

УДК 629.179.13

С.В. ЕПИФАНОВ, Б.А. ЩЕРБАНЬ

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ КРИТЕРИЕВ ТРЕНДА ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ГТД**

В данной работе предложена методика исследования свойств критериев тренда параметров рабочего процесса ГТД. В качестве показателей эффективности рассматриваются быстрдействие и точность работы критериев. При этом учитывается влияние таких факторов, как темп тренда, размер интервала до начала тренда и дисперсия выборки случайной величины. Представлены результаты исследования с помощью данной методики ряда критериев тренда, рассмотрены их преимущества и недостатки. Сформулированы требования, которым должен отвечать универсальный критерий тренда.

Ключевые слова: диагностика технического состояния ГТД, тренд, выборка, дисперсия, аппроксимация, экспоненциальное сглаживание, фильтрация, выброс, критерий, гипотеза, быстрдействие, запаздывание, обнаружение.

Введение

Направление параметрической диагностики, рассматривающее проблему раннего выявления тенденции к устойчивому изменению параметров, называется тренд-анализом. Тренд-анализ заключается в математической обработке выборок параметров рабочего процесса путем расчета статистических критериев и сравнения их с допустимыми пороговыми значениями для проверки двух альтернативных гипотез: наличия и отсутствия тренда. Можно выделить три основных метода решения задач тренд-анализа: оценка случайности расхождения между заданным математическим ожиданием и выборочным средним, оценка принадлежности двух выборок одной генеральной совокупности и выявление закономерности в последовательности данных.

Правильность оценки технического состояния ГТД, полученной в ходе анализа трендов, во многом зависит от таких свойств математических критериев, как быстрдействие (скорость обнаружения тренда после его возникновения) и рассеивание математического ожидания времени срабатывания. Наиболее эффективным является критерий, который способен с высокой точностью выявить тренд параметров на ранней стадии развития неисправности. В то же время этот критерий должен иметь малую вероятность ложных срабатываний в ситуации, когда тренда нет. Поэтому для разработки критериев, предназначенных для практического применения, необходима методика анализа всех свойств альтернативных критериев и выбора критерия, наилучшего в заданных условиях применения. Данная статья направлена на создание такой методики и является развитием предыдущих работ одного из авторов [4]. Эффективность данной методики рассмотрена на примере исследования че-

тырех наиболее часто встречающихся критериев статистического оценивания тренда:

– интегрального S-критерия [1, 3]

$$S_i = \sum_{k=1}^i (Y_k - \bar{Y}_k) > S_{KP_i}; \quad (1)$$

– r-критерия Хальда-Аббе [1, 3]

$$r_k = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} (Y_{k+1} - Y_k)^2 < r_{KP_k}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (Y_k - \bar{Y})^2$$

– t-критерия Стьюдента [1–3]

$$t_i = \frac{\bar{d}_i}{S_{\bar{d}}} > K_{\alpha} t_{KP(i-1;\alpha)}; \quad (3)$$

– критерия ранговой корреляции Спирмена [1, 3]

$$t_i = |r_s| \sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}} > t_{KP(i-2;\alpha)}. \quad (4)$$

В качестве метода исследования используется имитационное моделирование: 1) генерирование значений параметров ГТД, имитирующих их отклонения от нормальных значений, рассчитанные по результатам их эксплуатационной регистрации; 2) обработка этих данных с помощью алгоритмов, реализующих рассматриваемые критерии тренда; 3) анализ полученных результатов.

1. Формирование и обработка данных**1.1 Учет факторов, влияющих на эффективность критериев тренда**

В работе [4] предложена методика оценки быстрдействия критерия в зависимости от безразмер-

ной характеристики анализируемого процесса $3\sigma/a$. Влияние размера участка до начала тренда k_0 не исследовалось. Поэтому представленные результаты могут соответствовать различным значениям k_0 , что затрудняет их практическое использование.

Предлагаемая нами методика предназначена для оценки не только быстрейшего, но и рассеивания математического ожидания времени срабатывания. Помимо этого, оценено влияние размера участка до начала тренда k_0 . Диапазон исследуемых значений k_0 составлял от 15 до 60.

1.2 Предварительная обработка выборки

Реальные выборки параметров рабочего процесса характеризуются возможностью наличия выбросов – значительных (выше допустимого уровня) отклонений от нормы, с последующим возвращением в поле допуска. Поэтому рассмотренные в данной работе алгоритмы тренд-анализа включают не только обнаружение тренда, но и предварительное выявление выбросов. Это еще одно их существенное отличие от рассмотренных ранее алгоритмов.

Как правило, математическая структура критериев тренда сформирована с целью обнаружения любого отклонения от нормы. Поэтому возникает большая вероятность ложного срабатывания вследствие того, что критерий не в состоянии отличить выброс параметра от его тренда. Но даже в том случае, если критерию удастся обнаружить тренд на неотфильтрованной выборке, его показатели быстрейшего действия будут значительно хуже, чем если бы выборка была предварительно обработана.

Высокую эффективность имеет фильтрация «грубых» выбросов методами Греббса или Смирнова-Греббса.

Метод Смирнова-Греббса заключается в том, что «плавающая» выборка $Y_1 \dots Y_n$ ранжируется по возрастанию, определяются минимальное Y_{\min} и максимальное Y_{\max} значения и вычисляются соответствующие им значения V -статистики:

$$V_{\min} = \frac{\bar{Y} - Y_{\min}}{S}; \quad V_{\max} = \frac{Y_{\max} - \bar{Y}}{S}, \quad (5)$$

где $\bar{Y}_i = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i Y_k$ – выборочное среднее значение;

$S = \sqrt{\frac{1}{i-1} \sum_{k=1}^i (Y_k - \bar{Y}_i)^2}$ – выборочное среднеквадратическое отклонение.

Вычисленные значения V -статистики сравниваются с пороговым значением $V_{\text{ГР}}$, зависящим от

вероятности ложных решений α и числа значений в «плавающей» выборке [5, 6]. Проверяется гипотеза о том, что Y_{\min} или Y_{\max} принадлежат выборке. В случае, если $V_i > V_{\text{ГР}}$, данная гипотеза отвергается, а соответствующее значение исключается из рассмотрения. После этого рассматривается новая последовательность, в которой отсутствуют исключенные значения, и повторяется проверка принадлежности максимального или минимального значения выборке.

Принципиальное отличие метода Греббса от метода Смирнова-Греббса состоит в том, что из расчета минимального и максимального значений V -статистики исключаются минимальное Y_1 и максимальное Y_n значения вариационного ряда. Принадлежность проверяемого значения выборке проверяется путем сравнения сумм квадратов отклонений от среднего исходной и сокращенной (без крайних элементов) выборок:

$$V_{\min} = \frac{\sum_{i=2}^n (Y_{(i)} - \underline{Y}_1)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_{(i)} - \bar{Y})^2}; \quad (6)$$

$$V_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (Y_{(i)} - \bar{Y}_1)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_{(i)} - \bar{Y})^2}, \quad (7)$$

где $\bar{Y}_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} Y_{(i)}$ – среднее по выборке без Y_n ;

$\underline{Y}_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n Y_{(i)}$ – среднее без Y_1 .

Затем, как и в методе Смирнова-Греббса, вычисленные значения V -статистики сравниваются с пороговым значением $V_{\text{ГР}}$, зависящим от вероятности ложных решений α и числа значений в «плавающей» выборке [5, 6].

1.3 Методика сбора статистических данных

С целью выявления исследуемых свойств рассмотренных критериев было сформировано большое количество статистических данных. Результат для каждого из значений расстояния до начала тренда и темпа изменения функции получен на основании статистики, собранной со 100 выборок. Экспериментально доказано, что увеличение количества выборок свыше 100 итераций нецелесообразно, поскольку не оказывает существенного влияния на результат.

Выборки параметров имитировались с помощью генератора случайных чисел с нормальным законом распределения. Поскольку сравнение

свойств различных критериев корректно лишь при равных условиях, дисперсия во всех случаях принималась постоянной, а пороговый уровень для каждого из критериев настраивался на вероятность ложного срабатывания критерия в случае отсутствия тренда $\varepsilon = 5\%$. Исследование проводилось для наиболее распространенных в ГТД видов тренда параметров: линейного, квадратичного, экспоненциального и скачкообразного. Программное обеспечение реализовано на языке программирования Fortran_v6.6, а результаты визуализировались с помощью редактора Microsoft Excel.

2. Анализ полученных результатов

Из рис. 3, 4 очевидно, что темп нарастания тренда a оказывает большее влияние на свойства критерия, чем размер интервала до начала тренда k_0 (рис. 1, 2).

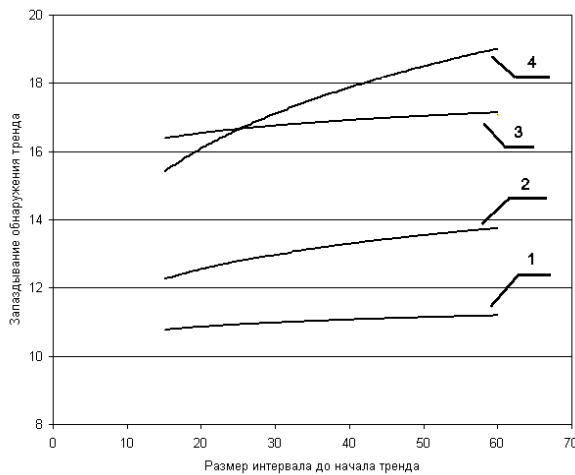


Рис. 1. Влияние размера интервала до начала тренда на запаздывание критерия:

- 1 – r-критерий Хальда-Аббе; 2 – интегральный S-критерий; 3 – t-критерий Стьюдента;
- 4 – критерий ранговой корреляции Спирмена

Размер интервала до начала тренда k_0 хоть и в меньшей степени, но также оказывает влияние на свойства критерия. С ростом интервала увеличивается не только вероятность ложного срабатывания, но и показатель рассеивания. Это особенно проявляется при рассмотрении параметрических критериев (например, интегрального S-критерия) и связано с тем, что по мере увеличения числа измерений растет значение допустимого порогового уровня. Показатель быстродействия критерия от размера интервала до начала тренда практически не зависит.

Наилучшие показатели быстродействия и рассеивания продемонстрировали интегральный S-критерий и r-критерий Хальда-Аббе. Эти критерии имеют сравнительно простую структуру, и одинаково

во успешно могут быть применены при исследовании всех рассмотренных видов тренда (как видно на графиках, линии этих критериев практически совпадают). При этом стоит заметить, что структура r-критерия Хальда-Аббе ограничивает применение к исследуемой выборке экспоненциального сглаживания, поскольку это приводит к увеличению количества ложных срабатываний.

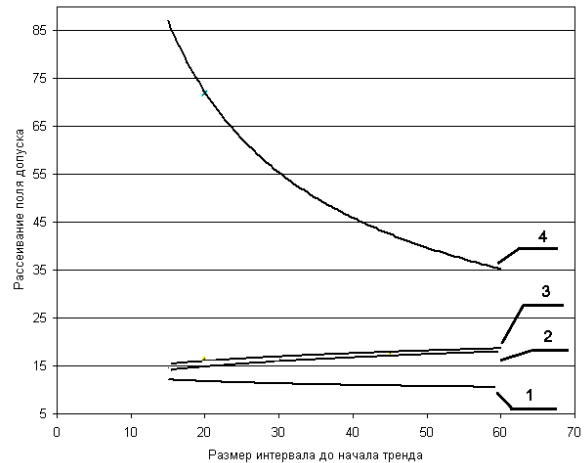


Рис. 2. Влияние размера интервала до начала тренда на точность работы критерия:

- 1 – r-критерий Хальда-Аббе; 2 – интегральный S-критерий; 3 – t-критерий Стьюдента;
- 4 – критерий ранговой корреляции Спирмена

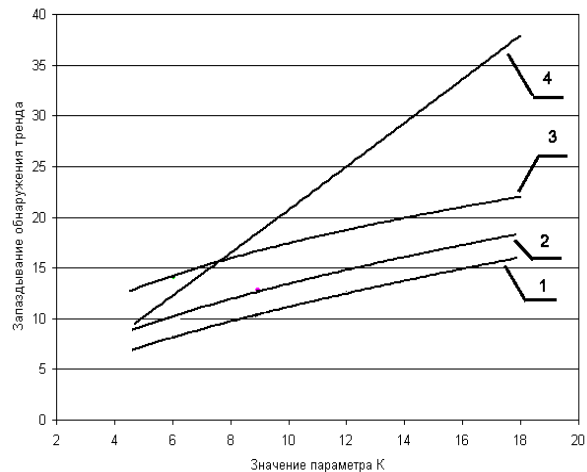


Рис. 3. Влияние параметра тренда $K = 3\sigma/a$ на запаздывание критерия:

- 1 – r-критерий Хальда-Аббе; 2 – интегральный S-критерий; 3 – t-критерий Стьюдента;
- 4 – критерий ранговой корреляции Спирмена

Но интегральный S-критерий, несмотря на вышеназванный недостаток, позволяет вести анализ тенденций непосредственно с момента начала регистрации параметра, в то время как пороговый уровень r-критерия Хальда-Аббе позволяет начинать исследование только с четвертого шага.

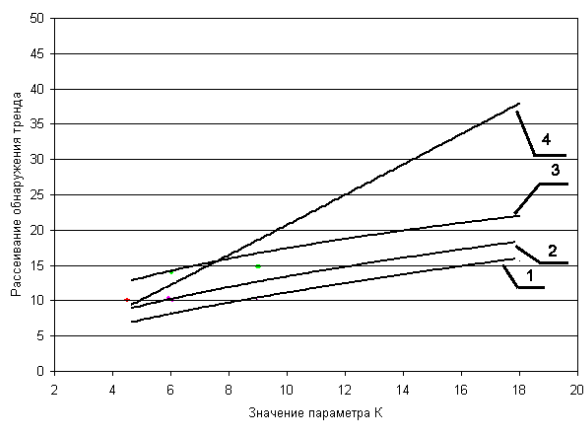


Рис. 4. Влияние параметра тренда $K = 3\sigma / a$ на точность критерия:

- 1 – γ -критерий Хальда-Аббе; 2 – интегральный S-критерий; 3 – t-критерий Стьюдента; 4 – критерий ранговой корреляции Спирмена

t-критерий Стьюдента несколько уступает первым двум критериям по быстродействию и рассеиванию времени срабатывания, но также может быть использован для исследования всех видов тренда. Сравнивая исследуемую выборку с выборкой, не имеющей тренд, данный критерий может с высокой точностью констатировать факт наличия или же отсутствия в ней тренда параметров.

Как и γ -критерий Хальда-Аббе, t-критерий является непараметрическим, и его пороговый уровень не зависит от дисперсии исследуемой случайной величины.

Данное обстоятельство было выявлено при исследовании влияния дисперсии случайной величины на быстродействие и точность срабатывания критериев тренда.

В интегральном S-критерии значение дисперсии учитывается при расчете порогового уровня. Поэтому при исследовании выборки с большей дисперсией критерий получает больший диапазон допустимых значений (рис. 5). В этом состоит не только недостаток этого критерия, но и его преимущество: расширение диапазона снижает вероятность ложного срабатывания критерия.

Пороговый уровень γ -критерия Хальда-Аббе (рис. 6) и t-критерия Стьюдента зависит от принятой вероятности ошибки, но не зависит от дисперсии случайной величины.

Это приводит к тому, что критерии обнаруживают выборку с большими значениями дисперсии в области с меньшим допустимым пороговым уровнем. Дальнейшее увеличение дисперсии делает невозможным обнаружение тренда. На рис. 7 показана обобщенная зависимость быстродействия критериев от дисперсии случайной величины, выражаемой через параметр $K = 3\sigma / a$.

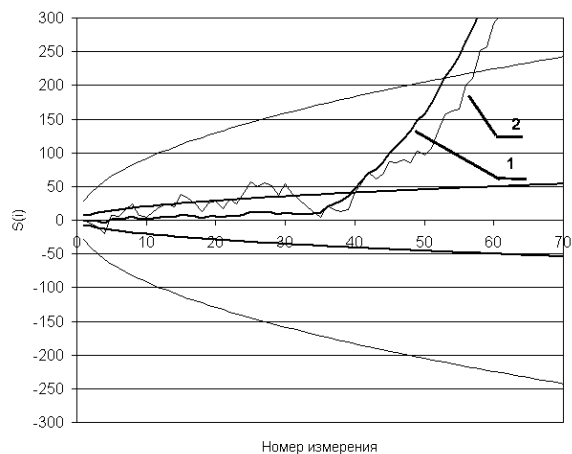


Рис. 5. Влияние дисперсии случайной величины на свойства интегрального s-критерия:

- 1 – $\sigma = 3$; 2 – $\sigma = 5$

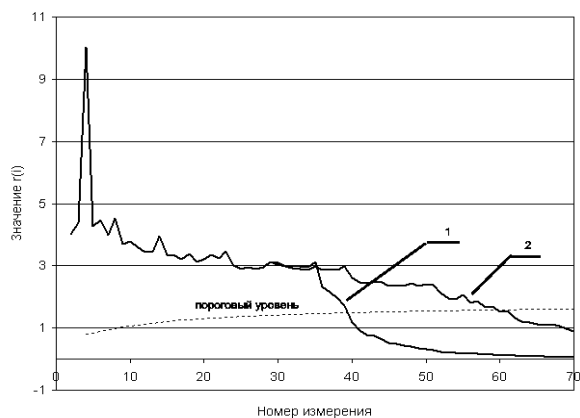


Рис. 6. Влияние дисперсии случайной величины на свойства γ -критерия Хальда-Аббе:

- 1 – $\sigma = 3$; 2 – $\sigma = 5$

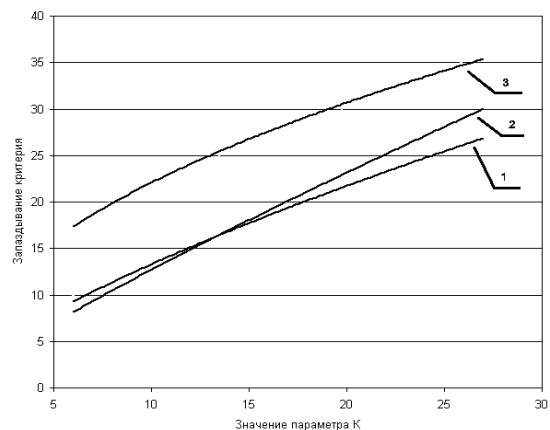


Рис. 7. Влияние параметра $K = 3\sigma / a$ на свойства рассмотренных критериев:

- 1 – интегральный S-критерий; 2 – γ -критерий Хальда-Аббе; 3 – t-критерий Стьюдента

Критерий Спирмена, имеющий достаточно сложную структуру, показал при этом значительное рассеивание, выходящее за пределы принятого поля допуска. Эти обстоятельства делают невозможным

применение данного критерия при решении задач технической диагностики ГТД.

Заключение

Проделанный анализ позволил выявить преимущества и недостатки различных структур и видов критериев тренда. На основании этих данных сформулированы требования, которым должен отвечать перспективный универсальный критерий анализа тенденций. Разрабатываемый критерий должен решать задачу тренд-анализа путем оценки случайности расхождения между заданным математическим ожиданием и выборочным средним – данный метод продемонстрировал наибольшую эффективность. Критерий должен быть параметрическим, то есть учитывающим дисперсию случайной величины. Методика анализа должна быть адаптирована к реальной выборке, необходимо устранение выбросов и снижение зашумления исследуемой выборки.

Литература

1. Закс Л. *Статистическое оценивание* / Л. Закс. – М.: Статистика, 1977. – 425 с.
2. Корн Г. *Справочник по математике для научных работников* / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1984. – 833 с.
3. *Основные результаты научно-технической деятельности: сборник научных работ.* – Одесса: ОАО «Элемент», 2008. – 293 с.
4. *Синтез систем управления и диагностики газотурбинных двигателей* / С.В. Епифанов, В.Л. Кузнецов, И.Н. Богаенко и др. – К.: Техника, 1998. – 312 с.
5. *Дубров А.М. Многомерные статистические методы: учебник* / А.М. Дубров, В.С. Мхитарян, Л.И. Трошин. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 352 с.
6. *Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработка наблюдений* / Е.И. Пустыльник. – М.: Наука, 1968. – 362 с.

Поступила в редакцию 1.06.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. кафедры конструкции авиационных двигателей Д.Ф. Симбирский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ПОРІВНЯЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ КРИТЕРІЇВ ТРЕНДУ ПАРАМЕТРІВ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ ГТД

С.В. Єпіфанов, Б.О. Щербань

У цій статті запроваджено методику дослідження властивостей критеріїв тренду параметрів робочого процесу ГТД. У якості показників ефективності обрано швидкість та точність роботи критеріїв. При цьому враховується вплив таких факторів, як темп тренду, розмір інтервалу до початку тренду та дисперсія вибірки. Розглянуто переваги та недоліки різноманітних структур критеріїв. Сформульовано вимоги, яким має відповідати універсальний критерій аналізу тенденцій.

Ключові слова: тренд, вибірка, дисперсія, апроксимація, фільтрація, виброс, критерій, гіпотеза, швидкість, виявлення.

COMPARATIVE RESEARCH OF EFFICIENCY OF CRITERIA OF THE TREND OF PARAMETERS OF WORKING PROCESS GTD

S.V. Yepifanov, B.A. Scherban

In the given work the technique of research of properties of criteria of a trend of parameters of working process GTD is offered. As efficiency indicators speed and accuracy of work of criteria are considered. Influence of such factors, as rate of a trend, the size of an interval prior to the beginning of a trend and a dispersion of sample of a random variable is thus considered. Advantages and lacks of various structures of criteria are considered. Requirements to which the universal criterion of the analysis of tendencies should answer are formulated.

Keywords: trend, sample, a dispersion, approximation, smoothing, a filtration, emission, criterion, a hypothesis, speed, delay, detection.

Епифанов Сергей Валерьевич – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой конструкции авиационных двигателей и энергоустановок Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: aedlab@gmail.com.

Щербань Богдан Александрович – студент факультета авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: bogdanscherban@mail.ru.