

УДК 621.7.044

А.Г. БАХМЕТ, В.К. БОРИСЕВИЧ, В.В. ТРЕТЬЯК

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

## ПОСТРОЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ОБЖИМА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИМПУЛЬСНЫМ ДЕФОРМИРОВАНИЕМ

Рассмотрен подход к моделированию напряженно-деформированного состояния оболочки цилиндрической формы, на которую воздействует импульсное нагружение. Приведена численная модель поставленной задачи.

**обжим, цилиндрическая оболочка, импульсное нагружение, напряженно-деформированное состояние, ударная волна, взрывная штамповка**

### Введение

Процесс деформации взрывом представляет собой движение деформируемой сплошной среды.

Одним из распространенных методов расчета напряженно-деформированного состояния оболочек импульсным нагружением является решение многопараметрической модели на основе решения дифференциальных уравнений в частных производных методом конечных разностей [1].

В предлагаемой модели система заготовка представляет собой оболочку вращения цилиндрической формы, рис. 1, которая преобразуется в коническую форму.

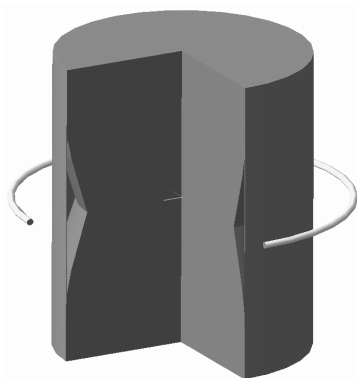


Рис. 1. Модель обжима

Прикладываемая внешняя нагрузка осе симметрична и создает при взрыве взрывчатого вещества торообразной геометрии. Оболочка заменяется элементами, которые характеризуются центром масс, размерами и массой (рис. 2).

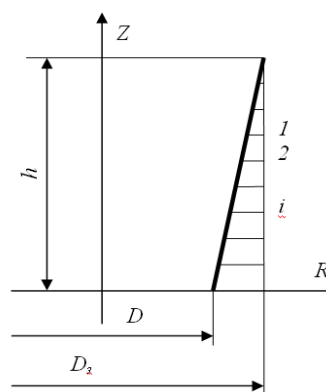


Рис. 2. Модель оболочки

Элемент заготовки под действием детонационных сил находится в осесимметричном напряженном состоянии. Для расчетной схемы нагружение элемента выбрано в виде представленном на рис. 2. На этот элемент действуют (рис. 3):  $P$  – сила волны взрыва направленная под углом;  $\beta_i$  – от центра расположения заряда к элементу;  $N_\varphi$  – тангенциальные усилия (или окружные);  $N$  – осевые силы;  $\alpha_i$  – угол наклона элемента к оси  $OZ$ ;  $R_i$  – расстояние от оси до центра масс элемента;  $d\varphi$  – элементарный угол  $i$ -го элемента. Считается, что  $d\varphi \rightarrow 0$  (рис. 4).

Для выбранной нагрузки уравнение движения в проекциях записывается в виде дифференциальных уравнений движения элементов заготовки, представленных в конечно-разностном виде.

Модель использует: уравнение сохранения массы и уравнение движения:

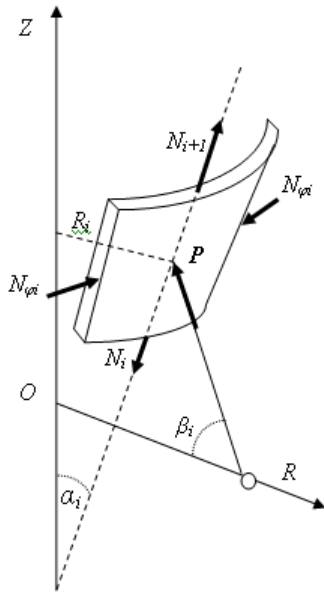


Рис. 3. Элемент оболочки

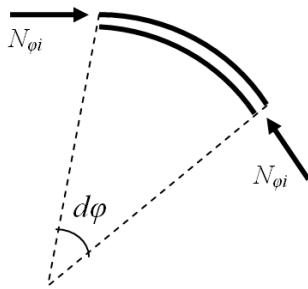


Рис. 4. Элементарный угол элемента

Уравнение движения в проекциях на оси выbranной системы координат записываются в виде:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \ddot{z} &= P \cdot \sin \beta_i + N_{i-1} \cos \alpha_i - N_i \cos \alpha_i; \\ m_1 \cdot \ddot{R} &= P \cdot \cos \beta_i + N_{i-1} \sin \alpha_i - \\ &- N_i \sin \alpha_i + 2 \cdot N_{\varphi} \sin \frac{d\varphi}{2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $m$  – масса  $i$ -го элемента;  $\ddot{z}$  – ускорение элемента вдоль оси OZ;  $\ddot{R}$  – ускорение элемента вдоль оси OR.

В этих уравнениях можно принять

$$m_i = V_i \cdot \rho; \quad (2)$$

$$N_{i-1} = F_{i-1} \cdot \sigma_{ri-1}; \quad (3)$$

$$N_i = F_i \cdot \sigma_{ri}; \quad (4)$$

$$N_{\varphi} = F_{\varphi i} \cdot \sigma_{\varphi}; \quad (5)$$

$$P = P_i \cdot F_{ri}; \quad (6)$$

где  $V_i$  – объем  $i$ -го элемента;  $\rho$  – плотность материала заготовки;  $F_{i-1}$ ,  $F_i$ ,  $F_{ri}$ ,  $F_{\varphi i}$  – площади поверхностей элемента (соответственно: верхняя торцевая, нижняя торцевая, лицевая, боковая);  $P_i$  – давление на лицевую сторону элемента за фронтом ударной волны;  $\sigma_{ri-1}$ ,  $\sigma_{ri}$  – осевые напряжения;  $\sigma_{\varphi}$  – тангенциальное напряжение.

Учитывая, что  $d\varphi \rightarrow 0$ , можно принять  $\sin d\varphi \approx d\varphi$ .

Площади поверхностей можно записать в виде:

$$F_{i-1} \approx F_i = 2 \cdot R_i \cdot \sin \frac{d\varphi}{2} \cdot s \approx R_i \cdot s \cdot d\varphi; \quad (7)$$

$$F_{ri} \approx R_i \cdot L_i \cdot d\varphi; \quad (8)$$

$$F_{\varphi i} \approx L_i \cdot s, \quad (9)$$

где  $s$  – толщина элемента;  $L_i$  – длина элемента.

Объем элемента запишется в виде:

$$V_i = 2 \cdot R_i \cdot \sin \frac{d\varphi}{2} \cdot L_i \cdot s \approx R_i \cdot L_i \cdot s \cdot d\varphi. \quad (10)$$

Давление по образующей оболочки при взрывной штамповке распределено не равномерно. Давление в  $i$ -й точке образующей определяется по следующей зависимости:

$$P_{0i} = 6,45 \cdot 10^7 \cdot \left( \frac{\sqrt[3]{G}}{L_i} \right)^{1,16}, \quad (11)$$

где  $P_{0i}$  – давление в ударной волне;  $G$  – масса заряда;  $L_i$  – расстояние от заряда до  $i$ -й точки образующей:

$$L_i = \sqrt{(R_i - R_G)^2 + (z_i - z_G)^2}, \quad (12)$$

где  $R_i$ ,  $z_i$  – координаты  $i$ -й точки;  $R_G$ ,  $z_G$  – координаты заряда ( $z_G = 0$ ).

Изменение давления за фронтом ударной волны определяется по формуле:

$$P_i(t) = P_{0i} = e^{-t/\Theta}, \quad (13)$$

где  $t$  – время прихода ударной волны в  $i$ -ю точку;  $\Theta$  – характерное время уменьшения пикового давления в  $e$  раз, которое равно:

$$\Theta_i = 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{G} \cdot \left( \frac{L_i}{\sqrt[3]{G}} \right)^{0,16}. \quad (14)$$

Давление ударной волны можно представить через две проекции относительно осей OZ и OR (рис. 5):

$$P_{Ri} = P_i \cdot \cos \beta; \quad (15)$$

$$P_{Zi} = P_i \cdot \sin \beta, \quad (16)$$

где

$$\cos \beta = \frac{0,5 \cdot D_G - R_{oi}}{\sqrt{z_{oi}^2 + (0,5 \cdot D_G - R_{oi})^2}}; \quad (17)$$

$$\sin \beta = \frac{z_{oi}}{\sqrt{z_{oi}^2 + (0,5 \cdot D_G - R_{oi})^2}}. \quad (18)$$

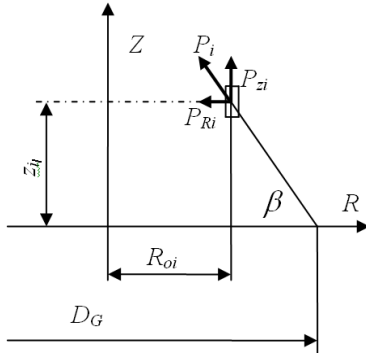


Рис. 5. Воздействие ударной волны на элементы

С учетом записанных выражений уравнение движения запишется в виде:

$$R_i \cdot L_i \cdot s \cdot d\varphi \cdot \rho \cdot \ddot{z} = P_i \cdot R_i \cdot L_i \cdot d\varphi \cdot \sin \beta_i + R_i \cdot s \cdot d\varphi \cdot \sigma_{ri-1} \cos \alpha_i - R_i \cdot s \cdot d\varphi \cdot \sigma_{ri} \cdot \cos \alpha_i; \quad (19)$$

$$R_i \cdot L_i \cdot s \cdot d\varphi \cdot \rho \cdot \ddot{R} = P_i \cdot R_i \cdot L_i \cdot d\varphi \cdot \cos \beta_i + R_i \cdot s \cdot d\varphi \cdot \sigma_{ri-1} \cdot \sin \alpha_i - R_i \cdot s \cdot d\varphi \cdot \sigma_{ri} \cdot \sin \alpha_i + L_i \cdot s \cdot \sigma_\varphi \cdot d\varphi, \quad (20)$$

откуда

$$\ddot{z} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{P_i}{s} \cdot \sin \beta_i + \frac{\cos \alpha_i}{L_i} \cdot (\sigma_{ri-1} - \sigma_{ri}) \right); \quad (21)$$

$$\ddot{R} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{P_i}{s} \cdot \cos \beta_i + \frac{\sin \alpha_i}{L_i} \cdot (\sigma_{ri-1} - \sigma_{ri}) + \frac{\sigma_\varphi}{R_i} \right). \quad (22)$$

Схема решения во времени распространения перемещения устойчива в том случае, если шаг определения значений по времени не превышает

$$\Delta t = \frac{2}{\omega_{\max}}, \quad (23)$$

где  $\omega_{\max}$  – максимальная собственная частота рассматриваемой системы.

Вычисление ее достаточно сложно и поэтому для ее оценки используется следующая величина:

$$\omega_{\max} = \frac{2 \cdot a}{\Delta x_{\min}}, \quad (24)$$

где  $\Delta x_{\min}$  – минимальный характерный размер;  $a$  – скорость звука в материале (скорость возмущений):

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (25)$$

где  $E$  – модуль упругости. В предлагаемой модели в качестве  $\Delta x_{\min}$  выбиралась длина элемента  $L$ .

Следовательно:

$$\Delta t_{nl} = \frac{2 \cdot L}{a}. \quad (26)$$

### 1. Начальный этап воздействия импульса на элемент оболочки

Начальный этап воздействия импульса на элемент характеризуется тем, что связь между элементами не учитывается, т.е. в начальный момент времени  $\sigma_{ri-1}$ ,  $\sigma_{ri}$  и  $\sigma_\varphi$  равны нулю. В этом случае ускорения движения элемента можно записать в виде:

$$\ddot{z} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{P_i}{s} \cdot \sin \beta_i; \quad (27)$$

$$\ddot{R} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{P_i}{s} \cdot \cos \beta_i. \quad (28)$$

Это движение осуществляется до тех пор, пока детонационная волна в материале заготовки, вызванная нагружением ближайшего к заряду элемента, дойдет до конца свободного элемента и вернется обратно к первоначально нагруженному элементу. Следовательно, время 1-го этапа движения равно:

$$\Delta t_{nl} = \frac{2 \cdot L}{a}. \quad (29)$$

Под действием ускорения элемент заготовки выполняет перемещение. Скорость и перемещение центров масс элементов можно определить по формулам:

– вдоль оси OZ:

$$(v_i)_1 = \ddot{z}_i \cdot \Delta t; \quad (v_i)_2 = (v_i)_1 + \ddot{z}_i \cdot \Delta t; \quad \dots;$$

$$(v_i)_j = (v_i)_{j-1} + \ddot{z}_i \cdot \Delta t; \quad (30)$$

$$z_1 = \ddot{z}_i \cdot \frac{\Delta t^2}{2}; \quad z_2 = z_1 + \dot{z}_1^2 \cdot \Delta t + \ddot{z}_2 \cdot \frac{\Delta t^2}{2}; \quad \dots; \\ z_j = z_{j-1} + (v_i)_{j-1} \cdot \Delta t + \ddot{z}_i \cdot \frac{\Delta t^2}{2}. \quad (31)$$

– вдоль оси OR:

$$(v_i)_1 = \ddot{R}_i \cdot \Delta t; \quad (v_i)_2 = (v_i)_1 + \ddot{R}_i \cdot \Delta t; \quad \dots; \\ (v_i)_j = (v_i)_{j-1} + \ddot{R}_i \cdot \Delta t; \quad (32)$$

$$R_1 = \ddot{R}_i \cdot \frac{\Delta t^2}{2}; \quad R_2 = R_1 + v_1 \cdot \Delta t + \ddot{R}_2 \cdot \frac{\Delta t^2}{2}; \quad \dots; \\ R_j = R_{j-1} + (v_i)_{j-1} \cdot \Delta t + \ddot{R}_i \cdot \frac{\Delta t^2}{2}. \quad (33)$$

Последние выражения соответствуют  $i$ -му элементу на  $j$ -м шаге.

## 2. Особенности 2-го этапа воздействия взрыва на элемент обжима

На 2-ом этапе учитываются связи  $i$ -того элемента с  $i + 1$ -м и  $i - 1$ -м элементами. В качестве 1-го шага 2-го этапа деформирования принимают расчетные значения усилий между соседними элементами, которые возникают благодаря удлинению элементов.

1. Определяется длины элементов и расстояния между центрами тяжести.
2. Определяются углы наклона поверхности граничного элемента, а также положение элемента в центре.
3. Определяется деформации элементов
4. Определяется интенсивности напряжений и компоненты напряжения:

Как отмечено в литературе [2] при значительных отношениях радиуса образующей поверхности к толщине заготовки  $\frac{R_{os}}{s} > 10$  напряженное состояние в очаге деформации с достаточной точностью может быть принято плоским. Учитывая, что напряжение  $\sigma_r$  в очаге деформации изменяется от нуля до некоторого наибольшего значения  $\sigma_{rmax}$ , можно сделать предположение, что главными нормальными напряжениями будут  $\sigma_\phi$  и  $\sigma_n$  где  $\sigma_n = 0$ .

Условие пластичности по постоянству максимального касательного напряжения [3] для этого случая имеет вид:  $\sigma_\phi = -\sigma_s$ . Используя аппроксимационную зависимость для предела упрочнения можно записать:

$$\sigma_s = A \cdot l_i^\alpha, \quad (34)$$

где константы закона упрочнения металла  $\alpha$  и  $A$  заданы.

Компоненты напряжения:

$$\sigma_R = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_s}{l_i} \cdot (l_R - l_S). \quad (35)$$

Полученные зависимости обеспечивают просчет уравнения движения для расчета ускорения в конце 1-го шага  $\Delta t$  для 2-го этапа деформирования.

## Заключение

Построенная расчетная модель обжима для получения конической оболочки позволяет просчитать динамику образования оболочки конической формы с контролем параметров, характеризующих ее напряженно-деформируемое состояние.

## Литература

1. Андриенко А.М., Имшенецкий А.А. Расчет напряженно-деформированного состояния оболочек при импульсном нагружении. // Процессы и оборудование импульсной штамповки: Сб. науч. тр.; Редкол.: В.К. Борисевич. – Х.: ХАИ, 1989. – С. 27-37.
2. Попов Е.А. Основы теории листовой штамповки: Учебное пособие для вузов. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.
3. Ударные и детонационные волны. Методы исследования / И.Ф. Кобылкин, В.В. Селиванов, В.С. Соловьев, Н.Н. Сысоев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 376 с.

Поступила в редакцию 25.05.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.П. Герасименко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.