УДК 519.6

А.Ю. Соколов, М.Л. Угрюмов, Ю.К. Чернышов

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского ”ХАИ”

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Проанализированы существующие подходы, математические модели и вычислительные методы, а также программные и технические средства, которые могут быть использованы для решения в трехмерной постановке задач оптимизации (синтеза) и принятия решений на этапе концептуального проектирования элементов авиационных сложных технических систем (СТС).

сложная техническая система, концептуальное проектирование

Научное развитие кафедры прикладной математики тесно связано с именами выдающихся математиков-прикладников Украины, и прежде всего – с ***Владимиром Логвиновичем Рвачевым***. Становление В.Л. Рвачева как ученого совпало с периодом бурного развития в стране кибернетики и вычислительной техники. Будучи уже признанным специалистом в области механики, он существенно расширил круг своих интересов, рассматривая краевые задачи механики с общей позиции теории информатики. Его внимание привлекла проблема учета геометрической информации, характерная для широкого класса задач оптимизации и математической физики, решаемых с помощью ЭВМ. Математическая теория R-функций (функции Рвачева) возникла на стыке классических методов прикладной математики, современных методов кибернетики и математической логики. Одним из основных результатов этой теории является решение обратной задачи аналитической геометрии, суть которой состоит в том, что для заданного геометрического объекта требуется написать его уравнение. Исторически эта проблема восходит ещё к Декарту. В.Л. Рвачёву удалось решить эту проблему таким образом, что стало возможным строить уравнение любых сложных геометрических объектов в виде единого аналитического выражения, представляющего собой элементарную функцию. Фундаментальной работой по теории R-функций является его монография "Теория R-функций и некоторые её приложения".

В.Л. Рвачёв как ученый отличается умением видеть широту сфер приложения результатов своих фундаментальных исследований: на базе теорий R-функций выполнен ряд разработок, внедренных в народное хозяйство. Появились самостоятельные научные направления, развиваемые учениками и последователями В.Л. Рвачёва, среди которых – член-корреспондент АН УССР Ю.Г. Стоян, профессора и доктора наук В.С. Проценко, Б.Н. Борисенко, И.В. Гончарюк, И.Б. Сироджа и др.

Академик НАН Украины В.Л. Рвачёв является автором более 400 научных работ и 17 монографий. Его научная и педагогическая деятельность отмечена высокими наградами и именными премиями (им. А.Н. Динника, Государственной премией УССР в области науки и техники, ему присваивается звание Заслуженного деятеля науки Украины, Соросовского профессора). Научная школа В.Л. Рвачёва насчитывает 60 кандидатов, 18 докторов наук, 2 члена-корреспондента НАН Украины.

Кафедру прикладной математики ХАИ в разные годы возглавляли Б.Н. Борисенко, И.В. Гончарюк, И.Б. Сироджа, В.Д. Кожухов. Под руководством Б.Н. Борисенко, первого заведующего кафедрой (1968 г.), проводилась большая работа по становлению новых курсов. Им создан и разработан метод системного моделирования сложных технических систем (СТС). Применение разработанных Б.Н. Борисенко специальных математических методов и высокий уровень автоматизации моделирования дает возможность улучшить качество моделирования и расширить круг задач по оптимизации проектируемых СТС.

Во время работы в ХАИ, при поддержке коллектива руководимой им кафедры, у И.В. Гончарюка созрело много новых научных идей. Им были созданы новые ГL функции: непрерывные функции с логическими свойствами. Их использование позволило по-новому рассмотреть такие операции, как дифференцирование и интегрирование.

И.Б. Сироджа – представитель научных школ СССР 60 – 80-х годов в направлении математического моделирования и синтеза компьютерных систем искусственного интеллекта, ученик академика Национальной Академии Наук Украины В.Л. Рвачёва В.Л. и академика Российской Академии Наук Ю.И. Журавлёва. В 1980 г. основал и руководит собственной научной школой «Теория, методология инженерии знаний для создания интеллектуальных систем принятия решений и управления», в которой непосредственными его учениками являются 6 докторов наук и 26 кандидатов наук.

С 1 июня 1998, когда кафедра прикладной математики была переименована в кафедру информатики; ее возглавил профессор, д.т.н. А.Ю. Соколов, сам являющийся воспитанником кафедры прикладной математики и продолжателем идей научной школы В.Л. Рвачёва.

Далее кратко представлены современные научные направления над которыми работает коллектив кафедры информатики.

Разработка интеллектуальных систем управления

Значительный прогресс в области математических методов, появление новых математических моделей, широкое внедрение компьютерных технологий позволило существенно расширить классы исследуемых систем управления. Одним из революционных этапов можно назвать вовлечение в теорию управления исследования моделей и методов искусственного интеллекта (ИИ) и инженерии знаний. Это позволило расширить также классы исследуемых объектов – от традиционных технических систем до описания социальных, экономических, медицинских и других процессов, в контуре которых присутствует человек – лицо, принимающее решение.

Одним из наиболее распространенных моделей исследования динамических процессов социо-экономических системах являются разностные уравнения либо системы таких уравнений. С помощью подобных структур моделируются и исследуются бизнес-циклы – временные последовательности, определяющие различные характеристики динамической экономической модели.

Бизнес-циклы исследуются в терминах отображений, связывающих, например, прибыль и ее темпы в текущем и будущем состояниях исследуемого бизнеса. Зачастую разностные модели, отражающие эти взаимосвязи, удобно представить нечеткими рекуррентными продукционными моделями с использованием лингвистических переменных [1]. Особый интерес представляет исследование устойчивости временных последовательностей, генерируемых с помощью подобных моделей. Предметом анализа рекуррентных моделей является определение характера поведения временного ряда, который может быть сходящимся, периодическим, либо иметь хаотический характер. Наличие хаотического характера в динамической модели не позволяет использовать ее в долгосрочном прогнозе и делает такую модель пригодной лишь для короткопериодического исследования бизнеса. Поэтому важной задачей является определение в экономической динамической модели хаотических свойств. Особенно актуальной данная задача становится при исследовании мультиагентных систем, в условиях ограничений на ресурсы, а зачастую при возникновении противоречий в целях управления.

Поскольку для продукционных рекуррентных наборов правил, в отличие от аналитических разностных уравнений, в настоящее время не существует алгоритмов анализа, на кафедре информатики проводятся исследования рекуррентных продукционных моделей с помощью определений хаоса по Ли-Йорке и Клоедена [2, 3]. Сформулированы основные свойства продукционных моделей, обладающих хаотической динамикой, показаны значения параметров консеквентов и функций принадлежности нечетких множеств, при которых возможно продуцирование хаотических последовательностей.

Предложенные результаты позволят исследователю с помощью разработанной методологии исследования определять характер динамических рекуррентных нечетких систем.

Работа опирается на следующие определения хаоса.

Теорема 1. (Ли и Йорке)**.** *Если функция* $f : I \to I$ *является непрерывной на компакте l, и существует такая точка* $a \in I$*, для которой выпол-*

няется $f^3(a) \le a < f(a) < f^2(a)$ *(либо* $f^3(a) \ge a > f(a) > f^2(a)$*), тогда* f *имеет цикл длиной три и является хаотическим отображением.*

Следующая теорема определяет достаточные условия существования хаоса в банаховом пространстве.

Теорема 2. (Клоеден)**.** *Пусть* $f: I \to I$ *– непрерывное отображение банахового пространства I в себя и пусть существуют непустые компактные подмножества A и B из I, а также целые числа* $n_1, n_2 \ge 1$ *такие, что*

(i) A гомеоморфно выпуклому подмножеству из I,

(ii) $A \subseteq f(A)$,

(iii) f является расширяющимся отображением на A, то есть существует такая константа $\lambda > 1$, *что* $\lambda\|x - y\| \le \|f(x) - f(y)\|$ *для всех* $x, y \in A$,

(iv) $B \subset A$,

(v) $f^{n_1}(B) \cap A = \varnothing$,

(vi) $A \subseteq f^{n_1+n_2}(B)$,

(vii) $f^{n_1+n_2}$ *инъективно на B (один-к-одному).*

Тогда отображение f хаотично в смысле определения Ли-Йорке (при условии, что I – банаховое пространство).

Динамику сложных процессов можно представить в виде нечетких рекуррентных моделей Мамдани и Такаги-Сугено (ТС), отличающихся способом формирования консеквентов правил. Так, модель ТС нулевого порядка содержит полином нулевого порядка в консеквенте правила

R_1: *If* $x_k = L_1$ *then* $x_{k+1} = A_1$,

R_2: *If* $x_k = L_2$ *then* $x_{k+1} = A_2$,

(1)

R_N: *If* $x_k = L_N$ *then* $x_{k+1} = A_N$.

Здесь L_i – лингвистические переменные (термы); A_i – числовые коэффициенты.

Модель ТС первого порядка имеет вид:

$$R_1\text{: } If\ x_k = L_1\ then\ x_{k+1} = A_1 \cdot x_k + B_1,$$

$$R_2\text{: } If\ x_k = L_2\ then\ x_{k+1} = A_2 \cdot x_k + B_2,$$

(2)

$$R_N\text{: } If\ x_k = L_N\ then\ x_{k+1} = A_N \cdot x_k + B_N.$$

Здесь L_i – лингвистические переменные (термы); A_i, B_i – числовые коэффициенты.

Доказаны утверждения и теоремы, определяющие минимальное количество правил в моделях (1) и (2), обеспечивающих хаотическое поведение, а также области значений коэффициентов [4, 5].

Приведем некоторые основные результаты.

Теорема 3. *База правил (1) с передаточной функцией $f: I \to I$ хаотична в смысле Ли-Йорке, если удовлетворяются следующие условия*

$$(a)\ A_1 \in \left[0, f_2^{-1}(a_2)\right),$$

$$(b)\ A_2 = a_3,$$

$$(c)\ A_3 = \begin{cases} a_1,\ if\ A_1 \ge a_1, \\ Z,\ if\ A_1 < a_1, where\ f_1(\mathrm{Z}) = \mathrm{Z}. \end{cases}$$

где a_1, a_2, a_3 – центры функций принадлежности соответствующих лингвистических переменных.

Теорема 4. *База правил (2) с передаточной функцией $f: I \to I$ хаотична в смысле Ли-Йорке, если удовлетворяются следующие условия*

$$\begin{cases} A_1 \cdot a_1 + B_1 = \phi, \\ A_2 \cdot a_2 + B_2 = \phi, \\ A_1 \cdot (a_1 + a_2) + A_2 \cdot (a_1 + a_2) + 2B_1 + 2B_2 = 4a_2, \end{cases}$$

$$где\ \phi \in \left[a_1, \frac{a_1 + a_2}{2}\right).$$

Данные теоремы распространены на модели Мамдани, а также на случай рекуррентных моделей более высокого порядка [6]. Предложенные методы определения динамических характеристик позволяют формулировать и решать задачи синтеза оптимальных замкнутых систем управления, в которых отсутствует хаотическая динамика, что чрезвычайно важно для управляемости такими системами, особенно при моделировании социо-экономических процессов. Предполагается развитие данных работ в теоретическом плане в области обобщения свойств коэффициентов консеквентов для произвольных функций принадлежности, а также в условиях неполной либо противоречивой базы знаний типа (1), (2). Планируется решение задач практического моделирования на основе мультиагентных технологий.

Современные методы моделирования мультиагентных систем

Постоянное повышение производительности вычислительной техники ставит на повестку дня задачи численного моделирования систем, состоящих из большого количества однотипных составляющих элементов, между которыми можно установить законы попарного взаимодействия в моменты контакта: газ, представленный «твердыми сферами» без дальнодействия [7 – 10], растворы реагирующих веществ, колонии бактерий и фагов, социальные системы и т.п. В последнее время задачи описанного характера рассматриваются в рамках коммуникативно-коллективного интерфейса с использованием мультиагентов – специальных информационных объектов-процессов. Мультиагенты являются инструментом динамических связей, которые могут автоматически устанавливаться при возникновении определенных ситуаций.

Основная сложность заключается в необходимости прямого попарного перебора взаимодействующих элементов для установления событий, «ближайших по времени» (или иному параметру, принятому в качестве ведущего). Анализ имеющихся алгоритмов приводит к выводу, что для установления ближайшего момента времени взаимодействия целесообразным является разбиение исходной системы на подсистемы, в которых перебор реализуется за разумное время [9, 10]. Это сопровождается введением фиктивных дополнительных событий, связанных с установлением факта принадлежности элемента той или иной подсистеме или перехода в другую подсистему. Применение указанных идей к описанию одноатомного газа позволяет оперировать с количествами модельных частиц, измеряемыми сотнями тысяч – миллионами, располагая стандартными в настоящее время характеристиками персональных ЭВМ (1 – 2 Ггц тактовой частоты, 128 – 256 Мгб оперативной памяти). Это позволило реализовать сбор достаточно представительной статистической информации для нахождения макроскопических параметров газового потока. Произведем установление характерных чисел модели потока. Пусть тепловая скорость $\mathbf{u}$ принята за единицу; характерные размеры рабочей области $\mathbf{L}$ примем равными числу $\mathbf{nx}$ – количеству единичных кубических ячеек, укладывающихся в направлении оси Ох. Согласно молекулярно-кинетической теории, динамическая вязкость η газа задается формулой:

$$\eta = \frac{1}{3}\mathbf{u}\rho\lambda ,$$

где ρ – плотность; λ – длина свободного пробега.

Воспользуемся этим выражением для видоизменения формулы, по которой вычисляется число Рейнольдса при заданной скорости потока $\mathbf{v}$:

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathbf{v}\rho\mathbf{L}}{\eta} = 3 \cdot \left(\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{u}}\right) / \left(\frac{\lambda}{\mathbf{L}}\right) \approx \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{Kn}},$$

где $\mathbf{M}$ – число Маха; $\mathbf{Kn}$ – число Кнудсена. Если течение является околозвуковым: $\mathbf{v} = 1$, – а длина свободного пробега равна единице, то число Рейнольдса оценивается как $3 \cdot \mathbf{nx}$. В случае моделирования трехмерного течения и количестве подсистем порядка 1000000 число $\mathbf{nx}$ имеет порядок сотни, что приводит к значению $\mathrm{Re} \sim 100$. При моделировани того же количества частиц в плоском случае (модель “твердых дисков”) число Рейнольдса может быть увеличено до 3000. Указанные характерные числа присущи атмосфере на высоте 30 – 40 км; моделирование тем точнее, чем выше число Маха. Еще одна область приложения – изучение пристенного течения в очень малых объемах.

Системное совершенствование СТС

Анализ современного состояния теории и практики разработки и доводки авиационных СТС таких, как турбореактивный двигатель, турбомашина, показывает, что возможности совершенствования их проточных частей за счет эмпирических подходов в настоящее время практически исчерпаны.

Адекватное описание потока в элементах авиационных СТС возможно с использованием системы нестационарных уравнений Навье-Стокса для сжимаемого газа. Ограниченные возможности нынешних компьютеров не позволяют осуществлять прямое численное решение этих уравнений. В настоящее время численное моделирование турбулентных течений осуществляют путем решения осредненных по Рейнольдсу-Фавру уравнений Навье-Стокса, дополненных моделью турбулентности. Однако большинство моделей турбулентности не описывают с одинаковой степенью адекватности различные типы течений, что особенно касается течений с интенсивными отрывами потока и/или большими градиентами давления. Высокая трудоемкость и информационная сложность алгоритмов численного моделирования вязких трехмерных течений газа, основанных на решении осредненных по Рейнольдсу-Фавру уравнений Навье-Стокса, приводит к существенному росту необходимых вычислительных ресурсов.

Таким образом, существующие подходы, математические модели и вычислительные методы, а также программные и технические средства не могут быть использованы в полной мере для решения в трехмерной постановке задач оптимизации (синтеза) и принятия решений на этапе концептуального проектирования элементов авиационных СТС.

Одним из существенных резервов повышения КПД элементов авиационных СТС является использование способов и реализующих их устройств управления отрывом потока в них.

В связи с этим актуальной научно-прикладной проблемой является разработка, обобщение и развитие теоретических основ математического и компьютерного моделирования вязких трехмерных течений, вычислительных методов, предназначенных для системного совершенствования авиационных СТС.

Сформировано ряд общих научных принципов, представленных в форме утверждений, согласованное использование на практике которых может способствовать повышению эффективности процесса разработки элементов авиационных СТС в целом:

– в области количественного анализа: согласованности методов по точности получаемых решений, оптимального управления процессом вычислений по ошибке;

– в области оптимизации и принятия решений: реконструкции (модификации) прототипа, управления отрывом потока, децентрализации оптимизационных задач.

На основе сформулированных принципов предложен общий подход к решению задач системного совершенствования СТС путем согласованного использования методов решения обратных задач. В качестве примера реализации этого подхода разработана методология рационального трехмерного профилирования венцов осевых компрессоров [11 – 15].

Литература

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 165 с.
2. Li T.Y., Yorke J.A. Period three implies chaos // Amer. Math. Monthly. – 82 (1975). – P. 985 – 992.
3. Kloeden P.E. Chaotic iterations of fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems 42 (1991). – P. 37 – 42.
4. Sokolov A., Wagencnecht M. Investigation of Chaos in Recurrent Fuzzy Models // Posters of Tenth International Conference IPMU 2004. – Perugia. – 2004. – P. 21 – 22.
5. Sokolov A., Wagencnecht M. Identification of chaos in Takagi-Sugeno Models // 49 Internationales Wissenshcaftliches Kolloquium. Conf. Proc. – V.1. Chaker verlag. – Aachen, 2004. – P. 128 – 133.
6. Sokolov A., Wagencnecht M., Kulik A. Chaotic behavior of Takagi-Sugeno recurrent models with large-scale time delay // Proceedings East West Fuzy Colloquium 2004 11th Zittau Fuzzy Colloquium. IPM. – Zittau, 2004. – P. 76 – 81.
7. Чернышев Ю.К. Методы снятия информации о состоянии газового потока в процессе молекулярно-динамического моделирования // Междунар. науч.-техн. конф. «Совершенствование энергетических и транспортных турбоустановок методами математического моделирования, вычислительного и физического экспериментов», 26-29 сент. – Змиев. – 1994. – Ч. 1. – С. 39 – 40.

8. Чернышев Ю.К. Прямое моделирование течения газа в каналах сложной формы при малых числах Кнудсена // Междунар. науч.-техн. конф. «Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования». – Х.: Ин-т проблем машиностроения НАН Украины. – 1997. – С. 238 – 240.

9. Левин С.С, Чернышев Ю.К. Алгоритмизация прямого моделирования методом частиц течения газа по каналам сложной формы при малых числах Кнудсена // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х: ХАИ. – 2002. – Вып. 14. – С. 54 – 60.

10. Чернышев Ю.К. Применение теории систем для алгоритмизации прямого математического моделирования течения газа // Двигатели внутреннего сгорания. – Х: ХПИ. – 2004. – Вып. 2. – С. 44 – 47.

11. Ugryumov M.L., Tsegelnik A.M. Information Technology of a Turbomachinery Row Formation // Proc. The Seventh International Congress on Fluid Dynamics and Propulsion. – Sharm El-Sheikh, Sinai (Egypt). – 2001. – 6 p. (ICFDP7 by ASME Paper No. 2001-GLB-010).

12. Угрюмов М.Л., Цегельник А.М., Прокофьев С.А. Решение задачи многокритериального принятия решений при формировании облика венцов турбомашин // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Национальный аэрокосмический ун-т «ХАИ». – 2003. – Вып. 36/1. – С. 94 – 100.

13. Согласованные методы многокритериальной оптимизации и трехмерного проектирования венцов турбомашин / М.Л. Угрюмов, А.М. Цегельник, С.А. Прокофьев, А.В. Меняйлов // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Национальный аэрокосмический ун-т «ХАИ». – 2003. – Вып. 41/6. – С. 53 – 57.

14. Применение принципов объектно-ориентированного моделирования к разработке CAD-системы совершенствования венцов турбомашин / М.Л. Угрюмов, А.В. Меняйлов, А.М. Цегельник, С.А. Прокофьев // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Национальный аэрокосмический ун-т «ХАИ». – 2004. – Вып. 7/15. – С. 42 – 46.

15. Проектирование и реализация программного комплекса для совершенствования венцов осевых компрессоров / М.Л. Угрюмов, А.М. Цегельник, С.А. Прокофьев, А.В. Меняйлов // Компрессорная техника и пневматика в XXI веке: XIII Международная научно–техническая конференция по компрессоростроению. – Сумы: СумГУ. – 2004. – Т. 1. – С. 103 – 108.

Поступила в редакцию 1.04.2005