

УДК 621.45: 51/483

В.В. КОТКИН*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТРУЙ НА ВЫХОДЕ ИЗ СОПЛА ГТД МНОГОРЕЖИМНОГО САМОЛЕТА В УСЛОВИЯХ ДОЗВУКОВОГО ВНЕШНЕГО ОБТЕКАНИЯ

Описана математическая модель вязкого взаимодействия струй на выходе из сопла ГТД многорежимного самолета в условиях дозвукового внешнего обтекания, предназначенная для зональных методов расчета течения с решением уравнений Навье – Стокса в дозвуковой зоне и Эйлера – в сверхзвуковой. Модель базируется на модели струйного смешения Корста – Чоу, гипотезе пути смешения Прандтля и гипотезах Колмогорова – Прандтля. Она позволяет найти завихренность и турбулентные характеристики потока на границе сопряжения зон. Представлены результаты применения математической модели для расчета обтекания неограниченным дозвуковым потоком осесимметричного сопла со сверхзвуковой струей на выходе в сравнении с экспериментальными данными.

Ключевые слова: сопло, дозвуковое внешнее обтекание, дозвуковая струя, сверхзвуковая струя, взаимодействие струй, слой смешения, зональная модель течения, завихренность, турбулентные характеристики.

Введение

При определении характеристик сопла ГТД многорежимного самолета (МС) в условиях дозвукового внешнего обтекания требуется учитывать вытесняющее и вязкое действие реактивной сверхзвуковой струи на дозвуковой поток, обтекающий наружную поверхность сопла [1, 2]. Для получения характеристик требуется выполнять большой объем вычислений, обусловленный многовариантностью расчета течения, реализующегося при работе сопла. Поэтому, не смотря на то, что сегодня разработаны методы расчета трехмерных вязких течений, для определения характеристик регулируемых сопел применяются зональные методы с расчетом течений в зонах на основе решения уравнений Эйлера и вязко-невязким моделированием взаимодействия струй на выходе из сопла [3]. Таким моделям взаимодействия струй присущ существенный недостаток, заключающийся в том, что вязкое действие струй моделируется за счет изменения вытесняющего действия без учета касательных напряжений, то есть без передачи вязкого действия сверхзвуковой струи на дозвуковую.

В статье описана математическая модель вязкого взаимодействия струй на выходе из сопла ГТД МС в условиях дозвукового внешнего обтекания, предназначенная для зональных методов расчета течений, где в дозвуковой зоне решаются уравнения Навье – Стокса, а в сверхзвуковой – Эйлера. Модель позволяет на основе расчетов течений в зонах найти

завихренность и турбулентные характеристики потока на границе сопряжения зон, тем самым моделировать касательные (вязкие) напряжения, передаваемые внешнему дозвуковому потоку.

1. Описание математической модели

Математическая модель вязкого взаимодействия струй на выходе из сопла ГТД МС позволяет осуществить связь рассчитанных в сверхзвуковой и дозвуковой зонах течений через параметры на границе их сопряжения. При ее получении делались следующие допущения: течение стационарное, теплообмен между струями отсутствует, вязкое действие дозвуковой струи на сверхзвуковую пренебрежимо мало, толщина слоя смешения пренебрежимо мала, в слое смешения простое сдвиговое течение с высокой турбулентностью, находящейся в локальном равновесии.

Вытесняющее действие сверхзвуковой струи на дозвуковую моделируется выполнением условия непротекания на границе сопряжения зон. Границей сопряжения зон в модели считается наружная поверхность (граница) сверхзвуковой струи.

Вытесняющее действие дозвуковой струи на сверхзвуковую моделируется выполнением на границе сопряжения зон условий непротекания и равенства давления сверхзвуковой струи давлению дозвукового потока.

Моделирование вязкого действия струй сводится к моделированию вязкого действия сверхзву-

ковой струи на дозвуковую. Оно осуществляется путем задания на границе сопряжения зон завихренности дозвукового потока ω , которая отыскивается по результатам расчета сверхзвукового и дозвукового течений с использованием модели струйного смещения Корста - Чоу [4 – 6].

На рис. 1 показана схема течения при смешении дозвуковой и сверхзвуковой струй в модели Корста - Чоу. Здесь OX и Oх – координатные линии: OX совпадает с границей сверхзвуковой струи; Oх – геометрическое место точек начала подвижной системы координат O'x'y', в которой рассматриваются профили скорости.

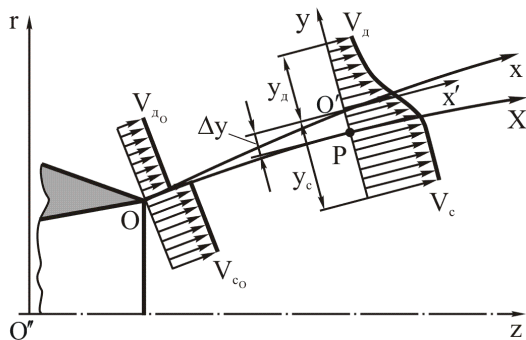


Рис. 1. Схема течения при смешении дозвуковой и сверхзвуковой струй в модели Корста – Чоу

Система координат O'x'y' выбирается так, что ось O'y' совпадает с нормалью к линии OX, проведенной в текущей точке P, ось O'x' параллельна касательной к линии OX в точке P и смещена от нее на расстояние Δy. Начало координат O' имеет ненулевую координату x', равную его координате x на линии Oх. На рисунке yd, yc – удаления границ слоя смешения от начала координат O', а Vd, Vc – скорости дозвукового и сверхзвукового потоков на границах слоя смешения. Величина смещения Δy рассчитывается. Учитывая то, что профили скорости рассматриваются при x' = const, для простоты соотношений вместо x' берется x.

В соответствии с работой [6] профиль скорости в слое смешения описывается выражением:

$$\varphi = \frac{1 + \varphi_d}{2} + \frac{1 - \varphi_d}{2} \operatorname{erf} \eta, \quad (1)$$

где $\eta = \sigma y/x$ – безразмерная координата (σ – параметр смешения); $\varphi = V/V_c$ – текущий коэффициент скорости (V – скорость в слое смешения); $\varphi_d = V_d/V_c$ – коэффициент скорости на верхней границе слоя смешения; $\operatorname{erf} \eta = \pm \sqrt{1 - e^{-1,26\eta^2}}$. В вы-

бранной системе координат знак « \leftrightarrow » ставится при $\eta > 0$ и « \rightarrow » – при $\eta < 0$. Формулу (1) достаточно рассмотреть при $\eta \geq 0$.

Параметр смешения σ определяется по формуле Корста [5]:

$$\sigma = 12 + 2,758 M_c.$$

Завихренность ω в слое смешения рассчитывается по формуле:

$$\omega = -\frac{dV}{dy}. \quad (2)$$

Вывод формулы для вычисления завихренности дозвукового потока на границе сопряжения зон приведен в работе [7]. В качестве скоростей V_d, V_c берутся скорость невозмущенного дозвукового потока и скорость сверхзвукового потока в точке P; вместо схемы течения на рис. 1, рассматривается более простая схема течения на рис. 2.

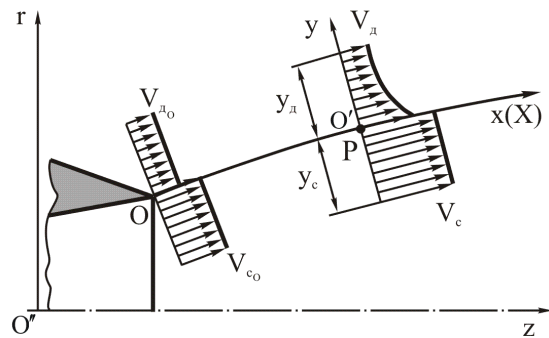


Рис. 2. Схема течения при определении ω дозвукового потока на границе сопряжения струй за соплом ГТД МС

Формула для расчета ω в профиле завихренности слоя смешения получена в виде:

$$\omega = \omega_{\eta=0} A_c, \quad (3)$$

где $\omega_{\eta=0}$ – завихренность потока при $\eta = 0$, A_c – функция смещения. Для определения $\omega_{\eta=0}$ и A_c используются соотношения:

$$\omega_{\eta=0} = \frac{\sqrt{1,26}}{2} \frac{\sigma V_c}{x} (1 - \varphi_d);$$

$$A_c = \frac{(\varphi - \varphi_d)(1 - \varphi)}{0,25(1 - \varphi_d)} \sqrt{\frac{\ln(1 - \varphi_d)^2 - \ln 4(\varphi - \varphi_d)(1 - \varphi)}{(1 - \varphi_d)^2 - 4(\varphi - \varphi_d)(1 - \varphi)}}.$$

Функция смещения A_c учитывает отклонение ω от $\omega_{\eta=0}$ в слое смешения при изменении φ . Пограничной скоростью профиля скорости в слое смешения, выделяющей дозвуковой участок, через кото-

рый передаются возмущения от сверхзвуковой струи к дозвуковой, является критическая скорость дозвукового потока $C_{кр}$. Поэтому в расчете завихренности дозвукового потока на границе сопряжения зон (точка Р на рис. 2) в выражении для A_c коэффициент ϕ берется при $V = \gamma C_{кр}$. Константа $\gamma < 1$ и как показывают расчеты, может быть взята в диапазоне 0,9...0,98.

Для расчета вязкого потока в дозвуковой зоне необходимо моделирование турбулентности на границе сопряжения струй. Для двухпараметрических моделей К- ϵ и К-W оно сводится к определению турбулентных характеристик течения К, ϵ и W в слое смешения. Здесь К – кинетическая энергия пульсационного движения (турбулентности), ϵ – скорость диссипации энергии турбулентности, W – квадрат частоты турбулентных пульсаций.

Так как течение в слое смешения спутных струй относится к простым сдвиговым течениям с высокой турбулентностью [8], К можно выразить из формулы Колмогорова – Прандтля [9] в виде:

$$K = \left[\frac{v_T}{C'_\mu L} \right]^2, \quad (4)$$

где v_T – турбулентная вязкость; L – масштаб турбулентности, C'_μ эмпирическая константа.

Для модели пути смешения Прандтля v_T определяется по формуле:

$$v_T = l_m^2 \left| \frac{\partial V}{\partial y} \right|, \quad (5)$$

где l_m – путь смешения [8].

Для нахождения L используется связь масштаба турбулентности и пути смешения при условии локального равновесия турбулентности:

$$L = C_D^{0,25} l_m, \quad (6)$$

где C_D – эмпирическая константа [10].

Для течений с высокой турбулентностью $C_D = 0,09$, $C'_\mu \approx 1$ [10].

При постоянстве пути смешения в поперечном направлении, отсутствии стенок и подобии профилей скорости в слое смешения l_m определяется из соотношения:

$$l_m / \delta = C_\delta, \quad (7)$$

где δ – толщина слоя смешения, константа $C_\delta = 0,07 \div 0,11$ [8].

В модели Корста – Чоу используется профиль скорости в слое смешения по теории Гертлера, для которого δ вычисляется по формуле [8]:

$$\delta = \frac{3,284}{\sigma} x. \quad (8)$$

После совместного рассмотрения выражений (4) - (8) получим формулу для определения L:

$$L = \frac{B_L}{\sigma} x, \quad (9)$$

где константа $B_L = 3,284 C_D^{0,25} C_\delta$.

С учетом соотношений (2) и (9) формула (4) преобразуется к виду:

$$K = \left(\frac{\omega B_K}{\sigma} x \right)^2, \quad (10)$$

где константа $B_K = 3,284 C_\delta / (C'_\mu C_D^{0,25})$, а ω определена по формуле (3).

Скорость диссипации энергии турбулентности ϵ определяется по формуле Колмогорова – Прандтля [9]:

$$\epsilon = C_D K^{3/2} / L, \quad (11)$$

в которой L и K отыскиваются по формулам (9) и (10).

Формулу для квадрата частоты турбулентных пульсаций $W = K / L^2$ получаем подстановкой в формулу (11) вместо L выражения $\sqrt{K/W}$ в виде:

$$W = \left[\epsilon / (C_D K) \right]^2,$$

где ϵ рассчитывается по формуле (11). Необходимые для расчета значения L и K находятся с использованием соотношений (9) и (10).

В соответствии с допущением о постоянстве пути смешения в поперечном направлении турбулентные характеристики на границе сопряжения струй будут равны соответствующим характеристикам слоя смешения и могут быть использованы в расчете вязкого течения в дозвуковой зоне.

2. Применение математической модели

На рис. 3 приведены результаты применения рассмотренной математической модели вязкого взаимодействия струй на выходе из сопла ГТД многорежимного самолета в зональном модели течения, описанной в работе [11], для расчета внешнего обтекания неограниченным дозвуковым потоком осесимметричного сопла со сверхзвуковой струей на выходе в сравнении с экспериментальными данными ЦИАМ [12].

В указанной зональной модели течения применена двухпараметрическая модель турбулентности К-W.

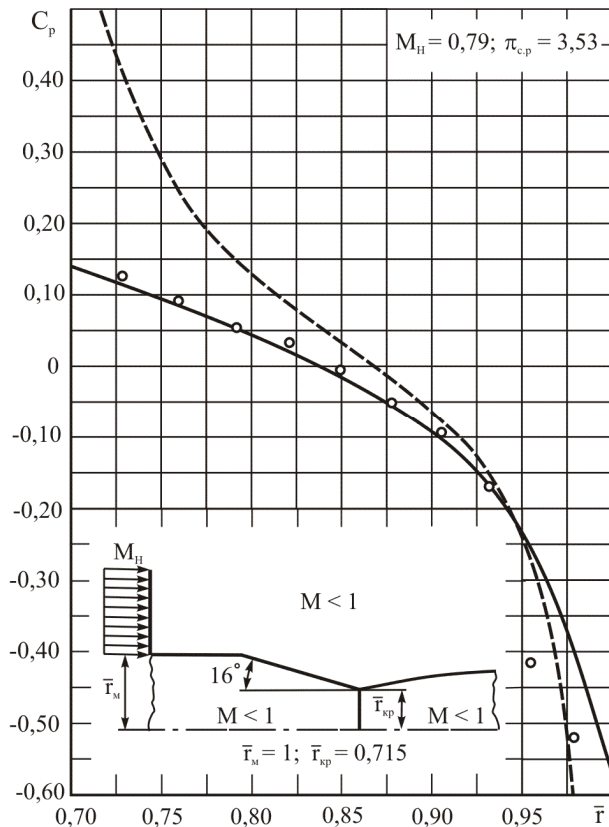


Рис. 3. Сравнение результатов расчета с данными эксперимента [12] при $M_H=0,79$, $\pi_{c,p}=3,53$

На рисунке обозначено: C_p – коэффициент давления, \bar{r} – относительный радиус наружной поверхности сопла, M_H – число Маха набегающего внешнего потока, $\pi_{c,p}$ – располагаемая степень понижения давления в сопле, кружочки – экспериментальные точки, сплошная линия – расчет с применением рассмотренной математической модели (вихревое обтекание вязким потоком), пунктирная линия – расчет без моделирования вязкого действия поверхности сопла и сверхзвуковой струи на дозвуковой поток (безвихревое обтекание вязким потоком). Рассматривался режим работы сопла при $M_H=0,79$ и $\pi_{c,p}=3,53$. Видно удовлетворительное совпадение расчетных данных с экспериментальными в случае применения описанной модели вязкого взаимодействия струй на выходе из сопла ГТД.

Заключение

На основе модели слоя смешения Корста – Чоу, гипотезе пути смешения Прандтля и гипотезах Колмогорова – Прандтля, связывающих турбулентные характеристики потока с турбулентной вязкостью, разработана математическая модель вязкого взаимодействия струй на выходе из сопла ГТД многорежимного самолета в условиях дозвукового внешнего обтекания для использования в зональных методах

расчета течения, где в дозвуковой зоне решаются уравнения Навье – Стокса, а в сверхзвуковой – Эйлера. Модель позволяет на основе расчетов течений в зонах найти завихренность и турбулентные характеристики потока на границе сопряжения зон для их использования в качестве граничных условий в расчете течения в дозвуковой зоне. Граница сопряжения струй – граница сверхзвуковой струи отыскивается в расчете течений в зонах при выполнении на ней условий непротекания и нулевого градиента давления.

Представлены результаты применения описанной математической модели для расчета внешнего обтекания неограниченным дозвуковым потоком осесимметричного сопла со сверхзвуковой струей на выходе в сравнении с экспериментальными данными.

Видно удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных в случае применения описанной модели вязкого взаимодействия струй на выходе из сопла ГТД.

Литература

1. Лаврухин, Г.Н. *Аэрогазодинамика реактивных сопел. Т. 1. Внутренние характеристики сопел [Текст] / Г.Н. Лаврухин. – М.: Физматлит, 2003. – 376 с.*
2. Нечаев, Ю.Н. *Теория авиационных газотурбинных двигателей [Текст] / Ю.Н. Нечаев. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1990. – 696 с.*
3. Лаврухин, Г.Н. *Проблемы аэродинамики выходных устройств перспективных самолетов. Ч. I. Расчетные исследования характеристик хвостовых частей летательных аппаратов: (по материалам открытой иностр. печати за 1981–1987 гг.) [Текст] / Г.Н. Лаврухин, А.И. Плоцкий // Обзор ОНТИ ЦАГИ. – М., 1990. – № 703. – 102 с.*
4. Korst, H.H. *A Theory for Base Pressure in Transonic and Supersonic Flow [Text] / H.H. Korst // J. App. Mech. – 1956. – Vol. 23. – P. 593–600.*
5. Korst, H.H. *The pressure on a blunt trailing edge separating two supersonic two-dimensional air streams of different Mach number and stagnation pressure but identical stagnation temperature [Text] / H.H. Korst, W. Tripp // Proceedings of the Fifth Midwestern Conference on Fluid Mechanics (University of Michigan Press, Ann Arbor, Mich., 1957). – 1957. – P. 187–199.*
6. Chow, W.L. *On the base Pressure Resulting from the Interaction of a Supersonic External Stream with a Sonic and Subsonic Jet [Text] / W.L. Chow // J. Aero Space Sciences. – 1959. – № 3. – P. 176–180.*
7. Коткин, В.В. *Расчетный способ определения завихренности дозвукового потока на его границе со спутной сверхзвуковой струей [Текст] / В.В. Коткин, В.А. Коваль // Вестн. Харьк. гос. политехн. ун-та: сб. науч. тр. – Х., 1998. – Вып. 12. – С. 146–150.*

8. Абрамович, Г.Н. Теория турбулентных струй [Текст] / Г.Н. Абрамович. – М.: Наука, 1984. – 716 с.

9. Методы расчета турбулентных течений [Текст]: пер. с англ. / под ред. В. Кольмана. – М.: Мир, 1984. – 464 с.

10. Launder, B.E. *Mathematical models of Turbulence* [Text] / B.E. Launder, D.B. Spalding. – London: Acad. Press, 1972. – 169 p.

11. Коткин, В.В. Методика расчета течения, возникающего при работе выходного устройства

авиационного ГТД в условиях дозвукового полета [Текст] / В.В. Коткин // Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования: материалы Междунар. науч.-техн. конф., 29 сент. – 2 окт. 1997. – X., 1997. – С. 220–223.

12. Сафонов, В.П. Исследование кормовых частей сопел, обтекаемых дозвуковым внешним потоком при изменении параметров внутренней струи [Текст] / В.П. Сафонов // Технический отчет ЦИАМ. – М., 1972. – № 6959. – 67 с.

Поступила в редакцию 30.05.2013, рассмотрена на редколлегии 13.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры В.П. Герасименко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ В'ЯЗКОЇ ВЗАЄМОДІЇ СТРУМЕНІВ НА ВИХОДІ ІЗ СОПЛА ГТД БАГАТОРЕЖИМНОГО ЛІТАКА В УМОВАХ ДОЗВУКОВОГО ЗОВНІШНЬОГО ОБТІКАННЯ

В.В. Коткін

Описана математична модель в'язкої взаємодії струменів на виході із сопла ГТД багаторежимного літака в умовах дозвукового зовнішнього обтікання, призначена для зональних методів розрахунків течії з розв'язком рівнянь Нав'є – Стокса в дозвуковій зоні й Ейлера – у надзвуковій. Модель базується на моделі струминного змішання Корста – Чоу, гіпотезі шляху змішання Прандтля й гіпотезах Колмогорова – Прандтля. Вона дозволяє знайти завихреність і турбулентні характеристики потоку на границі сполучення зон. Представлені результати застосування математичної моделі для розрахунків обтікання необмеженим дозвуковим потоком вісесиметричного сопла з надзвуковим струменем на виході в порівнянні з експериментальними даними.

Ключові слова: сопло, дозвукове зовнішнє обтікання, дозвуковий струмінь, надзвуковий струмінь, взаємодія струменів, шар змішання, зональна модель течії, завихреність, турбулентні характеристики.

MATHEMATICAL MODEL OF VISCOUS INTERACTION OF THE JETS AT THE GAS TURBINE ENGINE NOZZLE EXIT OF MULTI-MODE AIRCRAFT UNDER SUBSONIC EXTERNAL FLOW

V.V. Kotkin

The mathematical model of viscous interaction of jets at the gas turbine engine nozzle exit of multi-mode aircraft under subsonic external flow is presented. This model is designed for zonal methods of flow calculation with solution of Navier – Stokes equations in subsonic area and Euler equations in supersonic area. The mathematic model is based on Korsten – Chow jet mixing model, Prandtl mixing length hypothesis and Kolmogorov – Prandtl hypotheses. It allows you to find the vorticity and flow turbulent characteristics at the areas conjugation border. The mathematical model application results for calculation of unbounded subsonic flow around axisymmetric nozzle with exit supersonic jet in comparison with experimental data are presented.

Key words: nozzle, subsonic external flow, subsonic jet, supersonic jet, the interaction of the jets, the mixing layer, zonal flow model, vorticity, turbulence characteristics.

Коткин Василий Васильевич – канд. техн. наук, доцент кафедры теории авиационных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: v.v.kotkin@gmail.com.