УДК 629.7.03:681.518.7

С.В. ЕПИФАНОВ, С.И. СУХОВЕЙ, Т.В. КУЛИК

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНВАРИАНТНОСТИ САУ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПОЛЕТНЫХ УСЛОВИЙ

Рассмотрена проблема сохранения динамических свойств системы автоматического управления двигателем в широком диапазоне полетных условий в случае, когда. синтез системы выполняется в базовых условиях. Динамические свойства объекта управления представлены линеаризованными динамическими уравнениями, зависимость коэффициентов которых от полетных условий описывается с помощью формул приведения. В качестве условий инвариантности используется постоянство корней характеристического уравнения САУ. Рассмотрен ряд примеров и на основе их анализа сформированы общие подходы к решению проблемы.

Ключевые слова: газотурбинный двигатель, система автоматического управления, регулятор, подобие

Введение

Одна из основных проблем создания систем автоматического управления авиационных двигателей – обеспечение высокого качества управления в широком диапазоне высотно-скоростных и климатических условий. При изменении полетных условий проявляется нелинейный характер двигателя как объекта управления: его динамические свойства существенно изменяются. Поэтому для обеспечения качества управления необходимо корректировать характеристики регуляторов.

Теоретические основы анализа и синтеза САУ газотурбинных двигателей в различных полетных условиях изложены в работе [1]. Однако основное внимание в ней уделено формированию комплексов, состоящих из значений параметров рабочего процесса, которые постоянны либо требуют небольшой коррекции при изменении полетных условий. Актуальность этой задачи была обусловлена прежде всего ограниченными возможностями гидромеханических систем регулирования, созданию которых посвящена указанная работа. В настоящее время основу САУ двигателей составляют электронные регуляторы, обеспечивающие возможность реализации сложных законов управления, в том числе и для их коррекции при изменении полетных условий.

Постановка задачи

Рассмотрим САУ с регулятором установившихся режимов (рис. 1). Пусть объект управления (в общем случае состоящий из двигателя, измерительных и исполнительных устройств) описывается уравнением

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + \ldots + x = b_m \frac{d^m g}{dt^m} + \ldots + b_0 g + c_k \frac{d^k f}{dt^k} + \ldots + c_0 f\,, \quad (1)$$

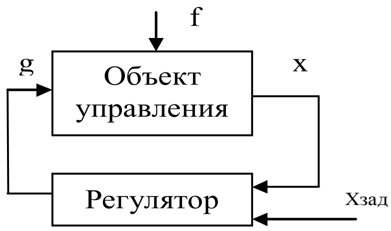

Рис. 1. САУ с регулятором установившихся режимов

где x – регулируемый параметр; f, g, $x_{зад}$ – внешнее, управляющее и задающее воздействия, а коэффициенты $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ зависят от полетных условий $\vec{Q}$.

Для известных базовых внешних условий (например, в стандартных атмосферных условиях при H=0, M=0) синтезирован регулятор, который описывается уравнением

$$l_p^0 \frac{d^p g}{dt^p} + \ldots + g = e_q^0 \frac{d^q (x - x_{зад})}{dt^q} + \ldots + e_0^0 (x - x_{зад})\,. \quad (2)$$

Необходимо найти коэффициенты регулятора в заданных полетных условиях, обеспечивающие такие же свойства САУ, какие она имеет в условиях $\vec{Q}_0$.

Чтобы приблизиться к общему решению этой задачи, необходимо:

– задать зависимости параметров $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ уравнения объекта (1) от полетных условий;

– задать конкретный вид регулятора (2);

– определить состав варьируемых коэффициентов регулятора;

– определить, инвариантность каких свойств САУ необходимо обеспечить;

– выяснить возможность удовлетворения инвариантности всех свойств;

© С.В. Епифанов, С.И. Суховей, Т.В. Кулик

– если полная инвариантность невозможна, выделить основные свойства;

– найти зависимости варьируемых коэффициентов регулятора от параметров полетных условий, обеспечивающие инвариантность основных свойств САУ.

Рассмотрим эти этапы для простейших регуляторов одновальных и двухвальных двигателей.

Одновальный ТРД с пропорциональным регулятором

В произвольных полетных условиях ТРД описывается уравнением

$$T\frac{dx}{dt}+x=K_g g+K_f f\,, \tag{3}$$

где T, K_g, K_f – постоянная времени и коэффициенты усиления, связанные с базовыми значениями формулами приведения:

$$T=T^0\frac{p_0}{p_H^*}\sqrt{\frac{T_0}{T_H^*}}\,;\; K_g=K_g^0\frac{p_0}{p_H^*}\,;\; K_f=K_f^0 C_f\,, \tag{4}$$

где C_f – коэффициент приведения параметра K_f; p_0, T_0 – базовые значения давления и температуры на входе в двигатель.

Для базовых условиях выполнен синтез САУ, в результате которого получено значение K_p^0, входящее в формулу регулятора

$$g=K_p^0(x_{зад}-x)\,. \tag{5}$$

Необходимо найти выражение для значения K_p в произвольных полетных условиях, обеспечивающее инвариантность САУ.

Получим уравнение САУ

$$T\frac{dx}{dt}+(1+K_gK_p)x=K_f f+K_gK_p x_{зад} \tag{6}$$

и выражение для переходной характеристики (рассмотрим переходную характеристику по задающему воздействию):

$$x(t)=\frac{K_gK_p x_{зад}}{1+K_gK_p}\left\{1-\exp\left[-\frac{(1+K_gK_p)t}{T}\right]\right\}. \tag{7}$$

Сравнение (7) с аналогичным выражением для переходной характеристики в базовых условиях показывает, что изменением значения K_p можно корректировать переходную характеристику САУ. В данном случае она имеет два параметра: амплитуду $\dfrac{K_gK_p x_{зад}}{1+K_gK_p}$ и постоянную времени $\dfrac{T}{1+K_gK_p}$. Очевидно, с помощью одного параметра регулятора невозможно обеспечить постоянство обоих параметров САУ. Учитывая, что реальные САУ имеют регулятор с интегральной составляющей, устраняющей статическую погрешность, обратим основное внимание на длительность переходных процессов и проанализируем обеспечение инвариантности постоянной времени САУ. В результате получим:

$$K_p=\frac{1}{K_g}\left[\frac{T}{T_0}(1+K_g^0K_p^0)-1\right]. \tag{8}$$

Это же условие обеспечивает инвариантность САУ по внешним воздействиям.

Одновальный ТРД с пропорционально интегральным регулятором

Уравнения регулятора и САУ:

$$\frac{dg}{dt}=-K_p\frac{dx}{dt}-K_i x+K_p\frac{dx_{зад}}{dt}+K_i x_{зад}\,;$$

$$T\frac{d^2x}{dt^2}+(1+K_gK_p)\frac{dx}{dt}+K_gK_i x=$$
$$=K_f\frac{df}{dt}+K_gK_p\frac{dx_{зад}}{dt}+K_gK_i x_{зад}\,.$$

Рассмотрим два возможных случая, в которых САУ является колебательной или апериодичной.

Условие колебательности:

$$\frac{K_gK_i}{T}>\frac{(1+K_gK_p)^2}{4T^2}\;\text{ или }\;K_i>\frac{(1+K_gK_p)^2}{4TK_g}\,. \tag{9}$$

Таким образом, если для базовой САУ условие (9) выполняется, то она – колебательная. Характеристическое уравнение САУ имеет следующие корни:

$$p_{1,2}=\alpha\pm j\omega=-\frac{1+K_gK_p}{2T}\pm j\sqrt{\frac{(1+K_gK_p)^2}{4T^2}-\frac{K_gK_i}{T}}\,.$$

Время переходных процессов определяется значением α и не зависит от интегрального коэффициента усиления регулятора. Условие инвариантности такой САУ аналогично полученному выше для пропорционального регулятора (8).

Если условие (9) не выполняется, САУ апериодична. В этом случае ее свойства лпределяются значениями двух корней характеристического уравнения, и с помощью двух коэффициентов K_p и K_i регулятора можно обеспечить полную инвариантность. Рассмотрим условия равенства корней для базовых и текущих полетных условий:

$$\begin{cases}\dfrac{1+K_gK_p}{2T}-\sqrt{\dfrac{(1+K_gK_p)^2}{4T^2}-\dfrac{K_gK_i}{T}}=\\[2mm] =\dfrac{1+K_g^0K_p^0}{2T^0}-\sqrt{\dfrac{(1+K_g^0K_p^0)^2}{4T^{o2}}-\dfrac{K_g^0K_i^0}{T^o}}\,;\\[2mm] \dfrac{1+K_gK_p}{2T}+\sqrt{\dfrac{(1+K_gK_p)^2}{4T^2}-\dfrac{K_gK_i}{T}}=\\[2mm] =\dfrac{1+K_g^0K_p^0}{2T^0}+\sqrt{\dfrac{(1+K_g^0K_p^0)^2}{4T^{o2}}-\dfrac{K_g^0K_i^0}{T^o}}\,.\end{cases}$$

Решая эту систему уравнений относительно неизвестных коэффициентов регулятора, получим:

$$K_p = \frac{1}{K_g}\left[\frac{T}{T^0}(1+K_g^0K_p^0)-1\right] = \frac{1}{K_g^0}\times$$

$$\times\left[\sqrt{\frac{T_H^*}{T_0}}(1+K_g^0K_p^0-\frac{p_H^*}{p_0}\right];$$

$$K_i = K_i^0\frac{T}{T^0}\frac{K_g^0}{K_g} = K_i^0\sqrt{\frac{T_H^*}{T_0}}.$$

Двухвальный ТРД (или ТРДД)
с пропорциональным регулятором

Уравнение двигателя:

$$T_1T_2\frac{d^2x}{dt^2}+(T_1+T_2)\frac{dx}{dt}+x =$$
$$= K_g(T_3\frac{dg}{dt}+g)+K_f(T_3\frac{df}{dt}+f).$$

Присоединив к нему регулятор (5), получим уравнение САУ:

$$T_1T_2\frac{d^2x}{dt^2}+(T_1+T_2+T_3K_gK_p)\frac{dx}{dt}+(1+K_gK_p)x =$$
$$= K_f(T_3\frac{df}{dt}+f)+K_gK_p(T_3\frac{dx_{зад}}{dt}+x_{зад}).$$

Если $\frac{(T_1^0+T_2^0+T_3^0K_g^0K_p^0)^2}{4T_1^{o2}T_2^{o2}} < \frac{1+K_g^0K_p^0}{T_1^0T_2^0}$, САУ колебательная, то время переходных процессов определяется вещественной частью корней характеристического уравнения.

Исходя из этого, получим следующее условие инвариантности САУ:

$$K_p = \frac{1}{T_3K_g}\left[\frac{T_1T_2}{T_1^0T_2^0}(T_1^0+T_2^0+T_3^0K_g^0K_p^0)-T_1-T_2\right].$$

Если САУ апериодична, то ее инвариантность определяется постоянством двух корней. Обеспечить это с помощью одного параметра регулятора невозможно. Поэтому, учитывая, что время переходных процессов определяется значением корня, имеющего меньшую абсолютную величину, после необходимых преобразований получим следующее условие частичной инвариантности САУ:

$$K_p = \frac{A^2-2(T_1+T_2)A+4}{(2T_3A-4)K_g},$$

где

$$A = \frac{T_1T_2}{T_1^0T_2^0}\left(B-\sqrt{B^2-4K_g^0K_p^0-4}\right);\ B=T_1^0+T_2^0+T_3^0K_g^0.$$

Двухвальный ТРД (или ТРДД)
с пропорционально-интегральным регулятором

Уравнение САУ:

$$\frac{d^3x}{dt^3}+\frac{T_1+T_2+T_3K_gK_p}{T_1T_2}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{1+T_3K_gK_p+K_iK_p}{T_1T_2}\frac{dx}{dt}+$$
$$+\frac{T_3K_gK_i}{T_1T_2}x = \frac{T_3K_f}{T_1T_2}\frac{d^2f}{dt^2}+\frac{K_f}{T_1T_2}\frac{df}{dt}.$$

САУ – колебательная, если $Q < 0$, где

$$Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3+\left(\frac{q}{2}\right)^2;\ p=-\frac{(T_1+T_2+T_3K_gK_p)^2}{3T_1^2T_2^2}+$$
$$+\frac{1+T_3K_gK_i+K_gK_p}{T_1T_2};\ q = 2\left(\frac{T_1+T_2+T_3K_gK_p}{3T_1T_2}\right)^3-$$
$$-\frac{(T_1+T_2+T_3K_gK_p)(1+T_3K_gK_i+K_gK_p)}{3T_1^2T_2^2}+\frac{T_3K_gK_i}{T_1T_2}.$$

В этом случае динамика САУ определяется вещественным корнем p_1 характеристического уравнения и действительной частью α двух остальных корней. Из теории кубических уравнений [2] следует, что

$$p_1 = A+B-\frac{a}{3};\ p_{2,3} = -\frac{A+B}{2}-\frac{a}{3}\pm j\frac{A-B}{2}\sqrt{3},$$

где $a=\frac{T_1+T_2+T_3K_gK_p}{T_1T_2}$; $A=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{Q}}$; $B=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{Q}}$.

Условия инвариантности САУ:

$$p_1 = p_1^0;\ \alpha=\alpha^0.$$

Данные условия можно рассматривать как систему уравнений с неизвестными K_p и K_i. Сложный характер этих уравнений не позволяет получить аналитическое решение, как это было в предыдущих примерах. В практических целях можно предложить решать эту систему численно для заданной совокупности полетных условий, а затем использовать аппроксимацию или интерполяцию для определения зависимости K_p и K_i от параметров полета.

Если САУ апериодична, ее динамика определяется значениями трех вещественных корней характеристического уравнения. Условие инвариантности имеет вид системы из трех уравнений с двумя неизвестными. Поэтому в общем случае обеспечить полную инвариантность САУ невозможно.

Частичную инвариантность можно обеспечить, если выполнить условие постоянства двух корней характеристического уравнения. Очевидно, следует выбирать меньшие по абсолютному значению корни, так как именно они будут определять длительность переходных процессов.

Заключение

Анализ рассмотренных простейших примеров позволяет обобщить полученные результаты, чтобы перейти в дальнейшем к решению задач обеспечения инвариантности САУ реальных ГТД:

1. Динамические характеристики САУ определяются амплитудой и временем переходных процессов, а для колебательных САУ – также частотами колебаний.

2. Обеспечить инвариантность всех этих свойств путем коррекции коэффициентов регулятора не представляется возможным. Поэтому в данной работе выделено основное свойство – время переходных процессов.

3. Условие инвариантности времени переходных процессов можно выразить как постоянство вещественных частей корней характеристического уравнения САУ.

4. Реальные объекты управления, в состав которых входят двигатель, исполнительные и измерительные устройства, имеют высокий порядок, соответственно велико число корней характеристических уравнений. Поэтому типичной является ситуация, когда число корней больше, чем количество параметров регулятора.

5. В этой ситуации не представляется возможным обеспечить полную инвариантность времени переходных процессов, и остается лишь возможность обеспечить частичную инвариантность.

6. Для формирования условий частичной инвариантности предложено исключить из рассмотрения корни характеристического уравнения с меньшими (по абсолютной величине) вещественными частями, что эквивалентно исключению быстрых движений системы и рассмотрению медленных движений.

7. Условия инвариантности для реальных САУ имеют вид достаточно сложных нелинейных алгебраических уравнений, аналитическое решение которых в общем случае не представляется возможным. Поэтому предложено воспользоваться их численными решениями на заданном множестве полетных условий, с последующей аппроксимацией полученных данных для использования в настройках регуляторов.

Литература

1. Любомудров Ю.В. Применение теории подобия при проектировании систем управления газотурбинных двигателей / Ю.В. Любомудров. – М.: Машиностроение, 1971. – 200 с.

2. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 831 с.

Поступила в редакцию 1.06.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.И. Кузнецов, Институт электричества и магнетизма НАН Украины, Киев.

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНВАРІАНТНОСТІ САУ АВІАЦІЙНИХ ДВИГУНІВ ПРИ ЗМІНІ ПОЛЬОТНИХ УМОВ

С.В. Єпіфанов, С.І. Суховій, Т.В. Кулик

Розглянуто проблему збереження динамічних властивостей системи автоматичного керування двигуном у широкому діапазоні польотних умов у випадку, коли синтез системи виконується в базових умовах. Динамічні властивості об'єкта керування представлено лінеаризованими динамічними рівняннями, залежність коефіцієнтів яких від польотних умов описується за допомогою формул зведення. В якості умов інваріантності використовується постійність коренів характеристичного рівняння САК. Розглянуто ряд прикладів і на основі їх аналізу сформовано загальні підходи до розв'язання проблеми.

Ключові слова: газотурбінний двигун, система автоматичного керування, регулятор, подібність.

AIRCRAFT ENGINE CONTROL SYSTEM INVARIANCE SUPPORT AT FLIGHT CONDITIONS VARIATION

S.V. Yepifanov, S.I. Suchovey, T.V. Kulik

Problem of aircraft engine control system dynamic performances support in vide range of flight conditions is considered. Synthesis of the system is supposed to be done in some basic flight conditions. Controlled object's dynamic performances are represented by linearized differential equations. Dependences of these equations coefficients on flight conditions are represented by formulas of correction. Stability of characteristic equation roots is used as invariance condition. A set of examples is considered and general approach to the problem solution is generated.

Key words: gas turbine engine, automatic control system, governor, similarity.

Епифанов Сергей Валериевич – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой конструкции авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: syepifanov@yandex.ru.

Суховей Сергей Иванович – канд. техн. наук, доцент кафедры конструкции авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: aedlab@gmail.com.

Кулик Тамара Васильевна – ст. научн. сотр. кафедры конструкции авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: aedlab@gmail.com.