

УДК 338.244.45

**Н.Э. ХОМЯКОВА**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина*

## **ПРОГРАММНОЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ КОРРЕКТИРУЮЩЕЕ ФИНАНСИРОВАНИЕ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИОННЫМИ ПРОЕКТАМИ И ПРОГРАММАМИ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ (ОТРАСЛИ)**

Рассмотрена задача проектно-ориентированного управления продуктом инвестиционного проекта (программы), состояние которого аппроксимируется экспоненциальной зависимостью во времени. Программное управление выбирается с учетом требований к желаемой динамике состояния продукта проекта и временных ограничений. Корректирующее управление находится с использованием теории линейного управления динамическими объектами при квадратичном критерии оптимальности.

**проектно-ориентированное управление, продукт инвестиционного проекта, программное управление, корректирующее финансирование, квадратичный критерий оптимальности управления**

### **Введение**

В современных условиях развития экономики страны резко возросла роль теории и практики управления проектами и программами. Особое значение имеют целевые государственные программы развития отраслей, в частности, авиационной, космической, машиностроительной промышленности [1 – 3]. В [3] отмечается “застарелость основных фондов, низкий их технический уровень” в качестве одной из основных проблем в области машиностроения. Решение этой проблемы невозможно без разработки и реализации инвестиционных проектов, направленных на радикальное изменение основных фондов предприятий и, соответственно, на значительный рост выпускаемой конкурентоспособной продукции. К таким проектам можно отнести, в частности, увеличение парка самолетов гражданской авиации в Украине и России, увеличение объема выпуска микроспутников и др.

Анализ литературы в области теории управления проектами [4, 5] позволяет сделать вывод, что основное внимание уделяется задачам общего организационного управления. Для практического решения таких задач разработаны и созданы соответствующие пакеты прикладных программ, в частности, Microsoft Project [6] и др. Однако недостаточно

внимания уделяется аналитической теории управления проектами, которые, в свою очередь, являются системами управления продуктами проектов (программ). Представляется очевидным, что продукт проекта (программы) и проект (программа) в целом являются управляемыми динамическими объектами, которые подвержены случайным возмущениям и состояния которых наблюдаются с определенными погрешностями.

Следует отметить наличие широкого класса продуктов проектов и программ, динамика которых характеризуется ухудшением их состояния со временем без надлежащего управления. К ним относятся, например, спад выпуска продукции предприятий авиационной, машиностроительной, добывающей отраслей при отсутствии финансирования, снижение запасов при недостаточном воспроизводстве и т.п.

В связи с этим представляется целесообразным применить теорию стохастического управления динамическими объектами к задачам управления состоянием инвестиционных проектов и программ развития предприятий и отраслей. Ниже рассмотрен частный случай, когда динамика продукта проекта (программы) моделируется линейным стохастическим дифференциальным уравнением Ланжевена.

**Целью данной статьи** является разработка стратегического (программного) управления проектом с

учетом ограничений времени его выполнения, а также разработка оптимального корректирующего финансирования проекта (программы) в процессе его реализации.

**Математическая постановка задачи и метод решения**

Рассмотрим продукт проекта (программы), динамика которого характеризуется стохастическим дифференциальным уравнением

$$\frac{dp(t)}{dt} = -\alpha p(t) + U(t) + \xi(t), \quad (1)$$

где  $p(t)$  - состояние продукта проекта (программы), выраженное в денежных единицах;

$\alpha$  - параметр динамики процесса  $p(t)$ ;

$U(t)$  - управляющая функция;

$\xi(t)$  - случайные возмущения, полагаемые гауссовским шумом с нулевым математическим ожиданием и заданной спектральной плотностью интенсивности возмущений  $\theta_\xi$ .

Начальные условия для уравнения (1) имеют вид:

$$\langle p(t_0) \rangle = v_0; \quad \langle [p(t_0) - v_0]^2 \rangle = \sigma_{p_0}^2. \quad (2)$$

Уравнение наблюдения:

$$u(t) = p(t) + n(t), \quad (3)$$

где  $n(t)$  - белый гауссовский шум с известными статистическими характеристиками.

Задача сводится к нахождению управляющей функции  $U(t)$  на интервале времени  $t \in (t_0; t_0 + T)$ , при которой состояние продукта проекта (программы) в момент  $t = t_0 + T$  было бы равно заданному значению  $p_T$ .

Представляется целесообразным решение данной задачи выполнять в два этапа. На первом этапе, при организации проекта (программы), следует выбрать стратегию программного управления (финансирования). На втором этапе при реализации проекта (программы) необходимо найти оптимальное корректирующее управление при выбранном квадратичном

критерии качества системы корректирующего управления.

Структура системы управления продуктом проекта (программы) приведена на рис. 1.

**Выбор программного управления**

При нахождении программного управления  $U_0(t)$  можно пренебречь возмущениями. Дифференциальное уравнение программно-управляемого состояния  $p_0(t)$  имеет вид:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\alpha p_0(t) + U_0(t), \quad (4)$$

с начальным условием

$$p_0(t_0) = v_0. \quad (5)$$

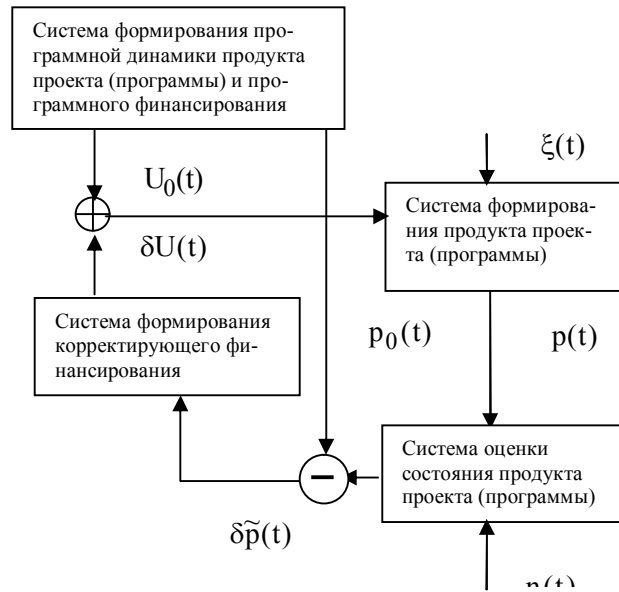


Рис. 1. Система управления продуктом проекта (программы)

При отсутствии управления решение уравнения (4) определяется выражением

$$p_0(t) = p_0 \cdot \exp\{-\alpha(t - t_0)\}. \quad (5)$$

Управляющая функция  $U_0(t)$  характеризует скорость финансирования и, соответственно, она определяет скорость изменения процесса  $p_0(t)$ .

Положим

$$U_0(t) = \beta \cdot p_0(t). \quad (6)$$

При этом получим:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -(\alpha - \beta)p_0(t) = -\alpha_0 \cdot p_0(t). \quad (7)$$

Программное поведение процесса  $p_0(t)$  при управлении (6) определяется выражением:

$$p_0(t) = p_0 \cdot \exp\{-\alpha_0(t - t_0)\}. \quad (8)$$

При  $\alpha_0 = 0$ , т.е., при  $\beta = \alpha$ , имеем случай стабилизации состояния продукта проекта (выпуска продукции); если  $\beta < \alpha$ , наблюдается снижение выпуска; если  $\beta > \alpha$ , наблюдаем рост процесса.

Если задано значение  $p_0(t_0 + T) = p_{0T}$ , то значение параметра  $\alpha_0$  находится из условия:

$$p_{0T} = p_0 \cdot \exp(-\alpha_0 T), \quad (9)$$

а именно:

$$\alpha_0 = -\frac{1}{T} \ln \frac{p_{0T}}{p_0} = \frac{1}{T} \ln \frac{p_0}{p_{0T}}. \quad (10)$$

Тогда 
$$\beta_T = \alpha - \frac{1}{T} \ln \frac{p_0}{p_{0T}}. \quad (11)$$

Общие затраты на программное управление (программное финансирование) определяются соотношением:

$$\begin{aligned} Z &= \int_{t_0}^{t_0+T} U_0(t) dt = \beta_T p_0 \int_0^T e^{-\alpha_0 t} dt = \\ &= \frac{\beta_T p_0}{\alpha_0} [1 - e^{-\alpha_0 T}] = \frac{\beta_T (p_{0T} - p_0) T}{\ln \frac{p_{0T}}{p_0}}. \end{aligned} \quad (12)$$

С учетом выражения (11) получим:

$$Z = (p_{0T} - p_0) \left[ 1 + \frac{\alpha T}{\ln \frac{p_{0T}}{p_0}} \right]. \quad (13)$$

При  $\alpha_0 \rightarrow 0$  имеем  $Z = \alpha p_0 T$ . (14)

### Оптимальное корректирующее финансирование проекта (программы) на этапе реализации

Запишем стохастическое дифференциальное уравнение для отклонения  $\delta p(t) = p(t) - p_0(t)$  фактического состояния продукта проекта от его программного значения:

$$\frac{d\delta p(t)}{dt} = -\alpha \delta p(t) + \delta U(t) + \xi(t), \quad (15)$$

с начальными условиями:

$$\begin{cases} \langle \delta p(t_0) \rangle = \delta v_0; \\ \langle [\delta p(t_0) - \delta v_0]^2 \rangle = \sigma_{\delta p_0}^2. \end{cases} \quad (16)$$

После перехода к дискретному времени получим разностное стохастическое уравнение:

$$\delta p_k = \Phi_{k,k-1} \cdot \delta p_{k-1} + B_{k,k-1} \cdot \delta U_{k-1} + \eta_k, \quad (17)$$

$$k=1,2,\dots,M,$$

где  $\Phi_{k,k-1}, B_{k,k-1}$  - переходные матрицы по состоянию и управлению объекта:

$$\Phi_{k,k-1} = e^{-\alpha \Delta t}, \quad (18)$$

$$\Delta t = t_k - t_{k-1}.$$

$$B_{k,k-1} = \frac{1 - e^{-\alpha \Delta t}}{\alpha}. \quad (19)$$

При  $\Delta t = Const(t)$  получим:

$$\Phi_{k,k-1} = \Phi = \rho, \quad (20)$$

$$B_{k,k-1} = B = \frac{1 - \rho}{\alpha}. \quad (21)$$

Дискретный белый шум  $\eta_k$  имеет статистические характеристики:

$$\langle p(\eta_k) \rangle = 0; \quad (22)$$

$$\langle \eta_k^2 \rangle = \sigma_{\eta}^2; \langle \eta_k \eta_l \rangle = 0 \text{ при } l \neq k \quad (23)$$

Уравнение наблюдения имеет вид:

$$\delta u_i = \delta p_i + n_i, \quad (24)$$

где  $\langle n_i \rangle = 0; \langle n_i^2 \rangle = \sigma_n^2;$

$$\langle n_i \cdot n_j \rangle = 0 \text{ при } i \neq j. \quad (25)$$

При критерии оптимальности

$$\begin{aligned} E_{k,M \min} &= \left\langle F_0 \cdot \delta p_M^2 + \frac{1}{M-k} \sum_{i=k}^M [Q_0 \cdot \delta p_i^2 + \right. \\ &\quad \left. + P_0 \cdot \delta U_i^2] \delta \bar{u}_l \right\rangle, \end{aligned} \quad (26)$$

где  $F_0, Q_0, P_0$  - весовые коэффициенты, оптимальное корректирующее управление определяется выражением:

$$\delta U_{ionm} = -G_i \cdot \delta \tilde{p}_i, \quad (27)$$

причем,  $G_i$  – коэффициент усиления системы корректирующего управления;  $\delta \tilde{p}_i$  – калмановская оценка отклонения  $\delta p_i$  фактического состояния  $p_i$  от программного  $p_{0i}$ .

Усиление системы корректирующего управления определяется в обратном времени ( $i = M - 1, M - 2, \dots, 0$ ) вместе с вспомогательной функцией  $W_i$  [4], а именно:

$$G_i = (P_0 + B^2 \cdot W_{i+1})^{-1} \cdot B \cdot W_{i+1} \cdot \Phi, \quad (28)$$

$$W_i = \Phi \cdot W_{i+1} \cdot (\Phi - B \cdot G_i) + Q_0, \quad (29)$$

причем  $W_{M-1} = F_0$ .

Калмановская оценка  $\delta \tilde{p}_i$  определяется выражениями:

$$\delta \tilde{p}_i = \delta p_i + h_i \cdot (\delta u_i - \delta p_i^*), \quad (30)$$

$$\delta p_i^* = (\Phi - B \cdot G_i) \cdot \delta \tilde{p}_{i-1}, i = 1, 2, \dots, M; \quad (31)$$

Усиление  $h_i$  фильтра Калмана в данной задаче определяется соотношением

$$h_i = \frac{\tilde{\sigma}_i^2}{\sigma_n^2}, \quad \tilde{\sigma}_i^2 = \left( \begin{matrix} * & -2 \\ \sigma_i & + \sigma_n^2 \end{matrix} \right)^{-1}, \quad (32)$$

$$\sigma_i^{*2} = \Phi^2 \cdot \tilde{\sigma}_{i-1}^2 + \sigma_\eta^2; \quad \tilde{\sigma}_0^2 = \sigma_{\delta p_0}^2. \quad (33)$$

Минимальное значение критерия оптимальности при этом определяется выражением:

$$E_{k, M \min} = \delta \tilde{p}_k^2 \cdot W_k + W_k \cdot \tilde{\sigma}_k^2 + \frac{1}{M-k} \sum_{i=k}^{M-1} W_{i+1} \cdot \sigma_\eta^2 + \frac{1}{M-k} \sum_{i=k}^{M-1} \tilde{\sigma}_i^2 \cdot G_i \cdot W_{i+1} \cdot \Phi, \quad (34)$$

$k = 0, 1, \dots, M - 1.$

На рис. 2 приведена структура модели формирования отклонения продукта проекта от программного значения и системы корректирующего управления. На основе этой структуры построена имитационная модель системы как программного, так и корректирующего управления продуктом проекта.

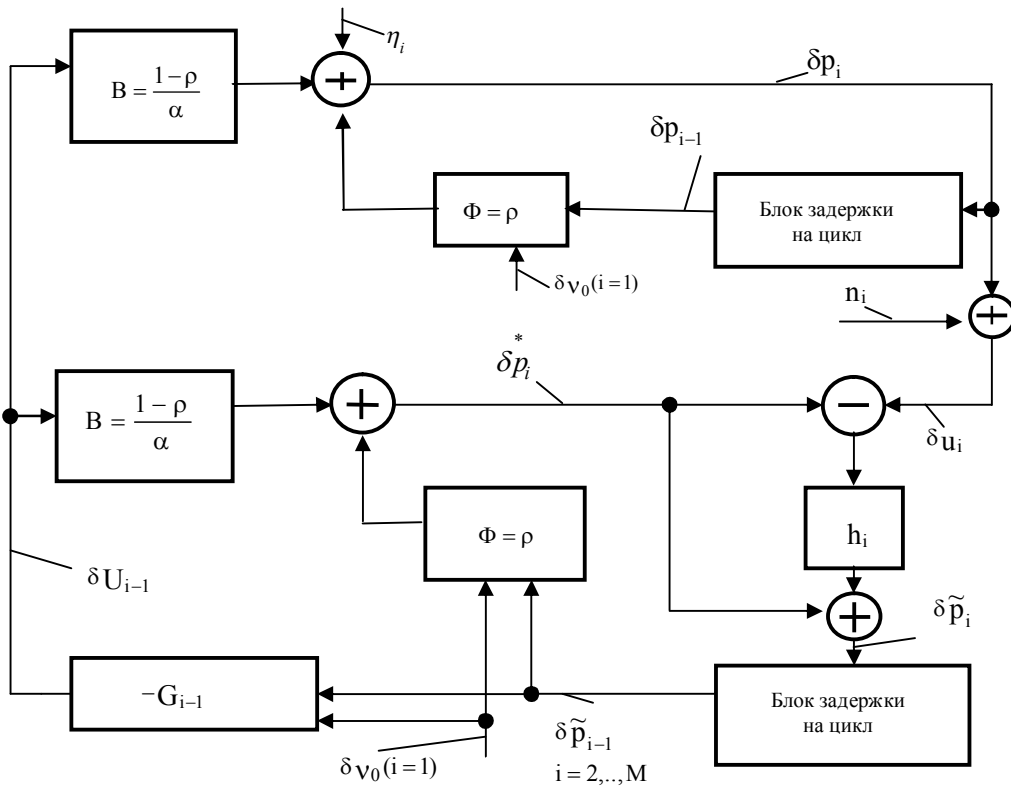


Рис.2. Структура модели формирования отклонения продукта проекта (программы) от программного значения и системы корректирующего управления

## Заключение

1. Методы руководства проектами (программами) целесообразно дополнить технологиями управления (Project Control) как при планировании, так и при их реализации.

2. Для использования технологий управления продуктами проектов как динамическими объектами необходимо изучение их динамических характеристик, разработка моделей в виде стохастических дифференциальных и разностных уравнений. Применительно к продуктам проектов, динамика которых описывается уравнением (1), необходима оценка параметра  $\alpha$  при отсутствии управляющих воздействий.

3. Выбор программных изменений продукта проекта (программы) и программных управляющих функций можно выполнить с использованием уравнения (4). Функция управления (6) приводит к программным изменениям экспоненциального типа (8). Объем затрат на программное управление определяется выражением (13). Затраты зависят от времени  $T$ , отведенного на реализацию проекта, а также от граничных значений продукта проекта.

4. Корректирующая управляющая функция при использовании квадратичного критерия качества (26) определяется выражениями (27 – 29). Для оценки отклонений состояния продукта от программного значения применяется алгоритм фильтра Калмана (30 – 33). Качество корректирующего

управления характеризуется минимальным значением критерия оптимальности (34).

## Литература

1. Державна програма розвитку промисловості на 2003-2011 роки. № 1174 від 28 липня 2003 р. [Електрон. ресурс]. – Режим доступу: [www.rada.gov.kiev.ua](http://www.rada.gov.kiev.ua).

2. Державна програма розвитку авіаційної промисловості на період до 2010 року. № 363 від 20 травня 2006 р. [Електрон. ресурс]. – Режим доступу: [www.rada.gov.kiev.ua](http://www.rada.gov.kiev.ua).

3. Державна програма розвитку машинобудування на 2006-2011 роки. № 516 від 18 квітня 2006 р. [Електрон. ресурс]. – Режим доступу: [www.rada.gov.kiev.ua](http://www.rada.gov.kiev.ua).

4. Мазур И.И., Шапиро В.Д., Ольдерогге Н.Г. Управление проектами: Учеб. Пособие / Под ред. И.И. Мазура. – М.: Экономика, 2001. – 574 с.

5. Дитхелм Г. Управление проектами. В 2 т. Пер. с нем. – СПб.: Бизнес-пресса. – 2003. – Т. 1. – 400 с.; 2003. – Т. 2. – 218 с.

6. Богданов В.В. Управление проектами в Microsoft Project. – СПб.: Питер, 2003. – 640 с.

*Поступила в редакцию 22.02.2006*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.В. Малеева, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.