

УДК 621.454:532.525

В.В. СПЕСИВЦЕВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УДАРНО-ВОЛНОВОЙ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРЫ ГАЗА ПЕРВОЙ БОЧКИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ

В работе применены две системы координат для отсчета геометрических характеристик ударно-волновой структуры. Одна от среза сопла, а вторая от псевдо входного сечения бочки для сопла, где в сечении среза имеет место радиальная составляющая скорости. Расчет параметров газа в сечениях бочки произведен с использованием одномерных уравнений газодинамики. Для учета неоднородности газа на срезе сопла введены обобщенные газодинамические функции. На основе гармонического изменения избыточного давления по длине бочки определено фазовое положение среза сопла с раструбом в бочке, что позволило связать принятые системы координат. На основе равенства числа Sh для движения волн и газа в поперечном и продольном направлениях бочки получены уравнения для определения основных геометрических характеристик. Дополнительное использование соотношений течения Прандтля-Майера позволило получить модели зарождения и местоположения скачка в бочке. Приведены результаты расчетов отклонений геометрических характеристик по моделям от многочисленных экспериментальных данных в интервале располагаемых перепадов на сопле от критического до 5000. Согласование хорошее.

Ключевые слова: сверхзвуковая свободная струя, раструб сопла, ударно-волновая структура, геометрические характеристики.

Принятые условные обозначения

$v = V / D_{кр}$ – координата от входа бочки;
 $u = U / D_{кр}$ – координата от среза сопла;
 V_a – длина участка псевдобочки;
 $n_a = V_a / V_1$ – относительная длина бочки;
 $d = D / D_{кр}$ – относительный диаметр струи;
 φ_1 – коэффициент потерь импульса;
 $\Pi_n = p_k / p_n$ – располагаемый перепад давлений при расширении газа до окружающей среды;
 $n_n = p_a / p_n$ – степень нерасчетности сопла;
 n – фазовое положение сечения бочки (изменяется от 0 до 1);
 φ – полярный угол течения Прандтля-Майера.

Индексы

k – параметры в камере сгорания;
 n – параметры при расширении газа до давления окружающей среды;
 a – параметры среза сопла;
 0 – входное сечение бочки;
 c – среднее сечение бочки;
 1 – выходное сечение бочки;
 $ск$ – параметры центрального скачка уплотнения;
 $кр$ – параметры в критическом сечении сопла;

x – регулярный режим отражения волн;
 $*$ – первый критический режим истечения;
 $**$ – второй критический режим истечения.

Введение

Газодинамическая структура начального участка ввиду отсутствия теории являлась предметом значительного количества экспериментальных исследований. Наибольшее внимание было уделено выяснению зависимости расстояния от среза сопла до центрального скачка уплотнения от параметров, определяющих течение. На основании широких исследований турбулентных недорасширенных струй подогретого воздуха при истечении в затопленное пространство в диапазоне $n_n = 1 \dots 4 \cdot 10^4$; $M_a = 1 \dots 6$ и $\beta_a = 0 \dots 20^\circ$ В.С. Авдеевским и др. получен ряд эмпирических формул для характерных геометрических размеров ($u_{ск}$; $d_{ск}$; d_c ; u_1 и др.). Эти формулы приведены в работе [1]. Имеющиеся эмпирические формулы усредняют геометрические характеристики в одном-двух диапазонах исходных параметров или приводятся для нескольких газов с различными отношениями теплоемкостей. Это снижает точность определения интересующих размеров, особенно если применять эмпирические формулы для газов других составов. Продукты сгорания ракетных топлив, например, имеют $\kappa = 1,15 \dots 1,25$.

Модели геометрических характеристик бочки

Настоящая работа является попыткой распространить физические модели ударно-волновой структуры [2] на струи, истекающие из сверхзвукового сопла. Суть теории [2] заключается в постоянстве числа Струхала для поперечных и продольных движений волн и газа.

На рис. 1 приведена предлагаемая схема течения на начальном участке недорасширенной затопленной струи, истекающей из сопла с раструбом.

К звуковому соплу бочка присоединена минимальным плоским сечением. При сверхзвуковом сопле бочка присоединяется к срезу сечением с поперечной составляющей скорости. На предельном режиме перерасширения, как показано в работе [3], бочка присоединена к соплу своим средним плоским сечением, где диаметр (d_c) максимальный.

Согласно теории [2] имеем

$$v_1 = d_c \lambda_{пер} \varphi_1, \quad (1)$$

где $\lambda_{пер}$ – средняя переносная скорость газа в бочке от сечения «0» до сечения «1»; φ_1 – коэффициент потерь импульса за счет поперечной составляющей скорости при расширении до p_H .

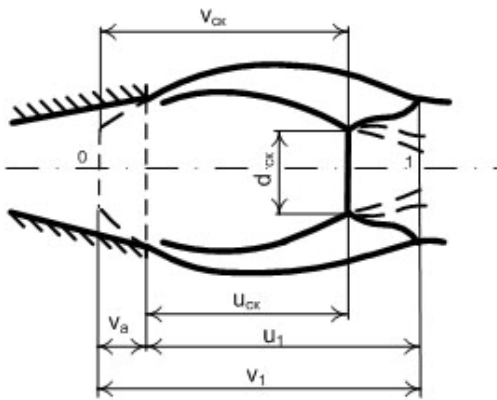


Рис. 1. Схема первой бочки при истечении из сверхзвукового сопла

Поперечные сечения бочки определены совместным решением одномерных уравнений расхода и импульса, составленных для свободной струи

$$q(\lambda) = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{f} q(\lambda_{нач}), \quad (2)$$

$$z(\lambda) = z(\lambda_{нач}) + \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{f-1}{\Pi_H q(\lambda_{нач})}. \quad (3)$$

Максимальному сечению бочки соответствует решение этих уравнений в области $\lambda > \lambda_H$, а минимальному – соответственно $\lambda < \lambda_H$.

Для струи, истекающей из звукового сопла, в эти уравнения достаточно ввести параметры среза сопла, которое одновременно является минимальным сечением бочки. В струях, истекающих из сверхзвукового сопла, сечение взаимодействия бочки и среза сопла не является одномерным за счет наклона к оси стенки сопла (β_a). Для учета неоднородности течения газа на срезе сопла вводим обобщенные соотношения газодинамических функций на случай радиальной составляющей скорости (α):

$$q(\lambda, \alpha) = q(\lambda_{нач}) \varphi_1; \quad (4)$$

$$z(\lambda, \alpha) = \frac{1}{\varphi_1} \left[\left(\frac{2\hat{\epsilon}}{\hat{\epsilon}+1} \varphi_1^2 - \frac{\hat{\epsilon}-1}{\hat{\epsilon}+1} \right) \lambda + \frac{1}{\lambda} \right]. \quad (5)$$

Здесь $\varphi_1 = (1 + \cos \beta_a) / 2$.

Согласно исследованиям [4] избыточное давление газа в бочке по ее длине можно записать гармонической функцией

$$\frac{p - p_H}{p_0 - p_H} = \cos 2\pi n. \quad (6)$$

Используя решение уравнений (2) и (3) при $\sigma = 1,0$, после нахождения значений давлений в характерных сечениях, с учетом (6), определим фазовое положение параметров газа сечения бочки, где находится срез сопла. На режиме недорасширения газа в сопле ($p_a > p_H$):

$$n_a = \frac{1}{2\pi} \arccos \left(\frac{p_a - p_H}{p_0 - p_H} \right), \quad (7)$$

а на режиме перерасширения – ($p_a < p_H$):

$$n_a = 0,5 - \frac{1}{2\pi} \arccos \left(\frac{p_H - p_a}{p_H - p_c} \right). \quad (8)$$

По уравнению (7) давление в струе по длине бочки аппроксимируется гармонической функцией в диапазоне $p_0 - p_a - p_H$, при расчетном режиме истечения из сопла с раструбом $n_a = 0,25$. При истечении из звукового сопла $n_a = 0$. По уравнению (8) аппроксимация проводится в диапазоне давлений $p_H - p_a - p_c$ для сопел с раструбом. При расчетном режиме работы сопла также $n_a = 0,25$, а в предельном случае перерасширения газа (при отрыве струи от стенок сопла) $n_a = 0,5$.

Таким образом, при истечении струи из сопла с раструбом участок бочки V_a отсутствует, т.к. срез сопла присоединен к промежуточному сечению бочки. Эквивалентом действительному срезу сопла будет псевдовходное сечение бочки с одномерными параметрами λ_0, f_0 , значение которых получаем из

решения уравнений для свободного течения газа.

В табл. 1 приведены скорость газа во входном сечении бочки (λ_0) и фазовое положение среза сопла (n_a) в бочке. Значения рассчитаны для сопла с параметрами среза $M_a = 3,0$, $\lambda_a = 1,964$, $\beta_a = 10^\circ$ для воздуха.

Таблица 1

Параметры входного сечения бочки и фазового положения среза сопла

$M_a = 3,0$; $\lambda_a = 1,964$; $\beta_a = 10^\circ$; $\kappa = 1,4$

Π_n	36,73	41,80	46,79	65,85	69,30
λ_0	0,250	0,223	0,200	0,150	0,145
λ_0	1,867	1,885	1,898	1,919	1,890

При бесконечно большом увеличении располагаемого перепада давлений на сопле фазовое положение среза сопла стремится к нулю, а скорость газа в сечении «0» стремится к значению скорости на срезе сопла, т.е. $\lambda_0 \rightarrow \lambda_a$. Если $\beta_a = 0^\circ$, то скорость $\lambda_0 = \lambda_a$ на всех режимах при $n_n \geq 1,0$, т.к. радиальная составляющая скорости газа равна нулю.

Осевая координата выходного сечения бочки (u_1), принимаемая обычно за ее длину, найдется из уравнения (см. рис. 1):

$$u_1 = v_1 - v_a. \tag{9}$$

Используя уравнение (1), получим после преобразования

$$u_1 = d_c \lambda_{пер} (1 - n_a) \varphi_i. \tag{10}$$

При проведении экспериментов по определению u_1 для струй, истекающих из звуковых сопел, замечено, что кривая $u_1 = f(n_n)$ имеет излом [5]. Установлено, что отношение статического давления среза сопла к давлению окружающей среды в этом случае равно критическому, поэтому этот режим назван вторым критическим. Степень нерасчетности для этого режима у звуковых сопел $n_{**} = 1/(\pi(1))^2$, а у сверхзвуковых сопел $n_{**} = \Pi_a / \pi(1)$. На основании сравнения расчетов по уравнению (1) с многочисленными экспериментальными данными установлено, что при $n_n < n_{**}$ $\lambda_{пер} = \lambda_n$, а при $n_n \geq n_{**}$ $\lambda_{пер} = \lambda_{n**} = \text{const}$. Очевидно, что при $n \geq n_{**}$ наступает кризис. Увеличения переносной скорости не наблюдается вплоть до бесконечно большого повышения давления p_k . Этот режим связан напрямую с возникновением и развитием в центре бочки прямого скачка уплотнения.

При решении задачи о возникновении центрального скачка предлагается следующая модель (рис. 2). В случае регулярного отражения волн от

оси струи головная характеристика при расширении до давления p_n пересекает ось на удалении v_x от плоскости входного сечения бочки.

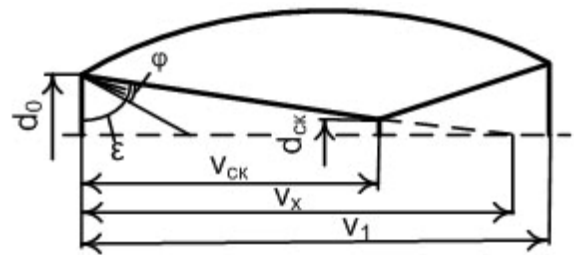


Рис. 2. Схема к модели возникновения центрального скачка

$$v_x = \frac{d_0}{2} \text{tg}(\phi + \epsilon). \tag{12}$$

В этом уравнении $\phi = \phi_n - \phi_0$, так как поворот потока и его разгон в свободном течении начинается от λ_0 , а ϵ – угол, замыкающей волны расширения, расположенной под углом Маха к осевой скорости λ_0 , тогда $\epsilon = \arccos(1/M_0)$.

Для определения координаты скачка воспользуемся анализом движения волн между входным плоским сечением бочки и плоским скачком. Скорость движения прямой волны $w' = |w_0 + a_{кр}|$, а отраженной – $w'' = |w_0 - a_{кр}|$. Средняя скорость волн при взаимодействии этих сечений

$$w = \frac{|w_0 + a_{кр}| + |w_0 - a_{кр}|}{2} = w_0.$$

Тогда из равенства числа Струхала для продольных и поперечных движений волн в бочке получим расстояние до скачка уплотнения

$$v_{СК} = \lambda_0 d_c. \tag{13}$$

В литературе имеются экспериментальные данные по удалению скачка от среза сопла. Поэтому уравнение (13) для этих координат преобразуется к виду

$$u_{СК} = d_c (\lambda_0 - \lambda_{пер} n_a \varphi_i). \tag{14}$$

Конец режима регулярного отражения волн и режима зарождения центрального скачка уплотнения в бочке определится совместным решением уравнений (12) и (13). Для струй, истекающих из сужающего сопла $\lambda_0 = 1$, решение простое и зависит только от диаметра струи и отношения теплоемкостей рабочего тела.

Вычислениями получено уравнение показателя нерасчетности, который соответствует зарождению центрального скачка.

$$n_{нск} = 0,767 \kappa + 1,362. \tag{15}$$

Для газов различного состава погрешность определения этого режима по уравнению (15) не превышает 1%. Для струй, истекающих из сверхзвукового сопла, этот показатель является функцией нескольких переменных. В табл. 2 приведены его значения для сопел, работающих на воздухе, с параметрами среза M_a и β_a . Здесь же приведены значения располагаемых перепадов давлений второго критического режима и режима зарождения центрального скачка.

Таблица 2
Режимы зарождения прямого скачка ($n_{нск}$) в центре бочки (рабочее тело – воздух)

M_a	$P_{н**}$	$P_{нск}$	β_a, \dots°	$n_{нск}$
1,0	3,58	4,68	0	2,44
2,5	32,34	33,54	2	1,96
			5	1,84
			10	1,24
3,0	69,33	69,53	2	1,77
			5	1,60
			10	1,01

Используя схему (рис. 2), определим диаметр центрального скачка уплотнения из отношения

$$d_{ск} / d_0 = (v_x - v_{ск}) / v_x \quad (16)$$

Используя уравнения (12), (13) получим окончательно

$$d_{ск} = d_0 - \frac{2\lambda_0 d_0}{\text{tg}(\varphi + \varepsilon)} \quad (17)$$

При истечении из звукового сопла скачок зарождается в сечении бочки с фазовым значением 0,75 и с увеличением располагаемого перепада давлений смещается вниз по течению, при этом отношение $v_{ск} / v_1$ стремится к единице. В табл. 3 приведено это отношение для сопел с различными параметрами среза в зависимости от располагаемого перепада давлений.

Таблица 3
Зависимость $v_{ск} / v_1$ для сопел со срезом M_a от располагаемого перепада давлений

M_a	P_n				
	4,68	150	700	1500	5000
1,0	0,75	0,80	0,83	0,85	0,87
2,5	–	0,94	0,96	0,96	0,99
3,0	–	0,95	0,96	0,97	0,99
5,0	–	–	0,96	0,97	0,98

Проверка адекватности теории

Для проверки адекватности теории и предлагаемых моделей проводились расчеты по приведенным уравнениям и сравнивались с эксперименталь-

ными данными В.С. Авдеевского. Отклонения теоретических значений (x_T) от опытных ($x_{оп}$) определяли по формуле $x = (x_{оп} - x_T) / x_T$ и представляли в процентах. В табл. 4 приведены отклонения d_c , $u_{ск}$ и u_1 для сопел с различными числами Маха на срезе и углами наклона стенки сопла к оси.

Таблица 4
Отклонения в процентах теоретических и опытных параметров бочек для сопел в зависимости от располагаемого перепада давлений (рабочее тело – воздух)

M_a	β_a, \dots°	Пара-метр	P_n			
			150	700	1500	5000
1,0	0,0	$u_{ск}$	-5,8	-8,0	-8,9	-9,7
		u_1	-1,4	-0,3	0,7	2,5
2,5	10,0	$u_{ск}$	6,0	2,1	1,2	6,5
		d_c	-3,5	-0,7	-1,7	-2,9
	2,0	$u_{ск}$	-6,5	-8,5	-11,3	-13,0
		d_c	-1,0	1,7	6,0	8,2

Относительно большие отклонения у сопел с рас-трубом объясняются большим усреднением при сглаживании экспериментальных данных, полученных в широком диапазоне изменяемых параметров: число Маха на срезе сопла, угол наклона стенки сопла. У звуковых сопел разбросы этих параметров отсутствуют, поэтому здесь наблюдается хорошее согласование результатов эксперимента и теории. Значение диаметра скачка согласуется с экспериментальными данными в узком диапазоне в окрестности режима зарождения скачка. Предложенная модель, основанная на прямолинейных границах головной волны (рис. 2) не отражает физическую картину течения в бочке при увеличении располагаемого перепада давлений, когда с прямым скачком взаимодействует висячий криволинейный скачок (рис. 1).

Заключение

1. Разработаны теоретические положения и получены модели геометрических характеристик ударно-волновой структуры сверхзвуковой струи.
2. Полученные модели (10) и (14) хорошо согласуются с опытом в широком диапазоне изменяемых параметров.
3. Определено значение коэффициента второго критического режима, равное критическому соотношению p_a / p_n .
4. Модель (17) применима в локальной области режимов, соответствующих зарождению центрального скачка.

Литература

1. Дулов В.Г. Газодинамика процессов истечения / В.Г. Дулов, Г.А. Лукьянов. – Новосибирск: Наука, 1984. – 235 с.

2. Спесивцев В.В. Физические модели газодинамической структуры начального участка сверхзвуковой осесимметричной струи, истекающей из звукового сопла / В.В. Спесивцев // *Авиационно-космическая техника и технология: сб. научн. тр. Гос. аэрокосм. ун-та «ХАИ»*. – Х.: ХАИ, 1998. – Вып. 7. – С. 31-35.

3. Спесивцев В.В. Новый подход к теории отрыва струи ракетного двигателя от стенки сопла на режимах перерасширения / В.В. Спесивцев,

Ю.В. Спесивцева // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2007. – № 3(39). – С. 79-84.

4. Спесивцев В.В. Методика и результаты экспериментального исследования распределения газодинамических параметров на оси свободной расчетной струи с учетом ее волновой структуры / В.В. Спесивцев // *Высокотемпературные газовые потоки, их получение и диагностика: сб. научн. тр. Харьк. авиац. ин-т*. – Х.: ХАИ, 1981. – С. 44-48.

5. Спесивцев В.В. Параметры волновой структуры сверхзвуковой газовой струи при нерасчетных режимах истечения из конического сопла / В.В. Спесивцев // *Высокотемпературные газовые потоки, их получение и диагностика: сб. научн. тр. Харьк. авиац. ин-т*. – Х.: ХАИ, 1990. – С. 62-67.

Поступила в редакцию 4.07.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. отделом В.В. Соловей, Институт проблем машиностроения НАН Украины, Харьков.

ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ УДАРНО-ХВИЛЬОВОЇ СТРУКТУРИ І ПАРАМЕТРИ ГАЗУ ПЕРШОЇ БОЧКИ НАДЗВУКОВОГО СТРУМЕНЮ

В.В. Спесивцев

У роботі застосовані дві системи координат для відліку геометричних характеристик ударно-хвильової структури. Одна від зрізу сопла, а друга від псевдо вхідного перетину бочки для сопел, де в перетині зрізу має місце радіальна складова швидкості. Розрахунок параметрів газу в перетинах бочки зроблений з використанням одномірних рівнянь газодинаміки. Для обліку неодномірності газу на зрізі сопла введені узагальнені газодинамічні функції. На основі гармонійної зміни надлишкового тиску по довжині бочки визначене фазове положення зрізу сопла з розтрубом у бочку, що дозволило зв'язати прийняті системи координат. На основі рівності числа Sh для руху хвиль і газу в поперечному і подовжньому напрямках бочки отримані рівняння для визначення основних геометричних характеристик. Додаткове використання співвідношень плинину Прандтля-Майєра дозволило одержати моделі зародження і місця розташування стрибка в бочку. Приведено результати розрахунків відхилень геометричних характеристик по моделях від багаточисельних експериментальних даних в інтервалі розташовуваних перепадів на соплі від критичного до 5000. Узгодження гарне.

Ключові слова: надзвуковий вільний струмінь, розтруб сопла, ударно-хвильової структури, геометричні характеристики.

THE GEOMETRICAL CHARACTERISTICS OF THE SHOCK-WAVE STRUCTURE AND THE GAS PARAMETERS OF THE FIRST BARREL OF THE SUPERSONIC JET

V.V. Spesivtsev

The two coordinate systems for counting of geometrical characteristics of shock-wave structure have been applied in the work. The one is from the nozzle exit section and the second is from pseudo input section of barrel for the nozzles in which the radial velocity component in exit section occurs. The calculation of gas parameters in the barrel sections has been executed with one-dimensional gas-dynamical equations using. For taking account of the gas non-one-dimension at nozzle exit section the generalized gas-dynamical functions have been put. On basis of the excess pressure harmonic change along the barrel length the phase position of nozzle exit section with diffuser in the barrel has been specified. It has allowed correlating the accepted coordinate systems. On basis of Strouhal number equation for waves and gas moving in transversal and longitudinal directions of barrel the equations have been obtained for definition of major geometrical characteristics. The additional using of Prandtl-Mayer flow relations has been allowed to obtain the models of initiation and location of shock wave in the barrel. The calculated results of geometrical characteristics deviations on the models verse numerical experimental data in interval of available differences in a nozzle from throat till 5000 have been brought. The matching is close.

Key words: supersonic free jet, the effusing from the nozzle diffuser, the shock-wave structure, geometrical characteristics.

Спесивцев Виктор Васильевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри ракетних двигателів Національного аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.