

УДК 517.977.5:519.23:62-135:533.6

А.А. ТРОНЧУК¹, В.Е. АФАНАСЬЕВСКАЯ¹, М.Л. УГРЮМОВ¹, А.В. МЕНЯЙЛОВ²¹Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина²ОАО «Мотор Сич», Запорожье, Украина

МОДЕЛИ И МЕТОД СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ СИСТЕМНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ТУРБОМАШИН

В работе предложен подход к системному совершенствованию, методология и реализующая их информационная технология робастного оценивания основных переменных и соответствующих им эксплуатационных допусков для турбомашин на основе применения методов стохастической оптимизации. Рассмотрен метод построения квазирешений задачи системной модификации в условиях неопределенности входных данных при наличии ограничений на класс допустимых решений. Синтез квазирешения осуществлялся путем регуляризации поиска минимума сглаживающего функционала с использованием метода А.Н. Тихонова. Разработан эволюционный метод численного решения задач модификации в условиях неопределенности входных данных, основанный на использовании генетического алгоритма. На основе разработанной методологии выполнено системное аэродинамическое совершенствование компрессора турбореактивного двухконтурного двигателя (ТРДД).

Ключевые слова: стохастическая оптимизация, некорректные задачи, метод регуляризации, эволюционный метод, турбомашинна.

Введение

На современном этапе проектирования и эксплуатации турбомашин остается актуальной задача их системного совершенствования для снижения технологических и экономических затрат. Решение данной задачи возможно путем внедрения в методики проектирования, контроля и диагностики технического состояния новых робастных алгоритмов оценивания основных параметров и эксплуатационных допусков на основе применения методов параметрической [1] и стохастической оптимизации [2, 3].

Будем рассматривать в дальнейшем задачи модификации сложных технических систем (СТС), содержательная постановка которых сводится к следующему.

Известны следующие данные, представленные в формализованном виде: описание объекта исследования, общие характеристики и свойства системы, условия функционирования и основные требования к ее тактико-техническим и технико-экономическим показателям; структура системы; цели модификации и критерии качества проектных решений; сведения об аналогах и прототипе, классе допустимых управлений (способов и реализующих их устройств).

Требуется определить оптимальные значения параметров конструкции функциональных элементов (ФЭ) для реализации желаемых значений критериев

качества модифицированной системы из условия рационального компромисса заданных требований.

В настоящей работе рассмотрены модели и метод решения задачи стохастической оптимизации (модификации) СТС на примере аэродинамического совершенствования компрессора ТРДД.

Постановка задач стохастической оптимизации

Представим задачу стохастической оптимизации в виде $f(x) \rightarrow \min$, где f – функция цели (ФЦ), вид которой зависит от условий рассматриваемой задачи, x – случайная величина с заданным законом распределения. В данной работе рассматриваются переменные x с нормальным или равномерным законами распределения. Однозначно определим переменную x , в случае нормального закона распределения, задав ее среднюю величину $M[x] = x_c$ и дисперсию $D[x] = \sigma_x^2$. Следует отметить, что если рассматривается задача многопараметрической оптимизации, то переменная x и определяющие ее величины x_c и σ_x являются векторами, размерность которых соответствует размерности решаемой задачи.

Вследствие случайной природы переменной x , ФЦ $f(x)$ также будет случайной величиной. Для представления случайной ФЦ определим ее среднее

значение и дисперсию – $M[f(x)] = f_c$ и $D[f(x)] = \sigma_f^2$. Для вычисления вероятности попадания значения ФЦ в заданный диапазон для заданных величин x_c и σ_x случайным образом сформируем множество векторов $\bar{x} = \{x_1, x_2, x_3 \dots x_n\}$, вычислим соответствующие значения ФЦ f_i ($i = 1 \dots n$), и найдем количество элементов i_f , удовлетворяющих требованию $f_{\min} \leq f(x_i) \leq f_{\max}$. Полученное число нормируем путем деления на n .

Зачастую в выражение для ФЦ входит не одна переменная, а несколько. Допустим, ФЦ содержит J переменных. В таком случае используется «свертка» переменных ФЦ \hat{f} . Для вычисления вероятности попадания значения ФЦ в заданный диапазон для элемента множества рассчитывается вектор $f_i = \{f_{1,i}, f_{2,i} \dots f_{j,i}\}$. В этом случае для каждой переменной задаются свои ограничения, а вместо требования $f_{\min} \leq f(x_i) \leq f_{\max}$ – дизъюнкция требований вида $f_{j \min} \leq f_j(x_i) \leq f_{j \max}$, $j = 1 \dots J$.

В классе задач стохастической оптимизации обычно выделяют три модели принятия решений: М-задача (задача нахождения минимального среднего ФЦ), V-задача (задача нахождения минимальной дисперсии ФЦ) и P-задача (задача нахождения минимальной или максимальной вероятности достижения заданной ФЦ).

Следует отметить, что часто в задачах стохастической оптимизации необходимо наблюдать за изменениями средней величины и дисперсии ФЦ одновременно, не допускать превышения ими заданных значений. Для решения этой проблемы рассматриваются модели со смешанными условиями. Обозначенные условия для двухкритериальной задачи могут вводиться, например, в виде «свертки» ФЦ на основе концепции степенных средних А.Н. Колмогорова –

$$\hat{f} = \frac{\Delta_R^2 + \Delta_C^2}{i_{\alpha,f} + \gamma} + \beta \left[\sum_{m=1}^{M_k} \Delta_{x,m}^2 + \frac{1}{n_\alpha} \sum_{m=1}^{M_k} |\chi_{x,m}^2 - n_\alpha| \right], \quad (1)$$

где $\Delta_R = (M[R] - R^*) / \sigma_R^*$; $\Delta_C = (M[C] - C^*) / \sigma_C^*$; $R^*, C^*, \sigma_R^*, \sigma_C^*$ – желаемые значения ФЦ и их среднеквадратичных отклонений; $i_{\alpha,f}$ – количество точек из n_α , попавших в заданный диапазон;

$$\Delta_{x,m} = (M_\alpha[x_m] - x_{m,0}) / \sigma_m^* ;$$

$$\chi_{x,m}^2 = n_\alpha M_\alpha \left[(x_m - M_\alpha[x_m])^2 \right] / (\sigma_m^*)^2 ; \quad (2)$$

$x_{m,0}$ – значение переменных x_m для прототипа; σ_m^* – верхняя граница области определения управляющих переменных.

Синтез квазирешений задач модификации осуществлялся путем распределенного решения взаимосвязанных обратных и оптимизационных задач на основе регуляризации поиска минимума сглаживающих функционалов с использованием метода А.Н. Тихонова [4].

Для решения задачи стохастической оптимизации был выбран эволюционный метод, основанный на использовании генетического алгоритма [5].

Пример решения задачи системного совершенствования элементов турбомашин

В качестве примера рассмотрим решение задачи модификации многоступенчатого осевого компрессора высокого давления (КВД) трехвального ТРДД для современного пассажирского регионального самолета. Путем агрегирования переменных и декомпозиции общей задачи на подзадачи задача модификации ТРДД и его КВД может быть сведена к одномерным задачам для ТРДД и многоступенчатой турбомашин и трехмерной – для ее венцов [6, 7].

Были введены оценки значений рациональных, полученных в результате решения задачи модификации, и желаемых критериев качества подсистем

$$(\Phi \mathcal{E}): \Delta \hat{w}_{\ln}^\circ = \frac{\hat{\Phi}_{\ln} - (\Phi_{\ln})_0}{(\Phi_{\ln})_0} 10^2, \quad \Delta w_{\ln}^* = \frac{\Phi_{\ln}^* - (\Phi_{\ln})_0}{(\Phi_{\ln})_0} 10^2,$$

где $\Phi^\circ = \{ \pi_1, G_{\text{КНД}}, \pi_{\text{КНД}}, \eta_{\text{КНД}}, G_{\text{КВД}}, \pi_{\text{КВД}}, \eta_{\text{КВД}}, \eta_{\text{ТВД}}, \eta_{\text{ТНД}}, \eta_{\text{ТВ}}, G_{\text{II}}, \pi_{\text{ВII}}, \eta_{\text{ВII}}, C_{\text{уд}}, R_{\text{уд}} \}$ – управляющие и искомые фазовые переменные системы и подсистем (ФЭ), соответственно; индекс «0» соответствует параметрам прототипа.

В результате расчета определялись следующие ФЦ: удельный расход топлива $C_{\text{уд}}$ и удельная тяга $R_{\text{уд}}$. В качестве эффективных ФЦ для задачи модификации использовались «свертка» ФЦ вида (1), (2).

Был рассмотрен вариант модификации газогенератора, то есть в качестве искомым фазовых переменных были выбраны значения КПД компрессора высокого давления $\eta_{\text{КВД}}$ и КПД турбины высокого давления (ТВД) – $\eta_{\text{ТВД}}$ при постоянном расходе воздуха G_A . Значения переменных $C_{\text{уд}}$ и $R_{\text{уд}}$ для прототипа были равны: $C_{\text{уд}} = 0,0694$ кг/(Н·час); $R_{\text{уд}} = 102,3$ Н·с/кг. Их желаемые зна-

чения были выбраны следующие: $C^*_{уд} = 0,0687$ кг/(Н·час); $R^*_{уд} = 103,36$ Н·с/кг при соответствующих среднеквадратичных отклонениях $\sigma_C = 1,2 \cdot 10^{-4}$ кг/(Н·час) и $\sigma_R = 0,3$ Н·с/кг. Нижняя граница диапазона изменения искомым фазовых переменных принималась равной номинальным значениям характеристик прототипа ($\eta_{КВД} = 0,844$; $\eta_{ТВД} = 0,845$), а верхняя граница для всех переменных задавалась равной 0,9.

Решение задачи модификации для внешней системы находилось с помощью описанного выше эволюционного метода. Результаты расчетов параметров КВД, ТВД и ТРДД в целом при $P \geq 0,99$ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты системной модификации ТРДД

$\Delta \hat{\eta}^{\circ}_{КВД}$	$\Delta \hat{\eta}^{\circ}_{ТВД}$	$\Delta \hat{C}^{\circ}_{уд}$	$\Delta \hat{R}^{\circ}_{уд}$
0,77	0,69	-0,84	1,34
$\hat{\sigma}^{\circ}_{\eta_{КВД}}$	$\hat{\sigma}^{\circ}_{\eta_{ТВД}}$	σ°_C	σ°_R
0,0029	0,0019	$0,9 \cdot 10^{-4}$	0,25

На рис. 1 и 2 изображены вычисленные значения математического ожидания удельного расхода топлива, удельной тяги и их среднеквадратичных отклонений. Таким образом представлен результат решения задачи определения эксплуатационных допусков на параметры подсистем, для $P \geq P^*$, $P^* = 0,9, 0,95, 0,99$, исходя из желаемых математических ожиданий значений ФЦ и заданных допусков на их отклонения для системы в целом.

На рис. 3 представлены линии уровня полученных значений математических ожиданий рациональных параметров и их среднеквадратичных отклонений для КВД и ТВД, соответствующие вероятностям расчета $P = 0,9, 0,95, 0,99$.

Найденные значения фазовых переменных $\hat{\Phi}^{\circ} = \{\hat{\Phi}^{\circ}_1\}$ могут быть использованы при решении задач модификации подсистем ТРДД – компрессора высокого давления, турбины высокого давления.

Далее решалась задача модификации КВД. Найденные рациональные значения фазовых переменных $\hat{\Phi}^{\circ} = \{\hat{\eta}_{КВД}, \hat{\sigma}_{\eta_{КВД}}\}$ использовались для получения желаемых значений оценок фазовых переменных лопаточных венцов модифицируемого КВД.

Искомые фазовыми переменными лопаточных венцов для рассматриваемого варианта модификации КВД были выбраны переменные $\Phi^{\circ}_n = \{k_{n\sigma}, k_{n\delta}, \Delta v_n\}$, где $k_{\sigma} = \delta_{\sigma} / (\delta_{\sigma})_0$, $\delta_{\sigma} = 1 - \sigma$, $k_{\delta} = \delta / \delta_0$; $n = 1...2Z$, Z – число ступеней в КВД, σ – коэффициент восстановления полного давления, δ – угол отставания потока, Δv – изменение угла установки лопатки. Вычисления выполнялись для КВД, состоящего из семи ступеней для $\Delta \hat{\eta}^*_{КВД} = 0,77$ и $\hat{\sigma}^*_{\eta_{КВД}} = 0,0029$. Получено, что при выбранной области допустимых решений для искомым фазовых переменных, $P \geq 0,99$ достигнуты средние значения: $\Delta \hat{\eta}^{\circ}_{КВД} = 0,77$ и $\hat{\sigma}^{\circ}_{\eta_{КВД}} = 0,0029$ при математических ожиданиях значений $\hat{\Phi}^{\circ}_n = \{\hat{\Delta v}_n, \hat{k}_{n\sigma}, \hat{k}_{n\delta}\}$, приведенных в табл. 2.

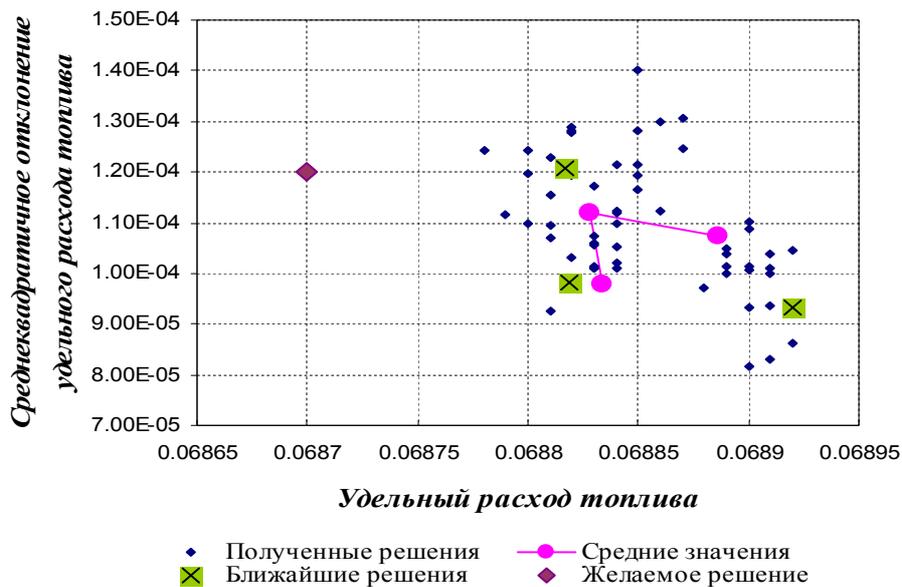


Рис. 1. Результат расчета удельного расхода топлива

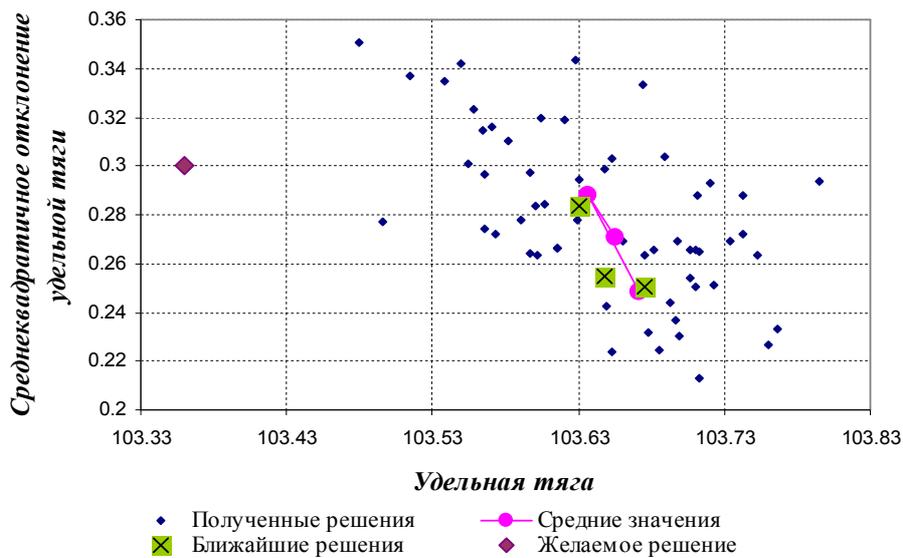


Рис. 2. Результат расчета удельной тяги

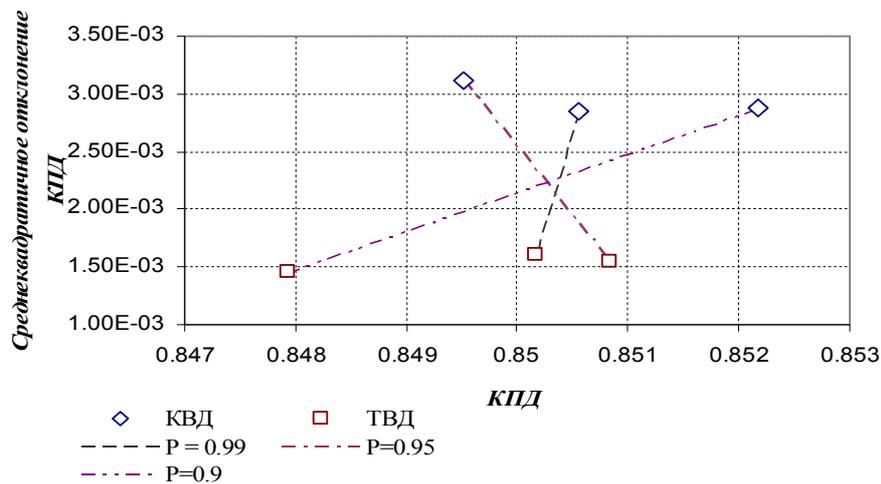


Рис. 3. Линий уровня вероятностей расчета

Таблица 2
Результаты расчетов средних параметров $\Delta\hat{u}$, \hat{k}_σ и \hat{k}_δ венцов ступеней КВД

Ступень	РК			НА		
	$\Delta\hat{u}$	\hat{k}_δ	\hat{k}_σ	$\Delta\hat{u}$	\hat{k}_δ	\hat{k}_σ
1	-1,698	0,939	0,973	-0,529	1,062	0,969
2	-1,465	1,085	0,926	-0,336	1,108	0,979
3	3,899	1,007	0,970	-0,827	1,098	0,959
4	-0,624	1,032	0,923	-1,119	1,095	0,931
5	0,632	0,946	0,895	-1,171	1,066	0,916
6	2,957	1,118	0,901	-0,321	1,168	0,987
7	-0,235	1,129	0,973	-1,165	1,037	0,939

Заключение

В работе рассмотрены модели и метод решения многокритериальной задачи стохастической опти-

мизации трехвального ТРДД для современного пассажирского регионального самолета.

Анализ полученных данных позволяет выявить важную особенность решения задач системного аэродинамического совершенствования ТРДД – результаты решения поставленной задачи зависят от выбранных значений среднеквадратичных отклонениях функций цели.

Литература

1. Методология совершенствование газотурбинных двигателей на основе решения взаимосвязанных оптимизационных и обратных задач / Е.М. Угрюмова, А.А. Трончук, М.Л. Угрюмов, А.В. Меньяйлов, Г.С. Цыховский // Вестник двигателестроения. – 2007. – № 3. – С. 156-162.
2. Egorov I.N. Optimization of Gas Turbine Engine Elements by Probability Criteria / I.N. Egorov,

G.V. Kretinin // *Proceedings of the International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*. – Cincinnati, USA, 1993. – ASME paper 93-GT-191. – 8 p.

3. Garzon V.E. *On the Aerodynamic Design of Compressor Airfoils for Robustness under Geometric Uncertainty* / V.E. Garzon, D.L. Darmofal // *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2004. Power for Land, Sea and Air*. – Vienna, Austria, 2004. – ASME paper GT2004-53581. – 12 p.

4. Численные методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, А.В. Гончарский, В.В. Степанов, А.Г. Ягола. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 232 с.

5. Меняйлов А.В. *Применение эволюционных методов для решения задач оптимизации компрессоров газотурбинных двигателей* / А.В. Меняйлов,

А.А. Трончук, Е.М. Угрюмова // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2008. – № 5 (52). – С. 59-65.

6. *A 3D Hybrid Design Method of Compressor Blades* / M.L. Ugryumov, A.M. Tsegelnik, A.V. Myenyaylov, M. Camatti // *Abstracts Book and CD-ROM Proceedings of the 17-th International Symposium on Air Breathing Engines*. – Munich (Germany), 2005. – 7 p. (ISABE Paper No. 2005-1182).

7. *System Improvement of Turbomachines by the Method of Inverse Problems solutions searching* / K.M. Ugryumova, A.V. Basteev, M.L. Ugryumov, A.A. Tronchuk, A.V. Myenyaylov // *Conference Proceedings of the 7-th European Conference on Turbomachinery*. – Athens (Greece), 2007. – P. 633-643 (ETC7_049).

Поступила в редакцию 10.04.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой информатики А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

МОДЕЛІ ТА МЕТОД СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В ЗАДАЧАХ СИСТЕМНОГО АЕРОДИНАМІЧНОГО УДОСКОНАЛЕННЯ ТУРБОМАШИН

О.А. Трончук, В.Є. Афанасьєвська, М.Л. Угрюмов, А.В. Меняйлов

У роботі запропонований підхід до системного вдосконалення, методологія і що реалізовує їх інформаційна технологія робастного оцінювання основних змінних і відповідних їм експлуатаційних допусків для турбомашин на основі застосування методів стохастичної оптимізації. Розглянуто метод побудови квазірозв'язків задачі системної модифікації в умовах невизначеності вхідних даних за наявності обмежень на клас допустимих розв'язків. Синтез квазірозв'язків відбувався шляхом регуляризації пошуку мінімуму згладжувального функціоналу з використанням методу А.М. Тихонова. Розроблено еволюційний метод чисельного розв'язання задач модифікації в умовах невизначеності вхідних даних, заснований на використанні генетичного алгоритму. На основі розробленої методології виконане системне аеродинамічне удосконалення компресора турбореактивного двоконтурного двигуна.

Ключові слова: стохастична оптимізація, некоректні задачі, метод регуляризації, еволюційний метод, турбомашинна.

STOCHASTIC OPTIMIZATION MODELS AND METHOD IN THE TURBOMACHINES SYSTEM AERODYNAMIC IMPROVEMENT PROBLEM

A.A. Tronchuk, V.E. Afanasjevska, M.L. Ugryumov, A.V. Menyaylov

In the paper the approach of system improvement, methodology and information technology of turbofan engine elements main variables and operating tolerances robust estimation on basis of inverse problems concept by stochastic optimization problem method are proposed. The method of multicriterion system modification problem quasisolution searching with input data uncertainly and with bordering of feasible solution class is offered. Quasisolution synthesis is realized by regularization of smoothing functional minimum searching with using the A.N. Tihonov's method. The multicriterion modification problem numerical solution searching evolution method is created, it based on genetic algorithm using. On basis of development methodology the system aerodynamic turbofan engine (TFE) compressor improvement were made.

Key words: stochastic optimization, incorrect problem, regularization method, evolution method, turbo-machine.

Трончук Алексей Адамович – ассистент кафедры информатики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: alextx@mail.ru.

Афанасьевская Виктория Евгеньевна – аспирант кафедры информатики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: miss_victoria@ukr.net.

Угрюмов Михаил Леонидович – д-р техн. наук, профессор кафедры информатики Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: mlu@xai.kharkov.ua.

Меняйлов Андрей Владимирович – ведущий конструктор, ОАО «Мотор Сич», Запорожье, Украина, e-mail: menyaylov@ukr.net.