

УДК 621.454:532.525

В.В. СПЕСИВЦЕВ<sup>1</sup>, Ю.В. СПЕСИВЦЕВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*  
<sup>2</sup> *Fachhochschule Bonn-Rhein-Sieg, Deutschland*

## НОВЫЙ ПОДХОД К ТЕОРИИ ОТРЫВА СТРУИ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ ОТ СТЕНКИ СОПЛА НА РЕЖИМАХ ПЕРЕРАСШИРЕНИЯ

Предложен новый подход к теории отрыва, основанный на физических возможностях перерасширения газа в свободной струе. Для согласования параметров камеры сгорания и струи вводится поправка на дополнительный импульс, действующий на газ в раструбе сопла. Рассчитанные значения критического отношения давлений в сечении отрыва согласуются с многочисленными экспериментами при аэродинамических продувках конических сопел. Рассогласования теоретических и экспериментальных значений не превышают 6% в диапазоне чисел Маха набегающего потока  $M = 1 \dots 2$ .

**ракетный двигатель, раструб сопла, режим перерасширения, свободная струя, отрывное течение**

### Введение

С изменением внешних условий полета ракеты, а также при регулировании тяги двигателя (при изменении давления в камере  $p_k$ ) возникают нерасчетные режимы его работы. В зависимости от давлений в камере сгорания и окружающей среды возможны три режима работы сопла ракетного двигателя (РД). Это расчетный режим  $p_a = p_n$ , т.е. когда давление на срезе сопла равно давлению окружающей среды; режим недорасширения  $p_a > p_n$  и режим перерасширения  $p_a < p_n$ . Ранее считалось, что на режиме перерасширения поток газа отрывается от стенки сопла в том сечении, где его давление в потоке становится равным атмосферному давлению, т.е. считалось, что сопло на этом режиме является саморегулирующимся. Однако экспериментальные исследования показали, что только при падении давления на срезе сопла до значений  $p_a < (0,4 \dots 0,2) p_n$  нормальный режим перерасширения нарушается, происходит отрыв потока от стенки сопла и часть сопла оказывается неработающей [1].

**Современное состояние вопроса.** Причиной отрыва потока объясняется наличие пограничного слоя, по дозвуковой части которого возмущения из

внешней среды имеют возможность передаваться вверх по потоку.

Для оценки предельной степени нерасчетности ( $m_{пред}$ ) Г.Н. Абрамович предложил использовать формулу для прямого скачка, который устанавливается в сечении отрыва. Расчеты проводят по известным параметрам в этом сечении. Для типичного случая значения предельной степени нерасчетности, вычисленное по этой формуле, составляет около 20, что значительно больше реальных значений, равных 3...4 [2]. Поэтому схема отрыва при вхождении прямого скачка в сопло является ошибочной. Анализ результатов экспериментов в соплах с отрывом показал, что можно выделить две количественные характеристики отрывного течения: это – отношение давления за скачком, вызывающим отрыв,  $p_2$  к давлению в невозмущенном потоке  $p_1$  перед сечением отрыва, а также отношение давления окружающей среды  $p_n$  к давлению  $p_2$ . Зная эти две характеристики течения, можно найти положение сечения отрыва и распределение давления в области отрыва, а по ним рассчитать тягу. Отмечается, что при углах раствора сверхзвуковой части сопла  $2\beta \geq 30^\circ$  давление за скачком равно давлению ок-

ружающей среды, т.е.  $p_n = p_2$  [3]. Многочисленные экспериментальные исследования отрывных течений позволили установить, что отношение  $m_{пред} = p_2 / p_1$  в сечении отрыва соответствует так называемому критическому отношению давлений. Оно не зависит от типа течения в сверхзвуковом потоке и является некоторой обобщающей закономерностью отрывных течений. В работе [3] приведена зависимость критического отношения давлений от числа Маха ( $M_{ск}$ ) набегающего потока перед мостообразной системой скачков уплотнения. Там же на графике проведена линия регрессии, аппроксимирующая экспериментальные точки. Она имеет вид

$$m_{пред} = 1 + 0,725(M_{ск} - 1). \quad (1)$$

Отклонения экспериментальных значений  $m_{пред}$  от аппроксимирующей прямой составляют (15...20)% в диапазоне изменения  $M_{ск} = 1...3,5$ . Эти результаты были получены при продувках воздухом конических сопел в аэродинамических трубах. Данные по отрыву при течении в соплах продуктов сгорания РД нет.

На основе полученной в эксперименте зависимости критического отношения давлений от числа Маха набегающего потока была разработана полуэмпирическая теория расчета параметров РД, работающего на режиме перерасширения. Эту методику используют в инженерных расчетах до настоящего времени (см., например, [3]).

### Суть предлагаемого подхода к теории

В настоящей работе предлагается **подход к теории отрыва струи от стенки сопла ракетного двигателя**, базирующаяся на рассмотрении течения газа в свободной струе, которое имеет свои особенности, и течения газа в канале при одинаковых исходных данных. При этом предполагается, что поперечное сечение струи за соплом не зависит от сечения среза

сопла и определяется только параметрами течения газа в свободной струе. Если располагаемый перепад давлений на сопле ( $\Pi_0 = p_k / p_n$ ) превышает критический ( $\Pi_{кр} = 1/\pi(1)$ ), то в струе за соплом наблюдается бочкообразный участок. Рассмотрим качественное изменение структуры течения газа за соплом (рис. 1).

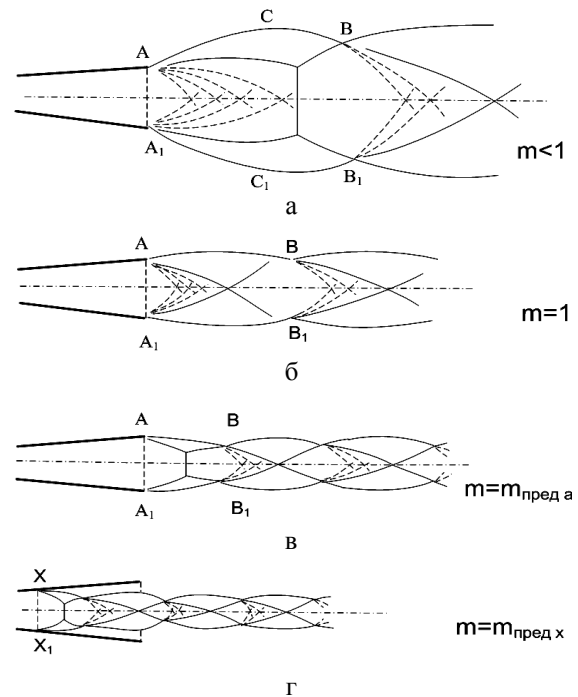


Рис. 1. Структуры бочкообразных участков струи, соответствующие режимам работы сопла:  
а – недорасширения;  
б – расчетному;  
в – перерасширения без отрыва;  
г – перерасширения с отрывом

При безотрывном течении (рис. 1, а, б, в) входное сечение бочки присоединено к срезу сопла  $AA_1$  ( $m < m_{пред}$ ). В случае отрыва струи бочкообразный участок в струе сохраняется (рис. 1, г), но входное сечение бочки присоединено к промежуточному сечению раструба сопла  $XX_1$ . Плоскость  $XX_1$  разделяет две формы течения газа: перед плоскостью – течение в канале раструба сопла; за плоскостью – течение в свободной струе. При отрыве в сопло входит первая бочка, которая включает в себя систему волн и скачков уплотнения, в том числе и мостообразную систему.

Рассмотрим особенности течения газа в первой бочке.

Запишем одномерные уравнения, связывающие параметры газа в сечениях бочки свободной струи через газодинамические функции, используя законы сохранения массы, энергии и импульса. Для составления уравнений баланса используем текущее сечение бочки и сечение, в котором параметры газа известны (коэффициент скорости газа  $\lambda$  и площадь сечения  $F$ ). В качестве исходного выберем минимальное сечение бочки, где поток одномерный. Принимаем индекс для обозначения параметров в этом сечении  $m$  ( $\lambda_m, F_m$ ).

Уравнения неразрывности, записанные через полные и статические давления газа в струе, принимают вид [4]:

$$q(\lambda) = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{f} q(\lambda_m); \quad (2)$$

$$y(\lambda) = \Pi_0 \frac{f_a}{f} q(\lambda_a). \quad (3)$$

При составлении уравнения (3) в качестве исходного сечения выбирается сечение струи, где статическое давление газа  $p$  равно заданному статическому давлению. Так, при  $p = p_n$ , газ имеет параметры одномерного газового потока, равные параметрам на срезе сопла (точка  $a$ ) при расчетном режиме истечения. Параметры в точках  $u, u'$  соответствуют изобарическим сечениям бочки. Параметры исходного сечения в этом случае:  $\lambda_a; f_a = F_a / F_m$ . Уравнение сохранения импульса запишем в виде выражения

$$z(\lambda) = z(\lambda_m) + \left( \frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \frac{f - 1}{\Pi_0 q(\lambda_m)}. \quad (4)$$

Уравнения содержат две неизвестные величины: относительную площадь сечения струи  $f = F / F_m$  и коэффициент абсолютной скорости в этом сечении  $\lambda$ . На рис. 2 построены зависимости (2), (3) и (4) (кривые 1, 3, 2) при  $\sigma = 1$ , которые представляют собой диаграмму состояния струи, рассчитанную

для  $\Pi_0 = 46,5$ . Пересечение кривых 1 и 2 дает две пары значений переменных  $f$  и  $\lambda$ , удовлетворяющих обоим уравнениям, первая точка  $m$  соответствует исходным параметрам газа, вторая точка  $c$  дает значение в максимальном (среднем) сечении первой бочки.

Это одномерные сечения, скорость газа в них имеет осевое направление.

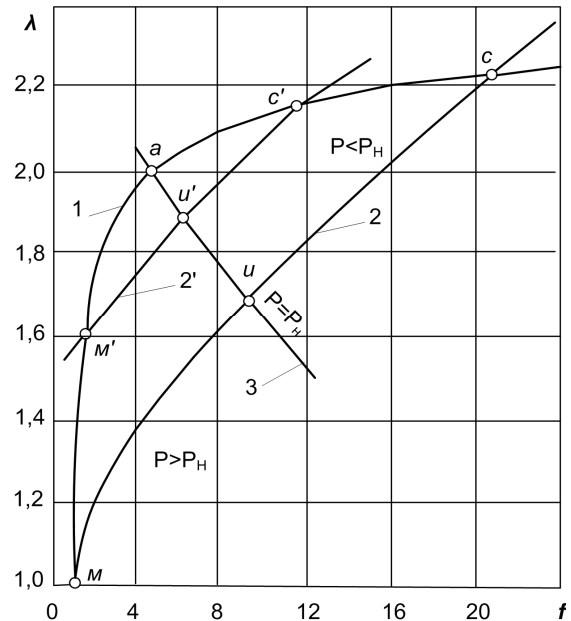


Рис. 2. Диаграмма состояния газа в сечениях струи: 1 – уравнение неразрывности, записанное через полное давление (2); 2 – уравнение сохранения импульса (4); 3 – уравнение неразрывности, записанное через статическое давление (3); точка  $m$  соответствует срезу сопла с  $M_a = 1,0$

В остальных промежуточных сечениях – скорость  $\lambda$  имеет некоторый угол  $\alpha$  с осью потока. В промежуточных сечениях бочки вектор скорости имеет радиальную составляющую  $\lambda_R = \lambda \sin \alpha$ . В работе [4] проведены расчеты параметров газа в сечениях бочки по уравнениям (2), (4) с учетом радиальной составляющей  $\lambda_R$ . Получено условие совместного решения уравнений (2), (4) на участке  $m - a - c$ , которое выражается определенными зависимостями  $\cos \alpha = \varphi(f)$  и  $\lambda_R = \psi(f)$ . В точках  $m$  и  $c$  имеем  $\alpha = 0$  и  $\lambda_R = \lambda \sin \alpha = 0$ . Если попытаться определить величину угла  $\alpha$ , принимая пло-

щадн сечений больше  $F_c$  или меньше  $F_m$ , то окажется, что  $\cos \alpha > 1$ , а радиальная составляющая скорости – мнимая величина. Это указывает на физическую невозможность такого течения и, следовательно, на то, что в начальном участке нерасчетной струи площадь поперечного сечения не может стать меньшей площади сечения  $F_m$  (минимального сечения бочки) или большей площади  $F_c$ , являющейся максимальной площадью сечения первой бочки струи.

Уравнения движения газа в свободной струе составлены из условия постоянства давления окружающей среды  $p_n$  на внешней границе струи. Под действием этого давления происходит ускорение газа в первой половине бочки от  $\lambda_m$  до  $\lambda_c$  (процесс  $m - a - c$ ), либо торможение его во второй половине бочки от  $\lambda_c$  до  $\lambda_m$  в выходном сечении (процесс  $c - a - m$ ).

При истечении струи из сопла с раструбом ускорение газа происходит в сверхзвуковой части сопла и, дополнительно с перерасширением, в распределенной волне разрежения (участок  $a - c$ , здесь  $p < p_n$ ). Если учесть дополнительный импульс, создаваемый раструбом сопла, то уравнение (4) на графике будет иметь вид кривой 2', а минимальному и среднему сечениям новой бочки будут соответствовать точки  $m'$  и  $c'$ . При  $i$ -х режимах течения разделяющие плоскости занимают промежуточные сечения бочек (от точек  $m_i$  до точек  $c_i$  в соответствии с  $i$ -ми режимами течения), пока возможности расширения поперечного сечения бочки не будут исчерпаны. В пределе эта плоскость займет положение, соответствующее максимальному (среднему) сечению бочки, т.е.  $F_a = F_c$ . В первой бочке будет происходить только торможение потока. Это значит, что она будет включать в себя только систему скачков уплотнения. Волна разрежения вырождается. Дальнейшее повышение  $p_n$  приведет к уменьшению  $F_c$  и при  $F_c < F_a$  среднее

сечение бочки окажется присоединенным к сечению сопла внутри раструба, где  $F_c = F_x$ .

Кривая 3 на графике (рис. 2) построена по уравнению (3) при статическом давлении, равном давлению  $p_n$ . Ветви кривых 1 и 2 ниже кривой 3 соответствуют значениям давлений в сечениях бочки, где  $p > p_n$  (режимы недорасширения), а верхние ветви –  $p < p_n$  (режимы перерасширения).

Итак, предельным режимом при перерасширении, предшествующем отрыву струи от стенок сопла, будет режим, когда  $F_a = F_c$ , т.е. режим, когда площади максимального сечения бочки и среза сопла равны.

### Основные соотношения

Использование уравнения (4) для струи, истекающей из раструба, требует введения поправки на дополнительный импульс, получаемый газом от стенки сопла.

Поправку на дополнительный импульс, создаваемый стенкой сопла по сравнению с импульсом в критическом сечении, необходимо вводить, так как вместо внешнего давления  $p_n$  на границах струйки в канале действует переменное давление  $p$  от стенки сопла. Дополнительная сила, действующая на струю в направлении движения, равна силе избыточного давления на стенку раструба сопла

$$P_\partial = \int_{\Delta F} (p - p_n) dF. \quad (5)$$

Подынтегральное выражение преобразуется с использованием газодинамических функций к пяти интегралам с пределами интегрирования по  $\lambda$  от 1 до  $\lambda_a$ . Четыре интеграла можно выразить через элементарные функции, а пятый – нет, так как он относится к классу интегралов от биномиального дифференциала. Пятый интеграл решается численно.

Представим дополнительную силу в относительном виде

$$\bar{P}_\partial = \frac{P_\partial}{p_k F_{кр}} = \frac{\Delta I_\partial}{\beta}, \quad (6)$$

где  $\Delta I_\delta$  – дополнительный импульс, сообщаемый газу стенкой сопла;  $\beta$  – расходный комплекс.

Используя выражения для расходного комплекса и критической скорости потока, получим выражение импульса в минимальном (квазивходном) сечении бочки через коэффициент скорости

$$\lambda_{ex} = 1 + \frac{1}{\kappa \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}} \bar{P}_\delta. \quad (7)$$

Параметры газа во втором минимальном (выходном) сечении бочки идентичны параметрам входного сечения в соответствии с принятым условием  $\sigma = 1,0$  (см. уравнение (2)). С ростом интенсивности системы скачков уплотнения во второй половине бочки площади минимальных сечений  $AA_1$  и  $BB_1$  могут существенно отличаться (рис. 1, а) за счет потерь полного давления ( $\sigma < 1,0$ ).

Теперь для определения перепада давлений в бочке между входным и максимальным сечениями по известным значениям параметров в этих сечениях воспользуемся уравнением сохранения импульса (4) для свободного течения. Преобразуем уравнение (4), подставив известные  $\lambda_{ex}, F_{ex}, \lambda_a, F_a$  ( $a$  – сечение отрыва на срезе сопла), а необходимый перепад давлений выразим уравнением

$$P_{oc} = \left( \frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \frac{f_{ex} - 1}{[z(\lambda_{ex}) - z(\lambda_c)] q(\lambda_c)}, \quad (8)$$

где  $f_{ex} = F_{ex} / F_c$ .

Под действием перепада  $P_{oc} = p_\kappa / p_n$  и наружного давления  $p_n$  в струе происходит увеличение скорости газа от  $\lambda_{ex}$  до  $\lambda_a$ . В канале сопла для достижения скорости  $\lambda_a$  при безотрывном течении необходим перепад давлений  $P_{oa} = p_\kappa / p_a$

$$\lambda_a = \sqrt{\left[ 1 - \left( \frac{1}{P_{oa}} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}. \quad (9)$$

Искомое значение  $m_{пред}$  определится из отношения

$$m_{пред} = \frac{P_{oa}}{P_{oc}} = \frac{p_\kappa}{p_a} \frac{p_n}{p_\kappa} = \frac{p_n}{p_a}, \quad (10)$$

так как  $p_a = p_1$  – давление в потоке перед бочкой (перед сечением отрыва),  $p_n = p_2$  – давление за сечением отрыва (давление окружающей среды). Полученное значение  $m_{пред}$  будет соответствовать предельному режиму безотрывного течения на срезе сопла ( $m_{пред a}$ ). При  $\lambda_a = \lambda_x$  вычислим значение  $m_{пред x}$  для сечения  $x$  раструба сопла (для среза работающего участка сопла при отрыве). Степень нерасчетности действующего участка сопла определится отношением

$$n_x = 1 / m_{пред x}. \quad (11)$$

### Проверка адекватности

Для проверки адекватности проводились вычисления  $m_{пред}$  с использованием основных соотношений теории с последующим сравнением полученных результатов с экспериментальными данными, представленными уравнением (1). Заметим, что эти данные получены при продувках конических сопел воздухом. Сравнение опытных и расчетных данных проводились как для рабочего тела воздух ( $\kappa = 1,4$ ), так и для других газов: продуктов сгорания ракетных топлив ( $\kappa = 1,15; \kappa = 1,25$ ), газов и паров ( $\kappa = 1,3$ ), углекислого газа ( $\kappa = 1,67$ ). Опытное значение  $(p_2 / p_1)_{on}$  сравнивалось с теоретическим значением  $(p_2 / p_1)_T$  и определялось отклонение эксперимента от теории в процентах

$$\gamma = \frac{(p_2 / p_1)_{on} - (p_2 / p_1)_T}{(p_2 / p_1)_T} 100\%.$$

В табл. 1 представлены результаты вычислений отклонений экспериментальных данных от теоретических, рассчитанных для различных газов. Как видно из табл. 1, эксперимент ( $\kappa = 1,40$ ) хорошо согласуется с теорией в диапазоне чисел Маха  $M_x = 1,0..2,0$ .

Таблица 1

Отклонения результатов экспериментальных данных от теоретических при различных числах Маха

Число Маха, $M_x$	Отклонения $\gamma$ в % для газов с отношением теплоемкостей $k$				
	1,15	1,25	1,30	1,40	1,67
1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,50	6,93	6,53	6,35	6,00	5,27
1,75	4,06	3,74	3,60	3,36	2,82
2,00	-0,53	-0,71	-0,77	-0,89	-1,06
2,50	-5,47	-10,51	-10,55	-10,52	-10,09
3,00	-18,25	-19,28	-19,47	-19,54	-18,82

Отклонения не превышают 6%.

При дальнейшем увеличении чисел Маха отклонения линии регрессии от теории увеличивается до -20%. Для чисел  $M > 5,0$  погрешность регрессии достигает -50%.

Большой разброс экспериментальных точек, наблюдаемый в области больших чисел Маха (на графике [3]), подтверждает правдоподобность теории. Поэтому использование линейной регрессии допустимо только для  $M_x \leq 2,0$ , что обеспечивает погрешности  $\gamma \leq 6\%$ .

Для иллюстрации влияния нерасчетных режимов работы ракетного двигателя на его выходные параметры проведем расчет с исходными данными из примера [3], которые приведены в табл. 2.

Таблица 2

Исходные данные для расчета параметров РДТТ

Отношение теплоемкостей рабочего тела сопла, $k$	1,15
Давление в камере РДТТ $p_k$ , МПа	3,92
Давление на срезе сопла $p_a$ , МПа	0,049
Угол раствора сверхзвуковой части сопла $2\beta$ , °	30

Давлению на срезе сопла соответствует высота полета  $H = 5700$  м.

Результаты расчетов параметров РДТТ, работающего на различных режимах, сведены в табл. 3.

Таблица 3

Параметры РДТТ, работающего на различных высотах в атмосфере и под водой

Тяга, отнесенная к тяге расчетного режима		
На высоте 5700 м	На уровне моря	Под водой на глубине 100 м
1,00	0,823	0,545

### Заключение

1. Перерасширение газа в соплах с раструбом зависит от физической возможности изменения поперечного сечения газа в свободной струе, когда на ее границах действует давление окружающей среды.

2. Площадь сечения отрыва в сопле всегда равна максимальному сечению бочки.

3. В целях согласования параметров камеры сгорания с параметрами газа в струе в уравнения ее движения необходимо ввести поправку на одномерный дополнительный импульс, действующий на газ со стороны стенки раструба сопла в направлении движения.

4. Адекватность подтверждается большим количеством экспериментальных данных по исследованию условий отрыва в конических соплах при аэродинамических продувках.

5. Состав рабочего тела не очень сильно влияет на параметры отрыва.

### Литература

1. Синярев Г.Б., Добровольский М.В. Жидкостные ракетные двигатели. – М.: Оборонгиз, 1955. – 486 с.
2. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1980. – 533 с.
3. Виницкий А.М. Ракетные двигатели на твердом топливе. – М.: Машиностроение, 1973. – 347 с.
4. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1969. – 624 с.

Поступила в редакцию 1.06.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.В. Соловей, Институт Проблем машиностроения НАН Украины, Харьков.