УДК 629.056.6

В.И. КОРТУНОВ, Г.А. ПРОСКУРА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

НАБЛЮДАЕМОСТЬ И ОБНАРУЖИВАЕМОСТЬ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ОШИБОК БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Рассмотрены вопросы анализа наблюдаемости инструментальных ошибок бесплатформенных инерциальных систем навигации. Проведен анализ наблюдаемости инструментальных ошибок для различных режимов функционирования системы навигации с последующим установлением их обнаруживаемости (в случае невыполнения условия полной наблюдаемости). Доказана возможность оценивания как наблюдаемых, так и ненаблюдаемых ошибок инерциальной навигационной системы.

бесплатформенная инерциальная навигационная система, инструментальные ошибки датчиков, наблюдаемость, обнаруживаемость

Введение

Среди инерциальных навигационных систем большое место занимают бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). В системах такого рода текущая первичная информация получается от инерциальных датчиков. В связи с этим, БИНС способна без внешней информации определить траекторию и угловое положение летательного аппарата [1]. Этим объясняются большие возможности, которые представляются системам управления летательными аппаратами, построенным на их базе.

Ошибки определения навигационных параметров бесплатформенными инерциальными навигационными системами растут во времени в силу неизбежных инструментальных погрешностей чувствительных элементов. Оценивание ошибок и последующая их компенсация позволят увеличить точность таких систем. В зависимости от требуемой точности оценивания, объема и уровня точности исходных данных, доступных вычислительных ресурсов целесообразно для оценки искомого вектора состояния использовать какой-либо из многочисленных методов и алгоритмов, предназначенных для решения таких задач [2], например, один из вариантов метода наименьших квадратов или фильтра Калмана [2]. Однако решение задачи оценивания не имеет смысла, если модель ошибок БИНС не является вполне наблюдаемой. В практическом смысле наблюдаемость – свойство принятой модели инструментальных ошибок БИНС, характеризующее возможность или невозможность достоверной оценки этих ошибок. В задаче повышения точности БИНС это свойство оказывается особенно важным, поскольку точность таких навигационных систем в большой степени зависит от точности оценивания их ошибок. Поэтому первым этапом решения задачи оценивания инструментальных ошибок БИНС является анализ их наблюдаемости. В литературе достаточно подробно описаны различные методы анализа наблюдаемости линейных динамических систем [3 – 5]. Модель инструментальных ошибок БИНС можно представить как линейную динамическую систему. Так, в работе [3] для анализа наблюдаемости используется неформализованный подход, основанный на поиске ненаблюдаемых состояний – ненулевых решений уравнений состояния динамической системы, которые (если они существуют) обращают выход системы в тождественный нуль. В этом случае для оценки состояния линейной динамической системы используют редукцию – игнорирование части ненаблюдаемых координат вектора состояния. В работах [2, 4, 6] рассмотрены методы анализа наблюдаемости, основанные на построении матриц наблюдаемости. Эти методы не дают ответа о возможности или невозможности оценивания при не полностью наблюдаемой динамической системе.

В данной работе, применимо к модели инструментальных ошибок БИНС, проведен наряду с анализом наблюдаемости также анализ ее обнаруживаемости [7]. Под обнаруживаемостью динамической системы понимаем возможность оценки всех компонентов вектора состояния динамической системы, даже в случае ее неполной наблюдаемости. Это позволяет построить фильтр Калмана для оценивания ошибок БИНС и обеспечить его сходимость.

При решении поставленной задачи под инструментальными ошибками БИНС понимаем ошибки инерциальных датчиков системы навигации – датчиков вращения (гироскопов) и акселерометров.

1. Уравнения ошибок бесплатформенных инерциальных навигационных систем

Известно [8], что уравнения ошибок БИНС чаще всего получают с помощью уравнений в вариациях для переменных состояния системы, представляющих собой линеаризованные относительно идеальной работы первого приближения уравнения. Такие уравнения получают путем вычитания возмущенных уравнений из невозмущенных с последующим разложением в ряд Тейлора полученных выражений. В этом случае получаются неоднородные обыкновенные линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами.

Получим линейную модель инструментальных ошибок БИНС, используя нелинейные уравнения для этих ошибок [9]:

$$\begin{gathered}\Delta\dot{\lambda} = -0,5\circ\lambda\circ\Delta\tilde{\omega}\circ\lambda^*;\\ \Delta\dot{V} = (\Delta\Lambda(\Delta\lambda) - I)\Lambda(\lambda)w + \Lambda(\lambda)\Delta w + \\ +\Delta g(R,\Delta R);\\ \Delta\dot{R} = \Delta V, \quad \Delta R = |\Delta R|,\end{gathered} \tag{1}$$

где $\Delta\lambda$ – кватернион малого поворота от вычисленной системы координат (СК) в инерциальную;

λ – кватернион поворота от связанной СК в инерциальную;

$\Delta\tilde{\omega}$ – кватернион, составленный из вектора систематических ошибок датчиков вращения;

λ^* – сопряженный кватернион;

Λ – матрица направляющих косинусов или матрица преобразования, переводящая вектор из подвижной СК в инерциальную;

$\Delta\Lambda(\Delta\lambda)$ – матрица преобразования, которая аккумулирует ошибки ориентации при ее формировании.

На основании (1) линейная модель ошибок БИНС принимает вид

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\lambda}\\ \Delta\dot{V}\\ \Delta\dot{R}\\ \Delta\dot{\omega}_M\\ \Delta\dot{w}_M\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A_{\lambda\lambda} & A_{\lambda V} & A_{\lambda R} & A_{\lambda\omega} & A_{\lambda w}\\ A_{V\lambda} & A_{VV} & A_{VR} & A_{V\omega} & A_{Vw}\\ A_{R\lambda} & A_{RV} & A_{RR} & A_{R\omega} & A_{Rw}\\ A_{\omega\lambda} & A_{\omega V} & A_{\omega R} & A_{\omega\omega} & A_{\omega w}\\ A_{w\lambda} & A_{wV} & A_{wR} & A_{w\omega} & A_{ww}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_1\\ B_2\\ B_3\\ B_4\\ B_5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\omega\\ \Delta w\end{bmatrix}, \tag{2}$$

где $\Delta\omega_M$ – вектор модельной ошибки датчиков вращения;

Δw_M – вектор модельной ошибки акселерометров;

$$B_1 = \begin{bmatrix}A_{\lambda\omega} & A_{46}\end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix}A_{33} & M_{n1} & A_{33}\end{bmatrix};$$

$$B_3 = [0]^*;\ B_4 = [0]^*;\ B_5 = [0]^*;$$

$$A_{\lambda\lambda} = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -\Delta\widehat{\omega}_x & -\Delta\widehat{\omega}_y & -\Delta\widehat{\omega}_z \\ \Delta\widehat{\omega}_x & 0 & \Delta\widehat{\omega}_z & -\Delta\widehat{\omega}_y \\ \Delta\widehat{\omega}_y & -\Delta\widehat{\omega}_z & 0 & \Delta\widehat{\omega}_x \\ \Delta\widehat{\omega}_z & \Delta\widehat{\omega}_y & -\Delta\widehat{\omega}_x & 0 \end{bmatrix};$$

$$A_{\lambda V} = [0]^*;\ A_{46} = [0]^*;\ A_{33} = [0]^*;$$

$$A_{\lambda\omega} = -0,5\begin{bmatrix} -\Delta\lambda_2 & -\Delta\lambda_3 & -\Delta\lambda_4 \\ \Delta\lambda_1 & -\Delta\lambda_4 & \Delta\lambda_3 \\ \Delta\lambda_4 & \Delta\lambda_1 & -\Delta\lambda_2 \\ \Delta\lambda_3 & \Delta\lambda_2 & \Delta\lambda_1 \end{bmatrix} M_{n1};$$

$$A_{vv} = [0]^*;\ A_{R\omega} = [0]^*;\ A_{Rw} = [0]^*;$$

$$A_{V\lambda} = 2\begin{bmatrix} 0 & 0 & -w_z^n & w_y^n \\ 0 & w_z^n & 0 & -w_x^n \\ 0 & -w_y^n & w_x^n & 0 \end{bmatrix};$$

$$A_{vR} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{g}{R_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};\ A_{\lambda R} = [0]^*;$$

$$A_{R\lambda} = [0]^*;\ A_{RV} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\ A_{RR} = [0]^*;$$

$$A_{V\omega} = [0]^*;\ A_{\omega\lambda} = [0]^*;\ A_{\omega V} = [0]^*;$$

$$A_{\omega R} = [0]^*;\ A_{Vw} = M_{n1};\ A_{\omega w} = [0]^*;$$

$$A_{\omega\omega} = \begin{bmatrix} \alpha_{\omega x} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{\omega y} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\omega z} \end{bmatrix};\ A_{w\lambda} = [0]^*;$$

$$A_{wV} = [0]^*;\ A_{wR} = [0]^*;\ A_{w\omega} = [0]^*;$$

$$A_{ww} = \begin{bmatrix} \alpha_{wx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{wy} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{wz} \end{bmatrix};\ A_{\lambda w} = [0]^*,$$

где векторы:

$\Delta\lambda$ – ошибок параметров ориентации;

ΔV – ошибок скорости;

ΔR – ошибок местоположения;

$\Delta\omega$ – дрейфа датчиков вращения;

Δw – систематических ошибок акселерометров;

M_{n1} – матрица перехода от связанной СК к навигационной;

$w^n = \Lambda(\lambda)w^1$, w^1 – вектор кажущегося ускорения в связанной СК.

Инструментальные ошибки инерциальных датчиков можно представить как некоторую сумму [3]:

$$\Delta X = \Delta\overline{x} + \Delta\tilde{x} + \Delta\widehat{x},$$

где $\Delta\overline{x}$ – постоянная составляющая;

$\Delta\tilde{x}$ – флуктационная составляющая;

$\Delta\widehat{x}$ – случайная составляющая (белый шум);

$\Delta x = \Delta\overline{x} + \Delta\tilde{x}$ – систематическая ошибка, что позволяет их использовать совместно с системой (2).

2. Наблюдаемость и обнаруживаемость инструментальных ошибок БИНС

Наблюдаемость – фундаментальное понятие теории идентификации состояния динамических систем, характеризующее возможность оценки переменных состояния по результатам измерения выхода системы. Под динамической системой (ДС) понимаем модель ошибок навигационной системы вида (2). ДС считается вполне наблюдаемой на конечном промежутке времени $t_0 \le t \le t_f$, если все координаты ее вектора состояния в момент t_0 можно определить по информации о входе системы и измерениям ее выхода на этом промежутке [3]. Решение задачи оценки состояния ДС, в частности, задачи оценки параметров движения в навигационных системах, претендующее на достоверность и полный учет всевозможных условий функционирования, должно включать в себя анализ наблюдаемости как необходимый этап исследования и как обоснование точности и надежности получаемых результатов.

Динамика ошибок БИНС описывается на основании (2) матричными уравнениями

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u; \quad y = C(t)x, \tag{3}$$

где $x \in E^n$ – вектор состояния системы;

$y \in E^m$ – вектор выхода (измерения);

$A(t),\ C(t),\ B(t)$ – матрицы соответствующих размеров;

E^n – евклидово пространство размерности n.

Методы, предназначенные для анализа наблюдаемости, весьма разнообразны. Одни из них доведены до строгого формализма – например, метод, связанный с построением матрицы наблюдаемости [4]; другие требуют некоторых выводов, основанных на опыте и интуиции – например, неформализованные подходы и приемы, основанные на поиске ненаблюдаемых состояний. Так, в работе [3] представлен такой подход к исследованию наблюдаемости систем вида (3). Суть его состоит в проверке условий возможности или невозможности существования ненаблюдаемых состояний $x \neq 0$, таких, что $y(x) \equiv 0$, и выявлению всех таких ненаблюдаемых состояний, если они существуют. Если *i*-я координата хотя бы одного из таких ненаблюдаемых состояний не равна тождественно нулю при $t_0 \le t \le t_f$, то соответствующая координата вектора состояния системы (3) ненаблюдаема на промежутке $\left[t_0, t_f\right]$.

Представим вектор состояния системы (3) в виде $x(t) = F(t,t_0)x(t_0)$, где $x(t_0)$ – состояние системы в начальный момент времени; $F(t,t_0)$ – матрица размеров $n \times n$, удовлетворяющая условиям:

$$\dot{F}(t,t_0) = A(t)F(t,t_0); \quad F(t_0,t_0) = I_n, \tag{4}$$

I_n – единичная матрица *n*-го порядка, тогда решение системы (1) примет вид:

$$y = S(t,t_0)x(t_0); \quad S(t,t_0) = C(t)F(t,t_0). \tag{5}$$

Известно [2], что система (3) полностью наблюдаема на промежутке $\left[t_0, t_f\right]$ тогда и только тогда, когда не существует вектор $x_0 = \left[x_{01}, ..., x_{0n}\right]^T$, такой, что при $t_0 \le t \le t_f$ справедливо тождество

$$S(t,t_0)x_0 \equiv 0. \tag{6}$$

Если найдется вектор x_0, удовлетворяющий тождеству (6), то система (3) не является полностью наблюдаемой на промежутке $\left[t, t_0\right]$. При этом *i*-я координата вектора $x(t_0)$ считается ненаблюдаемой, если хотя бы один вектор x_0, удовлетворяющий тождеству (6), имеет координату $x_{0i} \neq 0$.

Таким образом, если матрица $F(t,t_0)$, а вместе с ней и $S(t,t_0)$, известны, то анализ наблюдаемости системы (3) и координат вектора $x(t_0)$ сводится к поиску всех вытекающих из тождества (6) независимых соотношений между координатами вектора x_0 вида

$$f_j(t)d_j^T x_0 = 0 \ \ (t_0 \le t \le t_f), \tag{7}$$

где $d_j = \left[d_{1j}, ..., d_{nj}\right]^T$ – вектор, имеющий хотя бы одну ненулевую координату;

$f_j(t)$ – функции, независимые на промежутке $\left[t_0, t_f\right]$.

Возможна одна из следующих ситуаций относительно координаты x_{0i}.

1. Система всех соотношений (7) удовлетворяется только при $x_{0i} = 0$.
2. Существует значение $x_{0i} \neq 0$, удовлетворяющее всем соотношениям (7).
3. Координата x_{0i} явно не входит в тождество (6), т.е. не фигурирует ни в одном соотношении (7).

В первом случае *i*-я координата вектора $x(t_0)$ наблюдаема, в двух остальных случаях эта координата ненаблюдаема на промежутке $\left[t_0, t_f\right]$.

Такой подход в некоторых случаях позволяет решить вопрос о наблюдаемости динамической системы в целом и ее конкретных координат, не прибегая к сложным построениям и определению ранга матриц большой размерности, но он не поддается формализации и требует определенного искусства.

Из хорошо формализованных и удобных для реализации методов анализа наблюдаемости линейных динамических систем широкое распространение получил метод, связанный с построением матрицы наблюдаемости. В этом методе используется критерий Р. Калмана [6], дающий необходимое и достаточное условие полной наблюдаемости.

Для того, чтобы система (3) была полностью наблюдаема, необходимо и достаточно, чтобы матрица наблюдаемости динамической системы $K_H(A,C)=\left[C^T \quad A^T C^T \quad \ldots \quad (A^T)^{n-1} C^T\right]$ имела ранг, равный размерности вектора состояния $\mathrm{rank}(K_H)=n$.

Если условие полной наблюдаемости не выполняется, т.е. $\mathrm{rank}(K_H)=\nu_2<n$, то с помощью структурного преобразования Калмана [4] система (2) может быть приведена к виду:

$$\begin{bmatrix}\dot{\bar{x}}_1(t)\\ \dot{\bar{x}}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bar{A}_{11} & 0\\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{x}_1(t)\\ \bar{x}_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\bar{B}_1\\ \bar{B}_2\end{bmatrix}u(t); \qquad (8)$$

$$y(t)=\left[\bar{C}_1 \quad 0\right]\bar{x}(t)=\bar{C}_1\bar{x}_1(t);$$

$$\bar{x}_1(t)\in R^{n_1};\ \bar{x}_2(t)\in R^{n_2};\ n_1=\nu_2;$$

$$n_2=n-\nu_2;$$

$$\mathrm{rank}[\bar{C}_1^T \ \bar{A}_{11}^T\bar{C}_1^T \ \ldots \ (\bar{A}_{11}^T)^{\nu_2-1}\bar{C}_1^T]=\nu_2,$$

тогда пара $\{\bar{A}_{11},\bar{C}_1\}$ наблюдаема. Если при этом матрица $\bar{A}_{22}$ гурвицева, то система называется обнаруживаемой [7]. Это означает, что существует возможность оценить все компоненты вектора состояния системы.

Приведем более подробное описание данного структурного преобразования. Согласно структурной теореме Калмана существует неособая замена координат $x=S\bar{x}$ такая, что система (3) эквивалентно преобразуема к виду:

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}_1 &= \bar{A}_{11}\bar{x}_1+\bar{A}_{12}\bar{x}_2+\bar{A}_{13}\bar{x}_3+\bar{A}_{14}\bar{x}_4+\bar{B}_1u;\\
\dot{\bar{x}}_2 &= \bar{A}_{22}\bar{x}_2+\bar{A}_{24}\bar{x}_4+\bar{B}_2u;\\
\dot{\bar{x}}_3 &= \bar{A}_{33}\bar{x}_3+\bar{A}_{34}\bar{x}_4;\\
\dot{\bar{x}}_4 &= +\bar{A}_{44}\bar{x}_4;\\
y &= \bar{C}_2\bar{x}_2+\bar{C}_4\bar{x}_4,
\end{aligned} \qquad (9)$$

причем $\bar{x}_1,\bar{x}_2,\bar{x}_3,\bar{x}_4$ – подвекторы $\bar{x}$ такие, что:

$$\dim[\bar{x}_1 \ \bar{x}_2]=\nu_1,\ \dim[\bar{x}_2 \ \bar{x}_4]=\nu_2,$$

где $\nu_1=\mathrm{rank}(K_Y),\ \nu_2=\mathrm{rank}(K_H)$.

При $\nu_2<n$ имеется возможность выбрать базис S так, что

$$\bar{A}=\begin{bmatrix}\bar{A}_{11} & \vdots & 0\\ \ldots & \ldots & \ldots\\ \underbrace{\bar{A}_{21}}_{\nu_2} & \vdots & \underbrace{\bar{A}_{22}}_{n-\nu_2}\end{bmatrix};$$

$$\bar{C}=\begin{bmatrix}\underbrace{\bar{C}_1}_{\nu_2} & \vdots & \underbrace{0}_{n-\nu_2}\end{bmatrix}, \qquad (10)$$

где ненулевыми могут быть только компоненты блоков $\bar{A}_{11},\bar{A}_{21},\bar{A}_{22},\bar{C}_1$.

Таким образом, в новых координатах $\bar{x}=(\bar{x}_1,\bar{x}_2)$, где размерность $\bar{x}_1$ равна ν_2, исходная система приобретает вид:

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}_1 &= \bar{A}_{11}\bar{x}_1+\bar{B}_1u;\\
\dot{\bar{x}}_2 &= \bar{A}_{21}\bar{x}_1+\bar{A}_{22}\bar{x}_2+\bar{B}_2u;\\
y &= \bar{C}_1\bar{x}_1,
\end{aligned} \qquad (11)$$

причем пара $\{\bar{A}_{11}^T,\bar{C}_1^T\}$ является вполне наблюдаемой. Тем самым в (2) выделены две части: первая размерности ν_2, которая наблюдаема по выходу $y(t)$, и вторая, не проявляющаяся в выходе системы.

3. Наблюдаемость инструментальных ошибок в одном канале БИНС

Рассмотрим задачу наблюдаемости ошибок БИНС для одного из горизонтальных каналов. Запишем уравнения модели ошибок БИНС для этого случая [10]:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}(t) = \Delta\omega; \\ \dot{V}(t) = \alpha(t)g + \Delta w(t); \\ \dot{R}(t) = V(t), \end{cases} \qquad (12)$$

где переменные состояния: $\alpha(t)$, $V(t)$, $R(t)$, $\Delta\omega(t)$, $\Delta w(t)$ – ошибка ориентации, ошибка скорости, ошибка местоположения, ошибка датчика вращения и систематическая ошибка акселерометра. Измеряемыми координатами вектора ошибок будем считать ошибку скорости и ошибку местоположения. Тогда матрицы системы примут вид:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где g – ускорение силы тяжести.

Используя критерий Р. Калмана, установим наблюдаемость системы (12). Условие наблюдаемости выполняется, так как

$$\operatorname{rank}\left[C_0{}^T \quad A_0{}^T C_0{}^T \quad (A_0{}^T)^2 C_0{}^T \right] = 3 = n.$$

Проверим условие наблюдаемости для расширенной системы $\{\tilde{A}_0, \tilde{B}_0, \tilde{C}_0, \tilde{D}_0\}$ добавлением моделей инструментальных ошибок БИНС вида:

$$\Delta\dot{\omega}_M(t) = \alpha_\omega \Delta\omega_M(t) + \xi_\omega;$$
$$\Delta\dot{w}_M(t) = \alpha_w \Delta w_M(t) + \xi_w,$$

где ξ_ω, ξ_w – «белошумные» составляющие, входящие в систему (13).

Тогда условие наблюдаемости примет вид

$$\operatorname{rank}\left[\tilde{C}_0{}^T \quad \tilde{A}_0{}^T \tilde{C}_0{}^T \quad \ldots \quad (\tilde{A}_0{}^T)^4 \tilde{C}_0{}^T \right] = 4 < n,$$

что указывает на ненаблюдаемость компонент вектора состояния расширенной системы.

Следует заметить, что наблюдаемость ошибок только акселерометра или только датчика вращения выполняется.

Проверим условие обнаруживаемости расширенной системы, приведя ее к виду (8).

Пара $\{\bar{A}_{011}, \bar{C}_{01}\}$ является вполне наблюдаемой, поскольку

$$\operatorname{rank}\left[\bar{C}_{01}^T \quad \bar{A}_{011}^T \bar{C}_{01}^T \quad \ldots \quad (\bar{A}_{011}^T)^3 \bar{C}_{01}^T \right] = 4.$$

Матрица $\bar{A}_{022}$ является гурвицевой, что позволяет сделать вывод об обнаруживаемости расширенной системы и оцениваемости всех компонент вектора состояния.

Приведенная к новому базису расширенная система принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1(t) = \bar{x}_3(t); \\ \dot{\bar{x}}_2(t) = \bar{x}_1(t); \\ \dot{\bar{x}}_3(t) = \bar{x}_4(t); \\ \dot{\bar{x}}_4(t) = \alpha_\omega \bar{x}_4(t); \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dot{\bar{x}}_5(t) = \alpha_w \bar{x}_5(t). \end{cases} \qquad (13)$$

Теперь видно, что пятое уравнение выделило ненаблюдаемую компоненту

$$\bar{x}_5(t) = -\frac{1}{g}\alpha(t) - \frac{\alpha_w}{g}\Delta\omega(t) + \Delta w(t),$$

которая содержит систематическую ошибку акселерометра $\Delta w(t)$.

Модель ошибок БИНС для одного из горизонтальных каналов вполне наблюдаема, но при расширении системы это свойство теряется. С другой стороны, расширенная система остается обнаруживаемой, что свидетельствует о возможности оценивания состояния расширенной модели ошибок БИНС. В случае не полностью наблюдаемой модели ошибок БИНС возможно построение фильтра Калмана для оценки ее состояния.

4. Наблюдаемость инструментальных ошибок БИНС в многомерном случае

Проведем анализ наблюдаемости и обнаруживаемости инструментальных ошибок БИНС, используя полную систему (2), рассмотрев несколько случаев.

Первый случай. Рассмотрим наиболее общий случай движения объекта – пространственное маневрирование. При этом расчеты будем вести на основании таких данных:

1. Ошибки датчиков вращения:

$$\Delta\widehat{\omega}_x = 0,1;\ \Delta\widehat{\omega}_y = 0,001;\ \Delta\widehat{\omega}_z = 0,1.$$

2. Параметры модели ошибок датчиков вращения:

$$\alpha_{\omega x} = 0,001;\ \alpha_{\omega y} = 0,04;\ \alpha_{\omega z} = 0,025.$$

3. Параметры модели ошибок акселерометров:

$$\alpha_{wx} = 0,001;\ \alpha_{wy} = 0,04;\ \alpha_{wz} = 0,025.$$

4. Линейное ускорение объекта:

$$w_x^n = 0,1;\ w_y^n = 9,8;$$
$$w_z^n = 0,05.$$

5. Углы крена, тангажа и курса:

$$\varphi = 0,1;$$
$$\vartheta = 0,2;$$
$$\gamma = 0,1.$$

6. Ошибки кватерниона поворота:

$$\Delta\lambda_2 = 0,1;$$
$$\Delta\lambda_3 = -0,1;$$
$$\Delta\lambda_4 = 0,1;$$

$$\Delta\lambda_1 = \sqrt{1-(\Delta\lambda_2^2+\Delta\lambda_3^2+\Delta\lambda_4^2)}\,.$$

В данном случае ранг матрицы наблюдаемости равен размерности вектора состояния системы (2):

$$\operatorname{rank}\left[\bar{C}_1^T \quad \bar{A}_1^T\bar{C}_1^T \quad \ldots \quad (\bar{A}_1^T)^{15}\bar{C}_1^T\right] = 16\,,$$

из чего следует полная наблюдаемость инструментальных ошибок БИНС.

Далее рассмотрим частные случаи: работу БИНС, установленной на неподвижном основании и приближение к нулю параметров моделей ошибок датчиков вращения и акселерометров.

Второй случай. При работе бесплатформенной инерциальной навигационной системы, установленной на неподвижном основании в горизонте, углы $\gamma, \vartheta, \varphi$ принимают нулевые значения. Для исследования наблюдаемости системы (2) в этом случае построена матрица наблюдаемости и определен ее ранг. Он равен порядку системы (2):

$$\operatorname{rank}\left[\bar{C}_2^T \quad \bar{A}_2^T\bar{C}_2^T \quad \ldots \quad (\bar{A}_2^T)^{15}\bar{C}_2^T\right] = 16\,,$$

что позволяет сделать вывод о полной наблюдаемости вектора инструментальных ошибок БИНС.

Этот результат свидетельствует о возможности оценивания ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы при ее неподвижном состоянии.

Третий случай. В этом случае рассмотрим состояние навигационной системы, при котором параметры моделей ошибок датчиков вращения и акселерометров будут нулевыми.

Ранг построенной матрицы наблюдаемости в этом случае оказался меньше размерности вектора состояния системы (2):

$$\operatorname{rank}(K_H^3) = 14\,,$$

что свидетельствует об отсутствии полной наблюдаемости динамической системы. В данном случае проверим обнаруживаемость и выявим ненаблюдаемые компоненты вектора ошибок навигационной системы.

Выбрав соответствующим образом базис *S*, приводим систему к виду (10). Условие наблюдаемости пары $\{\bar{A}_{11}, \bar{C}_1\}$ выполняется, так как

$$\operatorname{rank}\left[\bar{C}_{31}^T \quad \bar{A}_{311}^T\bar{C}_{31}^T \quad \ldots \quad (\bar{A}_{311}^T)^{13}\bar{C}_{31}^T\right] = 14 = \nu_2.$$

К тому же матрица $\bar{A}_{22}$ является гурвицевой, что позволяет сделать вывод об обнаруживаемости системы, что соответствует оцениваемости всех компонент вектора состояния системы (2).

В преобразованной к новому базису системе (2) выделилась часть размерности $\nu_2 = 14$, которая наблюдаема по выходу $y(t)$, и ненаблюдаемая часть, в которую вошли компоненты вектора инструментальных ошибок БИНС Δw_y и Δw_Z.

Полученные результаты свидетельствуют о потере наблюдаемости системой (2) при нулевых параметрах моделей ошибок, как датчиков вращения, так и акселерометров.

Следует уточнить, что присутствие хотя бы только модели ошибок датчиков вращения или только акселерометров в системе (2) позволяет сохранять полную наблюдаемость этой системы. Но даже при потере динамической системой наблюдаемости существует возможность оценки состояния данной системы, о чем свидетельствует ее обнаруживаемость.

Заключение

Проведенный анализ наблюдаемости инструментальных ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы с последующим анализом их обнаруживаемости (в случае невыполнения условия полной наблюдаемости) позволяет делать выводы о возможности оценивания как наблюдаемых, так и ненаблюдаемых состояний модели ошибок навигационной системы.

При проведении такого анализа для различных режимов функционирования бесплатформенной инерциальной навигационной системы были найдены такие режимы функционирования, при которых полная наблюдаемость теряется. В то же время доказано, что существует возможность оценивания вектора состояния ошибок БИНС. Это позволяет решать задачу коррекции инструментальных ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы и повышать точность определения навигационных параметров.

Литература

1. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Наука, 1992. – 280 с.

2. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси. – М.: Наука,1982. – 200 с.

3. Лебедев Д.В., Ткаченко А.И. Информационно-алгоритмические аспекты управления подвижными объектами. – К.: Наук. думка, 2000. – 244 с.

4. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. – М.: Наука, 1986. – 386 с.

5. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. – М.: Наука, 1976. – 160 с.

6. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Наука, 1970. – 400 с.

7. Костенко Ю.Т., Любчик Л.М. Системы управления с динамическими моделями. – Х.: Основа, 1996. – 211 с.

8. Анучин О.Н., Емельянцев Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. – СПб., 2003. – 390 с.

9. Кортунов В.И., Дыбская И.Ю. Анализ способов коррекции интегрированных бесплатформенных инерциальных систем с низкоточными датчиками в управлении летательными аппаратами // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – № 1 (27). – С. 38-43.

10. Степанов О.А. Особенности построения и перспективы развития навигационных инерциально-спутниковых систем // Интегрированные инерциально-спутниковые системы: Сб. статей и докл. – СПб., 2004. – С. 25-43.

Поступила в редакцию 24.05.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.