $q_{11}$  и  $q_{12}$  гарантирует определение матрицы  $P$ . Выполнив все действия в соответствии с выражением (6), получим алгоритм

$$U_{g1}(k) = -\frac{2\delta\Delta U'_n(k)}{b_2},$$

обеспечивающий асимптотическую устойчивость сервопривода относительно нормального режима функционирования в условиях появления компенсируемых отказов в любом функциональном элементе. Чтобы убедиться в этом, подставим в модель для отклонений выражение  $U_{g1}(k)$ . После преобразования получим уравнение автономной системы, в которой матрица имеет два корня  $\delta$  и  $-\delta$ . Так как  $|\delta| < 1$ , то это свидетельствует об асимптотической устойчивости сервопривода с контуром сигнальной подстройки, обеспечивающим  $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta U'_n(k) = 0$  при  $k \rightarrow \infty$ .

Рассмотренный метод синтеза скалярных компенсирующих сигнальных воздействий применим и в случае необходимости формирования векторных дополнительных управлений  $U_g(k)$ . При этом необходимо поступать следующим образом. Приравнять все компоненты вектора  $U_{g1}(k)$ , кроме первой  $U_g(k)$ , нулю. В соответствии с изложенной методикой формируют для такой системы управление  $U_{g1}(k)$ , обеспечивающее асимптотическую устойчивость. Подставив в исходную систему (3) выражение для  $U_{g1}(k)$  (6), получают выражение системы для вектора управления с оставшимися компонентами. Аналогичным образом находят выражения для компоненты  $U_{g2}(k)$  и т.д. до тех пор, пока не будут определены все компоненты вектора  $U_g(k)$ .

## Заключение

Таким образом, алгоритмы сигнальной подстройки, синтезированные с помощью дискретного аналога второго метода Ляпунова, позволяют обеспечить отказоустойчивость системы управления МБЛА с заданным по критерию (4) качеством по отношению к компенсируемым отказам из заданного множества. Это позволит системно подойти к вопросу обеспечения отказоустойчивости СУ МБЛА.

## Литература

1. Кулік А.С., Нарожний В.В., Пунёгов С.Ю., Таран О.М., Лавошник І.В. Концепція мікромініатюрних безпілотних літальних апаратів // Науково-практична конференція „Сучасний стан і перспективи розробки, виробництва і застосування безпілотних літальних апаратів в Україні?”. – К., 2004. – С. 29.
2. Кулик А.С. Сигнально-параметрическое диагностирование систем управления. – Х.: Гос. аэрокосмический ун-т «ХАИ». – Бизнес Информ, 2000. – 260 с.
3. Кулик А.С. Обеспечение отказоустойчивости систем управления. – Х.: ХАИ, 1991. – 91 с.
4. Кулик А.С., Нарожный В.В., Комков А.В. Состояние и перспективы развития малогабаритных беспилотных летательных аппаратов // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Сборник трудов X Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара: Самарский гос. аэрокосм. ун-т, 2002. – С. 228 – 232.

Поступила в редакцию 17.08.2005

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Л.М. Любчик, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.