

УДК 629.7.036.001.42

Н.А. ШИМАНОВСКАЯ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИКИ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТАЛЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ МОНИТОРИНГА ВЫРАБОТКИ РЕСУРСА ГТД

Показано, что переходные характеристики компонент тензора температурных напряжений могут быть разделены на две составляющие – температурную и деформационную. Переходные характеристики температурной деформации представлены в виде экспоненциального ряда. Для описания переходной характеристики температурных напряжений с точностью порядка 1% их максимальных значений относительно конечно-элементных моделей достаточно четырех членов экспоненциального ряда, описывающего переходную характеристику температурной деформации. Предложен метод идентификации переходных характеристик, заключающийся в последовательном нахождении коэффициентов экспоненциального ряда, начиная с заключительного участка переходного процесса.

температурные напряжения, переходная характеристика, температурная деформация, пространство состояний, идентификация

Современные концепции развития авиационных ГТД требуют перехода на современные стратегии эксплуатации, допускающие эксплуатацию двигателей с допустимыми повреждениями основных деталей при оснащении двигателей системой непрерывного мониторинга выработки ресурса. Точность мониторинга выработки ресурса авиационных ГТД во многом зависит от точности расчета напряжений, особенно динамики температурных напряжений, основных деталей, контролируемых системой мониторинга [1].

Рассмотрим узел двигателя, состоящий из неравномерно нагретых деталей, к которым приложены поверхностные силы $\mathbf{p}(x, y, z)$, массовые силы $\mathbf{F}(x, y, z)$, перемещения которого \mathbf{v}^* на участке S_1 границы S заданы условиями закрепления. Созданные этими факторами перемещения $\mathbf{v}(x, y, z)$, деформации $\mathbf{\epsilon}(x, y, z)$ и напряжения $\mathbf{\sigma}(x, y, z)$ в точке (x, y, z) удовлетворяют уравнениям теории упругости:

$$\begin{cases} \mathbf{e} - \mathbf{R}\mathbf{v} = 0; \\ \mathbf{y} - \mathbf{D}(\mathbf{e} - \mathbf{v} \cdot t) = 0; \\ \mathbf{R}^T \mathbf{y} + \mathbf{F} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

с соблюдением граничных условий:

$\mathbf{p} - \mathbf{ny} = 0$ на S ; $\mathbf{v}^* - \mathbf{v} = 0$ на S_1 ; $\mathbf{p} - \mathbf{p}^* = 0$ на S_2 , где \mathbf{e} – вектор-столбец деформаций; \mathbf{y} – вектор-столбец напряжений; \mathbf{v} – вектор перемещений; \mathbf{R} – матричный дифференциальный оператор; \mathbf{D} – матрица коэффициентов (модулей) упругости; E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона; $\boldsymbol{\beta}$ – вектор коэффициентов температурного расширения; \mathbf{n} – матрица направляющих косинусов.

Дифференциальное уравнение теории упругости (1) для узла двигателя при действии на него вращения, газовых сил, гироскопических и крутящих моментов преобразовано путем конечно элементной аппроксимации в векторно-матричное уравнение:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{F} + \mathbf{P} + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{v}^* + \mathbf{L} \cdot t, \quad (2)$$

где \mathbf{K} – глобальная матрица жесткости конечно-элементной системы; \mathbf{L} – глобальная матрица термоупругой жесткости; \mathbf{V} – глобальный вектор узловых перемещений; \mathbf{F} – вектор из приведенных к узлам массовых сил; \mathbf{P} – вектор из приведенных к узлам поверхностных сил; \mathbf{Q} – матрица жесткости закрепления.

Решение уравнения (2) относительно узловых перемещений имеет вид:

$$\mathbf{V} = \mathbf{K}^{-1} \left(\mathbf{F} + \mathbf{P} + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{v}^* + \mathbf{L} \cdot t \right).$$

Тогда, в соответствии с уравнениями (1), напряжения в критической точке можно находить с помощью выражения:

$$\mathbf{y}_{кр} = \mathbf{D} \left(\mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} [\mathbf{K}]^{-1} (\mathbf{F} + \mathbf{P} + \mathbf{Q}\mathbf{v}^* + \mathbf{L}t) - \mathbf{v} t_{кр} \right), \quad (3)$$

где $\mathbf{B}_{кр}$ – векторный оператор, аппроксимирующий первое выражение системы (1) в пределах элемента с критической точкой, так что $\varepsilon_{кр} = \mathbf{B}_{кр} \mathbf{v}_{кр}$.

Формула (3) выражает важное для создания мониторинговых моделей свойство *аддитивности упругих напряжений*, создаваемых различными факторами нагружения.

Тогда алгоритм мониторинга напряженного состояния (НС) можно представить, как последовательное решение уравнений температурного состояния (ТС) [2] и НС:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{T}(\tau) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}(\tau); \quad (3-a) \\ \mathbf{C}t(\tau) = -(\Lambda + \mathbf{A}) t(\tau) + \mathbf{A} \cdot \mathbf{T}(\tau); \quad (3-b) \\ t_{кр}(\tau) = \mathbf{h} \cdot t(\tau); \quad (3-в) \\ \mathbf{y}_{F_{кр}}(\tau) = \mathbf{D}\mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}(\tau); \quad (3-г) \\ \mathbf{y}_{P_{кр}}(\tau) = \mathbf{D}\mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{P}(\tau); \quad (3-д) \\ \mathbf{y}_{Q_{кр}}(\tau) = \mathbf{D}\mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{Q}\mathbf{v}^*(\tau); \quad (3-e) \\ \mathbf{e}_{t_{кр}}(\tau) = \mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{L}t(\tau); \quad (3-ж) \\ \mathbf{y}_{t_{кр}}(\tau) = \mathbf{D} \left(\mathbf{e}_{t_{кр}}(\tau) - \mathbf{v} t_{кр}(\tau) \right); \quad (3-з) \\ \mathbf{y}_{кр}(\tau) = \mathbf{y}_{F_{кр}}(\tau) + \mathbf{y}_{P_{кр}}(\tau) + \mathbf{y}_{Q_{кр}}(\tau) + \mathbf{y}_{t_{кр}}(\tau). \quad (3-и) \end{array} \right.$$

При формировании мониторинговых моделей НС температурные напряжения (3-з) удобно связать с двумя факторами. Первый – связан с деформацией, созданной в критической точке деформированием всего узла конструкции (3-ж), второй – связан с локальной температурной деформацией и содержит локальную температуру $t_{кр}$.

Решение системы уравнений (3) относительно $\mathbf{e}_{t_{кр}}$ при произвольном изменении входного воздействия U можно представить с помощью интеграла Стильеса. Из выражений (3-ж) и полученного в [2] решения для ТС следует:

$$\mathbf{e}_{t_{кр}}(\tau) = \mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{L} \left(t(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{\Pi}(\tau, \eta) dU(\eta) \right). \quad (4)$$

Из выражений (3-ж) и стационарного решения для ТС найдем стационарное значение температурной деформации в критической точке при мгновенном значении коэффициентов теплоотдачи $\mathbf{A}(\eta)$:

$$\mathbf{e}_{t_{st}}(\eta) = \mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{L} [\Lambda + \mathbf{A}(\eta)]^{-1} \mathbf{A}(\eta) \mathbf{G}\mathbf{U}(\eta).$$

Это позволяет представить (4) в виде:

$$\mathbf{e}_{t_{кр}}(\tau) = \mathbf{e}_{t_{st}}(\tau_0) + \mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{L} \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{\Pi}(\tau, \eta) \frac{\partial \mathbf{U}(\eta)}{\partial \mathbf{e}_{t_{st}}(\eta)} d\mathbf{e}_{t_{st}}(\eta).$$

Полученное решение для температурной деформации позволяет получить решение системы (3) для температурного напряжения (3-з):

$$\mathbf{y}_{t_{кр}}(\tau) = \mathbf{y}_{t_{st}}(\tau_0) + \mathbf{D}\mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{L} \times \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{\Pi}(\tau, \eta) \frac{\partial \mathbf{U}(\eta)}{\partial \mathbf{e}_{t_{st}}(\eta)} d\mathbf{e}_{t_{st}}(\eta) - \mathbf{D}\mathbf{v}_{кр} t_{кр}(\tau).$$

Внеся матричные множители под интеграл, можно получить более компактную форму:

$$\mathbf{y}_{t_{кр}}(\tau) = \mathbf{y}_{t_{st}}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{D}(\tau, \eta) d\mathbf{e}_{t_{st}}(\eta) - \mathbf{D}\mathbf{v}_{кр} t_{кр}(\tau). \quad (5)$$

Функцию

$$\mathbf{D}(\tau, \eta) = \mathbf{D}\mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{\Pi}(\tau, \eta) \frac{\partial \mathbf{U}(\eta)}{\partial \mathbf{e}_{t_{st}}(\eta)}$$

можно трактовать как термдеформационную переходную характеристику узла конструкции. Ее ij -й элемент – изменение во времени i -ой компоненты температурной деформации при единичном ступенчатом изменении в момент времени η входного воздействия u_j и нулевых значениях остальных входных воздействий. Умножение на $\partial \mathbf{U}(\eta) / \partial \mathbf{e}_{t_{st}}(\eta)$ соответствует перенормировке (делению) элемента на мгновенное стационарное значение температурной деформации.

Полученная модель динамики температурного напряжения (5) сводит его расчет к манипуляциям с термдеформационной статической характеристи-

кой узла конструкции $\mathbf{e}_{t_{st}}(\tau, \eta)$ его динамической характеристикой $D(\tau, \eta)$. При этом непараметрическая идентификация модели может заключаться в раздельном нахождении этих характеристик и их зависимости от условий теплового нагружения

$$\mathbf{e}_{t_{st}} = f(\mathbf{U}, \mathbf{A}); D(\tau, \eta) = \varphi(\tau, \mathbf{A}(\eta)).$$

Линейная связь термодформационной и температурной переходных характеристик в (4)

$$D(\tau, \eta) = \mathbf{D}\mathbf{B}_{кр} \mathbf{w}_{кр} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{\Pi}(\tau, \eta) \frac{\partial \mathbf{U}(\eta)}{\partial \mathbf{e}_{t_{st}}(\eta)}$$

позволяет в условиях автомодельного распределения температуры среды перейти для j -ой компоненты тензора температурных напряжений к скалярной переходной характеристике, подобной переходной характеристике температуры $\mathbf{\Pi}_{кр}(\tau)$ в [3]:

$$D_{кр}^{(j)}(\tau - \eta) = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} C_i^{(j)} \cdot \exp\left(-\frac{\tau - \eta}{\vartheta_i^{(j)}}\right), \quad (6)$$

где $C_i^{(j)}, \vartheta_i^{(j)}$ – собственные функции и значения задачи.

Модель динамики температурного напряжения (3–3) для ее j -ой компоненты принимает вид:

$$\mathbf{y}_{t_{кр}}^{(j)}(\tau) = \mathbf{y}_{t_{st}}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} D_{кр}^{(j)}(\tau - \eta) d\mathbf{e}_{t_{кр}}^{(j)}(\eta) - \frac{E\mathbf{B}}{1 - 2\mu} t_{кр}.$$

Представление термодформационной переходной характеристики экспоненциальным рядом (6) переводит задачу непараметрической идентификации динамики температурных напряжений, из задачи о нахождении такой характеристики в виде непрерывной функции времени, в задачу параметрической идентификации, оценивания входящих в ряд параметров $C_i^{(j)}, \vartheta_i^{(j)}$. Проведенный анализ показал, что термодформационные переходные характеристики деталей двигателей с достаточной точностью описываются четырьмя экспонентами, за исключением небольшого по продолжительности, 3 – 10 с, начального участка.

Предложен метод идентификации, заключающийся в последовательном нахождении коэффици-

ентов экспоненциального ряда переходной характеристики, начиная с заключительного участка переходного процесса.

1. Разделение переходного процесса на участки. Известно, что отношение интервалов времени, на которых проявляется действие экспонент, равняется отношению их параметров ϑ_i . Для i -ой и $(i + 1)$ -ой экспонент:

$$\frac{\tau_i}{\tau_{i+1}} = \frac{\vartheta_i}{\vartheta_{i+1}} = k.$$

При общей продолжительности процесса T начало i -го участка можно рассчитать по формуле:

$$\tau_i = \frac{T}{k^i},$$

где $k = 3 \dots 4$.

Подобным образом, исследуемая переходная характеристика разделяется на 5 участков оценивания (рис. 1). Пятый, нерегулярный, участок при идентификации не рассматривается.

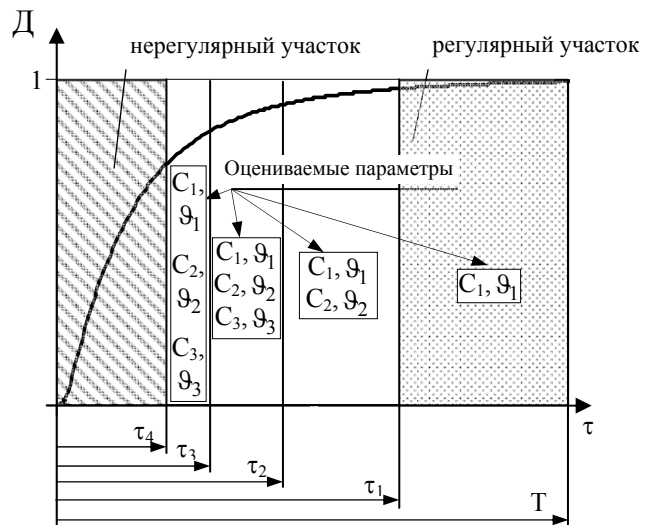


Рис. 1. Разделение переходной характеристики на участки оценивания

2. Оценивание коэффициентов экспоненциального ряда $C_1^{(j)} \dots C_n^{(j)}, \vartheta_1^{(j)} \dots \vartheta_n^{(j)}$.

Рассматривая участок переходной характеристики с τ_1 до T , методом наименьших квадратов определяют параметры $C_i^{(j)}$ и $\vartheta_i^{(j)}$. Для нахождения параметров последующих членов ряда рассматри-

ваемый участок увеличивают до времени τ_i , а параметры предыдущих членов ряда фиксируют.

3. Одновременное уточнение параметров $C_1^{(j)} \dots C_n^{(j)}$ и $g_1^{(j)} \dots g_n^{(j)}$.

В случае недостаточной точности описания переходной характеристики компоненты тензора температурных напряжений необходимо увеличить количество членов экспоненциального ряда, описывающего переходную характеристику компоненты температурной деформации.

После оценивания параметров экспоненциального ряда термомеханической характеристики проводят оценку погрешности описания переходной характеристики температурных напряжений относительно модели высокого уровня. Для этого рассчитывают переходные характеристики компонент тензора температурных напряжений по формуле:

$$\sigma_i^{(j)}(\tau - \eta) = \left[1 - \sum_{i=1}^{\infty} C_i^{(j)} \cdot \exp\left(-\frac{\tau - \eta}{g_i^{(j)}}\right) \right] \varepsilon_{t_{st}}^{(j)} - \frac{E\beta}{1 - 2\mu} \left[1 - \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \exp\left(-\frac{\tau - \eta}{v_i}\right) \right] t_{st},$$

где A_i и v_i – параметры экспоненциального ряда переходной характеристики температуры, идентифицируемые отдельно; t_{st} – стационарное значение температуры; E , β и μ – модуль упругости, коэффициент линейного расширения и коэффициент Пуассона.

На рис. 2 представлены результаты верификации предложенного метода идентификации на примере окружной компоненты σ_{zz} тензора температурных напряжений критической точки диска турбины высокого давления ТРДД. Как видно, погрешность относительно моделей высокого уровня не превысила 5 МПа, что менее 1% максимального значения температурных напряжений. Погрешность описания остальных компонент тензора не превысила такого же значения. Подобный уровень погрешности удовлетворяет требованиям к точности мониторинговых моделей НС, сформулированных в [1].

При определении параметров экспонент возмож-

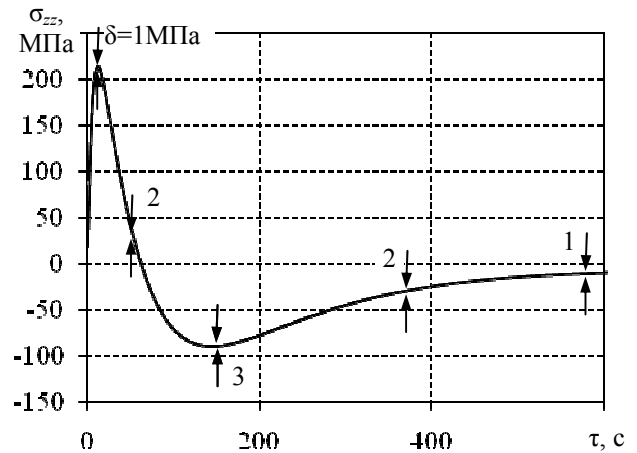


Рис. 2. Переходный процесс окружной компоненты температурных напряжений критической точки диска ТВД

но «спутывание» значений или нахождение «лишних» экспонент, поэтому необходимо в процессе идентификации контролировать получаемые значения и соотношение параметров g_i и g_{i+1} .

Литература

1. Олейник А.В., Шимановская Н.А. Требования к точности мониторинга температурного и напряженного состояний основных деталей ГТД при эксплуатации с допустимым уровнем повреждения // Вестник двигателестроения. – 2007. – № 3. – С. 152-155.
2. Олейник А.В. Эксплуатационный мониторинг температурного состояния детали газотурбинного двигателя как задача динамики конечно-элементной модели в пространстве состояний // Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – № 4 (12). – С. 38-42.
3. Основы идентификации и проектирования тепловых процессов и систем: Учебное пособие / О.М. Алифанов., П.Н. Вабищевич, В.В. Михайлов и др. – М.: Логос, 2001. – 400 с.

Поступила в редакцию 13.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Н. Доценко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.