УДК 629.735.33

А.В. АМБРОЖЕВИЧ[1], И.П. БОЙЧУК[1], С.Н. ЛАРЬКОВ[2], В.А. СЕРЕДА[1]

[1] ***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***
[2] ***ГНПО «Коммунар», Украина***

МАЛОРЕСУРСНЫЙ МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ В ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЛАСТЯХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

С целью интенсификации начальных этапов газодинамического проектирования различных объектов аэрокосмической техники (АКТ) предложен метод отображения направляющих свойств внешних и внутренних поверхностей на грубых расчетных декартовых сетках. Продемонстрирована возможность применения предложенной модели к решению задачи внешнего и внутреннего обтекания свободнолетающего аппарата с ракетным двигателем при ограничении вычислительных ресурсов условием применения ПЭВМ ординарного класса. В виде графического материала представлены результаты численного эксперимента.

Ключевые слова: *опережающие численные исследования, летательный аппарат, процессы внешнего и внутреннего обтекания, конечно-разностные методы, метод особенностей, расчетные сетки.*

Введение

Любая практическая задача порождает методы решения, адекватные уровню развития расчетного инструментария. Типичная практическая задача исследования процесса движения свободнолетающих аппаратов с аэродинамическими и аэробаллистическими принципами поддержания, оснащенных двигательными установками, до недавнего времени относилась к монопольной сфере весьма приближенных траекторных моделей динамики полета, не ориентированных по своему происхождению на применение машинных вычислений. С появлением высокопроизводительных ЭВМ возникла возможность получения сеточных приближенных решений многомерных нестационарных задач газовой динамики, что явилось предпосылкой к освоению класса качественно новых моделей объектов аэрокосмической техники (АКТ), отображающих комплексный характер взаимодействующих внешних и внутренних течений [1]. Указанный класс моделей при использовании ординарных ЭВМ на данном этапе, тем не менее, остается проблематичным в реализации, так как в силу ресурсных ограничений предполагает применение относительно грубых сеток к геометрическим областям со сложной формой неодносвязных криволинейных границ.

Для получения уточненных отображений криволинейных границ разработан широкий спектр методов, основанных на применении адаптивных структурированных или неструктурированных неортогональных сеток. Построение адекватной адаптивной сетки является отдельной задачей вычислительной геометрии. В связи с этим понятен практический интерес к однородным конечно-разностным схемам, позволяющим решать уравнения пространственного движения среды в областях со сложной формой границ на декартовых сетках. Привлекательность последних определяется простотой получения конечно-разностных аналогов дифференциальных уравнений в частных производных и возможностью дискретизации подвижных границ без многократного перестроения сеток.

Известны методы декартовых сеток, основывающиеся на разнообразных способах представления криволинейных границ [2]: скошенных ячеек [3, 4], погруженной границы [5], погруженных интерфейсов [6], разностных потенциалов [7], а также фиктивной области [8, 9].

В настоящей статье представлен метод получения уточненных решений краевых задач, составляющих математическое описание моделей процесса нестационарного внешнего и внутреннего обтекания летательных аппаратов (ЛА) вязкой сжимаемой средой с переменными условиями на внешних границах контрольного объема, при использовании на грубых прямоугольных сетках. Основные факторы процесса универсальным образом отображены средствами метода особенностей в форме источников-стоков (ИС) [1, 10 – 12].

1. Система уравнений модели

Математическое описание модели свободнолетающего ЛА основывается на консервативной форме записи системы уравнений пространственного течения в декартовых координатах, состоящей из уравнений законов сохранения массы, импульса (в проекциях на оси координат) и энергии – целом, и по отдельным видам:

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \vec{\nabla}\vec{\Phi} = \sum_{n=1}^{M_M}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial t}\right)_{(n)} + \sum_{n=1}^{M_C}\vec{\Delta}_{(n)}\,, \qquad (1)$$

где $\vec{F} = \rho\left\{1, \vec{C}, \vec{w}, \varepsilon^0\right\}$ – обобщенные потоковые вектор-матрицы; $\vec{\Phi} = \sum_{k=1}^{3}\vec{i}_k\vec{\Phi}_k$ – вектор-матрица конвективных и волновых процессов; $\vec{i}_k$ – орты прямоугольной системы координат; $\vec{\Phi}_k = \vec{F}w_k + p\left(0, 0, 0, 0, 0, \delta_{1,k}, \delta_{2,k}, \delta_{3,k}, w_k\right)$ – проекции вектор–матрицы конвективных и волновых процессов на оси координат; x_1, x_2, x_3 – пространственные координаты; p – давление; w_1, w_2, w_3 – компоненты вектора скорости; ε, i, ε^0, i^0 – внутренняя энергия и энтальпия, по статическим параметрам и полные; $\vec{C} = \left\{\omega, \omega_г, \bar{t}, S\right\}$ – вектор-матрица функций субстанциональных свойств; ω, $\omega_г$ – массовые концентрации продуктов сгорания и исходных реагентов; $\bar{t}$ – индивидуальное время химически реагирующей частицы; S – энтропия; $\vec{\Delta}_{(n)} = \left\{0, \frac{\partial\left(\rho\vec{C}\right)}{\partial t}, \vec{f}, \frac{\partial\left(\rho\varepsilon^0\right)}{\partial t}\right\}_{(n)}$ – вектор-матрица «свободных» ИС; M_M – общее число групп ИС, обусловленных субстанциональным переносом; M_C – общее число групп «свободных» ИС, (n) – индексы групп особенностей.

Условия однозначности решения системы (1) состоят из краевых условий, термического и калорического уравнений состояния, соотношений определяющих интенсивности особенностей.

2. Метод численного решения

Для решения эволюционной задачи используется конечно-разностный метод, реализованный на регулярной временной сетке.

Представления структурной декомпозиции системы (1) сводятся к принципу расщепления по физическим процессам n=0,…, M в применении к операциям каждого временного шага.

В общем случае явный разностный аналог системы дифференциальных уравнений (1) принимает следующий вид:

$$\vec{F}^{\,l+1}_{i_1, i_2, i_3} = \vec{F}^{\,l}_{i_1, i_2, i_3} + \tau\sum_{n=0}^{M}\left(\vec{\Lambda}_n\right)^{l}_{i_1, i_2, i_3}\,, \qquad (2)$$

где «$(...)^l$», «$(...)_{i_1, i_2, i_3}$» – индексы временного слоя и узлов прямоугольной сетки соответственно; $\tau^l \equiv \Delta t$ – временной шаг.

Разностные аналоги $\left(\Lambda_n\right)^l_{i_1, i_2, i_3}$ на каждом новом временном слое отвечают независимым (параллельным) вычислительным шагам и находятся по состоянию предыдущего: $\Pi^l_{i_1+\sigma_1, i_2+\sigma_2, i_3+\sigma_3}$, где $\left\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\right\}$ – относительные индексы шаблона разностной схемы шага расщепления № n.

Для расчета параметров «автономного» течения используется и интегро-интерполяционный метод [15] представления разностных аналогов конвективных производных:

$$\left.\frac{\partial\vec{\Phi}_k}{\partial x_k}\right|_{x_1(i_1),\, x_2(i_2),\, x_3(i_3)} \cong$$

$$\cong \frac{1}{h_k}\sum_{\beta=-1}^{1}\beta\Phi_k{}^{l+\frac{1}{2}}_{i_1+\frac{\beta\delta_{k,1}}{2},\, i_2+\frac{\beta\delta_{k,2}}{2},\, i_3+\frac{\beta\delta_{k,3}}{2}}\,, \qquad (3)$$

где h_k, $k = 1, 2, 3$ – шаги пространственной сетки.

С использованием представлений (2) и формул аппроксимации вида (3) разностная схема шага «автономного» течения принимает вид:

$$\vec{F}^{\,l+1}_{i_1, i_2, i_3} = \vec{F}^{\,l+\frac{\gamma}{2}}_{i_1, i_2, i_3} + \tau^l\left(\Lambda_0\right)^l_{i_1, i_2, i_3}\,, \qquad (4)$$

где $$\left(\Lambda_0\right)^l_{i_1, i_2, i_3} = -\sum_{k=1}^{3}\frac{1}{h_k}\times$$

$$\times\sum_{\beta=-1}^{1}\beta\Phi_k{}^{l+\frac{1}{2}}_{i_1+\frac{\beta\delta_{k,1}}{2},\, i_2+\frac{\beta\delta_{k,2}}{2},\, i_3+\frac{\beta\delta_{k,3}}{2}}\,,$$

$\gamma = \begin{cases} 0, \left\{i_1, i_2, i_3\right\} \notin \Gamma_{подв}\left(t^l\right) \\ 1, \left\{i_1, i_2, i_3\right\} \in \Gamma_{подв} \end{cases}$ – параметр, управляющий заданием исходного состояния на подвижных границах и во всех прочих узлах расчетной сетки.

Для определения потоковых компонент $\Phi^{l+\frac{1}{2}}_{i_1+\frac{\beta\delta_{k,1}}{2},\, i_2+\frac{\beta\delta_{k,2}}{2},\, i_3+\frac{\beta\delta_{k,3}}{2}}$ на гранях внутренних ячеек сетки и на свободных границах используется решение задачи о распаде начального разрыва [15, 16]. На непроницаемых стенках используется решение задачи о взаимодействии однородного потока газа с преградой, которое представляет собой частный случай задачи о распаде разрыва и также удовлетворяет условиям совместности. Исходя из условий экономичности алгоритма, решения перечисленных автомодельных задач находятся в изоэнтропическом приближении в виде аналитических зависимостей.

Диссипативная сигнатура физического оригинала отображается по принципу контроля над аппроксимационной вязкостью на основании априорных представлений об аналогах объекта исследований [10 – 11, 17 – 18]. Данный принцип исходит из подтвержденного на практике предположения о подобии структур коэффициентов вязкости – физической и аппроксимационной [19]. Диссипация в процессе обтекания внешней и внутренней поверхностей ЛА воспроизводится путем нормировании аппроксимационной вязкости [10 – 11, 17 –1 8], что может рассматриваться в качестве однопараметрической модели турбулентности, а соответствующее дифференциальное приближение уравнения импульса системы (2) – как аналог уравнения Навье-Стокса.

3. Дискретизация области

Расчетные ячейки выбираются шестигранными (гексаэдральными). Предпочтительность гексаэдральных сеток обусловлена рядом их важных преимуществ:

– более высокой точностью решения [13, 14];

– возможностью измельчать сетку только в одном направлении без снижения точности, например – в пограничном слое по нормали к стенке;

– уменьшенным общим количеством ячеек [13].

Основной недостаток данного типа сеток состоит в трудности отображения сложных расчетных областей. В этом случае гексаэдральные структурированные сетки из-за локального вырождения либо не могут быть построены в принципе, либо оказываются существенно неоптимальными, что приводит к большим погрешностям.

В настоящей работе сеточное отображение топологических свойств контрольного объема задается твердотельной маской, имитирующей «тонкие» перегородки и «телесные» зоны.

«Тонкие» перегородки задаются свойством проницаемости границы ячеек. «Телесные» зоны, воспроизводящие в модели элементы конструкции, задаются введением массива непроницаемых ячеек, исключенных из области решения краевой задачи. Вид расчетной области применительно к задаче течения в сверхзвуковой части сопла ракетного двигателя представлен на рис. 1, а. Маска формируется с использованием операции импорта твердотельного образа поверхностей, сгенерированного в системе проектирования, в среду алгоритмического языка.

4. Метод отображения направляющих свойств твердотельных границ

Для обеспечения адекватного отображения направляющих свойств поверхностей ЛА на относительно грубых сетках подобно несущим дискам, имитирующим венцы турбомашин [10 – 11, 17 – 18] используется изоэнтропическая модель взаимодействия, учитывающая, что поверхностные силы не совершают работы в системе отсчета, связанной с обтекаемым объектом. Модель оперирует представлением о силовом воздействии на лагранжеву частицу, которая из начального положения по истечении малого промежутка времени приобретает заданное направление движения. Данная модель позволяет найти вектор скорости с учетом поворота потока (рис. 2), что дает возможность далее определить давление и температуру. На рис. 3 показаны направляющие косинусы потока в виде треугольных плоскостей. Для генерации поверхностной маски (рис. 1, б) и маски косинусов (рис. 3) в среде проектирования и их импорта в языки программирования высокого уровня, авторами статьи разработан специальный пакет программ.

5. Пример расчетов

Возможности предложенного метода отображения сложных газодинамических систем на грубых стенках представлены на примере моделирования течений в зоне сверхзвуковой части сопла ракетного двигателя ЛА. Формирование реактивной струи в критическом сечении сопла соответствует заданной циклограмме силы тяги и сводится к заданию локализованных источников массы продуктов сгорания и энергии (рис. 1, а).

Сопоставление результатов расчета с использованием предложенного метода отображения направляющих свойств поверхности и без него приводит к однозначному выводу об адекватности физическому оригиналу первого варианта решения, как реализующего безотрывное истечение газа (рис. 4).

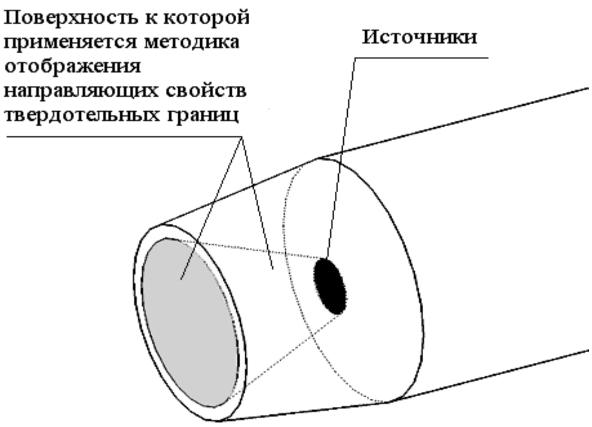
Результаты моделирования эволюции реактивной струи в фазе запуска ракетного двигателя представлены в форме срезов полей концентрации продуктов сгорания посредством дескриптивной визуализации на рис. 5.

Заключение

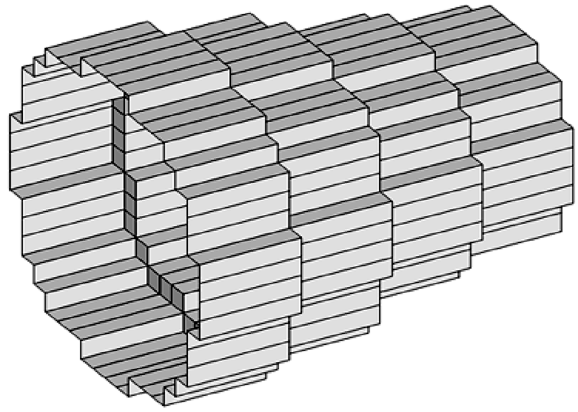
1. Представленный метод демонстрирует плодотворность использования общих принципов и подходов механики сплошных сред, обеспечивающих универсализацию технологий моделирования разнородных газодинамических процессов в целях интенсификации цикла проектирования за счет усиления роли опережающих численных исследований.

2. Предложенный метод при наличии соответствующей физико-математической квалификации исследователей обеспечивает возможность малоресурсного решения важных задач проектирования объектов АКТ на базе ПЭВМ ординарного класса, недоступную пользователям «фирменных» пакетов программ.

3. Область применения предложенного метода моделирования газодинамических процессов в контрольных объемах со сложной топологией внутренних и внешних (в общем случае – подвижных) границ на грубых сетках не ограничивается приведенным выше примером расчета течений в зоне работающего двигателя свободнолетающего ЛА.



а



б

Рис. 1. Донная часть ЛА: а – модель, б – твердотельная маска

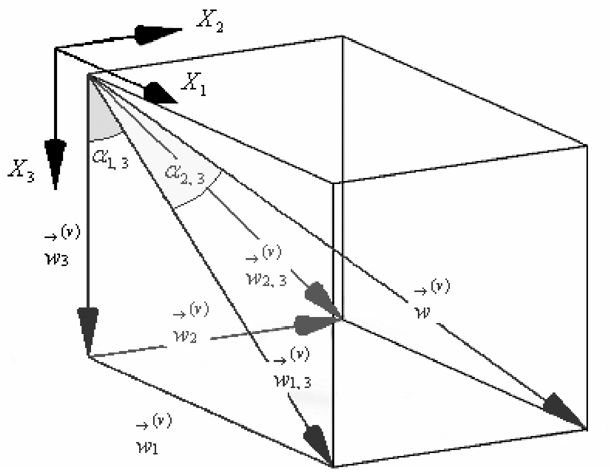


Рис. 2. Вычислительная ячейка и компоненты вектора скорости в заданном поле направлений

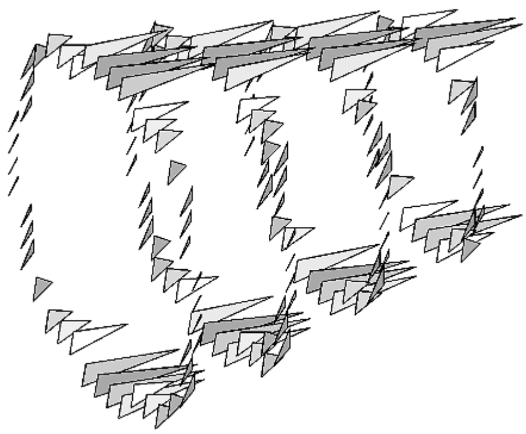
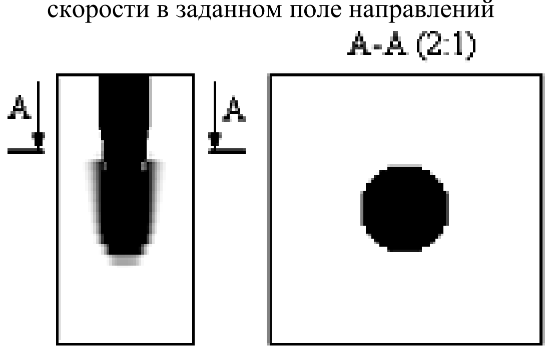
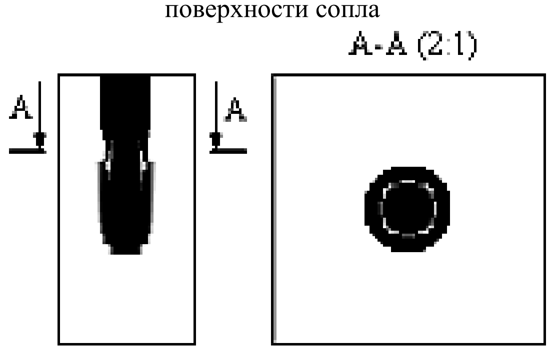


Рис. 3. Маска направляющих косинусов внутренней поверхности сопла



а



б

Рис. 4. Результат расчета: а – с использованием метода маски направляющих косинусов, имитирующей воздействие стенок сопла; б – без использования

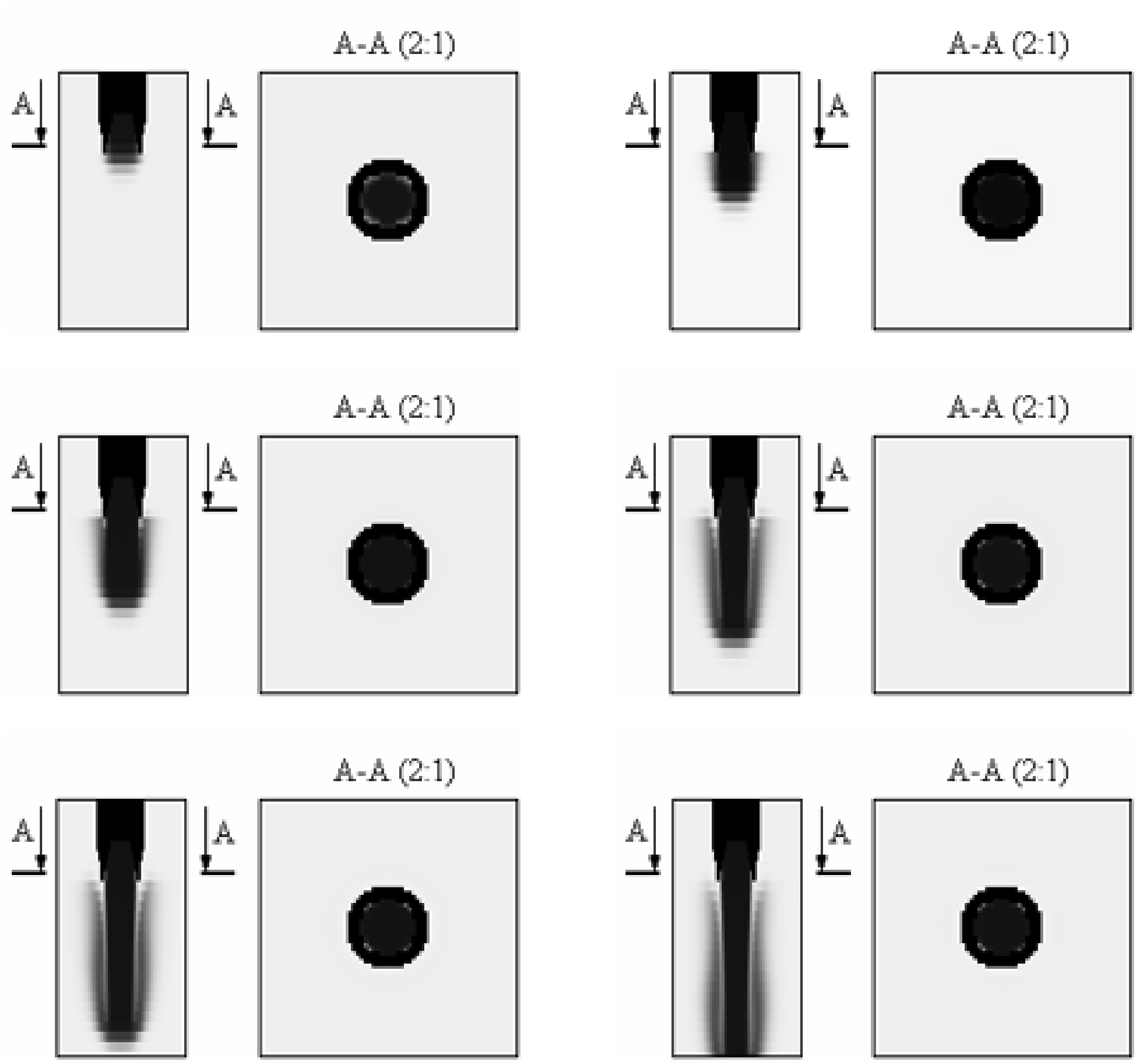


Рис. 5. Эволюция реактивной струи, отображенная на грубой сетке с использованием маски направляющих косинусов, имитирующей воздействие стенок сопла

Литература

1. *Амброжевич А.В. Комплексная траекторная модель летательного аппарата / А.В. Амброжевич, В.А. Середа // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – № 5 (52). – С. 40-44.*

2. *Винников В.В. Применение декартовых сеток для решения уравнений Навье-Стокса в областях с криволинейными границами / В.В. Винников, Д.Л. Ревизников // Математическое моделирование. – 2005. – Т.17, № 8. – С. 15-30.*

3. *Ye T. An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flows with Complex Immersed Boundaries / T. Ye, R. Mitta, H.S. Udaykumar, W. Shyy // Journal of Computational Physics. – 1999. – V.156. – P. 209-240.*

4. *Kirkpatrick M.P. A representation of curved boundaries for the solution of the Navier-Stokes equations on a staggered three-dimensional Cartesian grid / M.P. Kirkpatrick, S.W. Armfield, J.H. Kent // Journal of Computational Physics. – 2003. –V.184. – P. 1-36.*

5. *Винников В.В. Метод погруженной границы для расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел на прямоугольных сетках [Электронный ресурс] / В.В. Винников, Д.Л. Ревизников // Труды МАИ. – 2007. – № 27. – Режим доступа: http://www.mai.ru.*

6. *LeVeque R.J. The immersed interface method for elliptic equations with discontinuous coefficients and singular sources. / R.J. LeVeque, Z. Li // SIAM Numer. Anal. – 1994. –V. 31. – P. 1019-1044.*

7. *Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику / В.С. Рябенький. – М.: Наука, 1994. – 336 с.*

8. *Вабищевич П.Н. Метод фиктивных областей для задачи математической физики / П.Н. Вабищевич. – М.: МГУ, 1992. – 156 с.*

9. *Смагулов Ш.С. Моделирование методом фиктивных областей граничного условия для давления в задачах течения вязкой жидкости / Ш.С. Смагулов, Н.М. Темирбеков, К.С. Камаубаев // Сиб. журн. вычисл. математики. – 2000. – Т.3, № 1. – С. 57-71.*

10. Амброжевич А.В. Численное моделирование течений в тепловых двигателях и энергоустановках / А.В. Амброжевич. – Х.: ХАИ, 1995. – 146 с.

11. Амброжевич А.В. Численное моделирование комплекса нестационарных газодинамических процессов в тепловых двигателях: моногр. / А.В. Амброжевич. – Х.: ХГАДТУ, 1999. – 77 с.

12 Амброжевич А.В. Численное моделирование теплофизических процессов в двигателестроении: учеб. пособие / А.В. Амброжевич. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2005. – 233 с.

13. Benzley S.E. A Comparison of All Hexagonal and All Tetrahcdral Finite Element «Meshes for Elastic and Elastic–Plastic Analyses» / S.E. Benzley, E. Perry, K. Merkley, B. Clark // Proc. 4th Int. Meshing Roundtable, October 16-17, 1995. – Albuquerque, New Mexico, U.S.A. – 1995. – P. 179-191.

14. Blacker T. Meeting the Challenge for Automated Conformal Hexahedral Meshing, 7 Proc. 9th Int. Meshing Roundtable, Sandia National Laboratories, October 2–5, 2000. – New Orleans, Louisiana, U.S.A. – 2000. – P. 11-19.

15. Рождественский Б.Л. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике / Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яненко. – М.: Наука, 1978. – 688 с.

16. Кочин Н.Е. К теории разрывов в жидкости / Е.Н. Кочин // Собр. соч. в 2–х т., т.2. – М.: 1948. – С. 5-42.

17. Мунштуков Д.А. Приближенная модель нестационарных пространственно неоднородных течений в решетках лопаточных машин / Д.А. Мунштуков, А.В. Амброжевич // Энерг. машиностроение. – 1988. – Вып. 46. – С. 13-18.

18. Амброжевич А.В. Численный метод реализации плоской модели течения среды в решетке лопаточной машины / А.В. Амброжевич // Энерг. машиностроение. – 1988. – Вып. 46. – С. 93-99.

19. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред / О.М. Белоцерковский. – М.: Наука, 1984. – 520 с.

Поступила в редакцию 23.09.2008

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф., проф. кафедры А.В. Бастеев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

МАЛОРЕСУРСНИЙ МЕТОД ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЙ В ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБЛАСТЯХ СКЛАДНОЇ ФОРМИ

О.В. Амброжевич, І.П. Бойчук, С.М. Ларьков, В.О. Середа

З метою інтенсифікації початкових етапів газодинамічного проектування різноманітних об’єктів аерокосмічної техніки (АКТ) запропонований метод відображення направляючих властивостей зовнішніх та внутрішніх поверхонь на грубих розрахункових декартових сітках. Продемонстрована можливість застосування запропонованої моделі до розв’язання задач зовнішнього та внутрішнього обтікання вільнолітаючого апарату з ракетним двигуном при обмежені розрахункових ресурсів умовою застосування ПЕОМ ординарного класу. У вигляді графічного матеріалу подані результати чисельного експерименту.

Ключові слова: випереджаючі чисельні дослідження, літальний апарат, процеси внутрішнього та зовнішнього обтікання, скінченно-різницеві методи, метод особливостей, розрахункова сітка.

SHORT-LIFE THE METHOD OF NUMERICAL MODELLING OF CURRENTS IN GEOMETRICAL AREAS OF THE COMPLEX FORM

A.V. Ambrozhevitch, I.P. Boychuk, S.N. Larkov, V.A Sereda

With the purpose of an intensification of the initial stages gas dynamics designing of various objects aerospace technics (AST) is offered a method of display directing properties of external and internal surfaces on rough settlement cartesian grids. The opportunity of application of the offered model to the decision of a task of an external and internal flow free–flying the device with the rocket engine is shown at restriction of computing resources by a condition of application PC of an ordinary class. As a graphic material results of numerical experiment are submitted.

Key words: outstripping numerical researches, the aircraft, processes of an external and internal flow, finite–difference methods, method of features, computational grid.

Амброжевич Александр Владимирович – д-р техн. наук, проф., проф. кафедры ракетных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Бойчук Игорь Петрович – асс. кафедры теоретической механики и машиноведения факультета авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: igor_boichuk@mail.ru.

Ларьков Сергей Николаевич – канд. техн. наук, главный технолог, ГНПО «Коммунар», Харьков, Украина.

Середа Владислав Александрович – аспирант кафедры ракетных двигателей факультета ракетно-космической техники Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: m_o_s_i_n@ukr.net.