УДК 629.179.13

М.В. ШЕВЧЕНКО, С.В. ЕПИФАНОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

МЕТОД ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ГТД

Рассмотрена проблема оценивания отклонений неизмеряемых параметров ГТД путем статистического анализа отклонения измеряемых параметров в условиях изменения технического состояния двигателя и недостатка информации об этом изменении, обусловленном ограниченными возможностями измерительной системы. В качестве исследуемого неизмеряемого параметра рассмотрена тяга. Для системы линейных уравнений, описывающих объект, составлена матрица плана и выявлена мультиколлинеарность ее элементов. Для решения проблемы рассмотрена процедура, основанная на использовании главных компонент, позволяющая получить устойчивые смещенные оценки. В качестве объекта исследования рассмотрен ТРДД с пятью измеряемыми параметрами и двадцатью тремя параметрами, характеризующими изменение технического состояния. С помощью нелинейной поузловой модели исследуемого объекта смоделированы дефекты проточной части, имитирующие изменение технического состояния, получены оценки отклонения исследуемого параметра и выполнено их сравнение с результатами, полученными с помощью нелинейной модели. Определены погрешности оценивания.

Ключевые слова: *газотурбинный двигатель, диагностирование, тяга, корреляционная матрица, статистическая оценка, главные компоненты.*

Список обозначений

A – параметр расхода через СА турбины;
G – массовый расход;
H – матрица коэффициентов влияния;
n – частота вращения;
P – тяга;
p – давление;
T – температура;
Y – измеряемые параметры проточной части;
δ – относительное отклонение параметра;
η – КПД;
μ – коэффициент расхода;
σ – коэффициент восстановления полного давления;
θ – параметры характеристик узлов;
φ – коэффициент скорости.

Список индексов

В – каскад вентилятора;
ВД – каскад высокого давления;
вх – вход в компрессор;
в – воздух;
г – газ;
К – компрессор;
пр – приведенное значение параметра;
СД – каскад среднего давления;
С1 – реактивное сопло внутреннего контура;
С2 – реактивное сопло наружного контура;
Т – турбина;
т – топливо.

Введение

Современные стратегии эксплуатации газотурбинных силовых установок основываются на информации об их текущем техническом состоянии. Для полного представления о причинах и характере изменения технического состояния проточной части двигателя необходимо определять характеристики узлов и анализировать их изменение. Для этого необходимо знать полную температуру, полное и статическое давление на входе и выходе из каждого узла, а для компрессоров и турбин – частоты вращения роторов. На практике большая часть этой информации недоступна. Помимо недостатка информации, как правило, наблюдаются шум и отклонения показаний датчиков, связанные с их погрешностями.

Поэтому при определении технического состояния двигателей контролируются интегральные параметры. Для турбореактивных двигателей таковыми являются тяга и удельный расход топлива. Однако в полете эти параметры не измеряются и их значения необходимо оценивать.

Известно несколько методов, позволяющих при диагностировании оценивать параметры двигателя в условиях недостатка измерений. Во введении к работе [1] проанализированы подобные методы. К этим методам можно добавить робастный фильтр Калмана, устойчивый к выбросам в данных. Но известно [2, 3], что чем устойчивее фильтр, тем менее точна полученная с его помощью оценка, и наоборот – чем точнее оценка, тем менее устойчив фильтр. В работах [2, 3] обнаружена еще одна проблема этих фильтров – низкая точность при изменении КПД узлов. Таким образом, ни один из существующих методов не решает проблему оценивания неизмеряемых параметров в условиях изменения технического состояния с достаточной степенью точности и устойчивости. Существуют также алгоритмы, позволяющие оценивать значения тяги и других параметров непосредственно в полете путем сочетания фильтра Калмана с нелинейной динамической моделью [4]. Однако для реализации такого алгоритма необходимы мощные вычислительные средства. В известных работах нет информации о точности этих алгоритмов в случае изменения технического состояния двигателя.

Итак, проблема разработки алгоритмов для определения отклонений неизмеряемых параметров двигателей в условиях изменения технического состояния в настоящее время не имеет однозначного решения и требует специальных исследований.

1. Постановка задачи

1.1. Влияние дефектов на интегральные параметры ГТД

Примером неизмеряемого важного для оценки технического состояния двигателя параметра является тяга. Отклонение дроссельной характеристики для тяги от исходной характеристики является признаком изменения технического состояния двигателя. Оно является результатом комплексного изменения параметров проточной части. В данной работе предлагается выполнить анализ влияния изменения технического состояния газотурбинного двигателя на изменение его параметров и на примере тяги предложить алгоритм определения значений неизмеряемых параметров.

В качестве примера рассмотрен трехвальный турбореактивный двухконтурный авиационный двигатель без смешения потоков типа Д-436-148. Обычно изменение тяги таких двигателей, имеющих большую степень двухконтурности, оценивают по изменению частоты вращения вентилятора, предполагая, что связь между этой частотой и тягой инвариантна, то есть не зависит от технического состояния двигателя. Для проверки этого предположения с помощью нелинейной поузловой термогазодинамической модели получена дроссельная характеристика тяги в диапазоне режимов от малого газа до взлетного при заданных базовых характеристиках узлов. Затем задано смещение характеристики вентилятора по приведенному расходу воздуха на 1% ниже исходного значения и снова рассчитаны значения тяги. Таким же образом были выполнены расчеты при снижении на 1% коэффициента скорости сопла наружного контура и коэффициента восстановления полного давления во входном устройстве, а также при совместном ухудшении указанных характеристик. Результаты представлены на рис. 1.

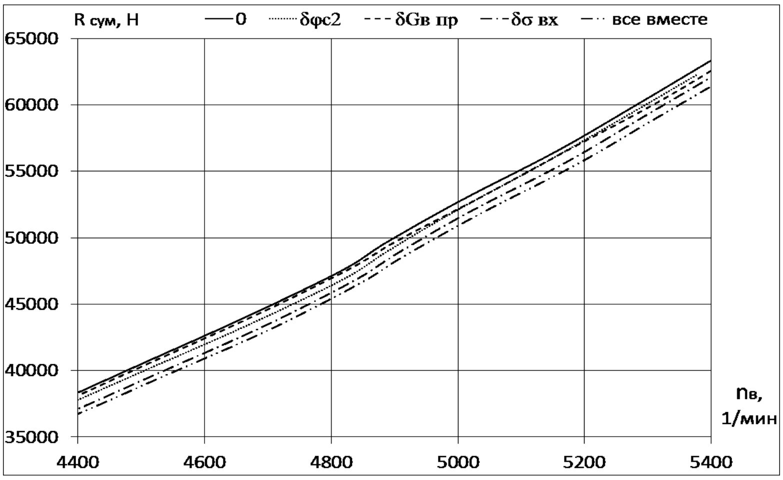

Рис. 1. Зависимость тяги от частоты вращения ротора вентилятора

Из рис. 1 видно, что при рассмотренных небольших изменениях характеристик узлов зависимость тяги двигателя от частоты вращения вентилятора изменяется от 1 до 4%. Значит, для определения значения тяги в эксплуатации недостаточно использовать ее зависимость от частоты вращения вентилятора, полученную при базовых характеристиках узлов – необходимо также учитывать влияние изменения технического состояния. Это относится и к другим зависимостям между неизмеряемыми и измеряемыми параметрами двигателя. Таким образом, для анализа технического состояния двигателя в эксплуатации необходим алгоритм учета влияния изменения технического состояния на зависимость тяги (и других неизмеряемых параметров) двигателя от измеряемых параметров рабочего процесса.

В работе [5] нами представлен обзор способов измерения тяги и показано, что ни один из этих способов не обеспечивает учет изменения тяги с изменением технического состояния силовой установки в процессе эксплуатации.

1.2. Исходные данные

Техническое состояние узлов рассматриваемого двигателя описывается $m = 23$ параметрами $\vec{\theta}$, относительные отклонения $\delta\vec{\theta}$ которых характеризуют изменение технического состояния узлов. Признаками состояния являются относительные отклонения $\delta\vec{Y}$ $n = 5$ измеряемых параметров от нормальных значений. Шестой измеряемый параметр (в данной работе суммарная степень повышения давления в компрессоре) используется как аргумент модели нормального состояния.

Связь признаков состояния с параметрами технического состояния узлов описывается линейной моделью

$$\delta\vec{Y} = H \cdot \delta\vec{\theta}\,, \tag{1}$$

где H – (n × m) – матрица коэффициентов влияния (МКВ), которая для взлетного режима представлена в табл. 1.

Таблица 1

Матрица коэффициентов влияния для взлетного режима

	$\delta\sigma_{вх}$	$\delta G_{в\ пр}$	$\delta\eta_{в}$	$\delta G_{ксд\ пр}$	$\delta\eta_{ксд}$	$\delta G_{квд\ пр}$	$\delta\eta_{квд}$	$\delta A_{твд}$	$\delta\eta_{твд}$	$\delta A_{тсд}$	$\delta\eta_{тсд}$	$\delta A_{тв}$
$\delta T_{т}$	–0,4749	0,0701	–0,0905	0,1282	–0,8103	0,0833	–0,7513	0,4587	–0,9816	0,0940	–0,7985	–0,8518
$\delta n_{в}$	–0,2290	–0,7135	0,2772	0,0159	–0,0686	0,0064	–0,0592	0,5742	–0,1344	0,0056	–0,1048	–0,3373
$\delta n_{сд}$	–0,4781	0,2291	–0,1400	–0,5056	0,3697	–0,0109	0,1175	0,4636	0,0965	–0,3425	0,3835	0,4832
$\delta n_{вд}$	–0,2486	0,0535	–0,0528	0,0354	–0,3664	–0,6375	0,5551	0,0578	0,6801	0,8955	–0,2862	–0,2826
$\delta G_{т}$	–0,5121	0,0959	–0,1032	0,1577	–0,9448	0,0959	–0,8678	1,5590	–1,2312	0,1037	–0,9923	–1,0288
δP	1,4506	–0,5305	0,4873	0,0471	–0,2223	0,0210	–0,1955	1,4156	–0,3913	0,0192	–0,3068	–0,7198

	$\delta\eta_{тв}$	$\delta\sigma_{кс}$	$\delta\eta_{г}$	$\delta\sigma_{в\_ксд}$	$\delta\sigma_{ксд\_квд}$	$\delta\sigma_{твд\_тсд}$	$\delta\sigma_{тсд\_тв}$	$\delta\varphi_{c1}$	$\delta\mu_{c1}$	$\delta\varphi_{c2}$	$\delta\mu_{c2}$
$\delta T_{т}$	–0,0135	–0,4019	0,0119	–0,3922	–0,5626	–0,8400	–0,9440	–0,0546	–0,0469	–0,0744	–0,0585
$\delta n_{в}$	0,2858	0,4610	–0,0006	–0,0229	–0,0444	–0,1162	–0,1239	0,1153	0,0990	0,4687	0,3690
$\delta n_{сд}$	–0,0967	0,5441	0,0032	–0,4403	0,0887	0,0823	0,4467	–0,0182	–0,0156	–0,0948	–0,0744
$\delta n_{вд}$	–0,0145	0,6562	0,0072	–0,2096	–0,2631	0,5832	–0,3216	–0,0217	–0,0188	–0,0441	–0,0347
$\delta G_{т}$	–0,0557	0,4953	–1,0317	–0,4404	–0,6510	–1,0554	–1,1734	–0,0844	–0,0725	–0,0467	–0,0365
δP	0,4972	1,0824	–0,0055	–0,0832	–0,1467	–0,3372	–0,3628	0,2036	–0,0223	1,8080	0,7860

В последней строке табл. 1 приведены коэффициенты влияния $\vec{C}'$ параметров технического состояния узлов на неизмеряемый параметр – тягу, отклонение которой связано с параметрами технического состояния уравнением

$$\delta P = \vec{C}' \cdot \delta\vec{\theta}\,. \tag{2}$$

В исправном состоянии параметры двигателя имеют следующие значения:

$T_{т} = 947{,}16$К; $n_{в} = 5336$ об/мин;
$n_{сд} = 9915$ об/мин; $n_{вд} = 13836$ об/мин;
$G_{т} = 2441$ кг/ч; P= 61542 Н;

Рассмотрены следующие дефекты:

– дефект 1 – засорение компрессора
($\delta\eta_{в} = -0{,}01$; $\delta G_{ксд\ пр} = -0{,}01$; $\delta\eta_{ксд} = -0{,}01$; $\delta G_{квд\ пр} = -0{,}01$; $\delta\eta_{квд} = -0{,}01$);

– дефект 2 – прогар соплового аппарата ТВД
($\delta A_{твд} = +0{,}01$; $\delta\eta_{твд} = -0{,}02$; $\delta A_{тсд} = +0{,}01$; $\delta\eta_{тсд} = -0{,}01$; $\delta A_{тв} = +0{,}01$);

– дефект 3 – прогар жаровой трубы КС
($\delta\sigma_{кс} = -0{,}02$; $\delta\eta_{г} = -0{,}02$; $\delta\eta_{твд} = -0{,}01$);

– дефект 4 – общее ухудшение технического состояния двигателя (все параметры, кроме $\delta G_{в\ пр.}$ и коэффициентов восстановления полных давлений в переходных каналах, уменьшены на 1%).

Значения признаков состояния для этих дефектов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения признаков состояния
для рассмотренных дефектов

$\delta\vec{Y}$	Дефекты			
	1	2	3	4
$\delta T_{т}$	0,01320	0,02050	0,01816	0,04525
$\delta n_{в}$	– 0,00187	– 0,00016	– 0,00787	– 0,01748
$\delta n_{сд}$	0,00220	– 0,01006	– 0,01077	– 0,00543
$\delta n_{вд}$	0,00461	– 0,01163	– 0,02100	– 0,00958
$\delta G_{т}$	0,01513	0,01513	0,02357	0,04362
δP	– 0,00183	– 0,00048	– 0,01761	– 0,05935

1.3. Математическая постановка задачи

Рассматриваемая задача определения тяги может быть сформулирована как задача решения системы уравнений (1), (2) относительно δP. Это одна из задач регрессионного анализа. Ее можно решить, определив $\delta\vec{\theta}$ из уравнения (1) и подставив результат в уравнение (2).

Однако количество параметров технического состояния ГТД больше количества измеряемых параметров (rank(H) < m), и применение регрессионного анализа в классическом виде невозможно вследствие невыполнения одного из предположений (rank(H) ≥ m), на которых базируется регрессионный анализ [6]. Следовательно, при оценивании тяги ГТД по штатно измеряемым параметрам при изменении технического состояния необходимо выбрать метод регрессионного анализа, который способен давать решения при любом значении ранга МКВ.

2. Решение поставленной задачи

Рассмотрим два примера – малой размерности и полной размерности. Пример малой размерности (2 × 3) соответствует двум измеряемым параметрам и трем влияющим параметрам состояния узлов. Он обеспечивает наглядную иллюстрацию преобразований, выполняемых при решении задачи. Пример полной размерности позволяет оценить точность решения реальной задачи путем сравнения результатов оценивания неизмеряемого параметра с его значениями, полученными с помощью математической модели двигателя.

2.1. Анализ задачи малой размерности

В качестве МКВ (2x3) выберем из табл. 1 данные, представленные в табл. 3.

Таблица 3

Выборка данных

	$\delta\eta_{ксд}$	$\delta\eta_{тв}$	$\delta G_{квд\ пр}$
$\delta n_{сд}$	0,3697	–0,0967	–0,0109
$\delta n_{вд}$	–0,3664	–0.0145	–0,6375
δP	–0,2223	0,4972	0,0210

Жирной линией выделена матрица H, каждый вектор-столбец которой характеризует влияние изменения определенного параметра технического состояния на отклонение измеряемых параметров от их значений в исправном состоянии.

В этой матрице строк меньше, чем столбцов – неизвестных $\delta\vec{\theta}$ больше, чем уравнений. Поэтому задача точного определения параметров характеристик узлов по известным отклонениям измеряемых параметров не имеет единственного решения. Однако можно найти такое решение, которое оптимально с точки зрения минимизации заданного критерия, в качестве которого наиболее часто выбирают сумму квадратов ошибок оценивания.

Рассмотрим простейшую ситуацию, когда у N объектов исследуются всего два свойства, характеризуемые набором значений двух векторов: $\vec{X} = \{X_1, X_2, \ldots, X_N\}$ и $\vec{Y} = \{Y_1, Y_2, \ldots, Y_N\}$. Текущее состояние такого объекта в пространстве свойств определяется в виде точки с координатами (X_k, Y_k). Пусть распределение свойств по множеству объектов подчиняется нормальному закону и описывается двумерной плотностью вероятности

$$f(X,Y) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho_{XY}^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_{XY}^2)}\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{(X-\mu_X)^2}{\sigma_X^2} - 2\rho_{XY}\frac{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)}{\sigma_X\sigma_Y} + \frac{(Y-\mu_Y)^2}{\sigma_Y^2}\right]\right\},$$

где σ – среднеквадратическое отклонение, μ – математическое ожидание, ρ – коэффициент корреляции.

Свойства объектов, которые с заданной вероятностью P принадлежат данному множеству, находятся в области, ограниченной условием

$$f(X,Y) = C_1,$$

где C_1 – константа (квантиль распределения), значение которой определяется заданной вероятностью P так, что интеграл от функции плотности распределения по этой области равен P . Для случая $m = 2$ границей этой области является эллипс (рис. 2), уравнение которого имеет вид

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 = p, \qquad (3)$$

где $$x = \frac{(X-\mu_X)}{\sigma_X};\ y = \frac{(Y-\mu_Y)}{\sigma_Y};$$

$$a_{11} = a_{22} = 1;\ a_{12} = a_{21} = -\rho_{XY};$$

$$p = -4\pi\sigma_X\sigma_Y \ln C_1 (1-\rho_{XY}^2)^{3/2}.$$

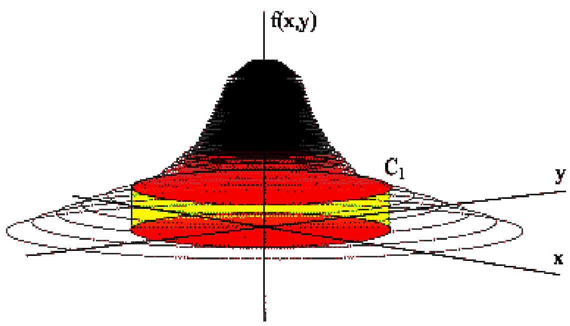

Рис. 2. Эллипс рассеяния, полученный срезом "холма" плотности нормального распределения f(X, Y) на уровне C_1

В матричном виде квадратичная форма (3) представляется в виде

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = p . \qquad (4)$$

Элементы главной диагонали матрицы А данной квадратичной формы равны единице, а элементы второстепенной диагонали симметричны и равны коэффициенту корреляции. Такая матрица называется корреляционной. Известно [7], что корреляционная матрица получается путем умножения нормированной матрицы слева на транспонированную саму себя. Нормированная матрица – матрица, в которой все вектор-столбцы приведены к единичной длине. При умножении нормированной матрицы слева на транспонированную саму себя, ij-й элемент результирующей матрицы равен косинусу угла между i-м и j-м вектор-столбцами исходной матрицы. Таким образом, корреляционная матрица отражает зависимость между вектор-столбцами исходной матрицы, а матрицу А можно представить в виде произведения двух матриц, одна из которых является транспонированной по отношению к другой.

Пусть в (4)

$$a_{11} = a_1 \cdot a_1, \quad a_{22} = a_2 \cdot a_2, \quad a_{12} = a_{21} = a_1 \cdot a_2,$$

тогда (4) можно записать так:

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = p . \qquad (5)$$

В рассматриваемой задаче малой размерности $\delta\vec{\theta}$ соответствует вектору (x y), а МКВ соответствует матрице $(a_1 \ \ a_2)$ в выражении (5).

Нормируем матрицу H:

$$H_{norm} = \begin{vmatrix} 0,7102 & -0,989 & -0,0171 \\ -0,704 & -0,1478 & -0,9999 \end{vmatrix} .$$

Используя H_{norm}, получим корреляционную матрицу ($H_{norm}' \cdot H_{norm}$), которую можно рассматривать как матрицу квадратичной формы исследуемой задачи. Предположим, что ошибки измерения подчиняются закону нормального распределения. Тогда плотность вероятности распределения искомого вектора $\delta\vec{\theta}$ при использовании линейного алгоритма оценивания будет также распределена по нормальному закону. Чтобы построить доверительную область искомого вектора $\delta\vec{\theta}$, необходимо задать доверительную вероятность и параметры распределения σ и μ искомых величин. Подробный анализ этих величин не входит в задачи данной работы, поэтому для анализа формы доверительной области примем квантиль распределения в уравнении (3) таким образом, что параметр p = 1, что соответствует значению правой части квадратичной формы при ее каноническом представлении.

Известно [6], что значения характеристических чисел корреляционной матрицы в данном случае являются квадратами длин полуосей гиперэллипсоида, ограничивающего доверительную область, а характеристические векторы определяют направление осей этого гиперэллипсоида. Характеристические числа $\lambda_{n\,i}$ и характеристические векторы $\vec{\gamma}_{n\,i}$ матрицы H_n имеют следующие значения:

$$\vec{\lambda}_n = \begin{vmatrix} 1,8372 \\ 1,1628 \\ 0 \end{vmatrix} ;$$

$$\Gamma_n = \left| \vec{\gamma}_{n\,1} \vec{\gamma}_{n\,2} \vec{\gamma}_{n\,3} \right| = \begin{vmatrix} -0,7375 & -0,6748 & -0,0277 \\ 0,4236 & -0,4941 & 0,7593 \\ -0,5261 & 0,5482 & 0,6502 \end{vmatrix} .$$

Нумерация характеристических векторов соответствует нумерации характеристических чисел.

В общем случае доверительная область в трехмерном пространстве ограничена эллипсоидом. Однако, поскольку одно из собственных чисел равно нулю, эллипсоид вырождается в эллипс, изображенный на рис. 3.

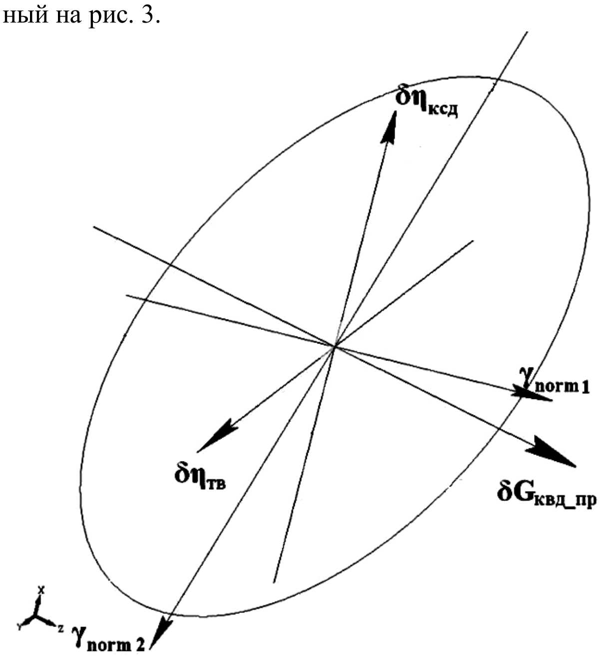

Рис. 3. Доверительная область оценок параметров состояния узлов

2.2. Применение метода регрессии на главных компонентах к задаче малой размерности

В работе [1] нами была представлена процедура ридж-оценивания для преодоления проблемы коррелированности переменных в исходных данных при решении задачи определения неизмеряемых параметров двигателей и определены недостатки применения этой процедуры. Альтернативной является процедура оценивания, которая основана на детальном анализе корреляционной структуры системы и выделении ее главных компонент. Метод главных компонент впервые предложен в 1901 г. К. Пирсоном, а затем развит, доработан, описан и обоснован в работах Г. Хоттелинга [8], Г. Хармана, С. Рао, П.Ф. Андруковича, С.А. Айвазяна и др. В методе главных компонент исходная матрица системы H преобразуется в центрированную нормированную матрицу Z [7]:

$$Z = (H-\overline{H})S \text{ или } Z_{ij} = (H_{ij} - \overline{H}_j)/S_{jj}^{1/2}, \quad (6)$$

где

$$H = \left|\overline{H}_1 ... \overline{H}_n\right|; \; S = \mathrm{diag}\left(\frac{1}{\sqrt{S_{jj}}}\right);$$

$$\overline{H}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} H_{ij}}{n}; \; S_{jj} = \sum_{i=1}^{n} (H_{ij} - \overline{H}_j)^2. \quad (7)$$

Центрирование позволяет уменьшить разброс результатов оценивания, а нормирование обеспечивает возможность использовать матрицу $(Z' \cdot Z)$ как корреляционную матрицу. Центрированная нормированная матрица и соответствующая корреляционная матрица обладают рядом полезных свойств:

– сумма элементов каждого столбца матрицы Z равна нулю, а сумма квадратов элементов равна единице;

– сумма характеристических чисел λ_j корреляционной матрицы равна ее следу (сумме диагональных элементов) и равна рангу r [7];

– сумма квадратов всех элементов матрицы Z равна r;. назовем ее полной дисперсией переменных.

Главными компонентами называют систему ортогональных векторов $\overrightarrow{W}_j$ (направления которых совпадают с собственными векторами корреляционной матрицы системы), полученных с помощью преобразования

$$W = Z \cdot \Gamma, \text{ или } \overrightarrow{W}_j = \gamma_{1j} \cdot \vec{Z}_1 + \gamma_{2j} \cdot \vec{Z}_2 + \ldots + \gamma_{rj} \cdot \vec{Z}_r; \quad (8)$$

Для этих векторов справедливы соотношения

$$\sum_i W_{ij} = \lambda_j; \quad \sum_i \sum_j W_{ij}^2 = \sum_j \lambda_j = r. \quad (9)$$

Таким образом, с помощью линейного преобразования исходных вектор-столбцов $\vec{Z}_j$ формируются новые векторы $\overrightarrow{W}_j$, каждый из которых соответствует одному из характеристических чисел корреляционной матрицы. Модель (1) заменяется на альтернативную модель, связывающую $\delta\vec{Y}$ с параметрами b_j – размерами главных компоенет $\overrightarrow{W}_j$. Влияние величины главных компонент на функцию $\delta\vec{Y}$ уменьшается по мере уменьшения соответствующих характеристических чисел (это интерпретируют как то, что первые главные компоненты «объясняют» основную часть экспериментальных данных).

Поэтому можно использовать не все главные компоненты, а выбрать несколько первых из них. Это дает возможность понизить порядок системы (количество неизвестных главных компонент) и обеспечить однозначность решения задачи оценивания. Однако не существует универсальной процедуры выбора необходимого количества главных компонент. Как правило, выбирают столько главных компонент, чтоб они объясняли необходимую долю дисперсии (эта доля зависит от характера исследования).

Для рассматриваемой задачи

$$Z = \begin{vmatrix} 0{,}70711 & -0{,}70711 & 0{,}70711 \\ -0{,}70711` & 0{,}70711 & -0{,}70711 \end{vmatrix}; \; (Z' \cdot Z) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Характеристические числа и векторы матрицы $(\mathbf{Z}' \cdot \mathbf{Z})$ соответственно равны:

$$\lambda = \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \; \left(\sum_{i=1}^{3} \lambda_i = r = 3\right);$$

$$\Gamma = \begin{vmatrix} 0{,}57735 & 0{,}66516 & -0{,}47352 \\ -0{,}57735 & -0{,}077502 & -0{,}81281 \\ 0{,}57735 & -0{,}74266 & -0{,}33929 \end{vmatrix}.$$

Накопленная доля суммарной дисперсии независимых переменных исходя из (9):

$$\lambda_1/3 = 1;$$

$$(\lambda_1+\lambda_2)/3 = 1;$$

$$(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)/3 = 1.$$

Как видно, в дальнейшем анализе достаточно использовать только первую главную компоненту, так как характеристические числа λ_2 и λ_3 равны нулю, и дисперсия в направлениях, соответствующих направлениям собственных векторов $\vec{\gamma}_2$ и $\vec{\gamma}_3$, согласно (9), равна нулю.

Получим

$$\overrightarrow{W}_1 = 0{,}57735\vec{Z}_1 - 0{,}57735\vec{Z}_2 + 0{,}57735\vec{Z}_3 = \begin{vmatrix} 1{,}22475 \\ -1{,}22475 \end{vmatrix}.$$

Для дальнейших расчетов используем модельные данные для дефекта 4.

Значения первой главной компоненты и исходной зависимой переменной $\delta\vec{Y} = \begin{vmatrix} -0{,}00543 \\ -0{,}00958 \end{vmatrix}$.

Далее используем приведенную нормированную регрессионную модель в виде

$$\vec{y} = W \cdot \vec{b}, \quad (10)$$

где $\vec{y} = \dfrac{(\delta\vec{Y} - \delta\overline{Y})}{\sqrt{S_{yy}}}$ – центрированный и нормированный вектор $\delta\vec{Y}$, $\delta\overline{Y} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{m} \delta Y_i}{m}$;

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{m} (\delta Y_i - \delta\overline{Y})^2 .$$

В рассматриваемом примере

$$\vec{y} = \begin{vmatrix} 0{,}70711 \\ -0{,}70711 \end{vmatrix}.$$

Вектор $\vec{b}$ коэффициентов центрированной и нормированной регрессионной модели является аналогом вектора $\delta\vec{\theta}$ исходной модели (1), однако элементы вектора $\vec{b}$ не являются параметрами технического состояния узлов – это лишь формальные переменные, минимальный набор которых позволяет наилучшим образом описать изменения отклонений измеряемых параметров при изменении состояния.

Для получения оценок коэффициентов $\vec{b}$ применим к модели (10) метод наименьших квадратов:

$$\hat{\vec{b}} = (W' \cdot W)^{-1} \cdot W' \ \vec{y}'. \qquad (11)$$

Чтобы получить искомые оценки параметров $\delta\vec{\theta}$ регрессионной модели (1), необходимо применить преобразования, обратные нормированию элементов Y_i и H_{ij}.

$$\vec{y} = W \cdot \vec{b} = Z \cdot \Gamma \cdot \vec{b}. \qquad (12)$$

Подставив выражения для $\vec{y}$ и Z в (12), получим

$$\delta\vec{Y} - \delta\overline{Y} = \sqrt{S_{yy}} \ (H - \overline{H}) \cdot S \cdot \Gamma \cdot \vec{b}. \qquad (13)$$

Из уравнения (1) следует

$$\delta\vec{Y} - \delta\overline{Y} = (H - \overline{H}) \cdot \delta\vec{\theta}. \qquad (14)$$

Сравнивая (13) и (14), получим

$$\delta\hat{\vec{\theta}} = \sqrt{S_{yy}} \ S \cdot \Gamma \cdot \hat{\vec{b}}. \qquad (15)$$

Тогда, в соответствии с (2) получим выражение для оценки отклонения неизмеряемого параметра (тяги двигателя):

$$\delta P = \vec{C}' \sqrt{S_{yy}} \ S \cdot \Gamma \cdot \hat{\vec{b}}. \qquad (16)$$

Для рассматриваемого примера получим:

$$\hat{\vec{b}} = b_1 = 0{,}57735; \quad \delta\hat{\vec{\theta}} = \begin{vmatrix} 0{,}0018817 \\ -0{,}016835 \\ 0{,}0022106 \end{vmatrix}.$$

Подставив полученные значения $\delta\hat{\vec{\theta}}$ в формулу (2), получим расчетное значение отклонения тяги $\delta P_{расч} = -0{,}0087$. С помощью нелинейной модели было получено относительное отклонение тяги $\delta P = -0{,}05935$. Таким образом, погрешность определения отклонение тяги методом главных компонент составила

$$\Delta = (\delta P - \delta P_{расч}) \cdot 100\% = 5{,}06\%.$$

Это большое значение, однако оно не дает достаточных оснований для критики данного метода, так как фактическое количество параметров состояния, которые были изменены в данном примере, составляло 23, а количество параметров состояния, включенных в состав использованной при оценивании модели, было 3.

Рис. 4 представляет геометрическую интерпретацию преобразований, происходящих при применении метода главных компонент. Пунктирной линией изображена исходная система координат, сплошной линией – система координат после центрирования МКВ. $\vec{\gamma}_1$ – первый собственный вектор корреляционной центрированной матрицы Z. Отрезок, соединяющий точки 1' и 2', – вырожденный характеристический эллипсоид корреляционной центрированной матрицы Z, длина которого равна $2\sqrt{\lambda_1}$. Новое начало координат (0,001613; – 0,05559; – 0,32417) в исходной системе координат определяется средними арифметическими значениями элементов соответствующих вектор–столбцов.

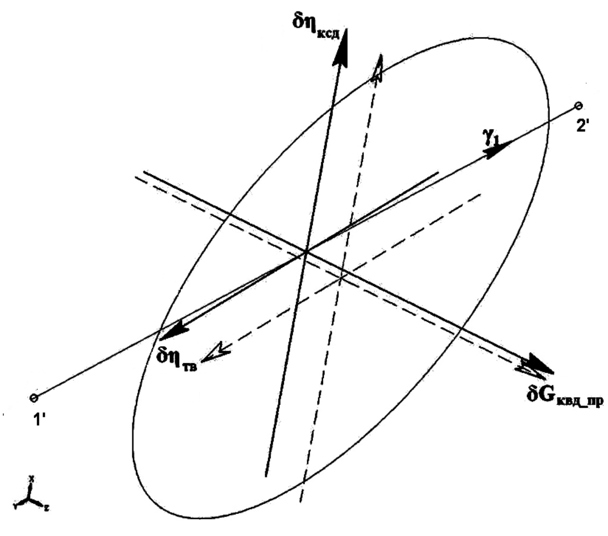

Рис. 4. Доверительная область оценок параметров состояния узлов после линейного преобразования

Доверительная область искомых параметров технического состояния до линейного преобразования МКВ представляет собой эллипс. Т.к. по двум из трех направлений характеристические числа корреляционной центрированной матрицы равны нулю, для описания пространства искомых параметров выполнен переход от трехмерного к одномерному пространству – прямой линии, ориентированной вдоль первого собственного вектора. Доверительная область после линейного преобразования МКВ представлена в виде отрезка, т.е. характеристический эллипсоид вырождается в отрезок. Такие преобразования обеспечивают понижение порядка системы (с возможностью обратного преобразования) с минимальной потерей информации об ее свойствах и приводят задачу оценивания к виду, в котором она имеет математическое решение.

2.3. Метод регрессии на главных компонентах для задачи полной размерности

Рассмотрим систему полной размерности, МКВ H которой приведена в табл. 1. После центрирования и нормирования получим матрицу Z, корреляционную матрицу (Z'·Z), ее собственные числа и собственные векторы:

$$\vec{\lambda} = \left| 11{,}3730 \quad 6{,}4638 \quad 3{,}5977 \quad 1{,}5651 \quad 0 \ldots 0 \right|';$$

$$\vec{\gamma}_1 = \begin{vmatrix} 0{,}2394 \\ -0{,}1758 \\ 0{,}1935 \\ -0{,}1286 \\ 0{,}2379 \\ -0{,}1204 \\ 0{,}2410 \\ -0{,}1912 \\ 0{,}2411 \\ 0{,}0173 \\ 0{,}2397 \\ 0{,}2060 \\ 0{,}1797 \\ 0{,}1365 \\ 0{,}2059 \\ 0{,}2288 \\ 0{,}2611 \\ 0{,}2410 \\ 0{,}2410 \\ 0{,}2585 \\ 0{,}2584 \\ 0{,}1875 \\ 0{,}1874 \end{vmatrix}; \vec{\gamma}_2 = \begin{vmatrix} 0{,}1289 \\ -0{,}3149 \\ 0{,}2971 \\ 0{,}2823 \\ -0{,}1721 \\ 0{,}1378 \\ -0{,}1729 \\ 0{,}1416 \\ -0{,}1736 \\ 0{,}0083 \\ -0{,}1907 \\ -0{,}2548 \\ 0{,}3114 \\ -0{,}0912 \\ -0{,}0891 \\ 0{,}2264 \\ -0{,}1281 \\ -0{,}1737 \\ -0{,}1912 \\ 0{,}1787 \\ 0{,}1788 \\ 0{,}2956 \\ 0{,}2956 \end{vmatrix}; \vec{\gamma}_3 = \begin{vmatrix} -0{,}2582 \\ -0{,}0448 \\ 0{,}0301 \\ -0{,}2858 \\ 0{,}2127 \\ 0{,}4412 \\ -0{,}1941 \\ 0{,}1946 \\ -0{,}1975 \\ -0{,}5253 \\ 0{,}1757 \\ 0{,}1641 \\ 0{,}0280 \\ -0{,}0655 \\ -0{,}0352 \\ -0{,}1426 \\ 0{,}1799 \\ -0{,}1979 \\ 0{,}1691 \\ 0{,}0949 \\ 0{,}0953 \\ 0{,}0887 \\ 0{,}0889 \end{vmatrix}; \vec{\gamma}_4 = \begin{vmatrix} -0{,}0250 \\ 0{,}0110 \\ -0{,}0201 \\ 0{,}0422 \\ -0{,}0391 \\ 0{,}0875 \\ -0{,}0834 \\ -0{,}4512 \\ -0{,}0484 \\ -0{,}0473 \\ -0{,}0155 \\ -0{,}0252 \\ 0{,}0458 \\ -0{,}6777 \\ 0{,}5433 \\ -0{,}0017 \\ -0{,}0377 \\ -0{,}0478 \\ -0{,}0162 \\ 0{,}0311 \\ 0{,}0313 \\ -0{,}0686 \\ -0{,}0688 \end{vmatrix}$$

Накопленная доля суммарной дисперсии независимых переменных:

$\lambda_1/23$	$(\lambda_1+\lambda_2)/23$	$(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)/23$	$(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)/23$
0,4945	0,7755	0,9319	1

В дальнейшем рассматриваем собственные векторы, соответствующие характеристическим числам λ_1, λ_2, λ_3 и λ_4, так как очевидно, что дисперсия во всех остальных направлениях равна нулю. Регрессионную модель используем в виде (10), где матрица W имеет размерность (4х4).

Для дефекта 4 получим:

$$\vec{b} = \begin{vmatrix} 0{,}1480 \\ 0{,}0285 \\ 0{,}0566 \\ -0{,}2878 \end{vmatrix}; \quad \delta\vec{\theta} = \begin{vmatrix} -0{,}0161 \\ 0{,}0027 \\ -0{,}0074 \\ 0{,}0058 \\ -0{,}0044 \\ 0{,}0067 \\ -0{,}0049 \\ 0{,}0001 \\ -0{,}0036 \\ -0{,}0018 \\ -0{,}0043 \\ -0{,}0038 \\ -0{,}0053 \\ -0{,}0105 \\ 0{,}0010 \\ -0{,}0096 \\ -0{,}0079 \\ -0{,}0042 \\ -0{,}0037 \\ -0{,}0228 \\ -0{,}0265 \\ -0{,}0057 \\ -0{,}0073 \end{vmatrix}$$

С помощью нелинейной модели было получено относительное отклонение тяги от ее значения в исправном состоянии:

$$\delta P = -0{,}05935,$$

а относительное отклонение тяги от ее значения в исправном состоянии, рассчитанное по формуле (2)

$$\delta P_{расч} = -\,0{,}05.$$

Таким образом, погрешность определения отклонение тяги методом главных компонент составила

$$\Delta = (\delta P - \delta P_{расч}) \cdot 100\% = 0{,}93\%.$$

Аналогичные расчеты выполнены для трех остальных рассматриваемых дефектов:

Д 1: $\delta P = -0{,}00183$; $\delta P_{расч} = -\,0{,}0111$; $\boldsymbol{\Delta = -0{,}929\%}$.
Д 2: $\delta P = -0{,}00048$; $\delta P_{расч} = -\,0{,}0067$; $\boldsymbol{\Delta = -0{,}619\%}$.
Д 3: $\delta P = -0{,}0176$; $\delta P_{расч} = -\,0{,}0101$; $\boldsymbol{\Delta = 0{,}754\%}$.

Выводы

Рассмотрена проблема расчета неизмеряемых параметров ГТД при изменении технического состояния двигателя и недостатке информации об этом изменении, обусловленном ограниченными возможностями измерительной системы.

Рассмотрены известные методы решения исследуемой проблемы, их достоинства и недостатки. Для решения поставленной задачи предложено использовать метод регрессии на главных компонентах, который позволяет получать смещенные оценки путем линейного преобразования имеющихся данных с минимальной потерей информации.

Представлена процедура определения оценки искомого интегрального параметра на примере матрицы коэффициентов влияния размером 2×3, где наглядно продемонстрировано преобразование данных.

Предложенный метод проверен с помощью нелинейной модели трехвального ТРДД. Оценена точность полученных результатов сравнением их с результатами, полученными с использованием нелинейной поузловой модели. Значения погрешностей лежат в диапазоне от 0,6 до 0,93%.

Полученные результаты свидетельствуют о работоспособности предложенного метода. Результаты лучше, чем полученные с помощью ридж-оценивания в работе [1]. Небольшой разброс погрешностей (в отличие от [1]) свидетельствует о стабильности результатов применения метода независимо от качества изменения технического состояния.

С учетом полученного уровня погрешностей исследуемый алгоритм может быть рекомендован для практического использования.

Литература

1. Шевченко М.В. Определение изменения параметров ГТД с использованием ридж–оценивания / М.В. Шевченко, С.В. Епифанов // Авиационно–космическая техника и технология. – 2010. – № 8(75). – С. 106 – 111.

2. Borguet S. A sensor–fault–tolerant diagnosis tool based on a quadratic programming approach / S. Borguet, O. Lгuonard // ASME Turbo Expo – 2007. ASME paper, GT – 2007 – 27324, May 14–17, 2007, Montreal, Canada. – 10 p.

3. Dewallef P. On–line performance monitoring and engine diagnostic using robust Kalman filtering techniques / P. Dewallef, O. Lгeonard // ASME Turbo Expo – 2003. ASME paper, GT – 2003 – 38379, June 16–19, 2003, Atlanta, Georgia, USA. – 9 p.

4. Henriksson M. Robust Kalman filter thrust estimation in a turbofan engine / M.Henriksson, D. Ring // ASME Turbo Expo – 2006. ASME paper, GT – 2006. – 91241, May 8–11, 2006, Barcelona, Spain. – 10 p.

5. Епифанов С.В. Определение тяги ГТД с учетом изменения технического состояния проточной части / С.В. Епифанов, М.В. Шевченко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2009. – №10 (67). – С. 184 – 189.

6. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии / Е.З. Демиденко. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 302 с.

7. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ: в 2–х кн. пер. с англ. / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М.: Финансы и статистика, 1986. – Кн. 1. – 351 с.

8. Hotteling Harold. Analysis of a complex of statistical variables into principal components / H. Hotteling // Journal of Educational Psychology. – 1933. – № 24. – P. 417 – 441, 489 – 520.

9. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ: в 2–х кн. Кн. 1: пер. с англ. / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М.: Финансы и статистика, 1986. – Кн. 1. – 366 с.

Поступила в редакцию 30.05.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры конструкции авиационных двигателей Д.Ф. Симбирский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

МЕТОД ГОЛОВНИХ КОМПОНЕНТ У РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧІ НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ ПАРАМЕТРІВ ГТД

М.В. Шевченко, С.В. Єпіфанов

Розглянуто проблему оцінювання відхилення невимірюваних параметрів ГТД шляхом статистичного аналізу відхилень вимірюваних в умовах зміни технічного стану двигуна і браку інформації щодо цієї зміни, обумовленого обмеженими можливостями вимірювальної системи. В якості дослідного невимірюваного параметра була вибрана тяга. Для системи лінійних рівнянь, наданих у матричному вигляді, складена матриця плану, здійснено дисперсійний аналіз і виявлено мультиколінеарність її елементів. Для вирішення проблеми було запропоновано процедуру з використанням лінійного перетворення початкових даних для знаходження головних компонент і наступною побудовою регресійної моделі на головних компонентах, яка дозволяє отримати стійкі зміщені оцінки. В якості досліджуваного об'єкта розглянуто ГТД з п'ятьма вимірюваними та двадцятьма трьома параметрами, які характеризують зміну технічного стану. За допомогою нелінійної повузлової моделі досліджуваного об'єкта було змодельовано дефекти проточної частини, які імітують зміну технічного стану, отримано оцінки відхилення досліджуваного параметра і виконано їх порівняння з результатами, отриманими за допомогою нелінійної моделі. Визначено похибки оцінювання.

Ключові слова: газотурбінний двигун, діагностування, тяга, кореляційна матриця, статистична оцінка, головні компоненти.

METHOD OF PRINCIPAL COMPONENTS IN SOLVSNG TASK OF GAS TURBINE PARAMETERS INDIRECT MEASURINGS

M.V. Shevchenko, S.V. Yepifanov

The problem of the gas turbine engine nonmetering parameters deviations estimation using deviation of monitored parameters statistical analysis has been handled. Possible changing of the engine technical condition and lack of information about this changing caused by metering system limited capacity has been taken into account. Thrust was considered as nonmetering parameter. Variance analysis for linear system of equations in matrix form has been carried out. Multicollinearity of the assigned task design matrix elements has been found out. The principal component analysis with succeeding regression on principal components procedure that allows estimating biased assessments has been suggested and analyzed. The GTE with five metering parameters and twenty three parameters of technical condition was considered as observation object The faults of the engine gas path were modeled using nonlinear component–based model of observable object. The assessments of parameters deviation have been obtained and have been compared with nonlinear model results. The accuracy of assessments has been estimated.

Key words: gas turbine engine, diagnostics, thrust, correlation matrix, statistical assessment, principal components.

Шевченко Максим Владимирович – аспирант, м.н.с. кафедры конструкции авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e–mail: mv_shevchenko@ukr.net.

Епифанов Сергей Валерьевич – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой конструкции авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e–mail: aedlab@gmail.com.