

УДК 539.3:534.1

С.А. ХАЛИЛОВ, С.Г. КРАВЧЕНКО

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ВЛИЯНИЕ УРОВНЯ САМОУРАВНОВЕШЕННЫХ КРАЕВЫХ НАГРУЗОК  
НА ПАРАМЕТР УСТОЙЧИВОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН**

*В высоких приближениях получены решения задачи устойчивости прямоугольных пластин при регулярном неоднородном нагружении. Компоненты исходного поля напряжений представлены в виде сумм равновесных и самоуравновешенных частей. Показано, что в зависимости от уровня самоуравновешенных компонент напряжений аппроксимировать неоднородные поля однородными недопустимо, что проиллюстрировано конкретными численными результатами. Полученные выводы важны с точки зрения развития нового подхода [1] к исследованию устойчивости элементов конструкций авиационно-космической техники.*

**Ключевые слова:** неоднородное исходное состояние, плоская задача теории упругости, прямоугольная область, самоуравновешенные поля напряжений, устойчивость.

**Введение**

Напряженно-деформированное состояние в элементах тонкостенных систем является, как правило, неоднородным. Учет неоднородности исходного поля при решении задач устойчивости приводит к определенным математическим трудностям. Вследствие этого часто без должного обоснования в задачах устойчивости исследуются однородные поля. Такой «классический» подход вряд ли может считаться удовлетворительным при исследовании устойчивости сложных систем, когда принципиально важным является корректный учет взаимодействия элементов системы по смежным упругим границам [1].

Рассмотрим устойчивость начального состояния изотропной прямоугольной пластины, занимающей область  $\Omega = \{x, y : x \in (0; L), y \in (0; H)\}$ . В невозмущенном состоянии равновесия в срединной плоскости этой пластины действуют усилия

$$\begin{aligned} N_x^0 &= \delta \cdot \sigma_x(x, y), N_y^0 = \delta \cdot \sigma_y(x, y), \\ N_{xy}^0 &= \delta \cdot \tau_{xy}(x, y), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\delta$  – толщина пластины;  $\sigma_x = \sigma_x(x, y)$ ,  $\sigma_y = \sigma_y(x, y)$ ,  $\tau_{xy} = \tau_{xy}(x, y)$  – компоненты тензора напряжений, распределение которых в области найдено из решения статической задачи теории упругости.

Построение функции напряжений  $u(x, y)$  в прямоугольнике при произвольном нагружении сторон нормальными и касательными напряжениями описано в работе [2]. В соответствии с этим реше-

нием распределение в области компонент тензора напряжений представляется в виде совместного действия полей, определяемых выделенными в явном виде отдельными компонентами внешней нагрузки. Это достигается путем многокомпонентного представления функции напряжений:

$$u(x, y) = u_0(x, y) + u_1(x, y), \quad (2)$$

где  $u_0(x, y)$  – компонента функции напряжений, соответствующая равновесной части краевых условий (нормальные напряжения распределены вдоль границы по линейному закону, а касательные – по квадратичному с соблюдением условий парности в угловых точках); компонента  $u_1(x, y)$  определяет самоуравновешенные поля, вызванные краевыми самоуравновешенными в пределах каждой стороны прямоугольника нагрузками.

Метод разложения краевых нагрузок на равновесные и самоуравновешенные составляющие подробно описан в работе [2].

Вопрос о применимости в задачах устойчивости модели однородного начального состояния (при произвольном нагружении границы области) может быть перефразирован следующим образом: можно ли ожидать, что устойчивость пластины будет в основном зависеть от поля функции  $u_0(x, y)$ ? В связи с этим представляет интерес исследование влияния на решение задачи устойчивости компоненты  $u_1(x, y)$ . Нетривиальным является вопрос о числе компонент функции  $u_1(x, y)$ , в которых отражены главные особенности поля этой функции. Вопрос этот представляется важным потому, что, во-первых, с увеличением показателя изменчивости

краевых самоуравновешенных состояний уменьшается зона их распространения вглубь области, во вторых, резко падает их уровень и, наконец, в третьих, вся область, занятая пластиной, разбивается на ряд подобластей, в которых сжатие чередуется с растяжением, т.е. напряжения самоуравновешенных состояний оказывают как дестабилизирующее, так и поддерживающее устойчивое состояние влияние (то же касается и сдвигов).

Данная статья посвящена рассмотрению обозначенных вопросов.

### 1. Решение задачи устойчивости прямоугольной пластины

Задача устойчивости описывается дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами:

$$D\nabla^2\nabla^2w(x,y) + P\left(N_x^0(x,y)\frac{\partial^2w}{\partial x^2} + 2N_{xy}^0(x,y)\frac{\partial^2w}{\partial x\partial y} + N_y^0(x,y)\frac{\partial^2w}{\partial y^2}\right) = 0, \quad (3)$$

где  $w(x,y)$  – функция перемещения точек срединной плоскости пластины (функция прогиба);

$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}$  – цилиндрическая жесткость;  $E, \nu$  –

модуль упругости и коэффициент Пуассона материала пластины;  $\nabla^2\nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$  –

бигармонический оператор;  $\{P\}_n$  – спектр собственных значений, наименьшее положительное из которых является искомым критическим параметром нагрузки.

Уравнение (3) записано таким образом, чтобы сжатие считалось положительным.

По классификации работы [3] рассматриваемое исходное поле напряжений является регулярно неоднородным.

Устойчивость начального состояния исследуется для классических краевых условий: свободного опирания контура пластины

$$w|_{\Gamma} = 0, \quad \frac{\partial^2w}{\partial n^2}|_{\Gamma} = 0, \quad (4, a)$$

и его жесткого защемления

$$w|_{\Gamma} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial n}|_{\Gamma} = 0 \quad (4, б)$$

( $n$  – внешняя нормаль к границе  $\Gamma$ ).

Для удобства замены переменных область  $\Omega$  приводится к безразмерному квадрату.

Для задачи (3) – (4, а):

$$\bar{\Omega} = \{\bar{x}, \bar{y} : \bar{x} \in (0;1), \bar{y} \in (0;1)\}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{H}, \quad (5, a)$$

и для задачи (3) – (4, б):

$$\bar{\Omega} = \{\bar{x}, \bar{y} : |\bar{x}| < 1, |\bar{y}| < 1\}, \quad \bar{x} = \frac{x-L/2}{L/2}, \quad \bar{y} = \frac{y-H/2}{H/2}. \quad (5, б)$$

При этом соответствующим образом преобразуется уравнение (3).

Функция прогибов  $w$  представляется в виде такого разложения, чтобы на границе  $\bar{\Gamma}$  рассматриваемых областей  $\bar{\Omega}$  выполнялись все краевые условия задач. Для задачи (3) – (4, а):

$$w(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M C_{n,m} \cdot \sin(n\pi\bar{x})\sin(m\pi\bar{y}), \quad (6, a)$$

для задачи (3)–(4б):

$$w(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M C_{n,m} \cdot H_n(\bar{x})H_m(\bar{y}), \quad (6, б)$$

где  $\{H_k(z)\}_{k=0}^{\infty}$  – полная система ортонормированных в пространстве  $L_2(-1;1)$  многочленов [4].

Процедура Бубнова-Галеркина приводит к следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M C_{n,m} \cdot (a_{nmjk} + P \cdot b_{nmjk}) = 0, \quad (7)$$

для задачи (3) – (4, а):

$$a_{nmjk} = \frac{\delta_{nj}\delta_{mk}}{4} \left\{ (n\pi)^4 + \frac{2n^2m^2\pi^4}{\lambda^2} + \frac{(m\pi)^4}{\lambda^4} \right\}, \quad (8, a)$$

$$b_{nmjk} = \frac{L^2}{D} \cdot \left\{ -\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 \int_0^1 \int_0^1 \left[ \lambda^2 n^2 \cdot N_x^0(\bar{x}, \bar{y}) + m^2 \cdot N_y^0(\bar{x}, \bar{y}) \right] \cdot \sin(n\pi\bar{x})\sin(j\pi\bar{x})\sin(m\pi\bar{y}) \times \right. \quad (9, a)$$

$$\left. \times \sin(k\pi\bar{y}) d\bar{x}d\bar{y} + \frac{2nm\pi^2}{\lambda} \cdot \int_0^1 \int_0^1 N_{xy}^0(\bar{x}, \bar{y}) \times \right. \\ \left. \times \cos(n\pi\bar{x})\sin(j\pi\bar{x})\cos(m\pi\bar{y})\sin(k\pi\bar{y}) d\bar{x}d\bar{y} \right\},$$

для задачи (3) – (4, б):

$$a_{nmjk} = \delta_{mk} \cdot \int_{-1}^1 H_n''(\bar{x})H_j''(\bar{x})d\bar{x} + \frac{2}{\lambda^2} \cdot \int_{-1}^1 H_n'(\bar{x})H_j'(\bar{x})d\bar{x} \times \\ \times \int_{-1}^1 H_m'(\bar{y})H_k'(\bar{y})d\bar{y} + \frac{1}{\lambda^4} \cdot \delta_{nj} \cdot \int_{-1}^1 H_m''(\bar{y})H_k''(\bar{y})d\bar{y}, \quad (8, б)$$

$$b_{nmjk} = \frac{L^2}{4D} \cdot \left\{ \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_x^0(\bar{x}, \bar{y}) \cdot H_n''(\bar{x}) H_j(\bar{x}) H_m \times \right. \\ \times (\bar{y}) H_k(\bar{y}) d\bar{x} d\bar{y} + \frac{2}{\lambda} \cdot \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_{xy}^0(\bar{x}, \bar{y}) \cdot H_n'(\bar{x}) \times \\ \times H_j(\bar{x}) H_m'(\bar{y}) H_k(\bar{y}) d\bar{x} d\bar{y} + \frac{1}{\lambda^2} \cdot \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_y^0(\bar{x}, \bar{y}) \times \\ \left. \times H_n(\bar{x}) H_j(\bar{x}) H_m''(\bar{y}) H_k(\bar{y}) d\bar{x} d\bar{y} \right\},$$

где  $\delta_{qr} = \begin{cases} 1, q = r \\ 0, q \neq r \end{cases}$  – дельта-символ Кронекера;

$\lambda = \frac{H}{L}$  – параметр удлинения пластины.

## 2. Численный анализ влияния самоуравновешенных краевых нагрузок на устойчивость равновесного поля при одноосном сжатии

Рассмотрим одноосное сжатие вертикальных сторон жестко защемленной пластины  $\bar{\Omega} = \{\bar{x}, \bar{y} : |\bar{x}| < 1, |\bar{y}| < 1\}$  напряжениями (рис. 1):

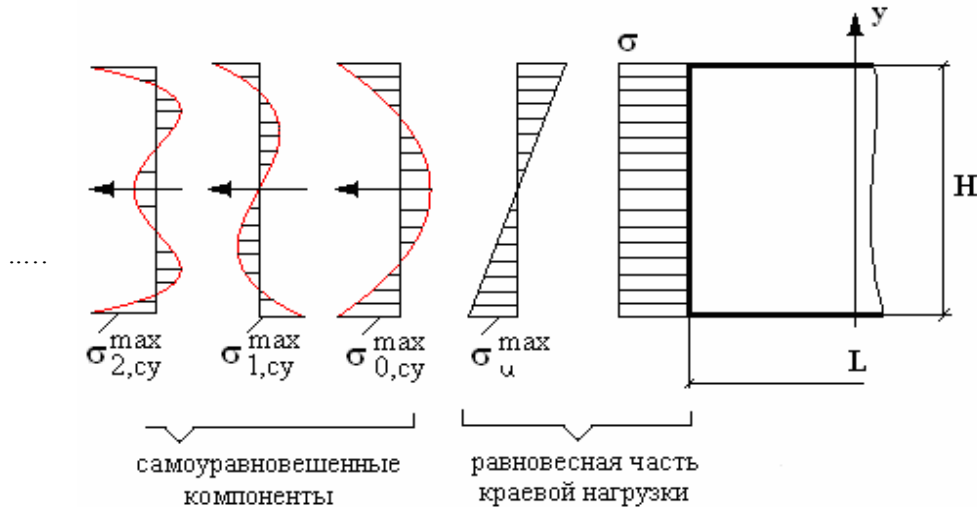


Рис. 1. Схема одноосного нагружения прямоугольной пластины

$$k_{ii} = \frac{\sigma_{\max}^H}{\sigma}. \quad (12)$$

Напряжения (10) порождают в срединной плоскости области  $\bar{\Omega}$  поля усилий

$$N_x(\bar{x}, \bar{y}) = \delta \left\{ \sigma + \sigma_{\max}^e \cdot \bar{y} + \frac{4}{L^2 \lambda^2} \times \right. \\ \times \sum_{n=0}^N \left\{ \widetilde{A}_n \Gamma_{A_n}(\bar{x}) + \widetilde{C}_n \Gamma_{C_n}(\bar{x}) \right\} H_n''(\bar{y}) \left. \right\}, \\ N_y(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{4\delta}{L^2} \sum_{n=0}^N \left\{ \widetilde{A}_n \Gamma_{A_n}''(\bar{x}) + \widetilde{C}_n \Gamma_{C_n}''(\bar{x}) \right\} H_n(\bar{y}),$$

$$\sigma_n(\bar{x} = -1, |\bar{y}| \leq 1) = \sigma_{n1}(\bar{y}) = \\ = \sigma + \sigma_{\max}^e \cdot \bar{y} + \sum_{n=0}^N \sigma_{n,\bar{n}0} \Big|_{\bar{x}=-1}(\bar{y}), \\ \sigma_n(\bar{x} = 1, |\bar{y}| \leq 1) = \sigma_{n3}(\bar{y}) = \\ = \sigma + \sigma_{\max}^e \cdot \bar{y} + \sum_{n=0}^N \sigma_{n,\bar{n}0} \Big|_{\bar{x}=1}(\bar{y}), \quad (10)$$

$\sigma$  – постоянно действующее (см. рис.1) напряжение;  $\sigma_{n,cy} \Big|_{\bar{x}=-1}(\bar{y}) = \widetilde{A}_n H_n''(\bar{y})$ ,  $\sigma_{n,cy} \Big|_{\bar{x}=1}(\bar{y}) = \widetilde{C}_n H_n''(\bar{y})$  – самоуравновешенные напряжения.

Как следует из (10), самоуравновешенные нагрузки определяются функциями  $H_n''(\bar{y})$ . Пусть уровень каждой из этих самоуравновешенных краевых нагрузок по отношению к величине  $\sigma$  будет определяться соотношением:

$$k_{n,cy} = \frac{\sigma_{n,cy}^{\max}}{\sigma} = \frac{\widetilde{A}_n \cdot |H_n''(-1)|}{\sigma}. \quad (11)$$

Введем также параметр для оценки уровня изгибающих в плоскости пластины напряжений:

$$N_{xy}(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{-4\delta}{L^2 \lambda} \sum_{n=0}^N \left\{ \widetilde{A}_n \Gamma_{A_n}'(\bar{x}) + \widetilde{C}_n \Gamma_{C_n}'(\bar{x}) \right\} H_n'(\bar{y}),$$

где  $\Gamma_{A_n}(\bar{x})$ ,  $\Gamma_{C_n}(\bar{x})$  – явно выписываемые из решения плоской задачи гиперболично-тригонометрические функции, характеризующие убывание самоуравновешенных компонент от границы вглубь области.

Как видно из графиков рис. 2, напряженно-деформированное состояние (НДС) от самоуравновешенных нагрузок быстро затухает по мере удаления от границы. Степень затухания зависит от пока-

зателя изменчивости  $n$  краевых функций и параметра удлинения  $\lambda$ . Чем больше  $n$  и меньше  $\lambda$ , тем выше скорость затухания НДС, т.е. уменьшаются размеры подобласти, в которой развиты поля напряжений.

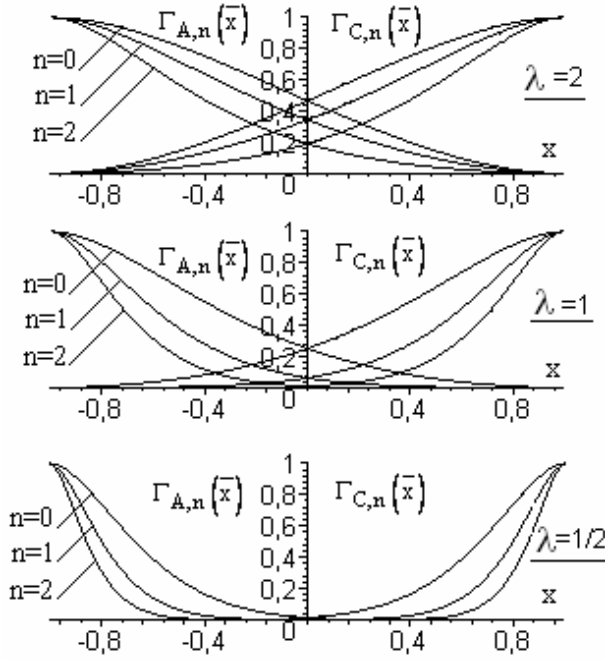


Рис. 2.  $\Gamma_{A,n}(\bar{x})$ ,  $\Gamma_{C,n}(\bar{x})$

Численно исследуется устойчивость пластины, имеющей следующие геометрические и жесткостные характеристики:  $H = 250\text{мм}$ ,  $L = 250\text{мм}$ ,  $\delta = 2\text{мм}$ ;  $E = 72\text{ГПа}$ ,  $\nu = 0,3$ . Результаты расчетов приводятся ниже.

Пренебречь изгибающими в плоскости пластины напряжениями без существенной потери точности (до 4%) в определении параметра устойчивости в широком диапазоне удлинений допустимо (график рис. 3) для значений  $k_{II} \leq 0,5$ .

Как видно из графика рис. 6, для удлинений  $\lambda \geq 1$  и  $\lambda \leq 0,3$  зависимость параметра устойчивости  $P_{кр}$  от уровня независимо действующих самоуравновешенных состояний, определяемых полиномом  $H_0''(y)$ , является монотонно возрастающей и монотонно убывающей функцией соответственно. На интервале же значений  $0,3 < \lambda < 1$  функция  $P_{кр}(k_{0,cy})$  имеет точки перегиба, т.е. в указанном диапазоне удлинений на характер монотонности оказывает влияние и параметр  $k_{0,cy}$ . Погрешность в определении параметра критики  $P_{кр}$  при неучете нулевого самоуравновешенного состояния для  $\lambda \leq 1$  (нагрузка приложена вдоль короткой стороны) и

$k_{0,cy} < 0,5$  не превышает 5%. Неучет самоуравновешенных состояний даже невысокого уровня ( $k_{0,cy} = 0,2 \div 0,4$ ) вдоль длинной стороны прямоугольника ( $\lambda > 1$ ) приводит к существенной погрешности ( $6 \div 11\%$ ).

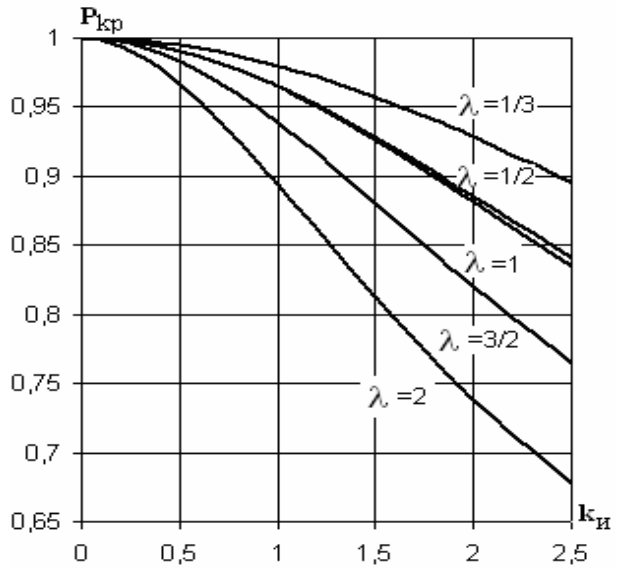


Рис. 3.  $P_{кр}(k_{II}, \lambda)$  при  $k_{n,cy} = 0$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )

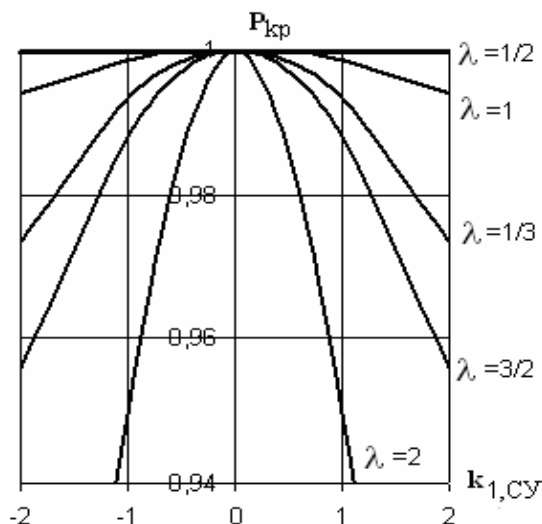
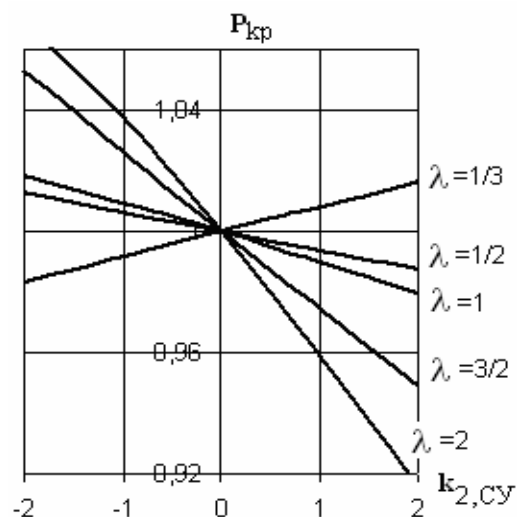
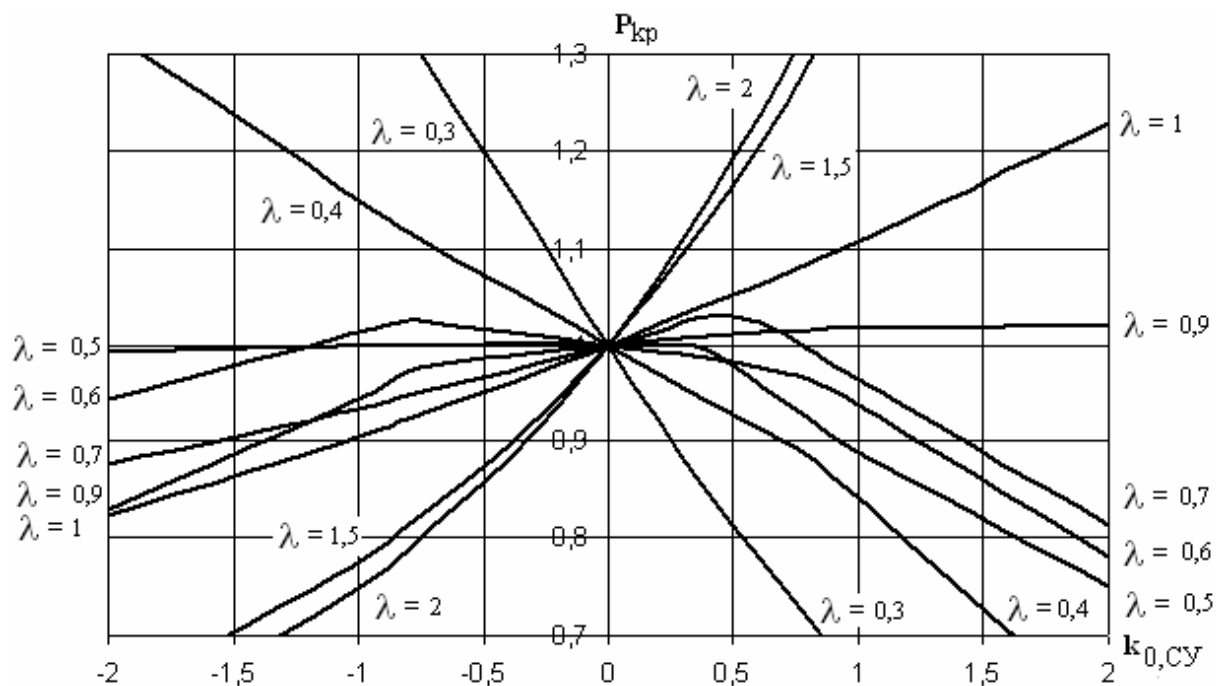
Графики рис. 4, 5 показывают, что влиянием отдельно приложенных самоуравновешенных нагрузок, определяемых полиномами  $H_1''(y)$  и  $H_2''(y)$ , на параметр критики можно пренебрегать для значений  $k_{1,cy} \leq 2$ ,  $k_{2,cy} \leq 2$ ,  $\lambda \leq 3/2$ . При  $\lambda > 3/2$  и  $k_{1,cy} > 1$ ,  $k_{2,cy} > 1$  неучет оговоренных самоуравновешенных нагрузок приводит к погрешности в определении  $P_{кр}$  от 5% и более. Можно заметить, однако, что такой уровень самоуравновешенных напряжений является достаточно «экзотическим», соответствуя осциллирующему характеру нагрузки.

В табл. 1 приведены значения  $P_{кр}$  (при  $\lambda = 1$ ) при различном совместном действии сжимающего напряжения  $\sigma$  и нескольких самоуравновешенных состояний, уровень которых указывается там же.

Таблица 1

$$P_{кр}(k_{0,cy}, k_{1,cy}, k_{2,cy})$$

$k_{0,cy}$	$k_{1,cy}$	$k_{2,cy}$	$P_{кр}$
0	0	0	1,0000
0,5	0	0	1,0522
0,5	0	2	1,0312
0,5	2	0	1,0450
0,5	2	2	1,0375

Рис. 4.  $P_{kp}(k_{1,cy}, \lambda)$ при  $k_n = 0, k_{n,cy} = 0$  ( $n = 0, 2, \dots$ )Рис. 5.  $P_{kp}(k_{2,cy}, \lambda)$ при  $k_n = 0, k_{n,cy} = 0$  ( $n = 0, 1, 3, \dots$ )Рис. 6.  $P_{kp}(k_{0,cy}, \lambda)$  при  $k_n = 0, k_{n,cy} = 0$  ( $n = 1, 2, \dots$ )

### 3. Численный анализ влияния самоуравновешенных сдвиговых усилий на устойчивость пластины при комбинированном нагружении

Изотропная жестко защемленная пластина сжимается вдоль противоположных сторон, параллельных оси  $Ox$  постоянными напряжениями  $\sigma_y$ , равными  $\sigma$  и  $k\sigma$  ( $0 \leq k \leq 1$ ) соответственно, а неравномерность сжатия компенсируется действием

вдоль двух других сторон, параллельных оси  $Oy$ , касательных напряжений, распределенных по симметричной относительно оси  $Ox$  квадратной параболе и обращающихся в ноль в углах. Исследуется влияние самоуравновешенных вдоль вертикальных сторон касательных напряжений (рис. 8):

$$\tau_n(y) = \widetilde{B}_n H_n'(y), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

на поле напряжений [3], порождаемое перечисленными выше краевыми условиями:

$$\sigma_x = -3\sigma(1-k)y(1-x^2), \quad \tau = 3\sigma\lambda(1-k)x(1-y^2),$$

$$\sigma_y = \sigma \left[ 2(1+k) - (1-k)(3y-y^3) \right] \lambda^2.$$

Уровень отдельных самоуравновешенных состояний оценивается величиной

$$k^{\tau}_{n,cy} = \frac{\tau_{n,cy}^{\max}}{\tau_{\max}} = \widetilde{B}_n \cdot \max_{x \in [-1;1]} |H_n'| / 3\sigma\lambda(1-k).$$

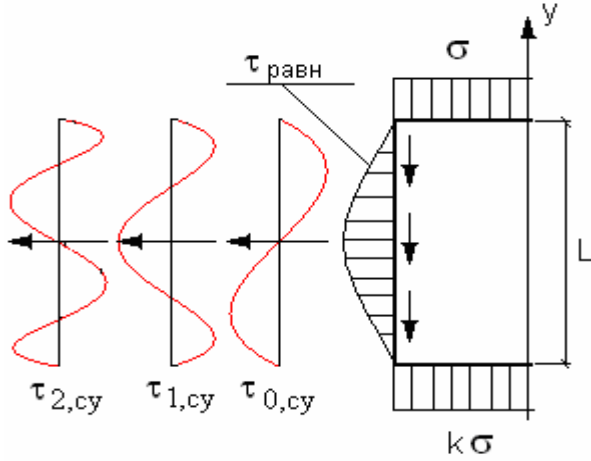


Рис. 8. Схема комбинированного нагружения

На графиках рис. 9 – 11 приведена зависимость критического параметра нагрузки  $P_{кр}$  (для различных значений параметра  $\lambda$ ) от уровня краевых касательных самоуравновешенных напряжений  $k^{\tau}_{0,cy}$  и от величины  $k$ , характеризующей степень неоднородности сжатия пластины. Графики зависимости параметра критики от уровня старших гармоник полиномов  $H_n'(y)$  не приводятся, так как для них значительного изменения в величине  $P_{кр}$  не обнаружено.

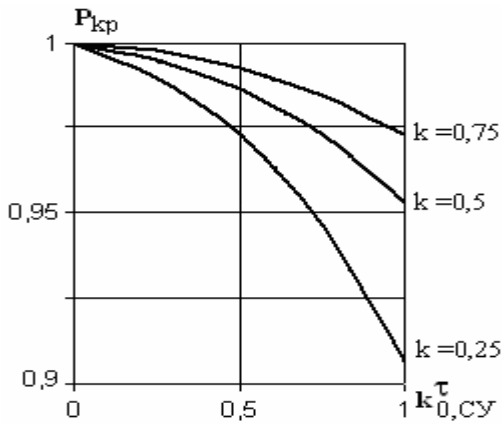


Рис. 9.  $P_{кр}(k^{\tau}_{0,cy}, k)$ ,  $\lambda = 2$

Существенное влияние на устойчивость ( $P_{кр}$  снижается от 5% и более) оказывают самоуравновешенные касательные напряжения, приложенные вдоль длинной стороны прямоугольника при боль-

шой неравномерности сжатия ( $k < 0,5$ ). Для значений  $\lambda < 1$  и  $k = 0,25 \div 1$  влиянием самоуравновешенных касательных напряжений можно пренебречь, если допустимая ошибка в определении параметра устойчивости составляет до 5%.

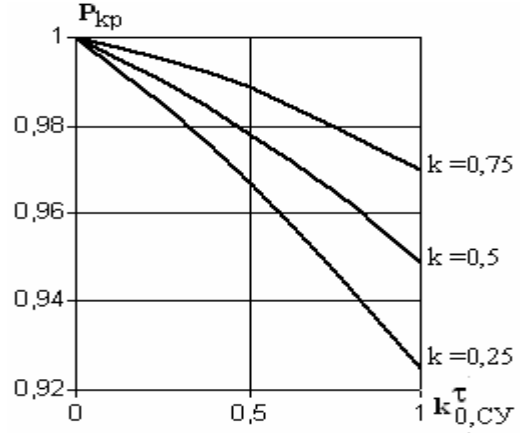


Рис. 10.  $P_{кр}(k^{\tau}_{0,cy}, k)$ ,  $\lambda = 1$

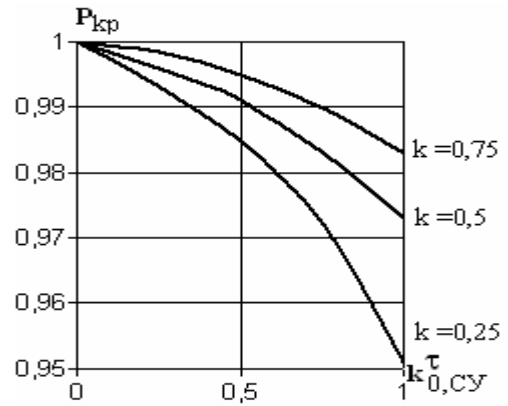


Рис. 11.  $P_{кр}(k^{\tau}_{0,cy}, k)$ ,  $\lambda = 1/2$

### Заключение

Анализ полученных решений нетривиальных задач устойчивости прямоугольных пластин, находящихся в условиях регулярно неоднородного нагружения, показал недопустимость замены сугубо неоднородных исходных полей осредненными однородными.

Приведенная серия графиков иллюстрирует, каких величин может достигать погрешность в определении параметра критики с ростом градиента краевых функций («всплески» могут появляться по смежным упругим границам элементов сложных систем): пренебречь действующими на границе изгибающимися в плоскости пластины напряжениями возможно в очень редких случаях.

Самоуравновешенные нагрузки оказывают меньшее влияние на устойчивость пластины, однако

и оно может быть существенным. Из рассмотренных примеров можно заключить, что без особой потери точности для задачи устойчивости достаточно удерживать первые две-три компоненты функции  $u_1(x, y)$ . Этот вывод интересен как сам по себе, так и с точки зрения подхода метода идентификации краевых условий [1], поскольку заключение о минимально необходимом количестве компонент функции  $u_1(x, y)$  определяет размер разрешающей матрицы на первом и втором этапах реализации метода.

### Литература

1. Халилов С.А. Метод идентификации краевых условий в задачах упругой устойчивости. Идея метода / С.А. Халилов // *Авиационно-космическая техника и технология: сб. научн. тр.* – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ» 2003. – № 36/1. – С. 15-21.

ника и технология: сб. научн. тр. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ» 2003. – № 36/1. – С. 15-21.

2. Халилов С.А. Решение в прямоугольнике статической задачи теории упругости при заданных на границе напряжениях / С.А. Халилов // *Вопросы проектирования самолетных конструкций. Тематический сб. научн. тр.* – Х.: ХАИ, 1982. – Вып. 3. – С. 120-127.

3. Халилов С.А. Устойчивость прямоугольных пластин при неоднородном деформировании / С.А. Халилов // *Расчет и проектирование конструкций летательных аппаратов. Тематический сб. научн. тр.* – Х.: ХАИ, 1989. – С. 50-57.

4. Халилов С.А. Новые системы ортонормированных многочленов, некоторые их свойства и приложения / С.А. Халилов // *Прочность конструкций летательных аппаратов. Тематический сб. научн. тр.* – Х.: ХАИ, 1978. – Вып. 5. – С. 46-56.

Поступила в редакцию 14. 03.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. кафедры прочности летательных аппаратов П.А. Фомичев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

### ВПЛИВ РІВНЯ САМОВРІВНОВАЖЕНИХ КРАЙОВИХ НАГРУЗОК НА ПАРАМЕТР СТІЙКОСТІ ПРЯМОКУТНИХ ПЛАСТИН

С.А. Халілов, С.Г. Кравченко

У високих наближеннях отримано розв'язки задач стійкості прямокутних пластин при регулярному неоднорідному навантаженні. Компоненти вихідного поля напружень представлено у вигляді сум рівноважних та самоврівноважених частин. Наведено, що в залежності від рівня самоврівноважених компонент напружень апроксимувати неоднорідні поля однорідними неприпустимо, що проілюстровано конкретними чисельними результатами. Отримані висновки важливі з точки зору розвитку нового підходу [1] до дослідження стійкості елементів конструкцій авіаційно-космічної техніки.

**Ключові слова:** неоднорідний вихідний стан, плоска задача теорії пружності, прямокутна область, самоврівноважені поля напружень, стійкість.

### SELF-BALANCED EDGE TERMINATION LEVEL INFLUENCE ON RECTANGULAR PLATE STABILITY PARAMETER

S.A. Khalilov, S.G. Kravchenko

Rectangular plate stability task solutions under regular anisotropic loading are obtained in high approximation. Components of initial stress field are represented in sums of balanced and self-balanced parts. Impossibility of approximation of anisotropic fields with isotropic fields due to the self-balanced components level is shown with the concrete numerical examples. Conclusions obtained are important in terms of development of new method [1] of airspace structure elements stability research.

**Key words:** anisotropic initial state, plane elastic problem, rectangular region, self-balanced stress fields, stability.

**Халилов Сиявуш Ахмедович** – ст. научн. сотрудник, ст. преподаватель кафедры прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Кравченко Сергей Григорьевич** – мл. научн. сотрудник, аспирант кафедры технологии производства летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.