

УДК 629.056.6

**В.И. КОРТУНОВ, И.Ю. ДЫБСКАЯ**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## **АНАЛИЗ СПОСОБОВ КОРРЕКЦИИ ИНТЕГРИРОВАННЫХ БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С НИЗКОТОЧНЫМИ ДАТЧИКАМИ В УПРАВЛЕНИИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ**

В статье рассмотрены вопросы повышения точности интегрированных бесплатформенных инерциальных систем навигации летательных аппаратов. Проведен анализ уравнений ошибок таких систем и получены нелинейные уравнения ошибок параметров ориентации, применимые для широкого диапазона инструментальных погрешностей инерциальных датчиков. Предложено решение задачи коррекции как задачи инвариантного управления вычислением навигационных параметров ЛА, что повысит их точность.

**коррекция, интегрированная бесплатформенная инерциальная система, погрешность датчиков, кватернион, ориентация, инвариантность**

### **Введение**

Бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС) широко используются для управления различными классами летательных аппаратов (ЛА). Достоинство таких систем состоит в том, что они имеют меньшие габариты, энергопотребление и стоимость по сравнению с платформенными инерциальными системами. Точность интегрированных БИНС зависит как от точности датчиков внешней информации, так и от способа комплексирования. Комплексирование различных систем позволяет получать точность навигационных параметров превосходящую точность автономной БИНС и реализуется по схеме коррекции ошибок. Такие схемы использовались в виде различных структурных решений. Так, в работе [1], задача коррекции ошибок решается как простым введением внутренних контуров связи без внешней информации, так и применением адаптивной оптимальной фильтрации по замкнутой схеме, а в [2] доказана информационная эквивалентность разомкнутой и замкнутой схем коррекции. Однако, изложенные схемы коррекции в этих работах не охватывают используемые в настоящее время, а полученные в них результаты применимы только для линейных моделей.

Особое значение задачи коррекции приобретают при создании бесплатформенных инерциальных навигационных систем, корректируемых по данным GPS приемников, на недорогих миниатюрных твердотельных датчиках, как например, на микромеханических датчиках (MEMS) – датчиков вращения и акселерометров [3]. Создание недорогих интегрированных систем на таких датчиках связано с решением следующих проблем.

1. Опыт практического использования низкоточных инерциальных датчиков показывает заметное увеличение флуктуационных составляющих «нулей», как марковских процессов с малым временем корреляции от 10 до 50 с. Такие свойства погрешностей датчиков выдвигают дополнительные требования к способам их компенсации.

2. Неточная геометрическая установка датчиков по осям измерительного трехгранника и собственная ориентация чувствительных элементов в микрочипе задается с точностью единиц градусов, что предполагает проведение высокоточной геометрической калибровки на дорогих испытательных стендах и может существенно повысить стоимость. Требуется разработка новых методик калибровки на недорогих испытательных стендах.

3. Температурная зависимость параметров датчиков и существенные отклонения температурных зависимостей от указанных в спецификациях сужает эксплуатационные условия таких систем и требует проведения точной температурной калибровки не только систематических ошибок датчиков, но и масштабных множителей. Данная проблема решается только метрологическим путем – проведения тщательной температурной калибровки.

4. Существующий уровень оценок ошибок датчиков вызывает такие угловые ошибки, для которых неприменимы линеаризованные модели и соответственно линейные наблюдатели. Необходимо тщательно подходить к выбору уравнений ошибок БИНС, адекватность которых необходимо проверять для всего диапазона имеющихся величин ошибок.

5. При использовании недорогих GPS приемников затрудняется временная синхронизация GPS-системы и БИНС. Это вызвано тем, что, во-первых, не формируется «секундная метка» GPS и невозможна аппаратная синхронизация, во-вторых, запаздывание в скоростном и позиционном каналах различно. Решение данной задачи возможно алгоритмическим путем, однако необходимо исследовать свойства получаемых оценок.

6. Использование расширенного фильтра Калмана для оценивания ошибок БИНС не позволяет оценивать весь набор имеющихся ошибок, так как с расширением вектора состояния точность оценивания понижается и увеличивается вычислительная нагрузка процессора. Для достижения необходимой точности оценок ошибок требуется проведение тестирующих движений БИНС, не характерных для используемого объекта навигации.

7. Отключение GPS приемника при затенении объекта или пропадании навигационных спутников не позволяют автономного применения БИНС более нескольких минут. Улучшение таких показателей возможно за счет использования адекватных математических моделей применяемых датчиков, что

требует решения задач идентификации процессов преобразования навигационной информации.

В данной работе проанализированы уравнения ошибок БИНС для углов ориентации ЛА и получены нелинейные уравнения для широкого диапазона инструментальных погрешностей датчиков. Это позволит увеличить точность оценивания ошибок инерциальных систем навигации с низкоточными датчиками и, тем самым, увеличить точность измерения навигационных параметров ЛА.

### **Нелинейные уравнения ошибок параметров ориентации**

Линейные уравнения ошибок для параметров ориентации БИНС – обобщенных углов Эйлера-Крылова или параметров малого поворота подробно и доказательно изложены в монографиях [4 – 6] и других научных публикациях. Подобные уравнения применимы при малой величине ошибок датчиков, поэтому в нашем случае рациональнее использовать модели для больших диапазонов ошибок. Для платформенных систем нелинейные уравнения ошибок были получены для углов Эйлера-Крылова [1]. Современные системы используют аппарат кватернионов, при котором углы Эйлера-Крылова формируются только на выходе при выработке углов. Все промежуточные вычисления, в том числе и угловая коррекция, производится для параметров кватерниона. Поэтому далее будем вести изложение материала в соответствие с подходом, приведенным в [5].

Введем следующие обозначения.

$\Lambda$  – матрица направляющих косинусов или матрица преобразования (МП), переводящая вектор из подвижной системы координат (СК) в инерциальную. Для рассматриваемого случая, когда датчики вращения не чувствительны к угловой скорости земли, инерциальной СК можно считать географическую СК, а подвижной – связанную с корпусом СК подвижного объекта;

$\tilde{\Lambda}$  – вычисленная алгоритмически МП, которая аккумулирует различные ошибки при ее формировании – инструментальные ошибки датчиков, методические ошибки численных методов, вычислительные ошибки и др. Данная матрица преобразует вектор из связанной СК в вычисленную СК;

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_z & \alpha_y \\ \alpha_z & 0 & -\alpha_x \\ -\alpha_x & \alpha_x & 0 \end{bmatrix} \quad - \quad \text{кососимметричная}$$

матрица, составленная из углов ухода вычисленной СК от инерциальной СК.

Если применяется линейная модель ошибок параметров ориентации, когда допустимо  $\tilde{\Lambda} = \Lambda(I + A)$  [6] или  $\tilde{\Lambda} = (I + A)\Lambda$  [4], где  $I$  – единичная матрица, то уравнение ошибок представимо в первом случае как  $\dot{A} = A\Omega_c - \Omega_c A + \Delta\Omega_c$ , и во втором –  $\dot{A} = -\Lambda\Delta\Omega_c\Lambda^T$ , где  $\Omega_c$  – кососимметричная матрица, составленная из проекций угловой скорости связанного трехгранника на его оси;  $\Delta\Omega_c$  – такая же по виду матрица, составленная из систематического дрейфа каждого датчика вращения. Формируемые углы ухода вычисленной СК в первом и втором случае различны, поскольку и различны преобразования – в первом случае это углы ухода идеально связанной СК от реально формируемой по измерениям, во втором – углы ухода вычисленной СК от инерциальной. Соответственно изменяется и схема коррекции углов по имеющимся оценкам таких углов.

Обозначим кватернион как  $\lambda$ , составленный из параметров  $\lambda = [\lambda_0 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3]$  Родрига-Гамильтона, а операцию двойного матричного преобразования вектора представим в матричном виде как  $\Lambda_1(\lambda_1)\Lambda_2(\lambda_2)$ , где запись вида  $\Lambda_1(\lambda_1)$  – матричное преобразование, определяемое кватернионом  $\lambda_1$ . Тогда операция кватернионного умножения [5]  $\lambda = \lambda_1 \circ \lambda_2$  определяет кватернион матричного пре-

образования  $\Lambda(\lambda) = \Lambda_1(\lambda_1)\Lambda_2(\lambda_2)$ . Если обозначить кватернион малого поворота от вычисленной СК в инерциальную как  $\Delta\lambda$ , а кватернион поворота от вычисленной СК в инерциальную как  $\tilde{\lambda}$ , то истинный кватернион запишем виде  $\lambda = \Delta\lambda \circ \tilde{\lambda}$ . Соответствующее уравнения Пуассона можно записать:

$$\dot{\lambda} = 0,5\lambda \circ \omega; \quad \dot{\tilde{\lambda}} = 0,5\tilde{\lambda} \circ (\omega + \Delta\omega),$$

где  $\omega = [0 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$  – кватернион, составленный из вектора угловой скорости связанного трехгранника,  $\Delta\omega$  – из вектора систематических ошибок датчиков вращения.

Дифференцируя выражение для истинного кватерниона и используя уравнения Пуассона, можно получить следующее уравнение в приращениях для первого порядка малых величин

$$\Delta\dot{\lambda} = -0,5\Delta\lambda \circ \tilde{\lambda} \circ \Delta\omega \circ \tilde{\lambda}^*, \quad (1)$$

где  $\tilde{\lambda}^*$  – сопряженный кватернион.

Полученное уравнение нелинейно относительно параметров кватерниона малого поворота, кватерниона дрейфа и содержит вычисляемый кватернион.

### **Нелинейные уравнения для ошибок скорости и координат местоположения**

Ошибки параметров ориентации влияют на ошибки линейных скоростей и координат местоположения. Установим связь между полученным уравнением и уравнением для ошибок вектора скорости. Невозмущенное уравнение для вектора скорости запишется как

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \Lambda\mathbf{w} + \mathbf{g}(R); \\ \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{V}, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{V}$  – вектор скорости в инерциальной СК;

$\mathbf{R}$  – вектор текущего местоположения;

$R = |\mathbf{R}|$  – модуль радиуса-вектора;

$\mathbf{w}$  – вектор кажущего ускорения в связанной СК (измеренного акселерометрами).

Возмущенные уравнения от инструментальных ошибок акселерометров и датчиков вращения запишем в виде:

$$\begin{aligned}\tilde{\Lambda}(\tilde{\lambda}) &= \tilde{\Lambda}(\Delta\lambda \circ \lambda) = \Delta\Lambda(\Delta\lambda)\Lambda(\lambda); \\ \dot{\mathbf{V}} + \Delta\dot{\mathbf{V}} &= \tilde{\Lambda}(\mathbf{w} + \Delta\mathbf{w}) + \mathbf{g}(R + \Delta R); \\ \dot{\mathbf{R}} + \Delta\dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{V} + \Delta\mathbf{V}; \\ R &= |\mathbf{R}|.\end{aligned}$$

Вычитая невозмущенное уравнение из возмущенного, получим следующую систему уравнений для ошибок скорости и местоположения:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{V}} &= (\Delta\Lambda(\Delta\lambda) - I)\Lambda(\lambda)\mathbf{w} + \\ &+ \Delta\Lambda(\Delta\lambda)\Lambda(\lambda)\Delta\mathbf{w} + \Delta\mathbf{g}(R, \Delta R); \\ \Delta\dot{\mathbf{R}} &= \Delta\mathbf{V},\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{V}} &= (I - \Delta\Lambda^T(\Delta\lambda))\Delta\Lambda(\Delta\lambda)\Lambda(\lambda)\mathbf{w} + \\ &+ \Delta\Lambda(\Delta\lambda)\Lambda(\lambda)\Delta\mathbf{w} + \Delta\mathbf{g}(R, \Delta R); \\ \Delta\dot{\mathbf{R}} &= \Delta\mathbf{V}.\end{aligned}$$

Заменяя в последнем уравнении на вычисляемую матрицу вида  $\tilde{\Lambda} = \Delta\Lambda(\Delta\lambda)\Lambda(\lambda)$ , получаем

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{V}} &= (I - \Delta\Lambda^T(\Delta\lambda))\tilde{\Lambda}(\tilde{\lambda})\mathbf{w} + \\ &+ \tilde{\Lambda}(\tilde{\lambda})\Delta\mathbf{w} + \Delta\mathbf{g}(R, \Delta R); \\ \Delta\dot{\mathbf{R}} &= \Delta\mathbf{V}, \quad \Delta R = |\Delta\mathbf{R}|.\end{aligned}\tag{2}$$

Полученные уравнения (2) совместно с уравнением ошибок параметров ориентации (1) можно использовать для построения оптимального фильтра Калмана для оценивания ошибок БИНС и их компенсации.

### **Анализ способов коррекции БИНС**

Основные виды способов многомерной коррекции ИНС – разомкнутого и замкнутого типов были предложены и описаны в [1, 2]. Схема коррекции замкнутого типа называют еще схемой компенсации или схемой коррекции как управляемого процесса. Объектом управления в данном случае служит вычислительный процесс формирования навигационных параметров по измерениям с датчиков (контролируемые входные воздействия), а управляющими

воздействиями или сигналами управления служат сигналы для компенсации инструментальных погрешностей датчиков.

Целью управления считаем компенсацию неконтролируемых возмущений и задачу управления рассматриваем как задачу инвариантного управления [7]. Очевидно, что разнообразие методов инвариантного управления позволит получить и разнообразные методы коррекции БИНС.

В постановке задачи коррекции как задачи инвариантного управления возможно применение двух современных подходов.

Первый подход основан на использовании модели возмущений, и в работе [8] он назван волновым подходом. Этот подход часто применяют в задачах коррекции БИНС, например в [9], используя в расширенном фильтре Калмана модели инструментальных погрешностей датчиков, хотя не связывают его с инвариантным управлением. В данном случае речь идет о селективной инвариантности управления или коррекции, а точность коррекции определяется адекватностью используемых моделей.

Второй подход основан на процедуре оценивания неконтролируемого входного сигнала динамической системы в реальном масштабе времени с использованием асимптотических наблюдателей состояния [10, 11]. Недостатком такого подхода следует считать высокую чувствительность системы к запаздываниям в каналах передачи информации (транспортному запаздыванию). Неучитывание данного факта может привести к неустойчивости процесса вычисления навигационных параметров, и применение такого подхода возможно при наличии аппаратной синхронизации бесплатформенной инерциальной навигационной системы и внешнего источника информации.

Как видно из анализа задачи коррекции как задачи управления следует ее нетривиальность, и добиться высокой точности интегрированной БИНС можно только при всестороннем анализе замкнутого

вычислительного процесса в выработке навигационных параметров.

Рассмотрим далее свойства схем коррекции для типовых решений задачи компенсации инструментальных погрешностей. Анализу подлежит схема коррекции, представленная на рис. 1, на которой приняты следующие обозначения:

$W_o$  – оператор преобразования входных сигналов  $f$  (линейных ускорений и угловых скоростей) идеальной системы;

$W_{инс}$  – оператор преобразования входных сигналов реальной системы (аппаратно-программный комплекс БИНС);

$W_{корр}$  – оператор корректируемой системы (программно-алгоритмическая часть БИНС);

$W_{набл}$  – оператор асимптотического наблюдателя состояния (программа фильтра Калмана);

$v$  – вектор возмущений (инструментальные погрешности датчиков);

$u$  – вектор управления (оценки инструментальных погрешности датчиков);

$\hat{x}_{инс}$  – скорректированный вектор параметров БИНС (углы, скорость, позиция);

$\Delta \hat{x}_{инс}$  – вектор оценок погрешностей БИНС;

$x_{инс}$  – вектор состояния (параметров) БИНС;

$\Delta y_{инс}$  – вектор ошибки наблюдения, формируемый по внешней информации – вектора  $y_o$ .

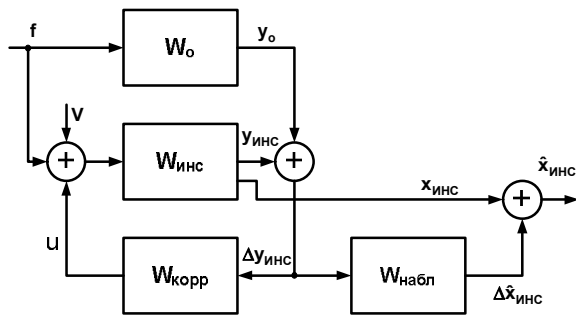


Рис. 1. Двухконтурная схема коррекции

Для данной схемы запишем:

– вектор выхода нескорректированной БИНС:

$$y_{инс} = W_{инс} (f + v + u);$$

– вектор выхода скорректированной БИНС:

$$\hat{y}_{инс} = W_{набл} [W_o f - W_{инс} (f + v + u)] + W_{инс} (f + v + u);$$

– вектор управления

$$u = W_{корр} [W_o f - W_{инс} (f + v + u)].$$

Тогда вектор управления перепишем в виде:

$$u = (I + W_{корр} W_{инс})^{-1} W_{корр} \times [(W_o - W_{инс}) f - W_{инс} v];$$

где  $I$  – единичный оператор.

В предположении, что операторы навигационной части реальной БИНС и идеальной систем совпадают (что подтверждается точностью реализуемых алгоритмов БИНС),  $W_{инс} = W_o$ , получаем выход скорректированной БИНС:

$$\hat{y}_{инс} = W_{инс} f + (I - W_{набл}) W_{инс} \times [I - (I + W_{корр} W_{инс})^{-1} W_{корр} W_{инс}] v$$

и, соответственно, ошибку БИНС:

$$\Delta \hat{y}_{инс} = (I - W_{набл}) W_{инс} \times [I - (I + W_{корр} W_{инс})^{-1} W_{корр} W_{инс}] v.$$

Проведем предварительный анализ ошибки скорректированной БИНС в простом случае – рассматривается один выход и один вход. Тогда эквивалентная запись в преобразованных по Лапласу сигналах примет вид

$$\Delta \hat{y}_{инс}(s) = \frac{(1 - W_{набл}(s)) W_{инс}(s)}{I + W_{корр}(s) W_{инс}(s)} v(s). \quad (3)$$

На основе полученного результата можно сделать некоторые выводы.

### Заключение

1. Полученные в работе уравнения ошибок БИНС имеют кватернионную форму и применимы

для широкого диапазона инструментальных погрешностей датчиков БИНС, что позволят повысить точность интегрированных систем навигации с дешевыми датчиками.

2. Из полученного выражения (3) можно сделать выводы о способах организации коррекции и получить требования к видам обратных связей для повышения точности БИНС:

а) если инструментальная погрешность является константой, асимптотическая ошибка БИНС будет равна нулю, если корректирующий оператор содержит интегрирующее звено либо оператор наблюдателя будет с единичным коэффициентом усиления. Для повышения порядка астатизма БИНС к инструментальным погрешностям полиномиального вида необходимо увеличивать порядок интегрирующих звеньев в корректирующем операторе, что вызовет сложности параметрической настройки и уменьшения запаса устойчивости;

б) из теории селективной инвариантности следует возможность обеспечения нулевой асимптотической ошибки, когда инструментальная погрешность подчиняется некоторому дифференциальному уравнению (существует математическая модель). В этом случае знаменатель корректирующего оператора должен совпадать со знаменателем передаточной функции данной модели (формирующим фильтром). Недостатком такого подхода следует считать неизменность математической модели инструментальной погрешности, хотя в практике эти погрешности изменяют свои характеристики в широких пределах;

в) использование в коррекции двух видов обратных связей (рис. 1) позволяет получить астатизм по инструментальным ошибкам как минимум второго порядка, что повышает точность БИНС.

## Литература

1. Кузовков Н.Т., Сылычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. – М.: Машиностроение, 1982. – 216 с.

2. Парусников Н.А., Морозов В.Н., Борзов В.И. Задача коррекции в инерциальной навигации. – М.: МГУ, 1982. – 176 с.

3. Степанов О.А. Особенности построения и перспективы развития навигационных инерциально-спутниковых систем // Интегрированные инерциально-спутниковые системы. Сб. научн. тр. – С.-Пб., 2004. – С. 25-43.

4. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. – М.: Машиностроение, 1991. – 512 с.

5. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Наука, 1992. – 280 с.

6. Панов А.П. Математические основы теории инерциальной навигации. – К.: Наук. думка, 1995. – 278 с.

7. Петров Б.Н. Избранные труды. Теория автоматического управления. Т. 1. – М.: Наука, 1983. – 432 с.

8. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондеса. – М.: Мир, 1980. – 408 с.

9. Дмитриев С.П., Степанов О.А., Кошаев Д.А. Исследование способов комплексирования данных при построении инерциально-спутниковых систем // Интегрированные инерциально-спутниковые системы. Сб. научн. тр. – С.-Пб., 2004. – С.43-59.

10. Костенко Ю.Т., Любчик Л.М. Системы управления с динамическими моделями. – Х.: Основа, 1996. – 213 с.

11. Кортунув В.И. Итерационный метод оценивания возмущений в линейных стационарных динамических системах реального времени // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 2. – С. 47-52.

*Поступила в редакцию 25.01.2006*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.