

УДК 629.7.03.036.3.001.42

А.В. ОЛЕЙНИК, Н.А. ШИМАНОВСКАЯ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

### СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОНИТОРИНГОВОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ УЗЛА ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Предложена математическая модель динамики температурных напряжений в точке узла ГТД для системы мониторинга выработки ресурса. Основу модели составляют параметризованные переходные характеристики напряжений при различных уровнях теплоотдачи. Точность обеспечивается параметрической идентификацией модели по конечно-элементной модели высокого уровня. На переходах типа «малый газ – взлетный – малый газ» погрешность расчета пикового значения напряжения в диске турбины составила ~2 МПа.

#### температурные напряжения, мониторинг ресурса

Точность мониторинга выработки ресурсов авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) во многом зависит от точности оперативного расчета температурных напряжений, возникающих в деталях на установившихся и не установившихся режимах. Создание мониторинговой – легко алгоритмизуемой и одновременно достаточно точной математической модели динамики температурных напряжений в произвольном полетном цикле особенно актуально для двигателей, работающих в быстро изменяющихся условиях – на истребителях, противопожарных и спортивно-пилотажных самолетах и др. В представляемой работе рассматривается структура параметризованной мониторинговой модели температурных напряжений в выбранной точке узла двигателя.

В качестве граничных условий теплообмена для мониторинговых моделей может быть принято допущение о подобии на различных режимах двигателя распределений абсолютной температуры среды (газа и воздуха):

$$T(x_n, y_n, z_n) = \frac{T(x_n, y_n, z_n)_\delta}{T_{u\delta}} \cdot T_u \quad (1)$$

и коэффициентов теплоотдачи:

$$\alpha(x_n, y_n, z_n) = \alpha(x_n, y_n, z_n)_\delta \cdot k_\alpha, \quad (2)$$

где  $x_n, y_n, z_n$  – координаты точек поверхности дета-

лей;

$T_u$  – измеряемая, «управляющая» тепловыми процессами, температура газа;

$k_\alpha$  – коэффициент подобия режима по теплоотдаче;

индекс «б» отмечает значения величин на некотором «базовом» режиме.

Известны зависимости, связывающие  $k_\alpha$  с контролируемыми параметрами двигателя: частотой вращения роторов, давлением воздуха, его температурой и другими [1, 2].

Задача расчета компоненты  $\sigma$  тензора локального температурного напряжения в детали узла ГТД в момент  $\tau$  не установившегося режима обычно формулируется как квазистатическая задача термоупругости для соответствующей области пространства  $V$  с нестационарным температурным полем  $t(x, y, z, \tau)$ . Решение ее при переменных по пространству, но независимых от температуры свойствах материалов, можно представить в виде [3]:

$$\sigma(\tau) = \frac{\beta \cdot E}{1 - 2\mu} [\tilde{t}(\tau) - t(\tau)], \quad (3)$$

где  $t(\tau)$  – локальная температура;

$$\tilde{t}(\tau) = \int_{(V)} k(x, y, z) \cdot t(x, y, z, \tau) \cdot dv \quad - \text{осредненная}$$

по узлу двигателя температура;

$k(x,y,z)$  – зависящая от пространственного распределения свойств весовая функция;

$\beta, \mu, E$  – локальные свойства: коэффициент линейного расширения, коэффициент Пуассона, модуль упругости;

$dv$  – элементарный объем.

Линейность связи (3) температурного напряжения с температурным полем и подобие граничных условий (1), (2) позволяют создавать мониторинговую модель температурного напряжения на основе метода переходных характеристик [4, 5]. Согласно ему температурное напряжение при изменении  $k_\alpha$  во времени по закону  $k_\alpha|_{\tau=0}^\tau$  находится интегрированием процессов изменения напряжения, порожденных скачками управляющей температуры в предшествующие моменты:

$$\sigma(\tau) = \sigma(0) + \int_0^\tau G\left(\tau - \eta, k_{\alpha_n}|_{\eta=0}^\eta\right) dT_u(\eta), \quad (4)$$

где  $k_{\alpha_n}|_{\eta=0}^\eta = k_\alpha|_{\tau=\eta}^\tau$ ;

$G(\eta, k_{\alpha_n}|_{\eta=0}^\eta)$  – переходная характеристика температурного напряжения – его динамика  $\sigma(\eta)$  после единичного ступенчатого изменения  $T_u$  в момент  $\eta = 0$  при изменении  $k_\alpha$  по закону, заданному функцией  $k_{\alpha_n}|_{\eta=0}^\eta$ ;

$T_u(\tau)$  и  $dT_u(\tau)$  – обобщенные функции, содержащие конечные скачки значений.

В случае постоянной теплоотдачи расчет температурного напряжения по формуле (4) требует знания  $G(\eta, k_\alpha)$  – переходной характеристики температурного напряжения при соответствующем постоянном значении  $k_\alpha$ .

Расчет ее по модели высокого уровня обычно не вызывает затруднений и может быть проведен предварительно. После этого использование формулы (4) обеспечивает практически полное совпадение ре-

зультатов с расчетами  $\sigma(\tau)$  по модели высокого уровня при очевидной простоте алгоритма и малости вычислительных затрат.

Переходную характеристику температурного напряжения при постоянном  $k_\alpha$  можно интерпретировать как решение несвязанной задачи термоупругости для нестационарного температурного поля, созданного отнулевым ступенчатым изменением  $T_u$ , при нулевой начальной температуре и неизменной теплоотдаче, отнесенное к  $T_u$ . Решение уравнения теплопроводности для локальной и осредненной температур при перечисленных условиях имеет вид экспоненциальных рядов [6]:

$$t(\tau) = \left[ A_0 - \sum_{i=1}^{\infty} A_i \exp\left(-\frac{\tau}{v_i}\right) \right] T_u;$$

$$\tilde{t}(\tau) = \left[ B_0 - \sum_{i=1}^{\infty} B_i \exp\left(-\frac{\tau}{v_i}\right) \right] T_u.$$

Это позволяет, учитывая связь температурного напряжения с температурами (3), представить подобным рядом и переходную характеристику:

$$G(\tau, k_\alpha) = \frac{\sigma(\tau, k_\alpha)}{T_u} = C_0 - \frac{\beta \cdot E}{1 - 2\mu} \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp\left(-\frac{\tau}{v_i}\right). \quad (5)$$

Для мониторинговых моделей неизвестные параметры  $C_0, C_i, v_i$  можно найти методами параметрической идентификации, обеспечивающими поиск их оценок, минимизирующих интегральную квадратичную функцию невязки переходной характеристики (5) и ее расчета по модели высокого уровня:

$$\Phi(C_0 \dots C_i \dots v_i) = \int_0^\infty \left\{ G(\tau, k_\alpha) - \frac{\sigma(\tau, k_\alpha)}{T_u} \right\}^2 d\tau = \int_0^\infty \left\{ C_0 - \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp\left(-\frac{\tau}{v_i}\right) - \frac{\sigma(\tau, k_\alpha)}{T_u} \right\}^2 d\tau.$$

Параметр  $C_0$  может быть найден отдельно от остальных на основе расчета по модели высокого уровня температурного напряжения на установившемся режиме:

$$C_0 = \sigma(\infty, k_\alpha) / T_u.$$

На рис. 1 показаны переходные процессы окружного температурного напряжения внутри ступицы диска турбины высокого давления двухконтурного турбореактивного двигателя.

Расчет проводился по газодинамическим, тепловым и термопрочностным моделям высокого уровня при температурах газа и воздуха взлетного режима и коэффициентах теплоотдачи различных режимов от малого газа до взлетного.

По сравнению с монотонными процессами локальной температуры, полученными в работе [5], переходные процессы температурных напряжений имеют более сложный, немонотонный вид. Описание их с погрешностью 3...5 МПа требует 4 – 6 экспонент в представлении (5), т.е. на 1 – 3 больше чем потребовалось для описания процессов температуры.

Использование переходных характеристик при постоянной теплоотдаче приводит к значительной погрешности в случаях, когда теплоотдача существенно изменяется до завершения предшествующих переходных процессов.

Необходимость рассчитывать предварительно или в ходе мониторинга переходные характеристики для всевозможных вариантов изменения теплоотда-

чи является основной проблемой метода переходных характеристик.

В работе [5] предложен компактный алгоритм получения переходных характеристик при изменении теплоотдачи в ходе процесса из характеристик при постоянной теплоотдаче. Он использовался для переходных характеристик температуры, но может использоваться и для переходных характеристик температурных напряжений.

Расчетные исследования подтверждают асимптотическое подобие переходных процессов температурных напряжений при ступенчато изменяющейся и постоянной теплоотдаче. Если в момент  $\tau_s$  после начала процесса распределение коэффициентов теплоотдачи ступенчато изменилось от значения  $k_{\alpha s}$  до значения  $k_{\alpha}$ , то по истечении сравнительно небольшого интервала времени после  $\tau_s$  процесс протекает как процесс с постоянным, соответствующим значению  $k_{\alpha}$ , распределением, приближенный по времени на  $\Delta s$  (рис. 2).

Исследование большого числа переходных процессов при различных значениях  $\tau_s$ ,  $k_{\alpha}$  и  $\Delta k_{\alpha} = k_{\alpha} - k_{\alpha s}$  позволяет с достаточной точностью описать смещение единой зависимостью, типа

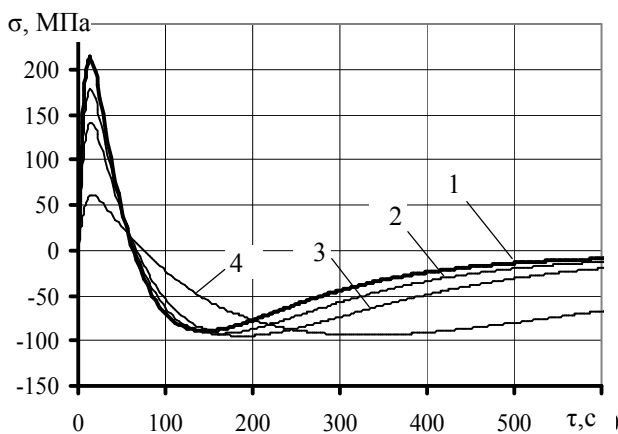


Рис. 1. Переходные процессы окружного температурного напряжения в диске турбины при постоянной теплоотдаче:

1 –  $k_{\alpha} = 1$ ; 2 –  $k_{\alpha} = 0,75$ ; 3 –  $k_{\alpha} = 0,55$ ; 4 –  $k_{\alpha} = 0,2$

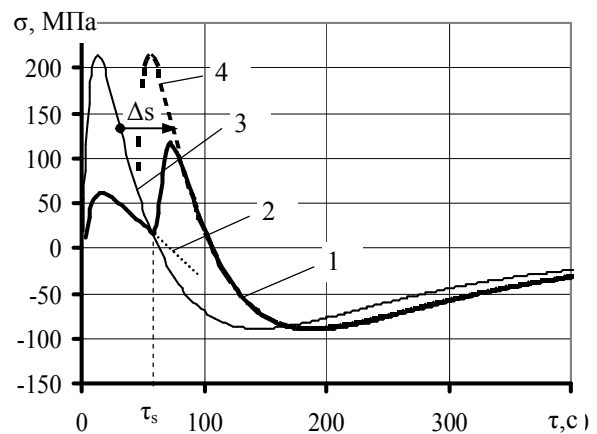


Рис. 2. Асимптотическое подобие переходных процессов окружного температурного напряжения при изменяющейся и постоянной теплоотдаче:

1 –  $k_{\alpha} = 0,2 \div 1$ , изменение при  $\tau_s = 60$  с; 2 –  $k_{\alpha} = 0,2$ ; 3 –  $k_{\alpha} = 1$ ; 4 –  $k_{\alpha} = 1$ , смещение на  $\Delta s = 45$  с

$$\frac{\Delta s}{\tau_s} = \varphi\left(\frac{\Delta k_\alpha}{k_\alpha}\right) \approx \xi \frac{\Delta k_\alpha}{k_\alpha}. \quad (6)$$

При этом зависимости (6) для переходных характеристик температуры и температурных напряжений для деталей, образующих конструктивный узел, практически не отличаются (рис. 3).

Если участок перехода от одного процесса к другому описать экспонентой, то асимптотическое подобие позволяет достаточно точно описать ход переходного процесса при  $\tau \geq \tau_s$  формулой:

$$\sigma(\tau) = \left[ G(\tau - \Delta s, k_\alpha) - \Delta G \exp\left(-\frac{\tau - \tau_s}{v_s}\right) \right] T_u, \quad (7)$$

где  $\Delta G = G(\tau_s - \Delta s, k_\alpha) - G(\tau_s, k_{\alpha_s})$ ;

$v_s$  – характерное время реакции температурного состояния на изменение теплоотдачи.

Параметр  $v_s$  уравнения (7) можно идентифицировать по расчету по модели высокого уровня переходного процесса с постоянной при  $\tau \geq 0$  температурой  $T_u$  и однократным ступенчатым изменением теплоотдачи в момент  $\tau_s$ .

Переходная характеристика при ступенчатом изменении теплоотдачи, исходя из (7), при  $\tau \geq \tau_s$  будет иметь вид:

$$G\left(\tau, k_{\alpha_n} \Big|_{\tau=0}^\tau\right) = \Pi(\tau - \Delta s, k_\alpha) - \Delta \Pi \exp\left(-\frac{\tau - \tau_s}{v_s}\right). \quad (8)$$

Для процесса, начавшегося в момент  $\eta$ , и протекающего с непрерывным изменением теплоотдачи,

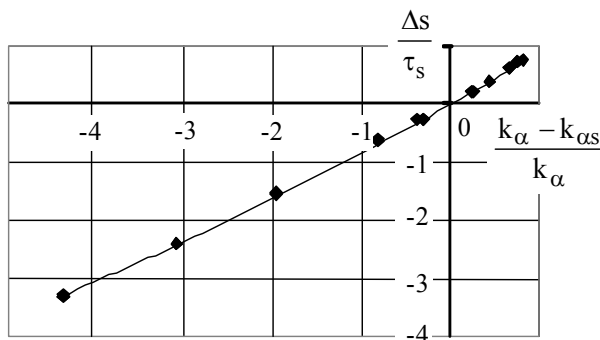


Рис. 3. Функция преобразования переходных характеристик

смещение переходной характеристики  $s_\eta(\tau)$  можно найти интегрированием смещений (6), произошедших в предшествующие моменты:

$$s_\eta(\tau) = \xi \int_\eta^\tau \left(\tau - \tau_s - s_\eta(\tau_s)\right) \frac{dk_\alpha(\tau_s)}{k_\alpha(\tau_s)}. \quad (9)$$

Функцию  $k_\alpha(\tau)$  в формуле (9) следует рассматривать как обобщенную функцию, скачки которой порождают скачки обобщенной функции  $s_\eta(\tau)$  и др.

Используя переходную характеристику (8), с помощью выражения (4) получим зависимость  $\sigma(\tau)$  при скачке управляющей температуры  $T_u$  в момент  $\eta$  и непрерывном изменении теплоотдачи. Разделив  $\sigma(\tau)$  на  $T_u$ , получим формулу соответствующей переходной характеристики:

$$G_\eta(\tau, k_{\alpha_n} \Big|_{\tau=0}^\tau) = G(\tau - \eta - s_\eta(\tau), k_\alpha(\tau)) - \int_\eta^\tau \exp\left(-\frac{\tau - \tau_s}{v_s}\right) dG_\eta(\tau_s), \quad (10)$$

где  $dG_\eta(\tau) = G(\tau - \eta - s_\eta(\tau), k_\alpha(\tau)) - G(\tau - \eta - (s_\eta + ds_\eta(\tau)), k_\alpha(\tau) - dk_\alpha(\tau))$  – разность переходных характеристик с постоянной теплоотдачей в момент изменения теплоотдачи.

Используя переходную характеристику (10) в формуле (4), получим формулу динамики температурного напряжения при переменных  $T_u(\tau)$  и  $k_\alpha(\tau)$ :

$$\sigma(\tau) = \sigma(0) + \int_0^\tau G(\tau - \eta - s_\eta(\tau), k_\alpha(\tau)) dT_u(\eta) - \int_0^\tau \int_\eta^\tau \exp\left(-\frac{\tau - \tau_s}{v_s}\right) dG_\eta(\tau_s) dT_u(\eta).$$

Для экономии вычислительных ресурсов пределы интегрирования можно уменьшить до границ существенного влияния предыстории  $T_u(\tau)$  и  $k_\alpha(\tau)$  на текущее температурное, а следовательно, и напряженное состояние:

$$\sigma(\tau) = \sigma(\tau_0) + \int_{\tau_0}^\tau G(\tau - \eta - s_\eta(\tau), k_\alpha(\tau)) dT_u(\eta) -$$

$$- \int_{\tau_0}^{\tau} \int_{\tau_{00}}^{\tau} \exp\left(-\frac{\tau - \tau_s}{v_s}\right) dG_{\eta}(\tau_s) dT_u(\eta), \quad (11)$$

где  $\tau_0 = \tau - 7v_{\max}$ ;

$$\tau_{00} = \tau - 5v_s;$$

$v_{\max}$  – максимальное  $v_i$  в переходной характеристике (5).

Уравнения (2), (5), (9) и (11) связывают температурное напряжение в выбранной точке узла конструкции с контролируемыми параметрами двигателя, т.е. могут использоваться как мониторинговая модель температурного напряжения в этой точке.

На рис. 4 представлены расчеты изменения окружной компоненты тензора температурного напряжения в критической точке ротора ТВД по высокоуровневым моделям температурного и напряженного состояний и по мониторинговой модели при изменении режимов: малый газ (2 мин) – взлетный (2 мин) – малый газ (10 мин). Отличие напряжений на протяжении процесса не превысило 5 МПа, отличие пикового значения напряжения – 2 МПа. Отношение затрат машинного времени ~5300:1.

Таким образом, математические модели температурных напряжений на основе асимптотического

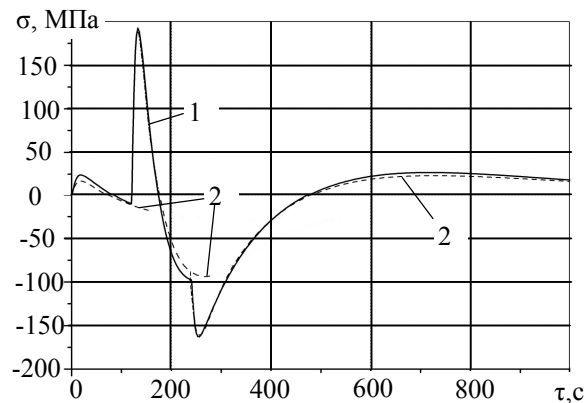


Рис. 4. Цикл «малый газ – взлетный – малый газ». Изменение окружного температурного напряжения в диске турбины высокого давления:

1 – по высокоуровневым моделям двигателя и термонапряженного состояния ротора;

2 – по идентифицированной мониторинговой модели

подобия переходных характеристик, идентифицированные по моделям высокого уровня, обеспечивают расчет температурных напряжений на неустановившихся режимах с погрешностью менее 5 МПа относительно моделей высокого уровня, при более чем 5000-кратном уменьшении затрат машинного времени. Это позволит рекомендовать их в качестве мониторинговых моделей температурных напряжений для систем учета выработки ресурсов ГТД.

## Литература

1. Крикунов Д.В., Симбирский Д.Ф., Олейник А.В. Модель граничных условий конвективного теплообмена роторных деталей ГТД для систем учета выработки ресурса. // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2001. – Вып. 23. – С. 139 – 141.
2. Копелев С.З., Слитенко А.Ф. Конструкции и расчет систем охлаждения ГТД. – Х.: «Основа» при Харьк. ун-те, 1994. – 240 с.
3. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986. – 580 с.
4. Модель термонапряженного состояния диска турбины на основе его переходных характеристик / А.В. Олейник и др. // Авиационно-космическая техника и технология: Сб. научн. тр. – Х.: Гос. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2000. – Вып. 19. – С. 228 – 235.
5. Олейник А.В. Сравнительная оценка погрешностей методов мониторинга выработки ресурсов авиационных газотурбинных двигателей // Авиационно-космическая техника и технология: – 2005. – Вып. 8 (24). – С. 40 – 44.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 614 с.

Поступила в редакцию 4.06.2005

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Д.Ф. Симбирский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.